Archivos Directos Y Resolución de colisiones

75.06 Organización de Datos Curso 1

Este Archivo en el grupo se llama directos_clase1.pdf

Programa

Esta clase:

- Archivos Directos
- Resolución de Colisiones
- Hashing Perfecto

Próxima clase:

- Funciones de hashing
- Hashing extensible

Archivos Directos: Características

- Registros de longitud fija (*)
- Acceso Directo
- Cantidad máxima de registros fija (*)
- No hay ordenamiento (*)
- No hay acceso secuencial (*)
- Cada registro se identifica por una clave primaria

(*) El mundo esta lleno de excepciones

Implementación Base

Datos Administrativos		
R0		
R1		
R2		
R3		
R4		
R5	_	
R6		

Definiciones

- Espacio de claves (K):
 - Cantidad de registros a almacenar, a veces cantidad de claves posibles.
- Espacio de direcciones (N):
 - Capacidad, en registros, del archivo directo.
- Clave Primaria
 - Conjunto de datos (campos) que permite identificar univocamente a cada registro a almacenar.

Defniciones

- Datos estáticos:
 - Datos que no sufren modificaciones. Operaciones:
 Carga inicial, consulta.
- Datos dinámicos:
 - Datos que pueden sufrir modificaciones. Operaciones:
 Alta, Baja, Modificación, Consulta

Definiciones

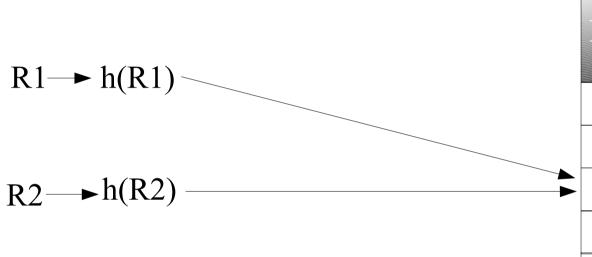
- Acceso directo:
 - Mecanismo de acceso que utiliza una función de hashing para determinar la ubicación de un registro en un archivo.
- Función de hashing:
 - Función que convierte la clave de un registro en su posición en el archivo directo.

Factor de Carga (Densidad de Carga)

• Simbolizado con el símbolo: λ

 λ = Registros Cargados / Registros libres

Sinónimos y Colisiones



Dos registros R1 y R2 tales que h(R1)=h(R2) son "sinónimos".

Cuando se da este caso se produce una "colisión".

Datos Administrativos
R0
R1
R2
R3
R4
R5
R6

Resolución de colisiones

- Existen varios métodos
 - Los métodos se pueden combinar entre si generando una amplia combinatoria de soluciones posibles.
 - Sin embargo algunas combinaciones no tienen sentido.

Direccionamiento Abierto

- En el archivo de datos no se hace distinción entre registros originales y sinónimos.
- Dicho de otra forma: No se encadenan los sinónimos.
- Cuando ocurre una colisión se prueban posiciones del archivo hasta encontrar una libre

$$h_i(r) = (hash(r) + f(i)) mod N con f(0) = 0$$

Direccionamiento Abierto

$$h_i(r) = (hash(r) + f(i)) mod N con f(0) = 0$$

f(i) define la estrategia para la resolución de colisiones:

- Lineal
- Cuadrático
- Doble Hashing

$$f(i) = 1 + i$$

1	
2	
3 4 5 6	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	

En cada registro debe existir como dato administrativo una marca que indique Libre, Borrado u Ocupado.

Borrado y Libre no son la misma cosa (¿por que?)

El número de registro, posición obviamente no forma parte del archivo.

• R1, h(R1) = 2

1	
2	R1 (1)
3	
4	
4 5 6	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	

- R1, h(R1) = 2
- R2, h(R2) = 3

1	
2	R1 (1)
3	R2 (1)
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	

- R1, h(R1) = 2
- R2, h(R2) = 3
- R3, h(R3) = 5

1	
2	R1 (1)
3	R2 (1)
4	
5	R3 (1)
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	

- R1, h(R1) = 2
- R2, h(R2) = 3
- R3, h(R3) = 5
- R4, h(R4) = 2

1	
2	R1 (1)
	R2 (1)
4	R4 (3)
5	R3 (1)
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	

- R1, h(R1) = 2
- R2, h(R2) = 3
- R3, h(R3) = 5
- R4, h(R4) = 2
- R5, h(R5) = 3

1	
2	R1 (1)
	R2 (1)
	R4 (3)
5	R3 (1)
6	R5 (4)
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	

Direccionamiento Abierto, Lineal: Operaciones

1	
2	R1 (1)
3	R2 (1)
	R4 (3)
5	R3 (1)
6	R5 (4)
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	

•Búsquedas

Buscar hasta encontrar el registro o bien uno libre (borrado=seguir)

•Altas

Buscar el registro, al encontrar uno libre insertar.

•Bajas

Buscar + Marcar

Modificaciones

Buscar + Modificar

Problemas: Clustering

• A medida que ocurren colisiones los sinónimos tienden a agruparse an áreas reducidas del archivo generando el fenómeno conocido como "clustering" o "aglomeramiento"

Accesos en promedio para una inserción (Búsqueda no exitosa)

$$Accesos = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\left(1 - \lambda \right)^2} \right)$$

Accesos en promedio para una búsqueda exitosa

$$Accesos = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{(1 - \lambda)} \right)$$

Direccionamiento Abierto, Cuadrático

• Tiene como objetivo reducir el fenómeno de clustering.

$$f(i)=i^2$$

• i=1,4,9,16,25...

Direccionamiento Abierto, Cuadrático

```
Ejemplo H(R1) = 3, H(R2) = 3

N = 7

A partir de 3 los registros a probar son:

3 + 1 \mod 7 = 4

3 + 4 \mod 7 = 0

3 + 9 \mod 7 = 5

3 + 16 \mod 7 = 5

3 + 25 \mod 7 = 0
```

Como puede verse no siempre se prueban todos los lugares libres del archivo, entonces, ¿podría darse que un registro no pueda insertarse aun con espacio disponible ?

Direccionamiento Abierto, Cuadrático Teorema:

Si N es primo y $\lambda < 0.5$

Entonces si existe algún lugar libre en el archivo el método lo encuentra. Es decir que se garantiza el éxito de la inserción.

Interludio Demostrativo

Demostración

Sea N el espacio de direcciones un número primo.

Queremos demostrar que las primeros N/2 resultados son distintos.

Sean i,j tales que $0 \le i,j \le N/2$

Para que haya 2 resultados iguales se debe dar que:

$$h+i^2 = h+j^2 \pmod{N}$$

$$h+i^2 = h+j^2 \pmod{N}$$

$$i^2 = j^2 \pmod{N}$$

$$i^2 - j^2 = 0 \pmod{N}$$

$$(i-j)(i+j) = 0 \pmod{N}$$

Entonces i-j o i+j son divisibles por N lo cual no puede darse pues N es un número primo.

Por lo tanto los primeros N/2 resultados son distintos y como hay a lo sumo N/2 registros en el archivo se garantiza el exito de la operación.

Direccionamiento Abierto, Cuadrático

- ¿Qué ocurre cuando $\lambda > 0.5$?
 - No se pueden garantizar las altas por lo tanto se debe "reorganizar" el archivo agregando espacio hasta que λ <0,5.
 - Al extender el archivo se lo debe extender a un nuevo número primo.

Direccionamiento Abierto, Cuadrático: Cantidad de accesos promedio

- No se ha analizado hasta el momento (!)
- En general se soluciona el problema de clustering pero se observa que los registros que son sinonimos produciran la misma serie de lugares a testear, esto se conoce como clustering secundario y si bien no es tan grave tambien representa un problema.
- Para eliminar este fenómeno el método mas popular se conoce como "doble hashing"

Direccionamiento Abierto, Doble hashing

• El desplazamiento para la búsqueda lineal esta dado por una segunda función de hashing.

$$f(i)=h2(r)$$

• De esta forma los sinónimos no necesariamente generan secuencias iguales de posiciones a probar.

Direccionamiento Abierto, Doble Hashing

- Si el espacio de direcciones es N la función de hashing produce un número entre 0 y N-1
- La segunda funcion de hashing debe producir un número entre 0 y M-1 con M relativamente primo con respecto de N (sin divisores comunes)
- De esta forma se garantiza que se recorren todos los registros libres del archivo.

Doble Hashing, Ejemplo

0	
1	
2	
2 3 4 5 6	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

Con N = 11 cualquier M < 11 sirve pues N es primo.

Direccionamiento Abierto, Doble Hashing.

• Ejemplo:

- -N = 13 (0..12)
- $-h2(x) = 1 + X \mod R$ (R primo menor que N)
- -R = 11
- (Cuando N y N-2 son primos son "primos mellizos")

Interludio: Primos mellizos

```
31 37 41 43 47 53 59 61 67
           89 97 101 103 107 109 113
127 131 137 139 149 151 157 163 167 173
179 181 191 193 197 199 211 223 227 229
233 239 241 251 257 263 269 271 277 281
283 293 307 311 313 317 331 337 347 349
353 359 367 373 379 383 389 397 401 409
419 421 431 433 439 443 449 457 461 463
467 479 487 491 499 503 509 521 523 541
547 557 563 569 571 577 587 593 599 601
607 613 617 619 631 641 643 647 653 659
661 673 677 683 691 701 709 719 727 733
739 743 751 757 761 769 773 787 797 809
811 821 823 827 829 839 853 857 859 863
877 881 883 887 907 911 919 929 937 941
947 953 967 971 977 983 991 997
```

El último par de primos mellizos corresponde al: 33218925 · 2^169690-1 (5190 dígitos)
Descubierto en 2002

Conjetura: Hay infinitos primos mellizos.

Direccionamiento Abierto, Doble Hashing

• Cantidad promedio de accesos para una búsqueda:

$$\frac{-\ln\left(1-\lambda\right)}{\lambda}$$

Direccionamiento Abierto, Area de Overflow Independiente

- Puede estar dentro o fuera del mismo archivo.
- Para manejarse dentro del área de overflow se utiliza alguna de las estrategias que vimos hasta ahora (lineal, cuadrático, doble hashing).

Direccionamiento Abierto con área de overflow independiente.

Ventajas

 Ausencia de sinónimos en el area de datos se garantiza entonces que para registros sin sinónimos la cantidad de accesos es 1

Desventajas

- Limitado de acuerdo al tamaño del area de overflow
- Los sinónimos están físicamente distantes de los registros de datos (solución: distribuir el área de overflow)

Direccionamiento abierto, con área de overflow distribuida.

 Cada "n" registros de datos se utilizan "m" registros de overflow

Direccionamiento abierto, con área de overflow distribuida.

• Ejemplo n=3, m=2

0	D0
1	D1
	D2
3	O1
4	O2
5	D3
6	D4
7	D5
	O3
9	O4
10	D6
11	D7
	D8
13	O5
14	O6

$$Datos(i) = (m+n) (i \text{ div } n) + (i \text{ mod } n)$$

Overflow(i) =
$$(m+n)$$
 (i div M) + n + (i mod M)

Direccionamiento Cerrado

- Consiste en encadenar los sinónimos entre si.
- Requiere el manejo de una estructura de lista dentro del archivo directo para manipular los sinónimos.
- Reduce la cantidad de accesos promedio que deben hacerse para una búsqueda.

R1=1

1	
•	0
-	1
-	2
-	3
•	4
-	5
-	6
-	7
-	8
•	9
•	10
-	2 3 4 5 6 7 8

R1=1 R2=2

0	-1	
1	-1	R1(1)
2	-1	R2(1)
3	-1	
4	-1	
5	-1	
6	-1	
7	-1	
8	-1	
9	-1	
10	-1	

R1=1 R2=2 R3=1

0	-1	
1	3	R1(1)
2		R2(1)
3	-1	R3(3)
4	-1	
5	-1	
6	-1	
7	-1	
8	-1	
9	-1	
10	-1	

R1=1 R2=2 R3=1 R4=1

R1=1	0	-1	
R2=2	1	3	R1(1)
R3=1	2	-1	R2(1)
R4=1	3	4	R3(3)
R5=3	4	-1	R4(3)
	5	-1	R5(1)
	6	-1	
	7	-1	
	8	-1	
	g	_1	

Observemos que antes de encadenar se debe verificar que los registros realmente sean sinónimos.

Las búsquedas iniciales degradan en un método lineal y solo se mejora el manejo de sinónimos.

Este método tiene mas sentido cuando los datos son estáticos aplicando "doble carga"

Operaciones

• Búsqueda:

- Buscar a partir de la posición hasta encontrar un registro libre (no borrado) o bien un sinónimo.

• Alta:

- Buscar a partir de la posición hasta encontrar un registro libre o un sinónimo. (Agregar o encadenar)
- Bajas y modificaciones:
 - Buscar + dar de baja o modificar

- En general cuando se usa direccionamiento cerrado si los datos son dinámicos se usa area de overflow independiente.
- Cantidad promedio de accesos para las búsquedas: $1 + \lambda/2$
 - Mejor que los métodos abiertos
 - Pero las operaciones de alta, baja y modificación son mas costosas

0	-1		R1
1	-1	R1(1)	
2	-1		
3 4	-1		
4	-1		
5	-1		
6	-1		
7	-1		
8	-1		
9	-1		
10	-1		
11			
12			
13			
14			
15			

0	-1		R1=
1	-1	R1(1)	R2=2
3	-1	R2(1)	
	-1		
4	-1		
5	-1		
6	-1		
7	-1		
8	-1		
9	-1		
10	-1		
11			
12			
13			
14			
15			
·			

0	-1		R1=1
1	11	R1(1)	R2=2
2	-1	R2(1)	R3=1
3	-1		
4	-1		
5	-1		
6	-1		
7	-1		
8	-1		
9	-1		
10	-1		
11	-1	R3(2)	
12	-1		
13	-1		
14	-1		
15	-1		
			_

0	-1	R1=1
1	11 R1(1) R2=2
2	-1 R2(1) R3=1
3	-1	R4=1
4	-1	
5	-1	
6	-1	
7	-1	
8	-1	
9	-1	
10	-1	
11	12 R3(2)
12	-1 R4(3))
13	-1	
14	-1	
15	-1	

0	-1	R1=1
1	11 R1(1)	R2=2
2	-1 R2(1)	R3=1
3	-1 R5(1)	R4=1
4	-1	R5=3
5	-1	
6	-1	
7	-1	
8	-1	
9	-1	
10	-1	
11	12 R3(2)	
12	-1R4(3)	
13	-1	
14	-1	
15	-1	

Búsqueda

- Buscar en la posición, si esta ocupada recorrer la cadena (deben ser sinónimos).

Altas

- Buscar en la posición, agregar o encadenar.
- Bajas y modificaciones
 - Buscar + dar de baja o modificar (al dar de baja actualizar la lista, eventualmente mover registros!)

- En cada "registro" del archivo directo no se guarda un registro de datos sino hasta "n" registros. El archivo esta entonces dividido en "buckets" de tamaño "n".
- Cada bucket puede contener unicamente registros que son sinónimos entre si.
- Se simplifica el manejo de sinónimos pero cuando el bucket se llena debe usarse alguno de los métodos que vimos hasta el momento.

R0=1

0		
1	R0	
2		
3		
4		
5		
6		

R0=1 R1=2

0		
1	R0	
	R1	
3		
4		
5		
6		

R0=1

R1=2

R2=1

	R2
R1	
	R0 R1

Λ		
U		
1	R0	R2
2	R1	
3	R3	
4		
5		
6		
	2 3 4 5	5

- •Puede usarse direccionamiento abierto o cerrado para R3 con area de overflow independiente o no aplicando los métodos vistos hasta ahora.
- •En cada bucket debe existir como dato administrativo la cantidad de registros ocupados en el Bucket.
- •Al dar de baja es necesario actualizar este dato y mover los registros de forma tal que si en un bucket hay "k" registros estos sean los primeros

Reorganización

- Consiste en la reconstrucción del archivo directo
 - Por muestreo (para datos estáticos)
 - Para mejorar el promedio de accesos (reducir λ)
 - Porque no se puede dar de alta
 - Porque λ es demasiado chico

Para toda clave ci

$$h(ci) = h(cj) \le i=j$$

- Es decir que no existen colisiones, por lo tanto no hace falta aplicar ningún método de resolución de colisiones.
- Encontrar una función de hashing perfecta es difícil, pero existen métodos para lograrlo.

- Objetivo:
 - Dado un conjunto de strings construir una función de hashinmg perfecta para los mismos
- Para N strings se debe elegir un número M>N
- Y se deben usar dos funciones de hashing que generen números entre 0 y M-1
- Se aplican ambas funciones a cada string y a partir de los resultados se construye un grafo

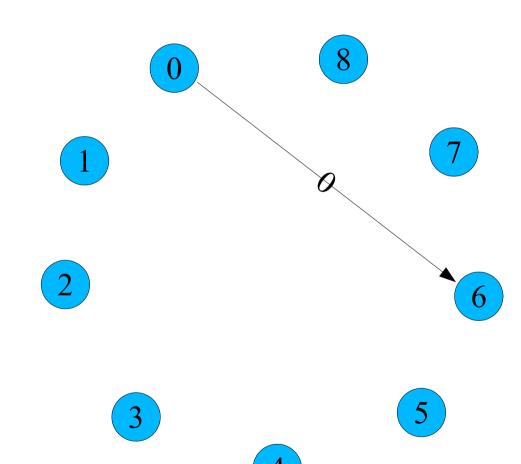
• Sea N=7, elegimos M=9 (M>7)

String	H1(s)	H2(s)
S0	0	6
S1	0	8
S2	1	2
S3	2	3
S4 S5	7	8
S5	4	5
S6	0	4

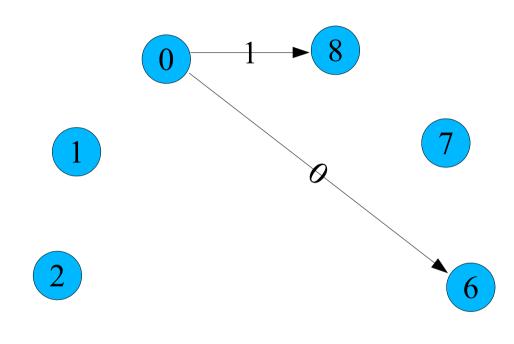
• El grafo se arma con M vértices y N aristas, cada arista esta dada por los valores de h1 y h2 para cada string.

String	H1(s)	H2(s)
S0	0	6
S1	0	8
S0 S1 S2	1	2
S3 S4 S5 S6	2	3
S4	7	8
S5	4	5
S6	0	4

String	H1(s)	H2(s)
S0	0	6
S1	0	8
S2	1	2
S3	2	3
S4	7	8
S3 S4 S5 S6	4	5
S6	0	4

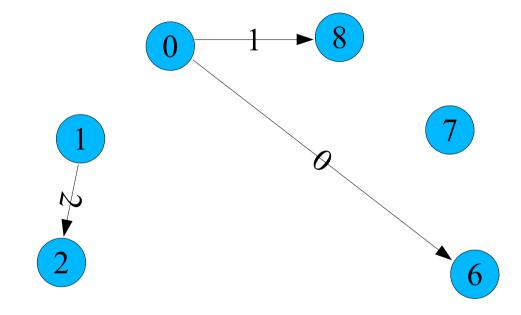


String	H1(s)	H2(s)
S0	0	6
S 1	0	8
S2	1	2
S3 S4	2	3
S4	7	8
S5 S6	4	5
S6	0	4



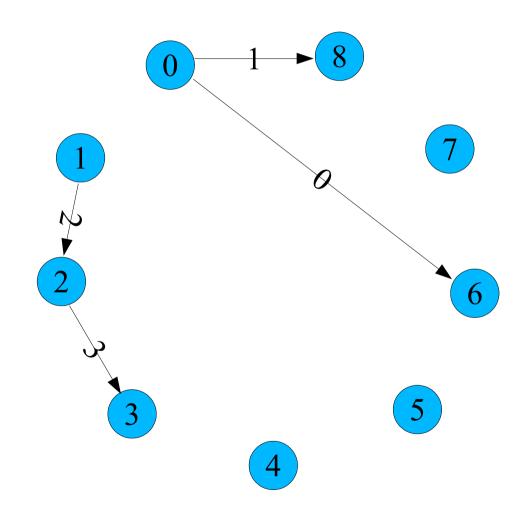


String	H1(s)	H2(s)
S0	0	6
S1	0	8
S2	1	2
S3 S4	2	3
S4	7	8
S5	4	5
S6	0	4

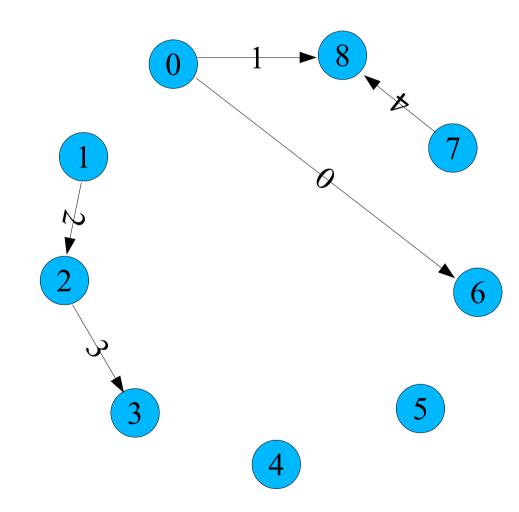




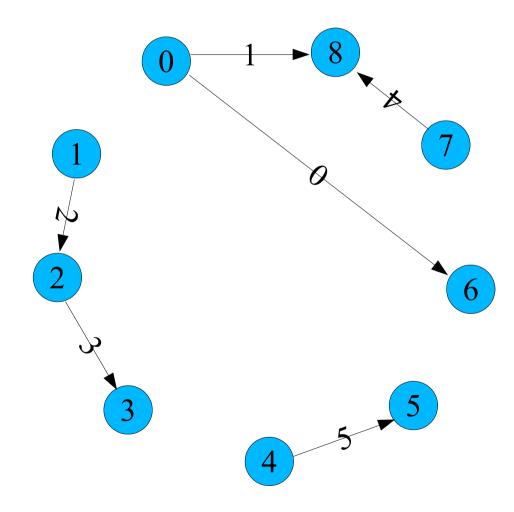
String	H1(s)	H2(s)
S0	0	6
S1	0	8
S0 S1 S2	1	2
S3	2	3
S4	7	8
S3 S4 S5 S6	4	5
S6	0	4



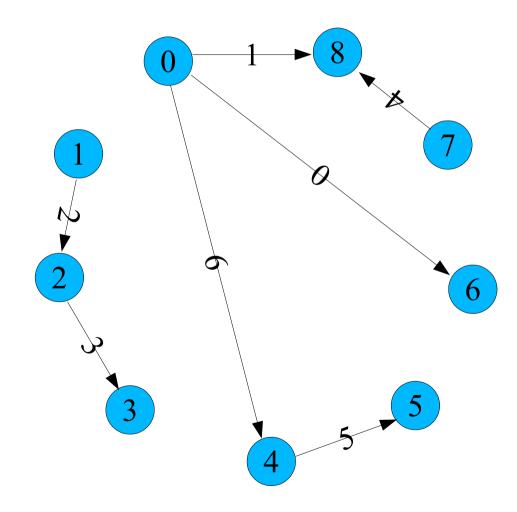
String	H1(s)	H2(s)
S0	0	6
S1	0	8
S2	1	2
S3	2	3
S4	7	8
S3 S4 S5 S6	4	5
S6	0	4



String	H1(s)	H2(s)
S0	0	6
S1	0	8
S2	1	2
S3	2	3
S4	7	8
S3 S4 S5 S6	4	5
S6	0	4

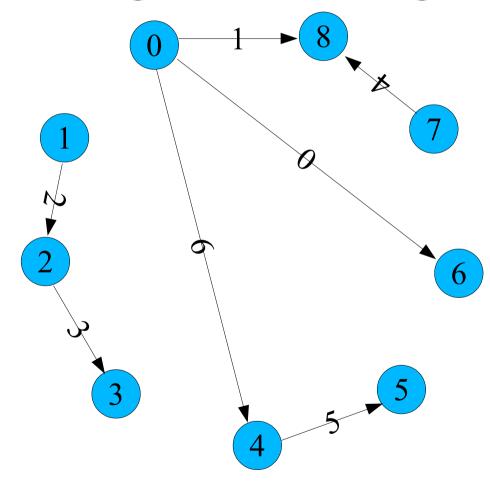


String	H1(s)	H2(s)
S0 S1	0	9
S1	0	8
S2	1	2
S3	2	3
S4	7	8
S2 S3 S4 S5 S6	4	5
S6	0	4



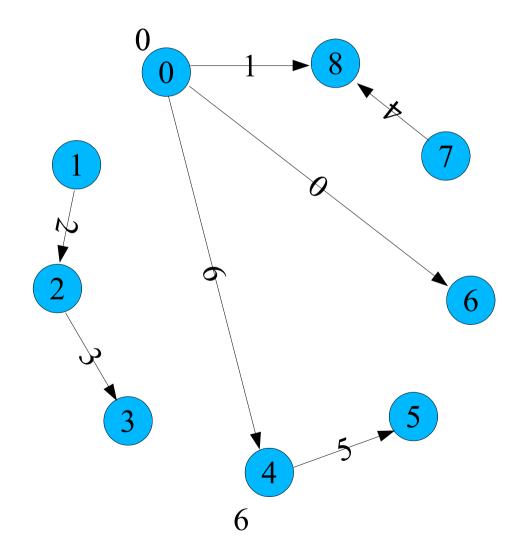
Hashing Perfecto Verificar que el grafo no tenga ciclos

String	H1(s)	H2(s)
S0	0	6
S1	0	8
S2	1	2
S3	2	3
S4	7	8
\$0 \$1 \$2 \$3 \$4 \$5 \$6	4	5
S6	0	4

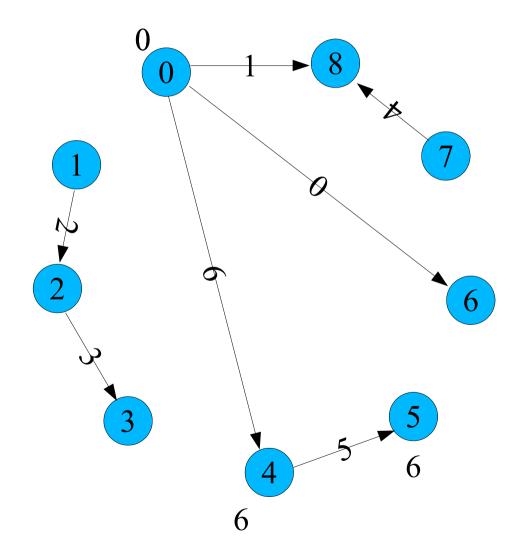


- Algoritmo para rotular los vértices
 - Mientras queden vértices sin rotular
 - Rotular un vértice cualquiera con 0 (podría ser cualquier otro número)
 - Rotular los vértices adyacentes con el valor de la arista menos el valor del vértice módulo N
 - Repetir recursivamente hasta que no haya mas vértices adyacentes a un vértice rotulado sin rotular

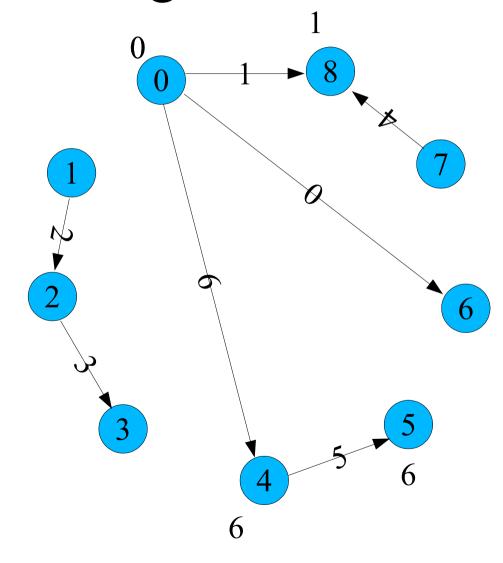
String	H1(s)	H2(s)
S0	0	6
S1	0	8
S2	1	2
S3	2	3
S4	7	8
S3 S4 S5 S6	4	5
S6	0	4



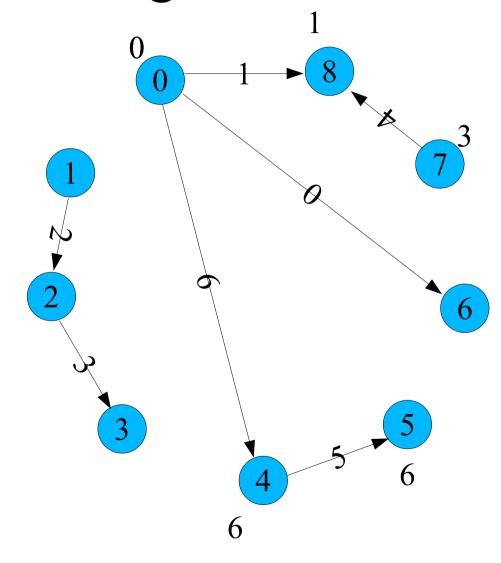
String	H1(s)	H2(s)
S0	0	6
S1	0	8
S2	1	2
S3	2	3
S4	7	8
S3 S4 S5 S6	4	5
S6	0	4



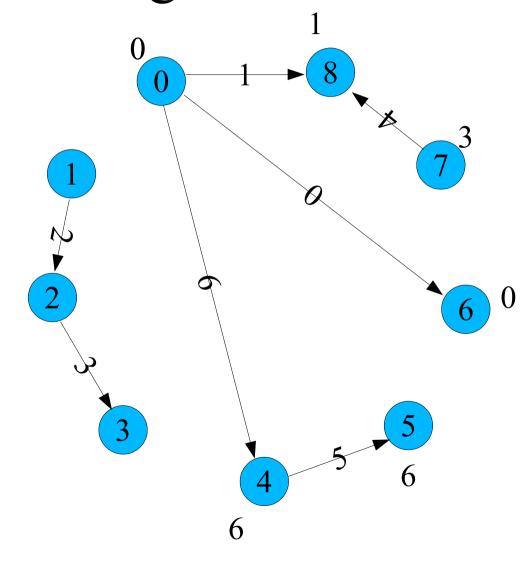
String	H1(s)	H2(s)
S0 S1	0	6
	0	8
S2	1	2
S3	2	3
S4	7	8
S2 S3 S4 S5 S6	4	5
S6	0	4



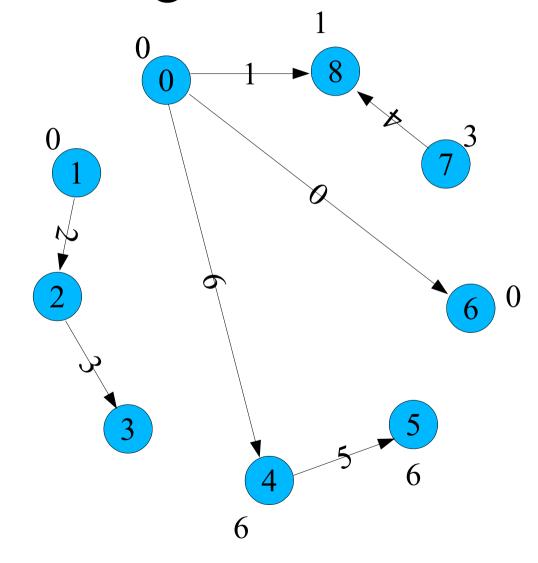
String	H1(s)	H2(s)
S0 S1	0	6
S1	0	8
S2	1	2
S3	2	3
S4	7	8
S3 S4 S5 S6	4	5
S6	0	4



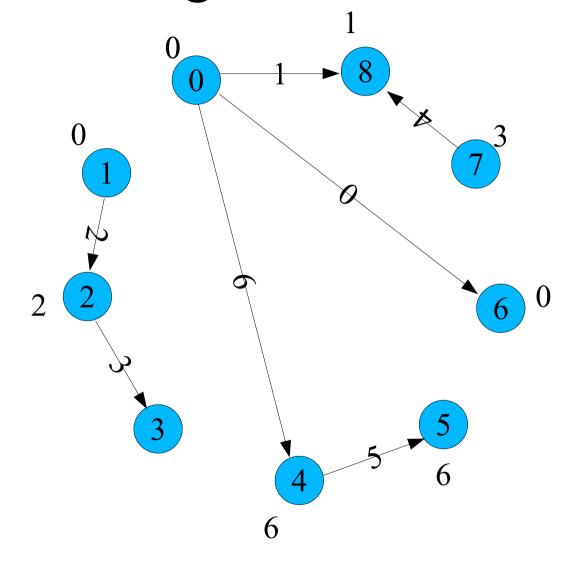
String	H1(s)	H2(s)
S0 S1	0	6
S1	0	8
S2	1	2
S3	2	3
S4	7	8
S2 S3 S4 S5 S6	4	5
S6	0	4



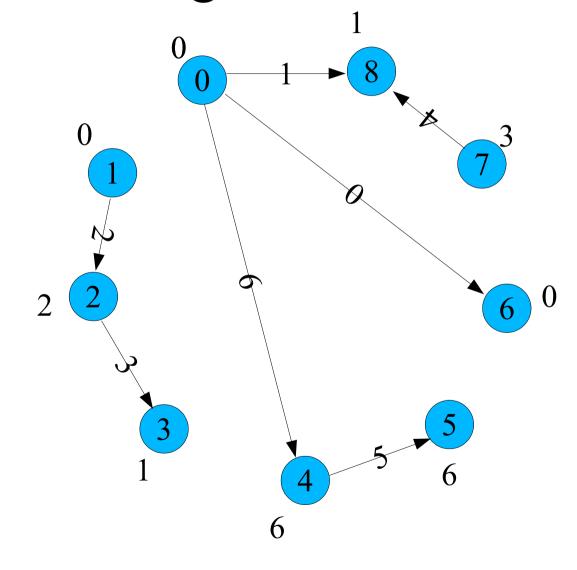
String	H1(s)	H2(s)
S0 S1	0	6
	0	8
S2	1	2
S3 S4	2	3
S4	7	8
S5 S6	4	5
S6	0	4



String	H1(s)	H2(s)
S0 S1	0	6
S1	0	8
S2	1	2
S3	2	3
S4	7	8
S3 S4 S5 S6	4	5
S6	0	4

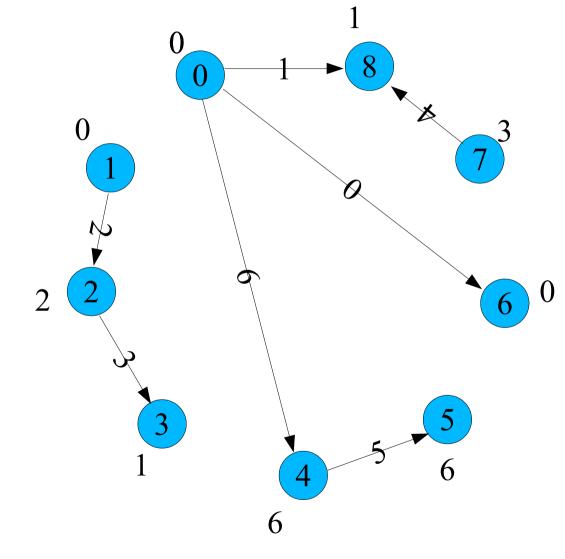


String	H1(s)	H2(s)
S0 S1	0	6
	0	8
S2	1	2
S3 S4	2	3
S4	7	8
S5 S6	4	5
S6	0	4



String	H1(s)	H2(s)
S0 S1	0	6
S1	0	8
S2	1	2
S3	2	3
S4	7	8 5
S2 S3 S4 S5 S6	4	5
S6	0	4

X	G(x)
0	0
1	0
2	2
3	1
4	6
5	6
6	0
7	3
8	1



X	G(x)
0	0
1	0
2	2
3	1
4	6
5	6
6	0
7	3
8	1

String	H1(s)	H2(s)	G(H1(s))	G(H2(s))	G1+G2
S0	0	6	0	0	0
S1	0	8	0	1	1
S2	1	2	0	2	2
S3	2	3	2	1	3
S4	7	8	3	1	4
S5	4	5	6	6	5
S6	0	4	0	6	6

- •La función "G" construida es almacenada junto con el archivo directo, en un header o en un archivo aparte.
- •A partir del string, h1, h2 y G se calcula la posición de cada string de forma perfecta, mínima y preservando el orden.

- Si el grafo tuviera ciclos se deben cambiar las funciones de hashing h1 y h2 y repetir.
- ¿Cuántos grafos se prueban en promedio? Depende del valor de M

$$\sqrt{\frac{M}{M-2N}}$$

- Funciones de hashing configurables
- Sea un vector random v[0]...v[k-1] (k elementos)
- Se calcula h(s) como:

$$(\sum S_i * V_i) mod N$$

• De esta forma variando el vector es posible variar la función tantas veces como se quiera

Hashing Perfecto: Gperf

gperf



Introduction | Get the Software

Introduction to gperf

GNU gperf is a perfect hash function generator. For a given list of strings, it produces a hash function and hash table, in form of C or C++ code, for looking up a value depending on the input string. The hash function is *perfect*, which means that the hash table has no collisions, and the hash table lookup needs a single string comparison only.

GNU gperf is highly customizable. There are options for generating C or C++ code, for emitting switch statements or nested if sinstead of a hash table, and for tuning the algorithm employed by gperf.

Online Manual is available at www.gnu.org/software/gperf/manual/

Downloading gperf

gperf can be found on in the subdirectory /gnu/gperf/ on your favorite GNU mirror. For other ways to obtain gperf, please read How to get GNU Software