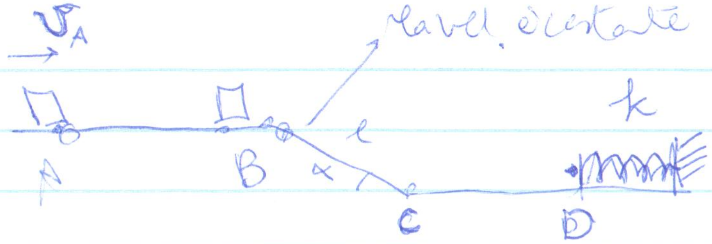
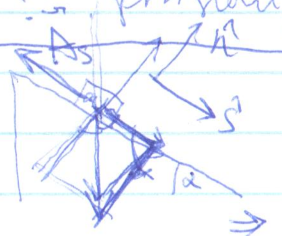
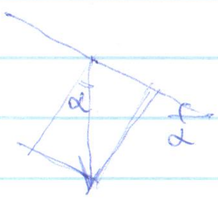


a ? v_B del corpo dopo l'urto
b ? μ_d in BC
c ? lavoro in BC fatto dall'attrito?
d ? massima compressione molle
e ? quota h_B quando torna
f ? posizioni di A, B finali

b) 

$\boxed{\text{la } a_s = 0}$



$\Rightarrow \quad A_s = mg \sin\alpha$

l'attrito è dinamico

$$A_s = \mu_d \cdot N = \mu_d \cdot mg\cos\alpha$$

ergo $\quad \mu_d = \dfrac{mg\sin\alpha}{mg\cos\alpha} = \tan\alpha$

c) la forza è costante.

$$\mathcal{L}^{\text{attr.}}_{BC} = -\ell \cdot mg\sin\alpha = -\ell \cdot A_s$$

(sono paralleli)

d) massima compressione della molla

L'energia cinetica in B è uguale a quella in C. Che è uguale a quella in A

Nel punto di massima compressione della molla, la velocità è nulla.

Dunque

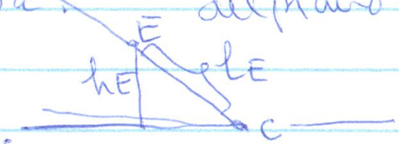
$$\mathcal{E}_{C_t} = \mathcal{E}_{\text{punto di massima compressione}}$$

$$\frac{1}{2} m v_A^2 = \frac{1}{2} k x^2$$

$$x = \sqrt{\frac{m}{k}}\, v_A$$

e) in C, quando il corpo è stato rimbalzato, la sua velocità è sempre v.

Chiamiamo E il punto dove si ferma ~~x~~ E la massa del piano inclinato



$\boxed{\mathcal{L}_{\text{attrito}} + \mathcal{E}_C = \mathcal{E}_E}$ $\boxed{\begin{array}{c}\text{Conservazione en. meccanica} \\ \times \text{ forze non-conservative}\end{array}}$

$\cancel{\frac{1}{2} m v_A^2 + \dots}$

$$-mg\sin\alpha \cdot \ell_E + \frac{1}{2} m v_A^2 = mg\, h_E$$

ma $h_E = l_E \sin\alpha$

$$2mgh_E = \frac{1}{2} m v_A^2$$

$$h_E = \frac{1}{4} \frac{v_A^2}{g}$$

f) il corpo resta fermo in "E"

dato che la sua velocità è nulla e che

$\mu_s \geq \mu_d$

(e che μ_d è, come sappiamo, $\neq 0$)

(perché $\alpha > 0$)

Nota su c). Un modo alternativo di calcolare il lavoro fatto dalla forza di attrito è

$$L_{peso_{(BC)}} + L_{attrito_{(BC)}} = \underbrace{\mathcal{E}_C^{cin.} - \mathcal{E}_B^{cin}}_{=0}$$

ergo

$$L_{attrito} = -L_{peso}$$

$$= -mg\underbrace{l\sin\alpha}_{\text{differenza di quote}}$$

Nota: una spiegazione più dettagliata della risposta a f):

Il corpo resta fermo ~~se~~ in E quando si ferma, finché la forza lungo $\hat{s}$ non sia (in modulo) $\leq \mu_s N$

cioè finché

$$mg\sin\alpha \leq \mu_s mg\cos\alpha$$

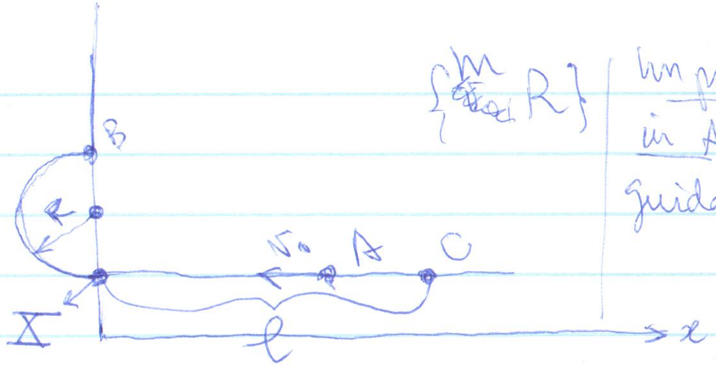
oppure, finché

$$\tan\alpha \leq \mu_s$$

insomma, finché

$$\mu_d \leq \mu_s$$

cosa che si verifica sempre. Dunque il corpo resta fermo in E.



$\{m, R\}$

Un punto lanciato in A raggiunge una guida circolare.

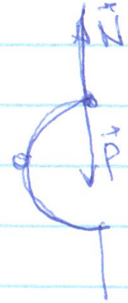
b) ? Velocità minima v_0 tale per cui il corpo raggiunge ~~per~~ il punto B

a) ? Velocità minima v_B^{min} con la quale il corpo giunge in B (senza staccarsi dalla guida)

c ? equazioni del moto del corpo quando lascia la guida in B

d ? quale dev'essere la ~~minima~~ velocità iniziale v_0 (in A) tale per cui il corpo raggiunge una buca in C a distanza ℓ dalla guida (in orizzontale).

a) in B le forze che agiscono sul corpo sono tutte verticali. Lungo $\uparrow \hat{j}$ è:



$$-P + N = \underbrace{-R\omega^2}_{= -v^2/R}$$

$$m\frac{v^2}{R} = P - N$$

la minima velocità (senza staccarsi dalla guida) è tale per cui $N = 0$:

$$v_B^{min} = \sqrt{\frac{RP}{m}} = \sqrt{gR}$$

b) Per raggiungere in B con v_B, ho bisogno di una velocità iniziale v_0 in A.

In quel caso:

$\mathcal{E}_B = \mathcal{E}_A$ (energia meccanica)

$$~~mg2R~~ \; 2Rmg + \frac{1}{2} m v_B^2 = \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$2Rg + \frac{1}{2} Rg = \frac{1}{2} ~~m~~ v_0^2$$

$$4Rg + Rg = v_0^2$$

$$\boxed{v_0 = \sqrt{5}\sqrt{Rg}}$$

c) voglio $\vec{r}(t)$ decomposto in $\hat{i}, \hat{j}$

$$x(t) = v_B t \qquad (*1)$$

$$y(t) = +2R - \frac{1}{2} g t^2 \qquad (*2)$$

ho scelto l'origine del sistema di coordinate nel punto "X".

d) prima mi chiedo quale velocità serve in B per raggiungere la buca nel punto $(\ell, 0)$.

Intanto so quando ci mette a toccare terra (dall'equazione $(*2)$, che non dipende da v_B):

$y(t^*) = 0$

$\Rightarrow \quad g t^{*2} = 4R \quad | \quad t^* = 2\sqrt{R/g}$

~~mi chiedo qual è la~~

Suppongo che la distanza orizzontale quando tocca terra, $x(t^*)$, sia ℓ

$x(t^*) = \ell \quad \Rightarrow$

$\ell = v_B t^*$

$\Rightarrow \quad v_B = \ell / t^* = \frac{\ell}{2}\sqrt{\frac{g}{R}}$

mo' posso usare la conservazione dell'energia meccanica per ~~sapere~~ ~~la~~ dedurre la velocità che deve avere in A, in modo tale da avere v_B in B:

$\mathcal{E}_A = \mathcal{E}_B \quad$ (vedi (b))

$2R\cancel{m}g + \frac{1}{2}\cancel{m}v_B^2 = \frac{1}{2}\cancel{m}v_A^2$

sostituisco questa

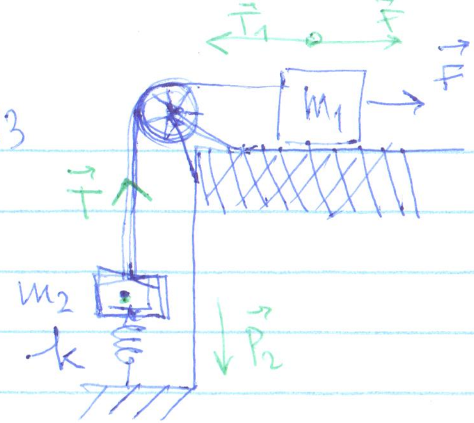
$2Rg + \frac{1}{8}\ell^2\frac{g}{R} = \frac{1}{2}v_A^2$

$$4Rg + \frac{1}{4} \ell^2 \frac{g}{R} = v_A^2$$

$$v_A = \sqrt{\frac{\ell^2}{4}\frac{g}{R} + 4Rg}$$

Esame Giugno 2013

$\longrightarrow \hat{\imath}$



? a) Δx della molla ?

Se la molla si sgancia

? b) calcolare la risultante su "1" durante il moto

? c) Calcolare il lavoro fatto da F in un intervallo Δt da quando si sgancia.

---

a) lungo $\hat{\imath}$:

$$F - m_2 g - \Delta x\, k = 0$$

$$\Delta x = \frac{F - m_2 g}{k}$$

---

b) mi calcolo la accelerazione di "1" (uguale in modulo a quella di "2");

$m_1 a = F - T$ lungo $\rightarrow \hat{i}$

$m_2 a = -m_2 g + T$ lungo $\uparrow \hat{j}$

$$a = \frac{F - m_2 g}{m_1 + m_2}$$

e $R_1 = m_1 a$

?c) in Δt mi sposto

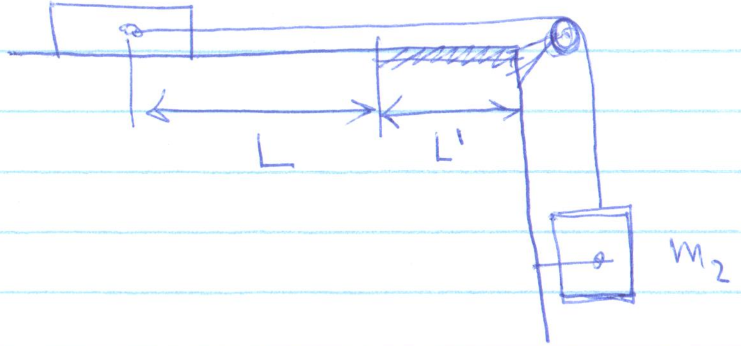
$\Delta x = \frac{1}{2} a (\Delta t)^2$ con $a =$

dunque il lavoro in Δt è

$\mathcal{L} = \frac{1}{2} F \cdot a \, \Delta t^2$ con $a =$

Esonero del 17 novembre 2014

$m_1 = 3 m_2$



a?) velocità alla fine del tratto lungo L?

b? Coefficiente μ_d nel tratto lungo L'?
(il corpo si muove con v. cte in quel tratto)

c? Variazione di en. meccanica nell'intero sistema nell'intero tratto L+L'.

a) prima mi calcolo la accelerazione $\boxed{a_1 = a_2 = a}$

$m_1 a = T$

$m_2 a = m_2 g - T$

$a(m_1 + m_2) = m_2 g$

$$a = \frac{m_2 g}{m_1 + m_2} = g/4$$

ho la distanza percorsa e la accelerazione, mi calcolo il tempo che impiega "1"

$$x(t) = \frac{1}{2} a t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2x(t)}{a}}$$

La velocità è:

$$v(t) = at$$

sostituisco qua:

$$v(t) = \sqrt{2a\,x(t)} = \sqrt{2aL} = \sqrt{\frac{Lg}{2}}$$

?b)

$$\cancel{m_1} a = T - A$$

$$\cancel{m_2} a = m_2 g - T$$

$$\boxed{A = m_2 g}$$

ma $A = \mu_s m_1 g$ (attrito dinamico)

$$\Rightarrow \mu_s = \frac{m_2}{m_1}$$

nota su a):

questo ~~stesso~~ risultato torna pure applicando la conservazione dell'energia meccanica nel primo tratto:

$$-m_2 g L + \frac{1}{2}(m_1 + m_2) v^2 = 0$$

$$v = \sqrt{\frac{2 m_2 g L}{m_1 + m_2}} = \sqrt{\frac{gL}{2}}$$

?c) posso calcolare la variazione di en mecc.

$$\Delta E = \Delta K + \Delta U = L_{att.}$$

come

$$L_{att} = -\mu m_1 g L'$$

$$= -m_2 g L', \text{ a proposito}$$

Oppure ~~conoscere~~ come: la ΔE nel tratto lungo L' (l'unico con attrito).
Dato che la v è costante, ottengo identico risultato.