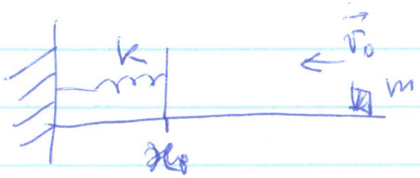
problema 7.5



a) $v(x)$ durante l'interazione massa-molla?

b) massima compressione della molla?

c) velocità finale del corpo

---

a) conservazione dell'energia meccanica:

$$\frac{1}{2}(x-x_0)^2 k + \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$v = \sqrt{v_0^2 - (\delta x)^2 \frac{k}{m}}$$

$$\delta x = x - x_0$$

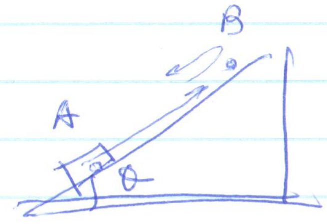
b) questo ↗ con $v=0$

$$(\delta x)_{max} = \sqrt{\frac{m}{k}}\, v_0$$

c) $v_f = v_0$ $\qquad \vec{v}_f = -\vec{v}_0$

---

problema 7.10



$\{m, \mu_d, \mu_s, \theta, v_0\}$

a) con quale velocità il corpo ripassa da A quando scende?

b) quanta energia è stata dissipata dall'attrito?

---

a) per sapere la velocità con la quale ri-passa per A, mi serve la altezza che raggiunge, $\underline{h}$ o, equivalentemente, la distanza percorsa lungo il piano, $\underline{s}$

l'energia meccanica tra A e B:

$$\mathcal{E}_B - \mathcal{E}_A = \mathcal{L}_{att.}^{A\to B}$$

$$mgh - \frac{1}{2}mv_0^2 = -s\,\mu_d N$$

ove N è il modulo della forza normale.

ma facendo:

$$h = s \cdot \sin\theta$$

$$N = mg\cos\theta$$

ottengo:

$$s = \frac{v_0^2}{2g(\sin\theta + \mu_d\cos\theta)}$$

Adesso applico:

$$\mathcal{E}_A - \mathcal{E}_B = \mathcal{L}_{att.}^{B\to A}$$

mi viene

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v_f^2 - \cancel{m}gs\sin\theta = -s\cdot\mu_d\,\cancel{m}g\cos\theta$$

sostituisco s:

$$v_f^2 = 2s\,g(\sin\theta - \mu_d\cos\theta)$$

$$= v_0^2\,\frac{\sin\theta - \mu_d\cos\theta}{\sin\theta + \mu_d\cos\theta} \leq v_0^2$$

---

b) l'energia dissipata è

$$= \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_0^2) = \frac{m v_0^2}{\sin\theta + \mu_d\cos\theta}(-2\mu_d\cos\theta)$$

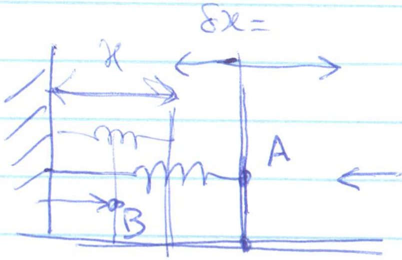
$$= -2mgs\,\mu_d\cos\theta$$

come si vede anche facendo

$$\mathcal{L}_{att}^{A\to B\to A} = -2\,\underbrace{mg\,\mu_d\cos\theta}_{N}\cdot s$$

in due volte (su e giù).

problema 7.11. $F_{el} = -k(x - x_0)$



$\{\mu_d, m, v_0, k\}$

a) $v(x)$ durante l'interazione massa-molla?

$$\frac{1}{2}k(\delta x)^2 + \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = +\boxed{\mu_d \delta x \, mg}$$

$$\cancel{\frac{1}{2}} \cancel{m} v^2 = \cancel{\frac{1}{2}} \cancel{m} v_0^2 - \cancel{\frac{1}{2}} \frac{k}{m}(\delta x)^2 + 2\mu_d \, \delta x \, \cancel{m} g$$

$$v = \sqrt{v_0^2 - \frac{k}{m}(\delta x)^2 + 2\mu_d \delta x g}$$

$\boxed{\text{nota!}}$ la forza di attrito è questo il lavoro fatto da

che è negativo quando la molla si comprime, $\delta x < 0$

b) qual è la compressione massima?

metto $v = 0$

chiamo $x \equiv \delta x$ (origine del sistema di riferimento nella posizione di riposo della molla).

$$\boxed{\frac{1}{2} m v_0^2} + \boxed{\mu_d x g} \boxed{-\frac{1}{2}\frac{k}{m}} x^2 = 0$$

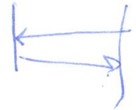
$$x^2 - \frac{2m\mu_d g}{k} x - \frac{m}{k} v_0^2 = 0$$

Scelgo la soluzione ~~positiva~~ negativa:

$$\boxed{x_{max} = \frac{m\mu_d g}{k} - \sqrt{\left(\frac{\mu_d g}{k} m\right)^2 + \frac{m}{k} v_0^2}}$$

ottengo quello che mi aspetto per $\mu_d = 0$

c) qual'è la v^{finale} ?

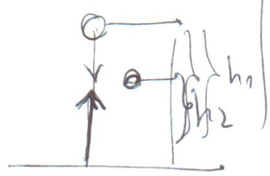


$$E_{fin} - E_{in} = K_{fin} - K_{in} = L^{att}_{A \to B} + L^{att}_{B \to A}$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}(v_f^2 - v_0^2) = -2|x_{max}| \cdot \cancel{m} g \mu_d$$

$$v_f = \sqrt{v_0^2 - 4 g \mu_d |x_{max}|}$$

1 $\boxed{7.7}$



$m = 0{,}25\ kg$
$h_1 = 1{,}5\ m$
$h_2 = 0{,}8\ m$

a) ? v prima di colpire terra?

b) ? v dopo aver colpito terra?

c) ? Lavoro fatto dalle forze non conservative.

---

a) $$h_1 = \frac{1}{2} g t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2h_1}{g}}$$

$$v_f = + g t = g\sqrt{2h_1/g} = \sqrt{2 h_1 g} =$$

$$= 5{,}44\ ms^{-1}$$

---

b)

il moto dopo l'urto:

in direzione $\uparrow \hat{j}$

$v = v_0 - g t \rightarrow$ dopo t' si ferma: $\boxed{v_0/g = t'}$

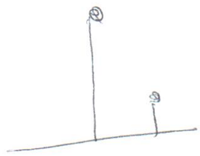
~~Ca~~ $\cancel{h_2 = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2}$

Ca $h_2 = v_0 t' - \frac{1}{2} g t'^2$

ergo

$$v_0 t' = h_2 + \frac{1}{2} g t'^2$$

$$v_0 = \frac{h_2}{t'} + \frac{1}{2} g t' =$$



$$v_0 = \frac{h_2}{v_0} g + \frac{1}{2} v_0$$

$$\frac{1}{2} v_0 = \frac{h_2}{v_0} g$$

$$v_0 = \sqrt{2 h_2 g} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}8}\ m\,s^{-1} \approx 3{,}95\ m\,s^{-1}$$

c)

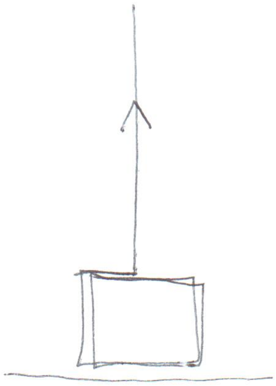
$$\mathcal{L} = \Delta K = \frac{1}{2} m \left(v_{dopo}^2 - v_{prima}^2\right)$$

$$= \frac{1}{2} m \cdot (2 h_2 g - 2 h_1 g) = \boxed{mg(h_2 - h_1)}$$

$$= -(0{,}25 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}7)\ N \cdot m = -1{,}715\ N \cdot m$$

Si osservi che $\mathcal{L}$ è (anche) la differenza di energia meccanica

6.9



$\{m, l, a\}$

1) T?

2) v_{finale}?

3) lavoro fatto da tutte le forze?

$m = 100\,kg$
$l = 10\,m$
$a = 0'2 \cdot g$

1) $T - mg = am$

$T = m(g+a) = 1'2 \cdot mg = 1176\,N$

2) $v_f = \cancel{x} + at' = a\sqrt{\frac{2l}{a}} = \sqrt{2la} =$

$x = \frac{1}{2}at^2$

$l = \frac{1}{2}at'^2 \quad \boxed{\sqrt{\frac{2l}{a}} = t'}$

$= \sqrt{2 \cdot l \cdot 0'2g}\ \frac{m}{s}$

$= \sqrt{0'4\,lg}\ \frac{m}{s}$

$= \sqrt{0'4 \cdot 9'8 \cdot 10}\ \frac{m}{s}$

$= \sqrt{4 \cdot 9'8}\ \frac{m}{s} = 2\sqrt{9'8}\ \frac{m}{s}$

$= 6'26\ \frac{m}{s} \rightarrow v_{finale}$

3) $L = E_{finale} + V_{finale}$

$= \frac{1}{2}mv_f^2 + \cancel{\frac{1}{2}}\,mgl = \frac{1}{2}m(0'4lg) + mgl$

$= \cancel{0'5 \cdot 400 \cdot 0'4} \cdot 9'8 \cdot \cancel{10}\ N \cdot m + 100 \cdot 9'8 \cdot 10\ N \cdot m$

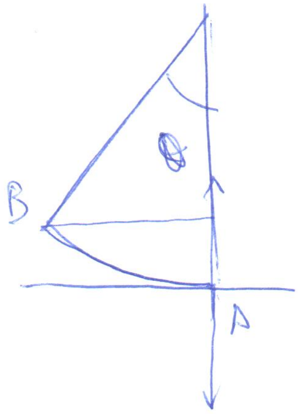
Fatto dalla corda:

$$\mathcal{L}_c = l \cdot T = 1'176 \cdot 10^4 \, N.m$$

Fatto dal peso

$$\mathcal{L}_p = -gm \cdot l = -9'8 \, 10^3 \, N.m$$

es. $\boxed{7.5}$



$\{m, \ell, \theta\}$

$h = (1-\cos\theta)\,\ell$

in A:

$\frac{1}{2} \cancel{m} v_A^2 = \cancel{m} g (1-\cos\theta)\,\ell$

a) $v_A = \sqrt{2g\ell(1-\cos\theta)}$

b) la tensione in A è:

$-T + mg = -\frac{v^2}{\ell} m$

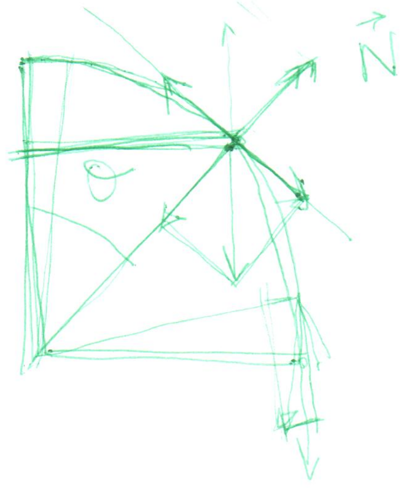
$T = mg + \frac{v^2}{\ell} m = mg + 2g(1-\cos\theta)\, m$

$= mg(1 + 2 - 2\cos\theta)$

$= mg(3 - 2\cos\theta)$

1

es. 7.20



$\hat{s}$:

$m a_c = P_c + N$

$m a_s = P_s$

quando la reazione vincolare è nulla

~~maggiore minore dell'acc~~ acceleratione centripeta
velocità vinta

a_c

lui si stacca

$\cancel{mg} \cos\theta = \cancel{m a_c} - m\dot{\theta}^2$

$= \cancel{m} \frac{v^2}{R}$

$P_N + N = m \frac{v^2}{R}$

$mg\cos\theta + N = \frac{mv^2}{R}$

quando $N = 0$

$\cancel{g\cos}$ $\boxed{gR\cos\theta = v^2}$ *

questa avviene (cons energia)

$\frac{1}{2}mv^2 + mgR\cos\theta = mgR$ } per ogni θ so la v

$$\cancel{\frac{1}{2} v^2 + g R \cos\theta}$$

$$\frac{1}{2} v^2 = 2 g R (1 - \cos\theta)$$

$$\cancel{g R \cos\theta}$$

adesso sostituisco nell'eq. di $N = 0$

$$g R \cos\theta = \cancel{2} 2 g R (1 - \cos\theta)$$

$$\cos\theta = 2 - 2\cos\theta$$

$$\boxed{\cos\theta = \frac{2}{3}} \qquad \theta = \frac{2\pi}{3}$$