

# Laboartor 4 - pb rezolvate

Stecalovici Adriana-Vasilica, grupa 2243/1

**Ex 1)** Pe baza digramei de la exemplul 1, demonstrați că sistemul

$H\{x(n)\} = x^2(n)$  este neliniar. Se consideră

$$a = 3, b = -3, x_1(n) = \sin(2\pi 0.1n) \text{ și } x_2(n) = \sin(2\pi 0.15n).$$

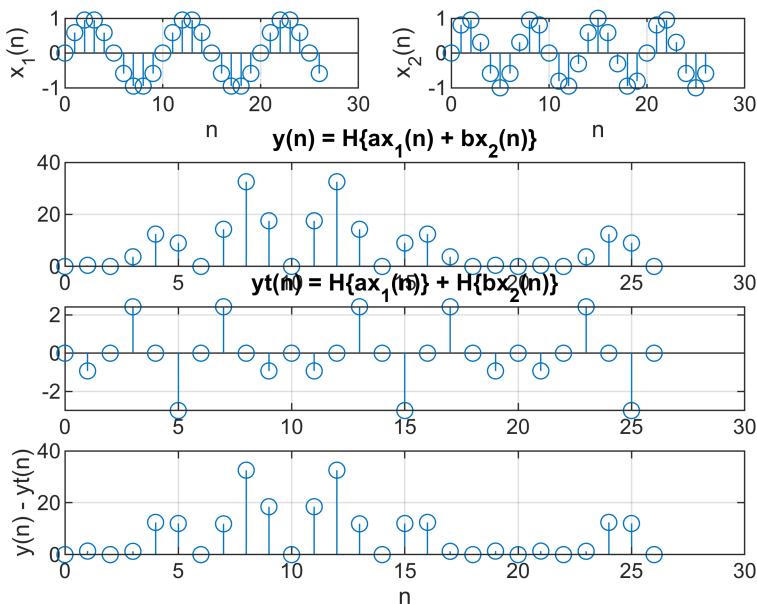
Variabila timp se va considera a.î. să fie reprezentate 4 perioade corespunzătoare celei de-a doua secvențe.

```
clear variables;
n = 0:26.6; % 4 perioade = (1/f)*4
a = 3; b = -3;
x1 = sin(2*pi*0.1*n);
x2 = sin(2*pi*0.15*n);
%N = seqperiod(x2, 1e-10)

%a)
x = a*x1 + b*x2;
y = x.^2;
%b)
y1 = x1.^2;
y2 = x2.^2;
yt = a*y1 + b*y2;

%y(n)-yt(n)
d=round(y - yt, 10);

figure,
subplot(421), stem(n, x1), grid, xlabel('n'), ylabel('x_1(n)'),
subplot(422), stem(n, x2), grid, xlabel('n'), ylabel('x_2(n)'),
subplot(412), stem(n, y), grid, title('y(n) = H\{ax_1(n) + bx_2(n)\}'),
subplot(413), stem(n, yt), grid, title('yt(n) = H\{ax_1(n)\} + H\{bx_2(n)\}'),
subplot(414), stem(n, d), grid, xlabel('n'), ylabel('y(n) - yt(n)'),
```



```
if d==0
    disp('Sistemul este liniar')
else
    disp('Sistemul este neliniar')
end
```

Sistemul este neliniar

**Ex 2)** Să se evaluateze răspunsul la impuls al sistemului descris prin funcția de transfer

$$H(z) = \frac{0.5z^2 + 0.5z}{z^2 - z - 0.5}.$$

```
clear variables;
num = [0.5 0.5 0]; % Coef. număratorului
den = [1 -1 -0.5]; % Coef. numitorului

% Crearea fct. de transfer
H = tf(num, den)
```

$$H = \frac{0.5 s^2 + 0.5 s}{s^2 - s - 0.5}$$

Continuous-time transfer function.  
Model Properties

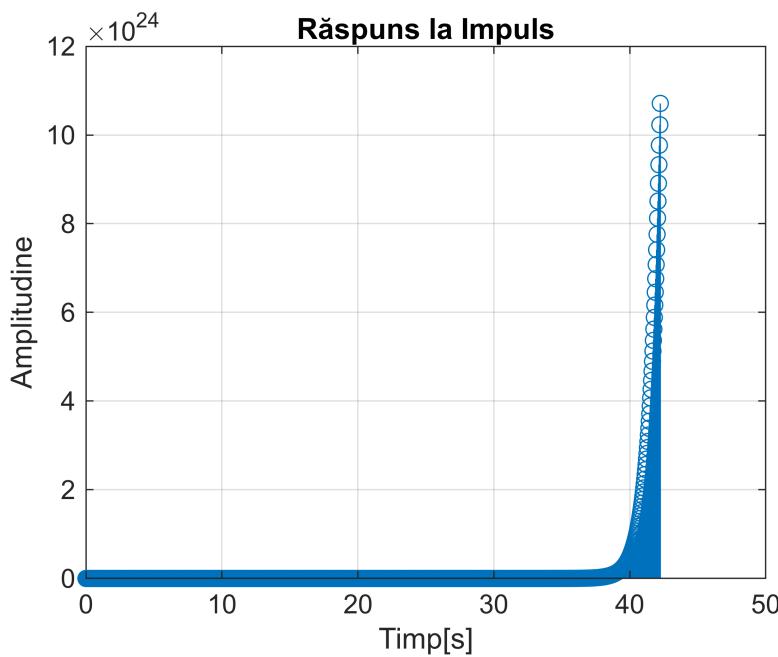
```
[y, t] = impulse(H);
```

```
figure;
```

```

stem(t, y), grid, % sau impz(num, den);
xlabel('Timp[s]');
ylabel('Amplitudine');
title('Răspuns la Impuls');

```



**Ex 3)** Să se evaluateze primele 100 de eșantioane ale secvenței răspuns la impuls, pentru sistemul descris prin funcția de transfer

$$H(z) = \frac{1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3}}{1 - 0.5z^{-1} - 4z^{-2} + 2z^{-3}}.$$

```

clear variables;
num = [1 1 1 1];
den = [1 -0.5 -4 2];

Hz = filt(num, den)

```

```

Hz =

```

$$\frac{1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3}}{1 - 0.5 z^{-1} - 4 z^{-2} + 2 z^{-3}}$$

```

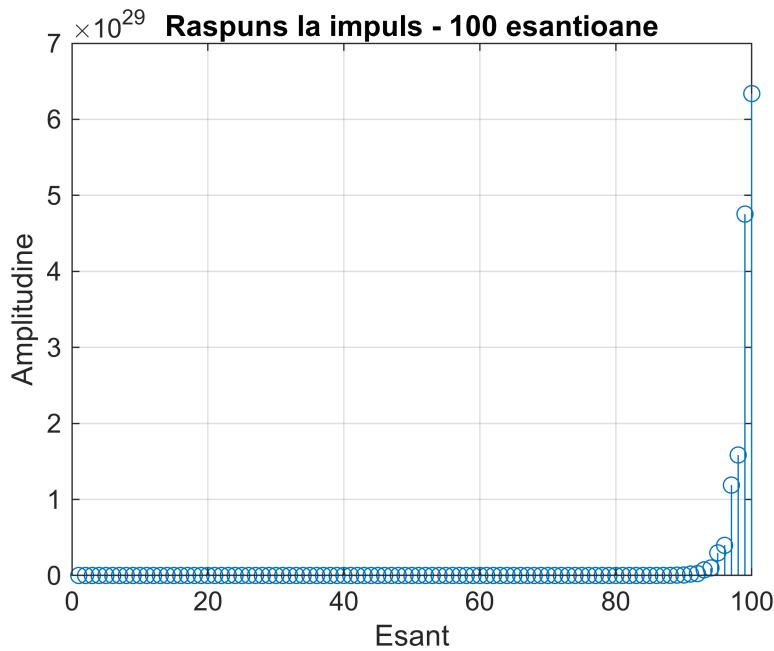
Sample time: unspecified
Discrete-time transfer function.
Model Properties

```

```

H = impz(num, den, 100); % răspuns la impuls
figure, stem(H), grid,
title('Răspuns la impuls - 100 esantioane'),
xlabel('Esant'), ylabel('Amplitudine');

```



**Ex 4)** Să se evaluateze primele 200 de eșantioane ale secvenței răspuns la impuls, pentru sistemul descris prin funcția de transfer

$$H(z) = \frac{z}{z - 1}.$$

Ce secvență se obține?

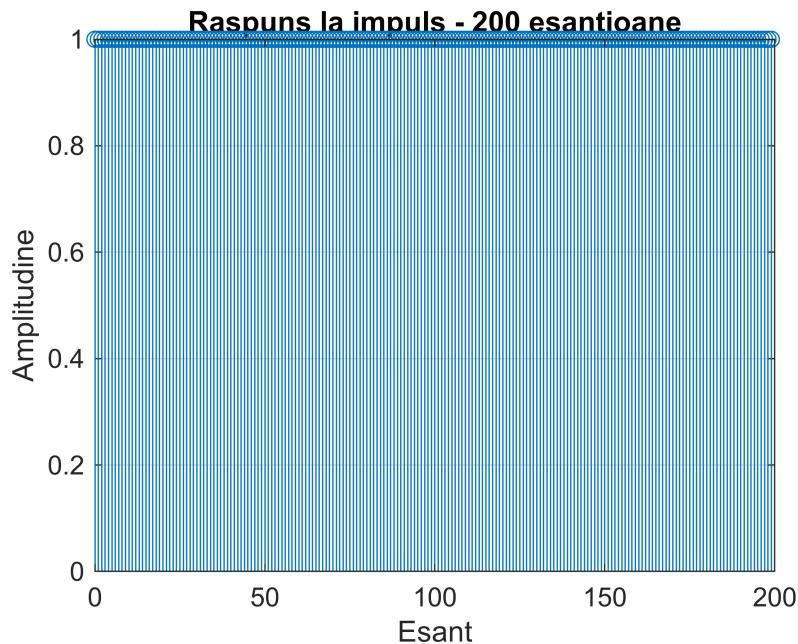
```
clear variables;
% Al treilea argument, -1, la funcția tf indică faptul că sistemul
% este un sistem în timp discret fără un timp de eșantionare specificat
num = [1 0];
den = [1 -1];
Hz = tf(num,den, -1)
```

$$\frac{z}{z - 1}$$

Sample time: unspecified  
Discrete-time transfer function.  
Model Properties

```
t = 0:199;
[y, t] = impulse(Hz, t);

figure,
stem(t, y), grid, % sau stem(impz(num, den, 200)),
title('Raspuns la impuls - 200 esantioane'),
xlabel('Esant'), ylabel('Amplitudine');
```

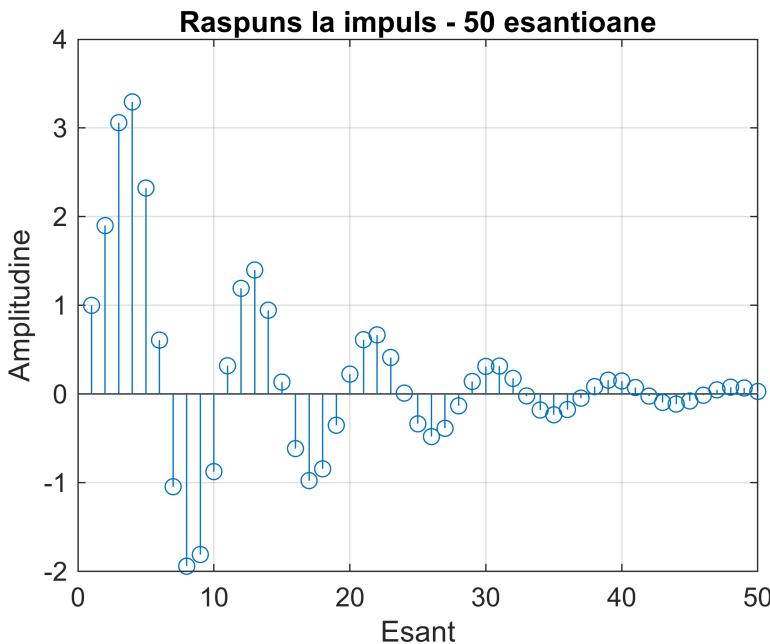


**Ex 5)** Să se evaluateze primele 50 de eșantioane ale răspunsului la impuls corespunzător sistemului

$$H(z) = \frac{z^2 + 1}{z^3 - 1.9z^2 + 1.55z - 0.425}.$$

```
clear variables;
num = [1 0 1];
den = [1 -1.9 1.55 -0.425];

figure, stem(impz(num, den, 50)), grid,
title('Raspuns la impuls - 50 esantioane'),
xlabel('Esant'), ylabel('Amplitudine');
```



**Ex 6)** Un sistem LTI este caracterizat prin relația de intrare-ieșire

$$y(n) = 1.5 \cos \frac{\pi}{8} y(n-1) - 0.95 y(n-2) + x(n) + 0.4 x(n-1).$$

- Conform ecuației cu diferențe finite, secvența răspuns la impuls corespunzătoare sistemului este

$$h(n) = [A_1(p_1)^n + A_2(p_2)^n] u(n).$$

Reprezentați, pe același grafic, secvența răspuns la impuls obținută cu ajutorul funcție 'impz' și cea obținută cu relația anterioară (secvența răspuns la impuls trebuie să aibă 300 de valori).

- Să se determine și să se ilustreze grafic răspunsul permanent al sistemului la excitația

$$x(n) = e^{j\omega_0 n}, \text{ unde } n = \overline{0, 260}, \omega_0 = \frac{\pi}{6}$$

```

clear variables;
format short;
n = 0:299;
num = [1 0.4];
den = [1 -1.5*cos(pi/8) 0.95];

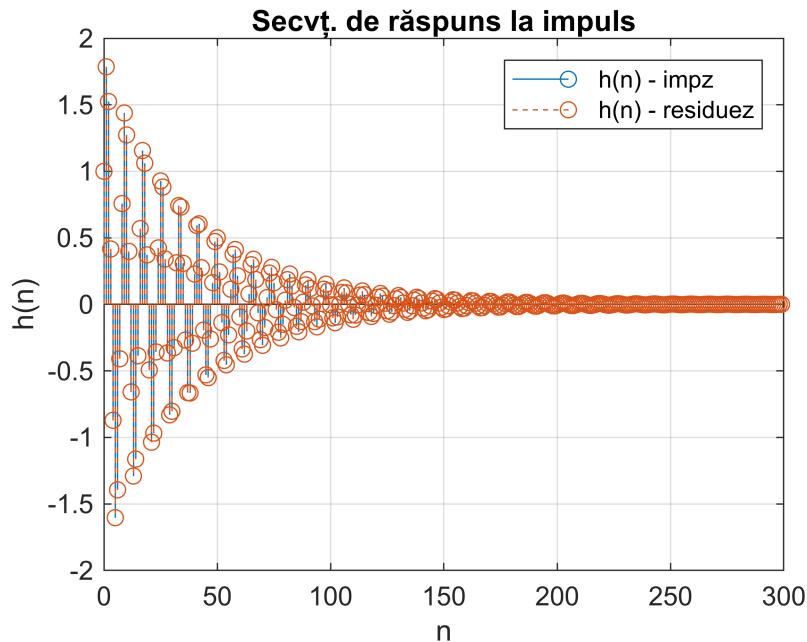
%b1
%reprezentare cu impz
h1 = impz(num, den, length(n));
%reprezentare cu residuez - descompunere in fractii simple
[A, p, k] = residuez(num, den);
h2 = A(1)*p(1).^n + A(2)*p(2).^n;

```

```

figure,
stem(n, h1), hold all,
stem(n, h2, '--'), hold off, grid;
xlabel('n');
ylabel('h(n)');
title('Secvăt. de răspuns la impuls');
legend('h(n) - impz', 'h(n) - residuez');

```



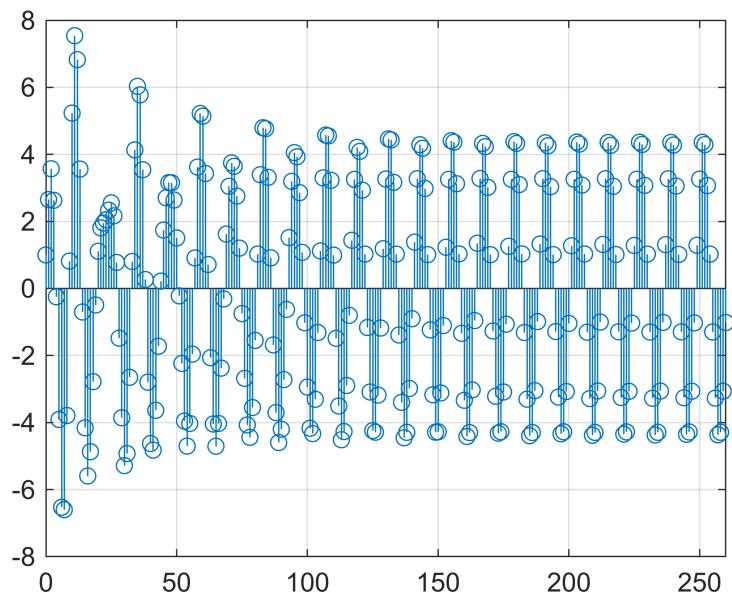
```

%b2
w0 = pi/6;
n2 = 0:260;
x = exp(1j*w0*n2); % excitatia

y = filter(num, den, x); % răspunsul permanent al sistemului la excitația x

figure,
stem(n2, real(y)), grid;
xlim([n2(1) n2(end)]);

```



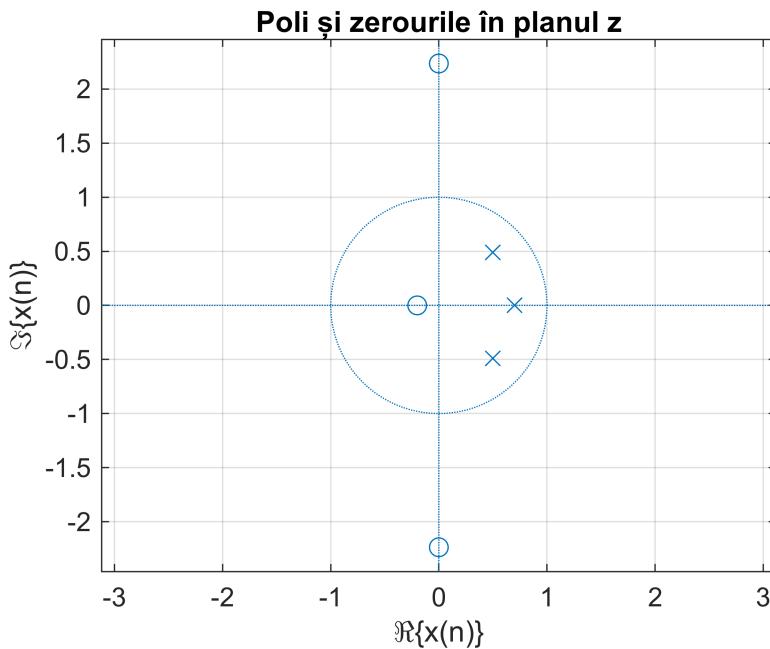
**Ex 7)** Un sistem LTI este caracterizat prin funcția de sistem

$$H(z) = \frac{(z + 0.2)(z^2 + 5)}{(z - 0.7)(z^2 - z + 0.49)}.$$

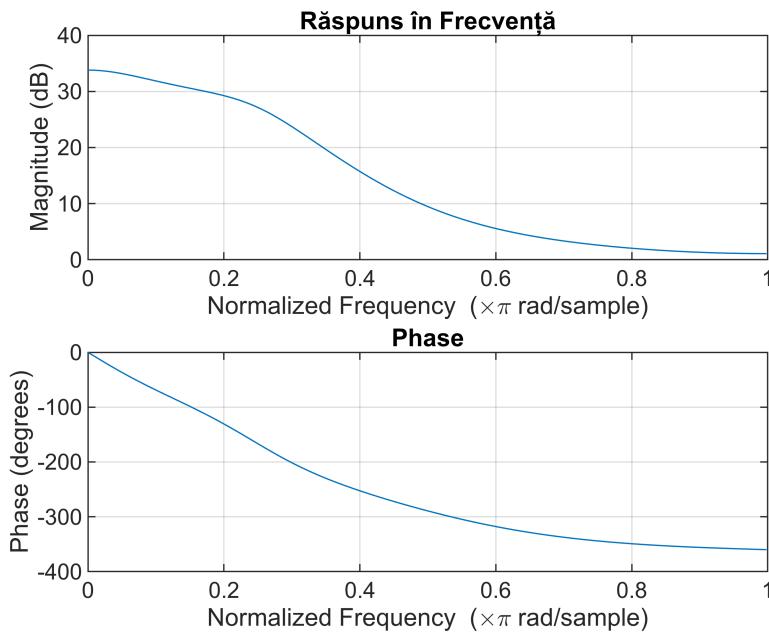
- Să se reprezinte polii și zerourile în planul-z folosind funcția 'zplane'
- Să se reprezinte grafic caracteristicile funcției răspuns la frecvență

```
clear variables;
num1 = [1 0.2];
num2 = [1 0 5];
num = conv(num1, num2);
den1 = [1 -0.7];
den2 = [1 -1 0.49];
den = conv(den1, den2);

figure, zplane(num, den), grid,
title('Poli și zerourile în planul z');
xlabel('\Re\{x(n)\}');
ylabel('\Im\{x(n)\}');
```



```
%Functia răspuns la frecvența
figure;
freqz(num, den);
title('Răspuns în Frecvență');
```



**Ex 8)** Să se analizeze efectul polilor și zerourilor asupra modulului funcției răspuns la frecvență, pentru sistemele

- $H_1(z) = (1 - z_1 z^{-1})(1 - z_2 z^{-1})$ , unde

(a)  $z_{1,2} = 1$ ;

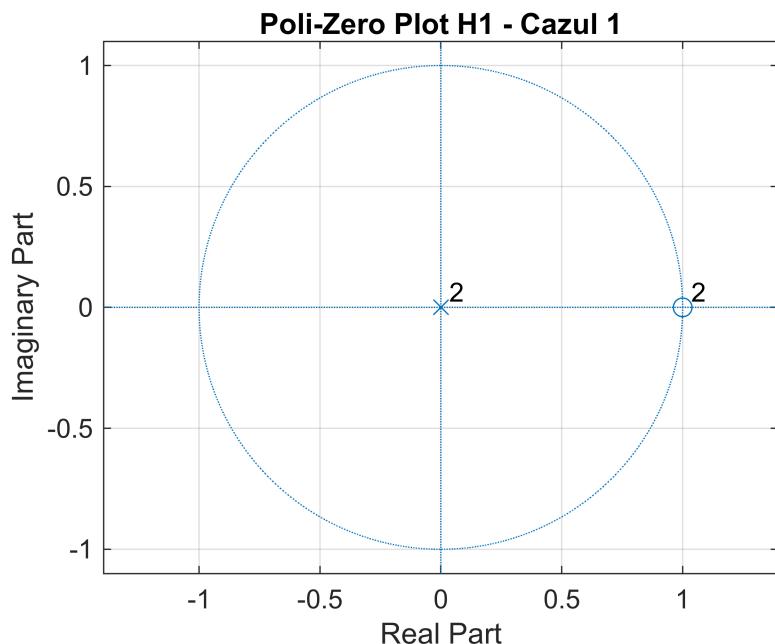
Reprezentați grafic diagramele poli-zerouri și modulul funcțiilor răspuns la frecvență. Comentați rezultatele.

```
clear variables;
z = [1 1]; num = poly(z);
den=[1];
% Verificare:
Hz = filt(num,den)
```

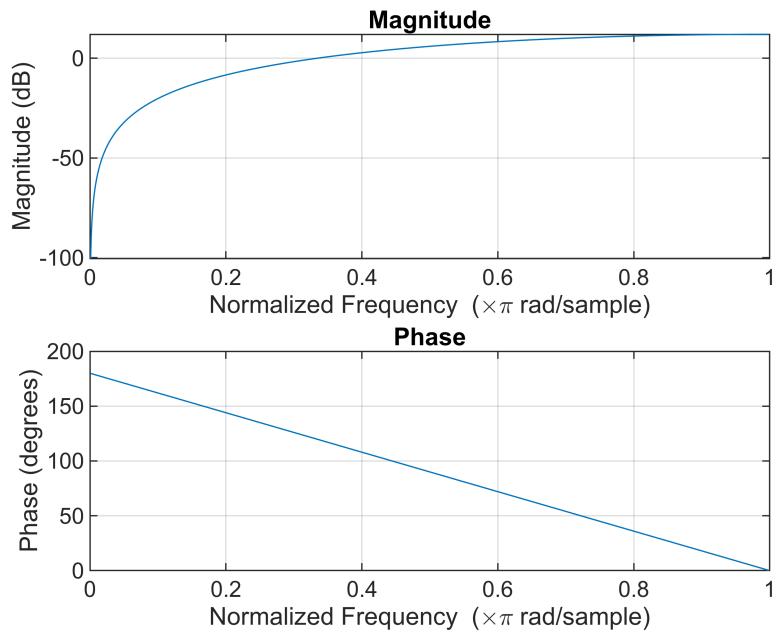
```
Hz =
1 - 2 z^-1 + z^-2
```

```
Sample time: unspecified
Discrete-time transfer function.
Model Properties
```

```
figure,
zplane(num, den), grid
title('Poli-Zero Plot H1 - Cazul 1');
```



```
%functia raspuns la frecventa
figure, freqz(num,den,2^10);
```



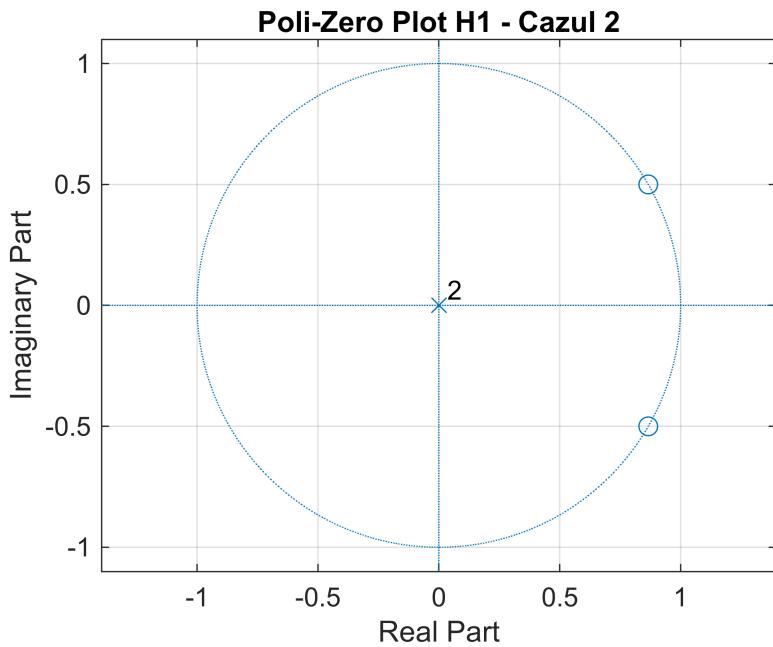
- $H_1(z) = (1 - z_1 z^{-1})(1 - z_2 z^{-1})$ , unde

(b)  $z_{1,2} = e^{\pm j\frac{\pi}{6}}$ ;

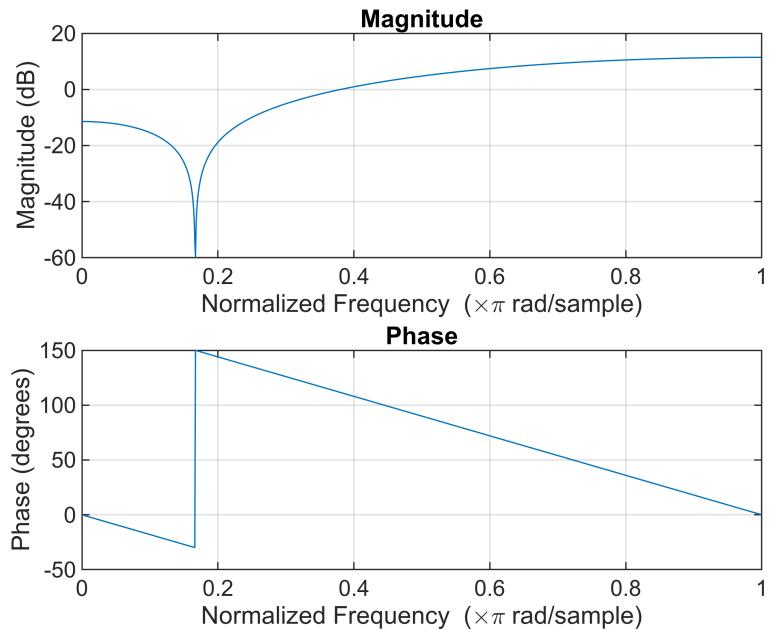
```
clear variables;
z = [exp(1j*pi/6); exp(-1j*pi/6)];
num = poly(z);
den = [1];

% Verificare:
Hz = filt(num,den);

figure, zplane(num, den), grid;
title('Poli-Zero Plot H1 - Cazul 2');
```



```
%functia raspuns la frecventa
figure, freqz(num,den,2^10);
```



- $H_1(z) = (1 - z_1 z^{-1})(1 - z_2 z^{-1})$ , unde

(g)  $z_{1,2} = -1$

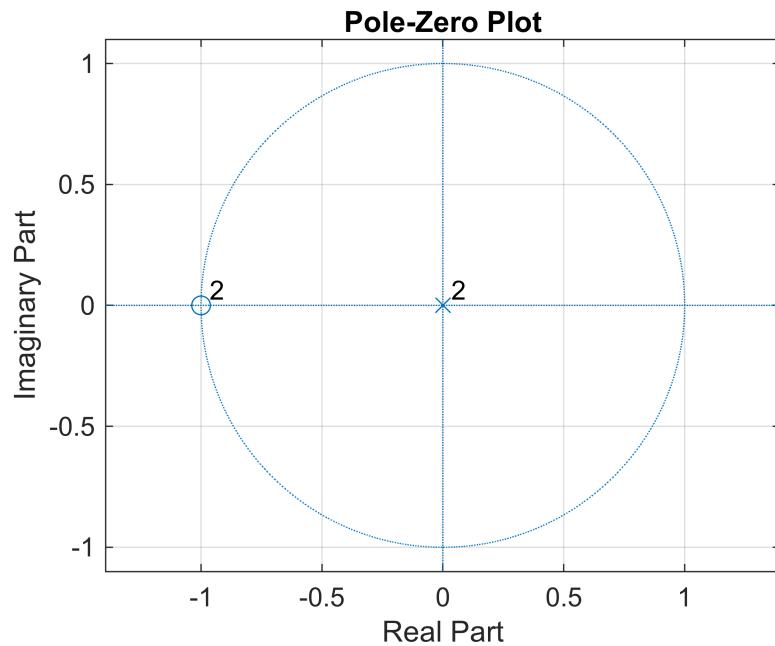
```
clear variables;
z = [-1 -1]; num = poly(z);
den = [1];
```

```
% Verificare  
Hz = filt(num, den)
```

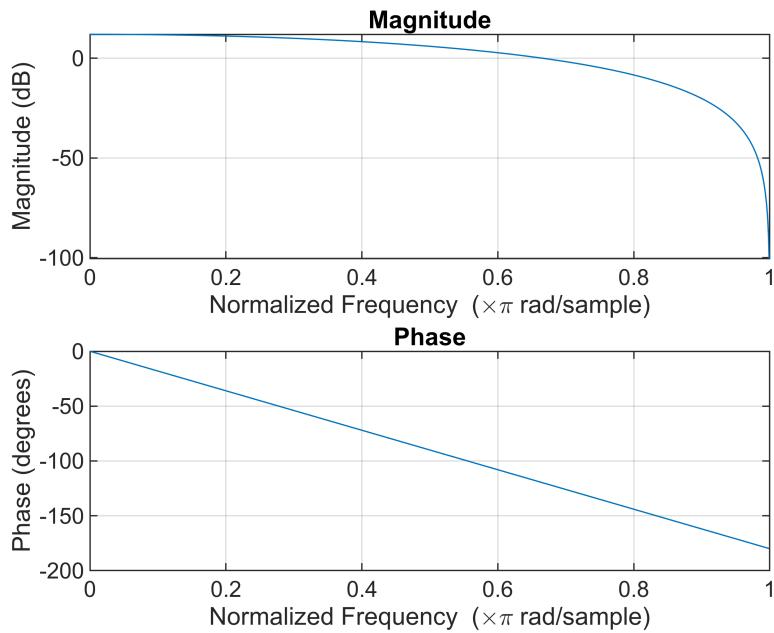
```
Hz =  
1 + 2 z^-1 + z^-2
```

```
Sample time: unspecified  
Discrete-time transfer function.  
Model Properties
```

```
figure, zplane(num, den), grid;
```



```
% Functia raspuns la frecventa  
figure, freqz(num,den, 2^10);
```



- $H_2(z) = \frac{0.3}{(1-p_1z^{-1})(1-p_2z^{-1})}$ , unde

(a)  $p_{1,2} = 0.3$ ;

```
clear variables;
num = [0.3];
p = [0.3 0.3];
den = poly(p);

% Verificare
Hz = filt(num, den)
```

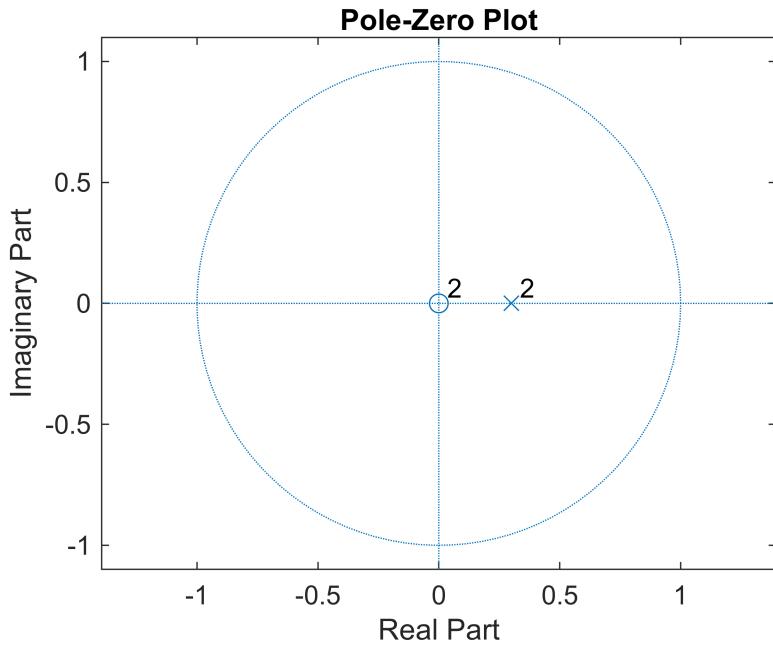
```
Hz =

```

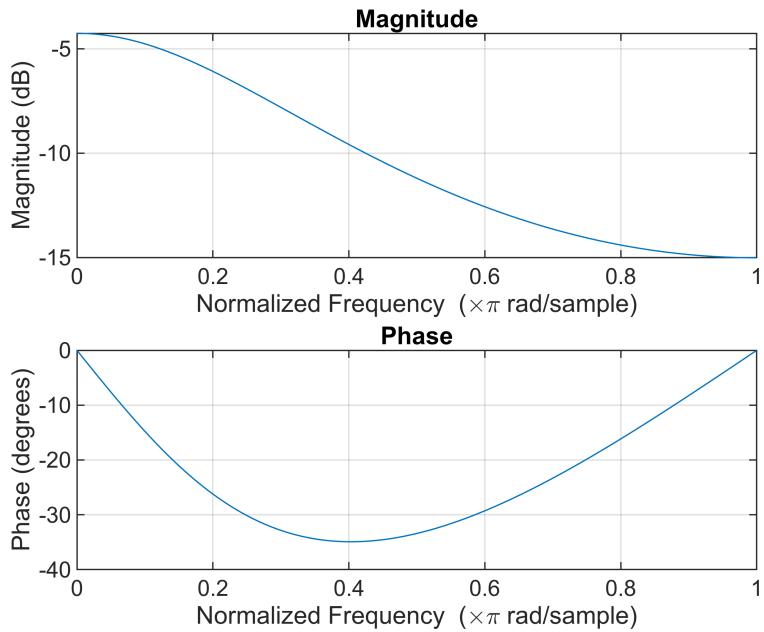
$$\frac{0.3}{1 - 0.6 z^{-1} + 0.09 z^{-2}}$$

```
Sample time: unspecified
Discrete-time transfer function.
Model Properties
```

```
figure, zplane(num, den);
```



```
% Functia raspuns la frecventa
figure, freqz(num, den, 2^10);
```



- $H_2(z) = \frac{0.3}{(1 - p_1 z^{-1})(1 - p_2 z^{-1})}$ , unde

$$(d) p_{1,2} = e^{\pm j \frac{3\pi}{4}};$$

```
clear variables;
```

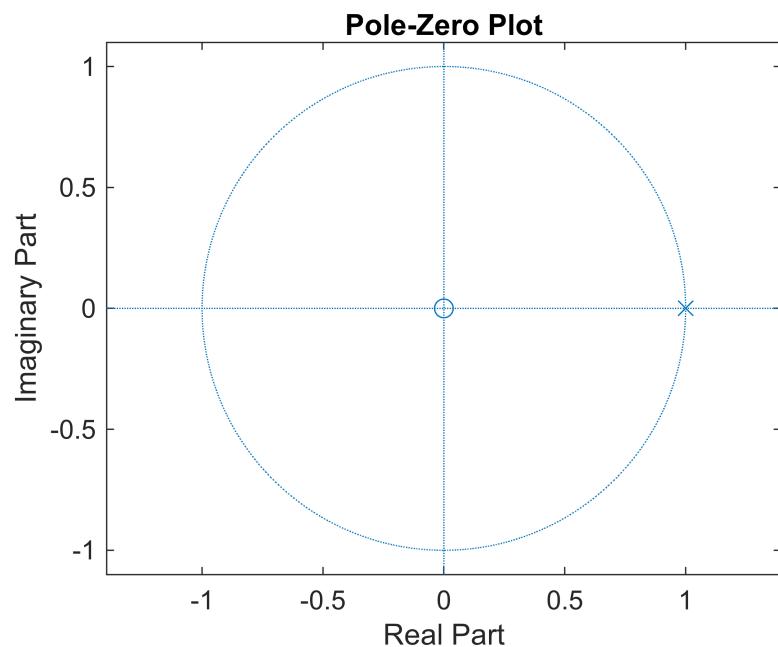
```
num = [0.3];
p = [exp(1j*(3*pi)/4 -1j*(3*pi)/4)];
den = poly(p);
```

```
% Verificare
Hz = filt(num, den)
```

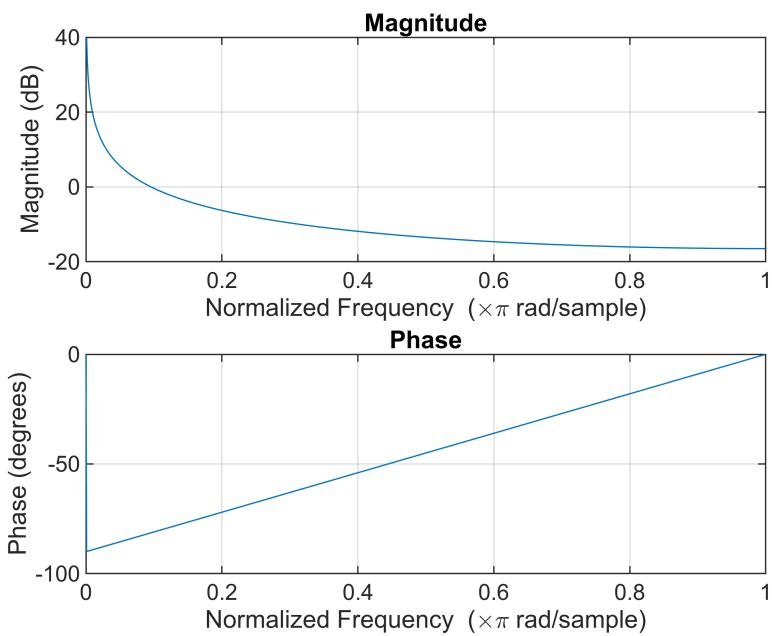
```
Hz =
0.3
-----
1 - z^-1
```

```
Sample time: unspecified
Discrete-time transfer function.
Model Properties
```

```
figure, zplane(num, den);
```



```
% Functia raspuns la frecventa
figure, freqz(num,den, 2^10);
```



**Ex 9)** Se consideră următoarele sisteme LTI caracterizate prin funcțiile de transfer

$$H_1(z) = 1 - 4z^{-1} + 4z^{-2},$$

- Reprezentați grafic diagramele poli-zerouri
- Reprezentați grafic caracteristicile funcțiilor răspuns la frecvență. Să se specifice ce tip de sistem este descris prin fiecare funcție de transfer
- Să se evaluateze și să se reprezinte grafic răspunsul la impuls și răspunsul la secvența treaptă unitate, pentru fiecare dintre sistemele considerate

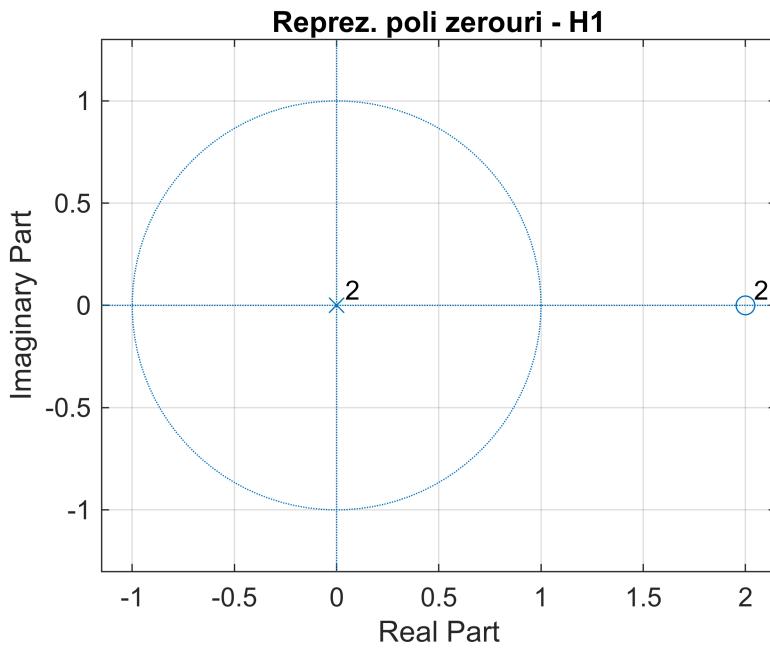
```
clear variables;
num = [1 -4 4];
den = 1;
Hz = filt(num, den)
```

Hz =

$$1 - 4 z^{-1} + 4 z^{-2}$$

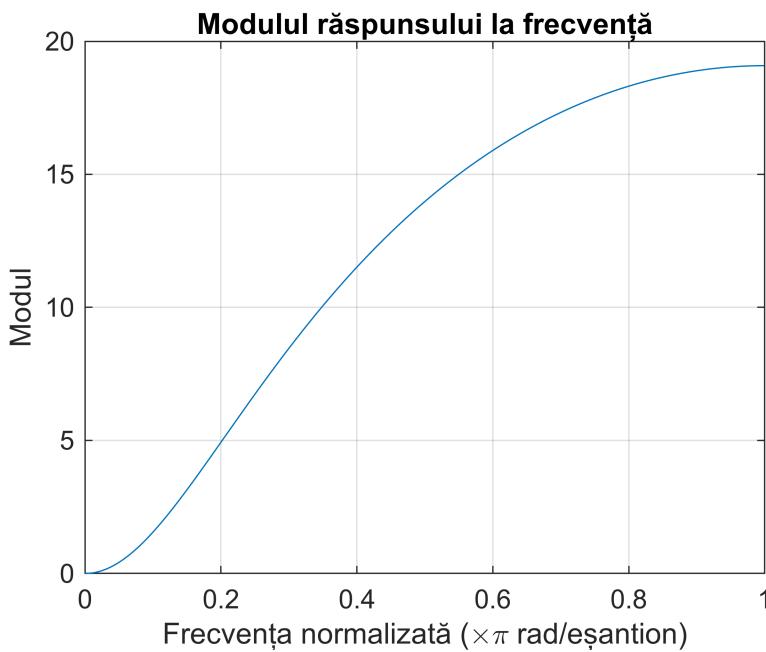
Sample time: unspecified  
Discrete-time transfer function.  
Model Properties

```
%1. Reprezentare poli, zerouri
figure,
zplane(num, den), grid;
title('Reprez. poli zerouri - H1');
```



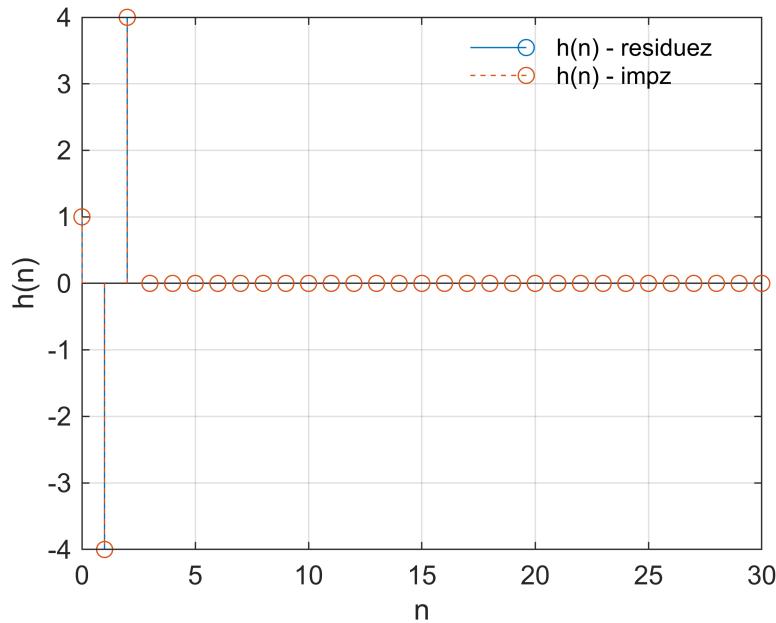
```
% Calcularea răspunsului în frecvență pentru a vedea efectul polilor și zerourilor
[Hz, freq] = freqz(num, den, 2^10);
```

```
% Trasarea modulului răspunsului la frecvență
figure,
plot(freq/pi, mag2db(abs(Hz)));
title('Modulul răspunsului la frecvență');
xlabel('Frecvența normalizată (\times\pi rad/eșantion)');
ylabel('Modul');
grid on;
```



```
%Raspuns la impuls
n = 0:30;
h= impz(num, den, length(n));

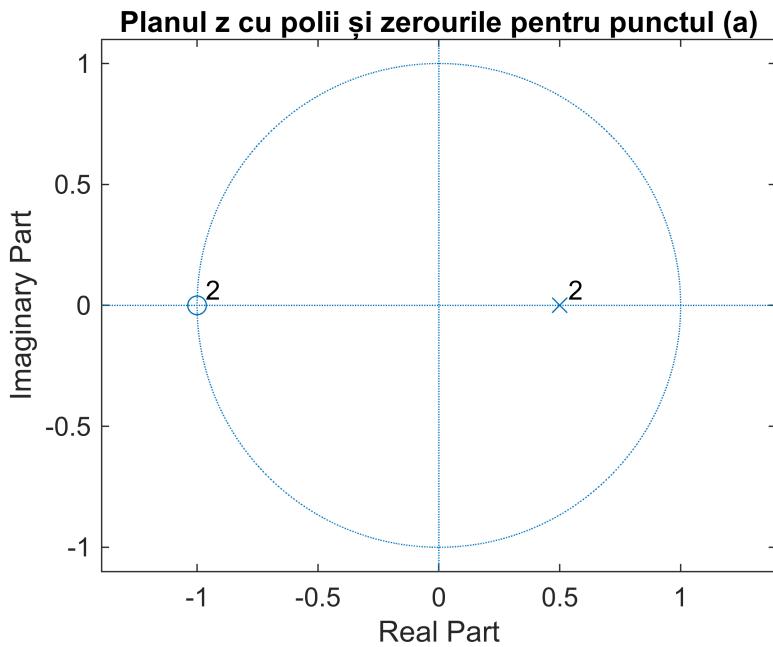
figure,
stem(n, h), hold all,
stem(n, h, '--'), hold off; grid,
legend('h(n) - residuez', 'h(n) - impz', 'Location', 'best'),
legend('boxoff'), xlabel('n'), ylabel('h(n)')
```



$$H_4(z) = \frac{(1+z^{-1})^2}{1-z^{-1}+0.25z^{-2}},$$

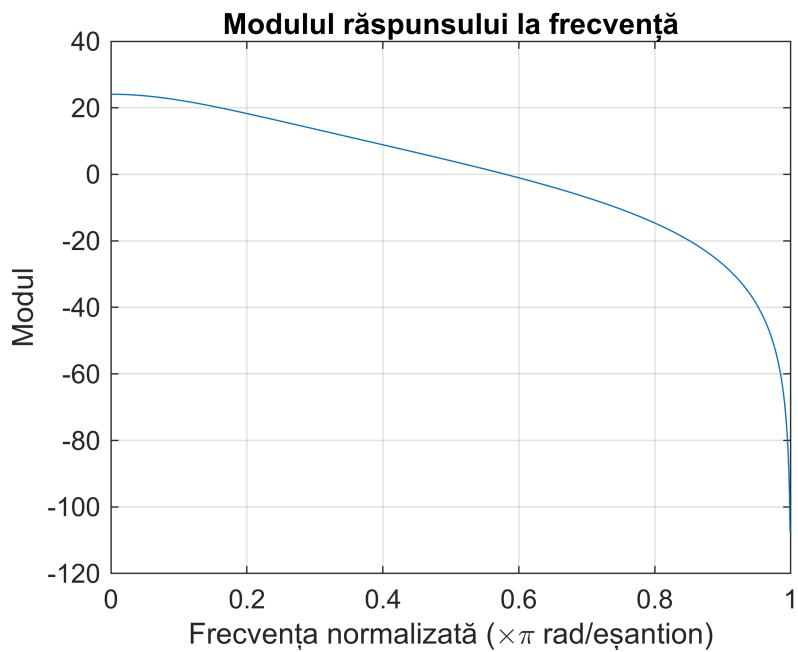
```
clear variables;
num = conv([1 1], [1 1]);
den = [1 -1 0.25];

% Reprezentarea grafică a polilor și zerourilor
figure;
zplane(num, den);
title('Planul z cu polii și zerourile pentru punctul (a)');
```



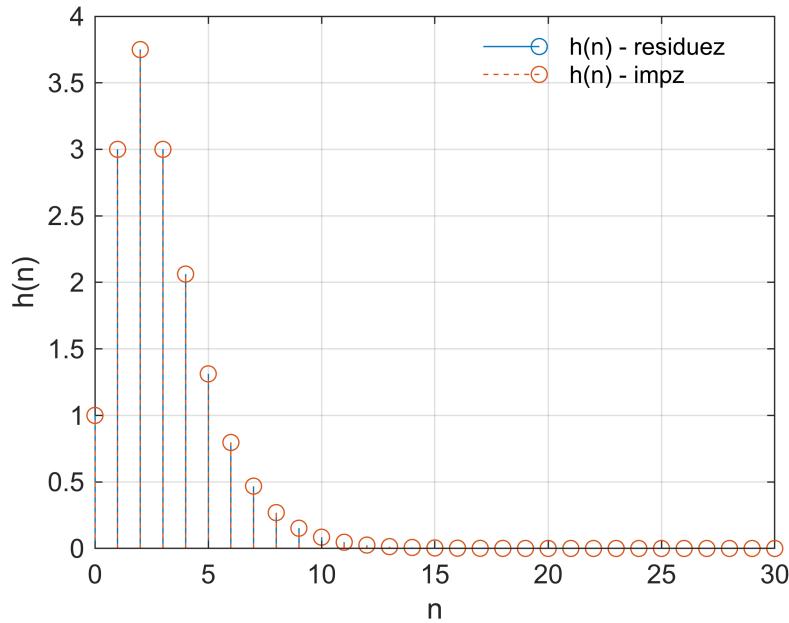
```
% Calcularea răspunsului în frecvență pentru a vedea efectul polilor și zerourilor
[Hz, freq] = freqz(num, den, 2^10);
```

```
% Trasarea modulului răspunsului la frecvență
figure;
plot(freq/pi, mag2db(abs(Hz)));
title('Modulul răspunsului la frecvență');
xlabel('Frecvența normalizată (\times\pi rad/eșantion)');
ylabel('Modul');
grid on;
```



```
%Raspuns la impuls
n = 0:30;
h= impz(num, den, length(n));

figure, stem(n, h), hold all, stem(n, h, '--'), hold off; grid,
legend('h(n) - residuez', 'h(n) - impz', 'Location', 'best'),
legend('boxoff'),
xlabel('n'), ylabel('h(n)');
```



**Ex 10)** Se consideră două sisteme cauzale. Să se specifică care dintre acestea este stabil. Justificați răspunsul

$$H_1(z) = \frac{1 - 0.6z^{-1} + 1.15z^{-2} - 0.98z^{-3} + 0.98z^{-4}}{1 + 1.27z^{-1} + 2.02z^{-2} + 1.54z^{-3} + 0.98z^{-4}}$$

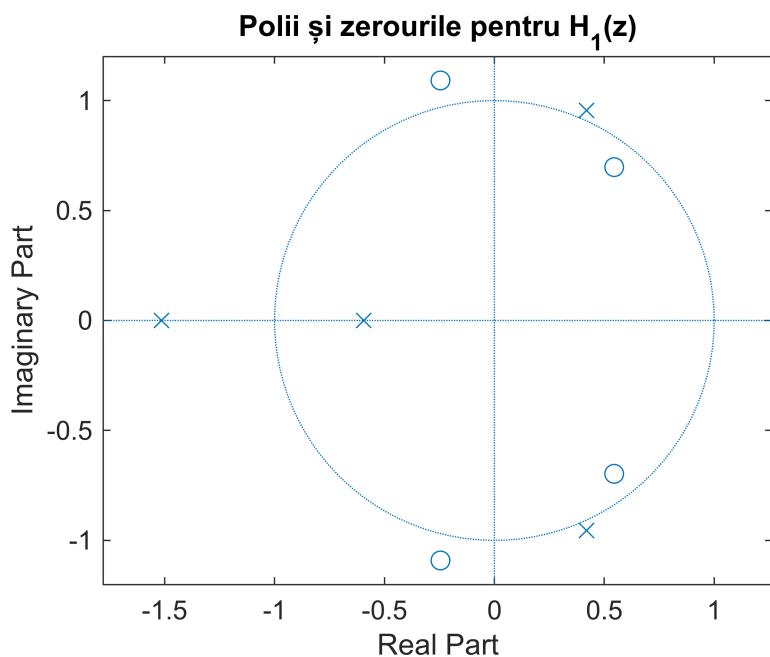
$$H_2(z) = \frac{2 - 2.54z^{-1} + 5z^{-2} - 4.3z^{-3} + 3.27z^{-4}}{1 - 0.77z^{-1} + 0.82z^{-2} + 0.41z^{-3} + 0.51z^{-4}}$$

- Stabilitatea se poate evalua folosind diagrama poli-zerouri, folosind funcțiile 'roots' și 'abs', folosind funcția 'isstable' etc

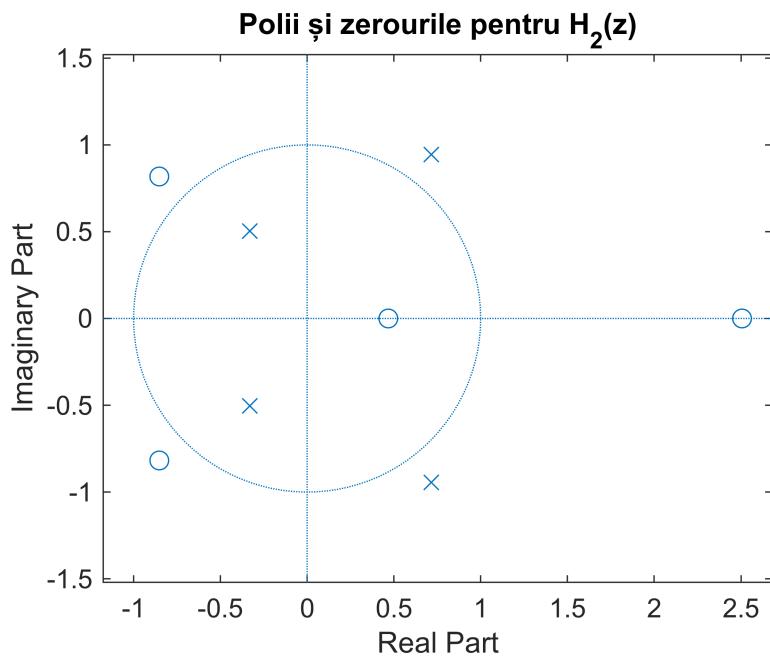
```
clear variables;
% Definirea coeficientilor pentru numărător și numitor pentru H1(z)
num_H1 = [1 -0.6 1.5 -0.98 0.98];
den_H1 = [1 1.27 0.22 1.54 0.98];

% Definirea coeficientilor pentru numărător și numitor pentru H2(z)
num_H2 = [2 -2.54 -5 -4.3 3.27];
den_H2 = [1 -0.77 0.82 0.41 0.51];
```

```
% Utilizarea funcției zplane pentru a arăta polii și zerourile pentru H1(z)
figure;
zplane(num_H1, den_H1);
title('Polii și zerourile pentru H_1(z)');
```



```
% Utilizarea funcției zplane pentru a arăta polii și zerourile pentru H2(z)
figure;
zplane(num_H2, den_H2);
title('Polii și zerourile pentru H_2(z)');
```



%Varianța 2

```
% Creați obiectul funcției de transfer  
H = filt(num_H1, den_H1)
```

```
H =  
  
1 - 0.6 z^-1 + 1.5 z^-2 - 0.98 z^-3 + 0.98 z^-4  
-----  
1 + 1.27 z^-1 + 0.22 z^-2 + 1.54 z^-3 + 0.98 z^-4
```

```
Sample time: unspecified  
Discrete-time transfer function.  
Model Properties
```

```
% Verificați stabilitatea  
stability = isstable(H);  
  
% Afișați rezultatul  
if stability  
    disp('Sistemul este stabil.')  
else  
    disp('Sistemul este instabil.')  
end
```

Sistemul este instabil.