Coloquio Matemática Discreta. Primera Fecha, 2do Cuatrimestre 2012.

12/12/2012

1. Definir isomorfismo para un par de álgebras de Boole.
   a. Demostrar que para todo x,y en B1, si x precede a y, entonces f(x) precede a f(y) en B2.
   b. Sean B1 el álgebra de los divisores positivos de 154 y el álgebra de partes de {1;2;3}. Y el isomorfismo definido por:
      f(2) = {3}          f(7) = {2}          f(11) = {1]

      i. Calcular f(1) y f(77).
      ii. Dar los átomos de B2.
2. a. Definir árbol.

   b. Demostrar que en un árbol |A| = |V| - 1.

   c. Probar que si G = (A, V) es árbol, el grafo G*, que se construye a partir de G, quitando un vértice de grado 1 de G y la correspondiente arista, entonces G* es árbol.

3. a. Demostrar que si, en un grafo conexo simple, existen dos caminos de longitud máxima, entonces comparten al menos 1 vértice.

   b. ¿Vale la propiedad para grafos no conexos?

   c. Demostrar que un grafo es conexo si y sólo si existe su árbol generador mínimo.

4. a. Demostrar que, siendo M la matriz de adyacencia, el elemento i,j de la matriz $M^n$ es igual a la cantidad de caminos de longitud n entre $V_i, V_j$.

   b. Demostrar que para un grafo simple de n vértices, entonces al menos dos de ellos deben tener el mismo grado.

5. Es:

a) Definir red de transporte, flujo en una red de transporte y su valor y corte en una red de transporte y su capacidad.
b) Definir flujo maximal y corte minimal en una red de transporte.
c) Probar que dados un flujo $F$ y un corte $C$ en una red de transporte entonces:

$$\text{valor}(F) \leq \text{capacidad}(C)$$

d) ¿Qué puede decirse sobre $F$ y $C$ si en el punto anterior se cumple la igualdad?