

Elaborato 3

Equazioni differenziali ordinarie.

Modello SIR di diffusione di un'epidemia.

Calcolare con la function matlab ode45 la soluzione del seguente sistema:

$$S'(t) = -aS(t)I(t)$$

$$I'(t) = aS(t)I(t) - bI(t)$$

$$R'(t) = bI(t)$$

Con:

$t \in [0, 20]$, $S(0)=199, I(0)=1; R(0)=0$

Dove:

S= suscettibili di infezione, I=infetti, R= immuni(guariti).

L'epidemia si diffonde tramite l'incontro tra S ed I, il numero di persone che passa da S ad I è proporzionale al numero di incontri secondo una costante a = costante di contagio , il numero di guariti aumenta quando sono curati secondo una costante b =costante di guarigione.

Porre $b=0.1$ e fare il grafico della soluzione, determinare dopo quanto tempo si verifica il picco dell'epidemia, per diversi valori di a (0.005,0.01,0.05,0.1).

Sistema stiff.

Problema chimico (detto *oregonator*). E' un modello di reazioni chimiche tra tre sostanze che, dopo un periodo di inattività, presentano oscillazioni in cui cambia struttura e colore.

Tale modello chimico è espresso dal sistema di equazioni differenziali:

$$y_1' = \frac{qy_2 - y_1y_2 + y_1(1 - y_1)}{e}$$

$$y_2' = \frac{-qy_2 - y_1y_2 + fy_3}{g}$$

$$y_3' = y_1 - y_3$$

in $[0, 50]$, con

$y_1(0)=0.2, y_2(0)=0.2, y_3(0)=0.2,$

$q=9 \times 10^{-5}, e=10^{-2}, g=2.5 \times 10^{-5}, f=0.8.$

Utilizzare le function ode45 e ode15s per la risoluzione, con $RelTol=10^{-6}, AbsTol=10^{-7}$.

Fare il grafico delle soluzioni con plot e semilog. Cosa si può osservare?