

**Télécom Physique Strasbourg**  
**Université de Strasbourg**

---

# **Robotique mobile**

---

**Bernard BAYLE**

Ce document évolue grâce à votre concours.  
Pour l'améliorer, communiquez moi vos remarques ou corrections par mail :

[bernard.bayle@unistra.fr](mailto:bernard.bayle@unistra.fr)

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	Présentation des robots mobiles . . . . .	1
1.2	Problèmes en robotique mobile . . . . .	2
1.3	Objectifs du cours . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Modélisation</b>	<b>5</b>
2.1	Définitions . . . . .	5
2.2	Roulement sans glissement et contraintes non holonômes . . . . .	6
2.2.1	Roulement sans glissement . . . . .	6
2.2.2	Contraintes non holonômes . . . . .	7
2.3	Les grandes classes de robots mobiles et leurs modèles . . . . .	9
2.3.1	Disposition des roues et centre instantané de rotation . . . . .	9
2.3.2	Robots mobiles de type unicycle . . . . .	9
2.3.3	Robots mobiles omnidirectionnels . . . . .	17
2.4	Propriétés du modèle cinématique d'un robot . . . . .	19
2.4.1	Représentation d'état . . . . .	19
2.4.2	Commandabilité des robots mobiles à roues . . . . .	19
<b>3</b>	<b>Perception</b>	<b>21</b>
3.1	Capteurs en robotique mobile . . . . .	21
3.1.1	Mesure de la rotation des roues . . . . .	22
3.1.2	Mesure d'orientation et de position . . . . .	22
3.1.3	Mesure de proximité et de distance . . . . .	25
3.1.4	Vision par ordinateur . . . . .	30
3.2	Localisation . . . . .	31
3.2.1	Odométrie . . . . .	31
3.2.2	Télémétrie . . . . .	32
3.2.3	Localisation multicapteur . . . . .	36
3.3	Construction de carte . . . . .	42
3.3.1	Cartes géométriques . . . . .	42
3.3.2	Cartes topologiques . . . . .	43
3.4	Localisation et cartographie simultanées (SLAM) . . . . .	43

<b>4</b>	<b>Navigation</b>	<b>45</b>
4.1	Problématiques et approches . . . . .	45
4.2	Planification de chemin . . . . .	46
4.2.1	Généralités . . . . .	46
4.2.2	Espace des configurations . . . . .	47
4.2.3	Décomposition en cellules . . . . .	47
4.2.4	Méthode du potentiel . . . . .	48
4.2.5	Roadmaps . . . . .	51
4.3	Execution du mouvement . . . . .	55
4.3.1	Les différents problèmes . . . . .	55
4.3.2	Suivi de chemin . . . . .	57
4.3.3	Stabilisation de mouvement . . . . .	61
	<b>Index</b>	<b>65</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>70</b>

# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 Présentation des robots mobiles

De manière générale, on regroupe sous l'appellation *robots mobiles* l'ensemble des robots à base mobile, par opposition notamment aux robots manipulateurs. L'usage veut néanmoins que l'on désigne le plus souvent par ce terme les robots mobiles à roues. Les autres robots mobiles sont en effet le plus souvent désignés par leur type de locomotion, qu'ils soient marcheurs, sous-marins ou aériens.

On peut estimer que les robots mobiles à roues constituent le gros des robots mobiles. Historiquement, leur étude est venue assez tôt, suivant celle des robots manipulateurs, au milieu des années 70. Leur faible complexité en a fait de bons premiers sujets d'étude pour les roboticiens intéressés par les systèmes autonomes. Cependant, malgré leur simplicité apparente (mécanismes plans, à actionneurs linéaires), ces systèmes ont soulevé un grand nombre de problèmes difficiles. Nombre de ceux-ci ne sont d'ailleurs toujours pas résolus. Ainsi, alors que les robots manipulateurs se sont aujourd'hui généralisés dans l'industrie, rares sont les applications industrielles qui utilisent des robots mobiles. Si l'on a vu depuis peu apparaître quelques produits manufacturiers (chariots guidés) ou grand public (aspirateur), l'industrialisation de ces systèmes bute sur divers problèmes délicats. Ceux-ci viennent essentiellement du fait que, contrairement aux robots manipulateurs prévus pour travailler exclusivement dans des espaces connus et de manière répétitive, les robots mobiles sont destinés à évoluer de manière autonome dans des environnements peu ou pas *structurés*<sup>1</sup>.

Néanmoins, l'intérêt indéniable de la robotique mobile est d'avoir permis d'augmenter considérablement nos connaissances sur la *localisation* et la *navigation* de systèmes autonomes. La gamme des problèmes potentiellement soulevés par le plus simple des robots mobiles à roues en fait un sujet d'étude à part entière et forme une excellente base pour l'étude de systèmes mobiles plus complexes.

Dans ce cours, on se limitera volontairement à une présentation des robots mobiles à roues et des problèmes associés à leur déplacement autonome. Le lecteur curieux d'en savoir plus sur la danse du bipède ou la localisation des ROVs se tournera vers des publications de recherche. Avant de passer définitivement à notre étude, on pourra néanmoins jeter un oeil curieux (figure 1.1) aux robots mobiles qui se moquent définitivement de ce que le sol soit plat ou non. On notera à cette occasion que tout engin mobile autonome

---

1. Environnement structuré : terminologie consacrée habituelle pour dire que l'on connaît la géométrie de l'environnement dans lequel évolue le robot.

peut se voir affublé du qualificatif de robot par les roboticiens, qu'il marche, rampe, vole ou nage.

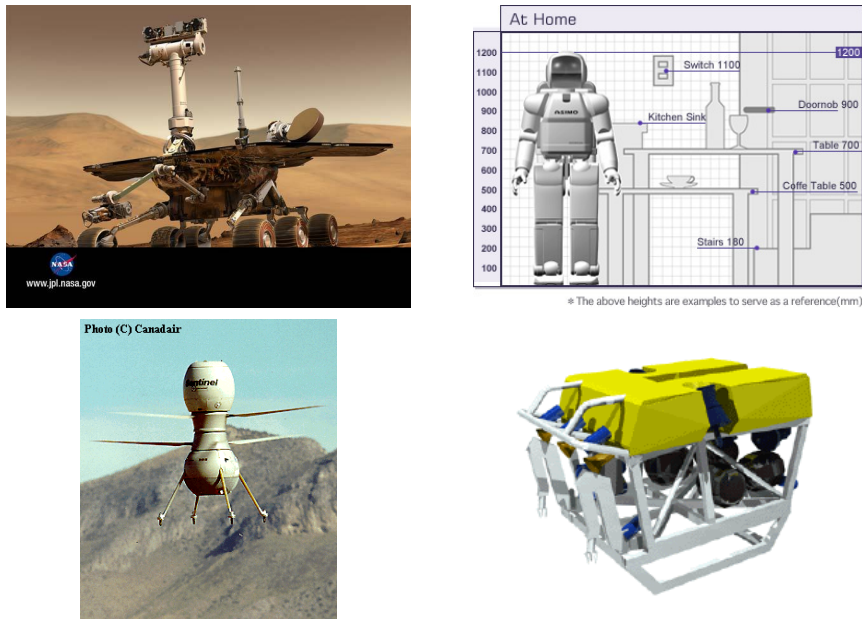


FIGURE 1.1 – Les robots mobiles que vous ne verrez pas ici

## 1.2 Problèmes en robotique mobile

On distingue sans trop d'ambiguïté un certain nombre de problèmes en robotique mobile.

Bien évidemment, l'aspect matériel, qui consiste à choisir et dimensionner aussi bien la structure mécanique du système que sa motorisation, son alimentation et l'architecture informatique de son système de contrôle-commande apparaît comme le premier point à traiter. Le choix de la structure est souvent effectué parmi un panel de solutions connues et pour lesquelles on a déjà résolu les problèmes de modélisation, planification et commande. Le choix des actionneurs et de leur alimentation est généralement assez traditionnel. La plupart des robots mobiles sont ainsi actionnés par des moteurs électriques à courant continu avec ou sans collecteur, alimentés par des convertisseurs de puissance fonctionnant sur batterie. De la même façon, les architectures de contrôle-commande des robots mobiles ne sont pas différentes de celles des systèmes automatiques ou robotiques plus classiques. On y distingue cependant, dans le cas général, deux niveaux de spécialisation, propres aux systèmes autonomes : une couche décisionnelle, qui a en charge la planification et la gestion (séquentielle, temporelle) des événements et une couche fonctionnelle, chargée de la génération en temps réel des commandes des actionneurs. Bien évidemment, l'architecture du robot dépend fortement de l'offre et des choix technologiques du moment. Pour plus de renseignements sur la technologie des robots mobiles, on pourra avec profit examiner l'ouvrage de Jones, Flynn et Seiger [Jones 99], qui est à la fois un manuel élémentaire de robotique et un guide pratique de l'apprenti bricoleur.

Même si le novice en robotique croit parfois que tout l'Art de la discipline consiste à fabriquer le robot le plus beau et le plus rapide, force est de constater que cette étape, certes nécessaire, n'est pas au centre des préoccupations de la robotique mobile. Les problèmes spécifiques à la robotique mobile n'apparaissent finalement que lorsque l'on dispose d'une structure mobile dont on sait actionner les roues. Tous les efforts du roboticien vont alors consister à mettre en place les outils permettant de faire évoluer le robot dans son environnement de manière satisfaisante, qu'il s'agisse de suivre un chemin connu ou au contraire d'aller d'un point à un autre en réagissant à une modification de l'environnement ou à la présence d'un obstacle.

## **1.3 Objectifs du cours**

Ce document a pour objectif d'éclairer le lecteur sur les problèmes liés à la modélisation, la perception et la navigation des robots mobiles. Chaque partie est traitée de façon à donner une vue d'ensemble des problématiques et de l'état de l'Art. A chaque étape, une proposition de lecture d'articles de recherche est faite. Ceux-ci seront pour la plupart commentés en cours par les étudiants, l'évaluation se basant sur ce travail de compréhension et de présentation, effectué par binôme.

Une bibliographie conséquente permettra au lecteur curieux d'approfondir l'un ou l'autre des sujets présentés.





# Chapitre 2

## Modélisation

### 2.1 Définitions

On note  $\mathcal{R} = (O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  un repère fixe quelconque, dont l'axe  $\vec{z}$  est vertical et  $\mathcal{R}' = (O', \vec{x}', \vec{y}', \vec{z}')$  un repère mobile lié au robot. On choisit généralement pour  $O'$  un point remarquable de la plate-forme, typiquement le centre de l'axe des roues motrices s'il existe, comme illustré à la figure 2.1.

Par analogie avec la manipulation, on appelle *situation* [Fourquet 99] ou souvent *posture* [Campion 96] *du robot* le vecteur :

$$\xi = \begin{pmatrix} x \\ y \\ \theta \end{pmatrix},$$

où  $x$  et  $y$  sont respectivement l'abscisse et l'ordonnée du point  $O'$  dans  $\mathcal{R}$  et  $\theta$  l'angle  $(\vec{x}, \vec{x}')$ . La situation du robot est donc définie sur un espace  $\mathcal{M}$  de dimension  $m = 3$ , comparable à l'*espace opérationnel* d'un manipulateur plan.

La *configuration* [Neimark 72] d'un système mécanique est connue quand la position de tous ses points dans un repère donné est connue. Alors que pour un bras manipulateur cette notion est définie sans ambiguïté par les positions angulaires des différentes articulations, on peut, dans le cas d'un robot mobile, donner une vision plus ou moins fine de la configuration, comme on le verra par la suite. Dans tous les cas, on définira la configuration du robot mobile par un vecteur :

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{pmatrix}$$

de  $n$  coordonnées appelées *coordonnées généralisées*. La configuration est ainsi définie sur un espace  $\mathcal{N}$  de dimension  $n$ , appelée l'*espace des configurations*.

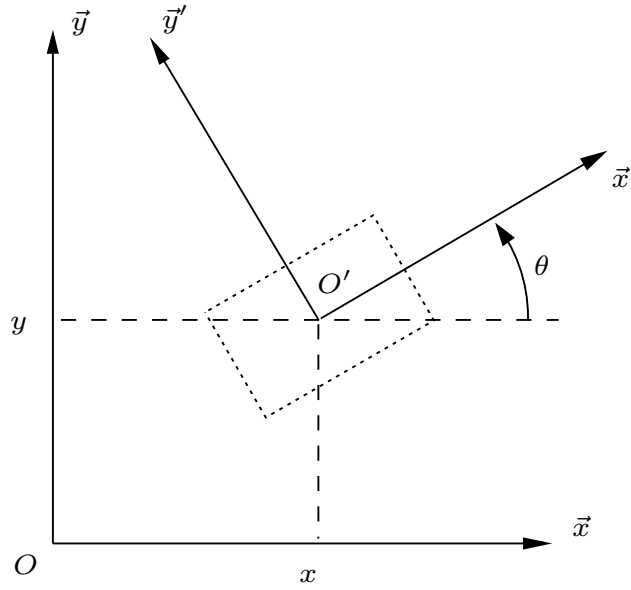


FIGURE 2.1 – Repérage d'un robot mobile

## 2.2 Roulement sans glissement et contraintes non holonômes

### 2.2.1 Roulement sans glissement

La locomotion à l'aide de roues exploite la friction au contact entre roue et sol. Pour cela, la nature du contact (régularité, matériaux en contact) a une forte influence sur les propriétés du mouvement relatif de la roue par rapport au sol. Dans de bonnes conditions, il y a *roulement sans glissement* (r.s.g.) de la roue sur le sol, c'est-à-dire que la vitesse relative de la roue par rapport au sol au point de contact est nulle. Théoriquement, pour vérifier cette condition, il faut réunir les hypothèses suivantes :

- le contact entre la roue et le sol est ponctuel ;
- les roues sont indéformables, de rayon  $r$ .

En pratique le contact se fait sur une surface, ce qui engendre bien évidemment de légers glissements. De même, alors qu'il est raisonnable de dire que des roues pleines sont indéformables, cette hypothèse est largement fautive avec des roues équipées de pneus. Malgré cela, *on supposera toujours qu'il y a r.s.g. et, par ailleurs, que le sol est parfaitement plan*<sup>1</sup>.

Mathématiquement, on peut traduire la condition de r.s.g. sur une roue. Soit  $P$  le centre de la roue,  $Q$  le point de contact de la roue avec le sol,  $\varphi$  l'angle de rotation propre de la roue et  $\theta$  l'angle entre le plan de la roue et le plan  $(O, \vec{x}, \vec{z})$  comme indiqué à la figure 2.2. La nullité de la vitesse relative  $\vec{v}_Q$  roue/sol au point de contact permet d'obtenir une relation vectorielle entre la vitesse  $\vec{v}_P$  du centre  $P$  de la roue et le vecteur vitesse de rotation  $\vec{\omega}$  de la roue :

$$\vec{v}_Q = \vec{v}_P + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{PQ} = \vec{0}.$$

1. Les imperfections ne seront considérées que lorsqu'elles affecteront de manière notable les performances, comme c'est le cas de l'odométrie par exemple.

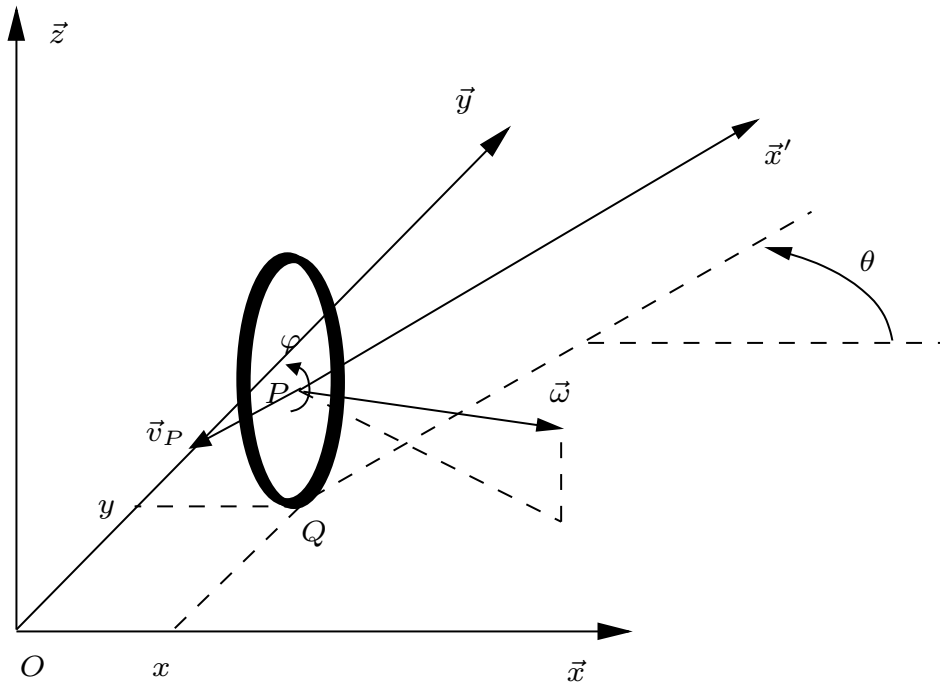


FIGURE 2.2 – Caractérisation du roulement sans glissement

Les points  $P$  et  $Q$  ont pour coordonnées respectives  $(x \ y \ r)^T$  et  $(x \ y \ 0)^T$ . Il vient alors :

$$\begin{aligned} \dot{x}\vec{x} + \dot{y}\vec{y} + (\dot{\theta}\vec{z} + \dot{\varphi}(\sin\theta\vec{x} - \cos\theta\vec{y})) \wedge (-r\vec{z}) &= \vec{0}, \\ (\dot{x} + r\dot{\varphi}\cos\theta)\vec{x} + (\dot{y} + r\dot{\varphi}\sin\theta)\vec{y} &= \vec{0}. \end{aligned}$$

Ceci nous donne le système de contraintes scalaires :

$$\dot{x} + r\dot{\varphi}\cos\theta = 0, \quad (2.1)$$

$$\dot{y} + r\dot{\varphi}\sin\theta = 0, \quad (2.2)$$

que l'on peut transformer pour faire apparaître les composantes de vitesse dans le plan de la roue d'une part et perpendiculairement à la roue d'autre part :

$$-\dot{x}\sin\theta + \dot{y}\cos\theta = 0, \quad (2.3)$$

$$\dot{x}\cos\theta + \dot{y}\sin\theta = -r\dot{\varphi}. \quad (2.4)$$

Ces contraintes traduisent le fait que le vecteur  $\vec{v}_P$  soit dans le plan de la roue et ait pour module  $r\dot{\varphi}$ .

### 2.2.2 Contraintes non holonômes

Les équations précédentes, caractérisant le r.s.g. d'une roue sur le sol, sont des contraintes *non holonômes*. Nous nous proposons dans ce paragraphe de préciser ce que recouvre ce terme et de caractériser les systèmes non holonômes.

Soit un système de configuration  $\mathbf{q}$  soumis à des contraintes indépendantes sur les vitesses, regroupées sous la forme (pfaffienne)  $A^T(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} = 0$ . S'il n'est pas possible

d'intégrer l'une de ces contraintes, elle est dite non intégrable ou non holonôme. De manière concrète l'existence de contraintes non holonômes implique que le système ne peut pas effectuer certains mouvements instantanément. Par exemple, dans le cas de la roue, il ne peut y avoir de translation instantanée parallèlement à l'axe de la roue. Un tel déplacement nécessitera des manœuvres. De même, comme on le sait bien, une voiture ne peut se garer facilement sans effectuer de créneaux.

Il n'est pas évident de dire a priori si une contrainte est intégrable ou non. Pour cela, on a recours à l'application du théorème de Frobenius, dont une version complète pourra être trouvée dans un ouvrage de référence de géométrie différentielle [Warner 83] ou de commande non-linéaire [Nijmeijer 90]. Seule la connaissance du *crochet de Lie* est nécessaire à notre étude. Pour deux vecteurs  $\mathbf{b}_i(\mathbf{q})$  et  $\mathbf{b}_j(\mathbf{q})$ , cet opérateur est défini par  $[\mathbf{b}_i(\mathbf{q}), \mathbf{b}_j(\mathbf{q})] = \frac{\partial \mathbf{b}_j}{\partial \mathbf{q}} \mathbf{b}_i - \frac{\partial \mathbf{b}_i}{\partial \mathbf{q}} \mathbf{b}_j$ .

**Théorème 2.1** *Soit un système de configuration  $\mathbf{q}$ , de dimension  $n$ , soumis à un ensemble de contraintes indépendantes s'écrivant sous la forme  $A^T(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} = 0$ . Soit  $B(\mathbf{q}) = (\mathbf{b}_1(\mathbf{q}) \ \mathbf{b}_2(\mathbf{q}) \ \dots \ \mathbf{b}_m(\mathbf{q}))$  une matrice de rang plein  $m$ , orthogonale à  $A(\mathbf{q})$  sur tout l'espace des configurations. Soit enfin l'algèbre de Lie de dimension  $p$ , avec  $m \leq p \leq n$ , engendrée par l'ensemble des colonnes de  $B(\mathbf{q})$ , auxquelles s'ajoutent les crochets de Lie successifs formés à partir de ces colonnes, à condition qu'ils augmentent la dimension de l'algèbre.*

*Alors, parmi les contraintes auxquelles est soumis le système,  $n - p$  sont intégrables.*

Prenons l'exemple de la roue dont on a écrit le modèle précédemment. Sa configuration est entièrement définie par sa configuration  $\mathbf{q} = (x \ y \ \theta \ \varphi)^T$ . D'après (2.3) et (2.4) on peut déterminer :

$$A(\mathbf{q}) = \begin{pmatrix} -\sin \theta & \cos \theta \\ \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & 0 \\ 0 & r \end{pmatrix}$$

et en déduire :

$$B(\mathbf{q}) = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \\ -\frac{1}{r} & 0 \end{pmatrix}$$

matrice formée par les colonnes indépendantes  $\mathbf{b}_1(\mathbf{q}) = (\cos \theta \ \sin \theta \ 0 \ -\frac{1}{r})^T$  et  $\mathbf{b}_2(\mathbf{q}) = (0 \ 0 \ 1 \ 0)^T$  et qui vérifie bien  $A^T(\mathbf{q})B(\mathbf{q}) = 0$  pour tout  $\mathbf{q}$ . On calcule alors les crochets de Lie successifs à partir de  $\mathbf{b}_1(\mathbf{q})$  et  $\mathbf{b}_2(\mathbf{q})$  :

$$[\mathbf{b}_1(\mathbf{q}), \mathbf{b}_2(\mathbf{q})] = (\sin \theta \ -\cos \theta \ 0 \ 0)^T, \quad (2.5)$$

$$[\mathbf{b}_1(\mathbf{q}), [\mathbf{b}_1(\mathbf{q}), \mathbf{b}_2(\mathbf{q})]] = \mathbf{0},$$

$$[\mathbf{b}_2(\mathbf{q}), [\mathbf{b}_1(\mathbf{q}), \mathbf{b}_2(\mathbf{q})]] = (\cos \theta \ \sin \theta \ 0 \ 0)^T. \quad (2.6)$$

On constate que  $\mathbf{b}_1(\mathbf{q})$ ,  $\mathbf{b}_2(\mathbf{q})$ ,  $[\mathbf{b}_1(\mathbf{q}), \mathbf{b}_2(\mathbf{q})]$  et  $[\mathbf{b}_2(\mathbf{q}), [\mathbf{b}_1(\mathbf{q}), \mathbf{b}_2(\mathbf{q})]]$  engendrent une algèbre de Lie de dimension 4, égale à celle de  $\mathbf{q}$ . On arrête donc le calcul des crochets et on peut conclure qu'il n'existe pas de contrainte intégrable. Les contraintes (2.3) et (2.4) sont donc des contraintes non holonômes.

## 2.3 Les grandes classes de robots mobiles et leurs modèles

### 2.3.1 Disposition des roues et centre instantané de rotation

C'est la combinaison du choix des roues et de leur disposition qui confère à un robot son mode de locomotion propre. Sur les robots mobiles, on rencontre principalement trois types de roues (voir figure 2.3) :

- les *roues fixes* dont l'axe de rotation, de direction constante, passe par le centre de la roue ;
- les *roues centrées orientables*, dont l'axe d'orientation passe par le centre de la roue ;
- les *roues décentrées orientables*, souvent appelées *roues folles*, pour lesquelles l'axe d'orientation ne passe pas par le centre de la roue.

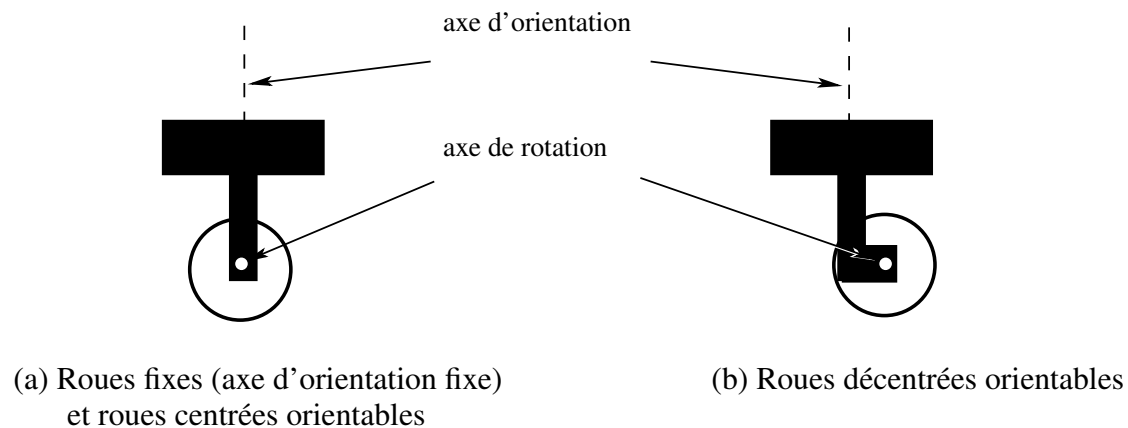


FIGURE 2.3 – Les principaux types de roues des robots mobiles

De manière anecdotique on rencontrera aussi des systèmes particuliers, tels que les roues suédoises, les roues à plusieurs directions de roulement, etc.

Bien évidemment, pour un ensemble de roues donné, toute disposition ne conduit pas à une solution viable. Un mauvais choix peut limiter la mobilité du robot ou occasionner d'éventuels blocages. Par exemple, un robot équipé de deux roues fixes non parallèles ne pourrait pas aller en ligne droite ! Pour qu'une disposition de roues soit viable et n'entraîne pas de glissement des roues sur le sol, il faut qu'il existe pour toutes ces roues un unique point de vitesse nulle autour duquel tourne le robot de façon instantanée. Ce point, lorsqu'il existe, est appelé *centre instantané de rotation* (CIR). Les points de vitesse nulle liés aux roues se trouvant sur leur axe de rotation, il est donc nécessaire que le point d'intersection des axes de rotation des différentes roues soit unique. Pour cette raison, il existe en pratique trois principales catégories de robots mobiles à roues, que l'on va présenter maintenant.

### 2.3.2 Robots mobiles de type unicycle

#### Description

On désigne par *unicycle* un robot actionné par deux roues indépendantes et possédant éventuellement un certain nombre de roues folles assurant sa stabilité. Le schéma des

robots de type unicycle est donné à la figure 2.4. On y a omis les roues folles, qui n'interviennent pas dans la cinématique, dans la mesure où elles ont été judicieusement placées.

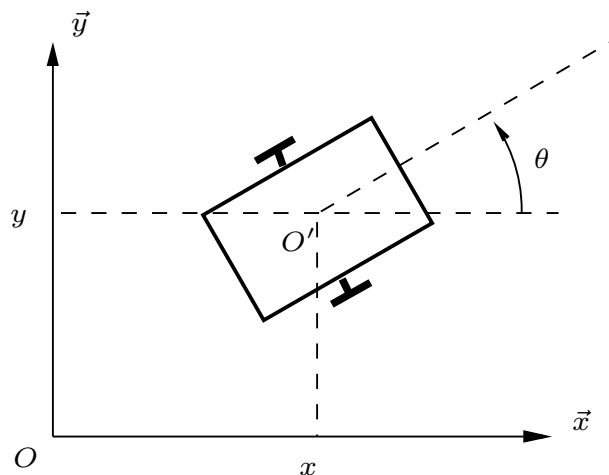
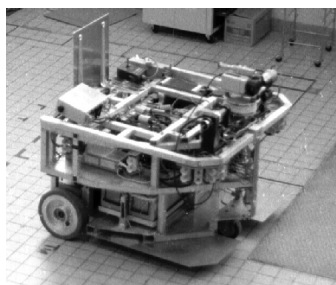


FIGURE 2.4 – Robot mobile de type unicycle

Ce type de robot est très répandu en raison de sa simplicité de construction et de propriétés cinématiques intéressantes. La figure 2.5 présente différents robots de type unicycle, depuis Hilare, en 1977, jusqu'aux modèles actuels, qui, à l'instar du robot Khepera, tendent parfois vers l'extrême miniaturisation.



#### *Hilare, LAAS-CNRS, Toulouse, 1977 [Giralt 84]*

*Entraînement* : batteries au plomb 24V, 2 moteurs DC avec codeurs incrémentaux

*Calculateur* : 4 processeurs Intel 80286, pas d'OS, multibus, modem série radio à 9600 bauds

*Capteurs* : odométrie, 16 capteurs US, un télémètre laser

*Dimensions* ( $L \times l \times h$ ) : 80 cm  $\times$  80 cm  $\times$  60 cm

*Poids* : 400 kg



#### *Pioneer P3-DX, ActiveMedia Robotics, 2004 [ActivMedia 04]*

*Entraînement* : batteries 252 Wh, 2 moteurs DC avec codeurs incrémentaux

*Calculateur* : micro-contrôleur Hitachi HS-8, I/O Bus, 2 ports série

*Capteurs* : odométrie, 8 capteurs US en façade + options (bumpers, télémètre laser, gyroscope)

*Autonomie* : 24 – 30 h

*Vitesse* : maximum 1,6 m/s

*Dimensions* ( $L \times l \times h$ ) : 44 cm  $\times$  38  $\times$  22 cm

*Poids* : 9 kg (charge admissible : 23 kg)



*Khepera II*, K-team, EPFL, Lausanne, 2002 [K-team 02],

*Entraînement* : adaptateur secteur ou accus NiMH, 2 moteurs DC avec codeurs incrémentaux

*Calculateur* : processeur Motorola 68331 @25 MHz, 512 Ko RAM, 512 Ko mémoire Flash programmable par le port série, communication par port série jusqu'à 115 Kbauds (limitée à 9600 bauds en liaison radio), 3 entrées analogiques 0 à 4.3 V, 8 bits

*Capteurs* : 8 capteurs infrarouges de luminosité et de proximité (100 mm de portée) et un détecteur de batteries faibles

*Autonomie* : 1 h en fonctionnement continu, l'ajout d'extensions diminuant l'autonomie

*Vitesse* : maximum 1 m/s, minimum 0,02 m/s

*Dimensions* ( $D \times h$ ) : 7 cm  $\times$  3 cm

*Poids* : 80 g (charge admissible : 250 g)

FIGURE 2.5 – Evolution des robots mobiles de type unicycle

## Modélisation

**Centre instantané de rotation** Les roues motrices ayant même axe de rotation, le CIR du robot est un point de cet axe. Soit  $\rho$  le rayon de courbure de la trajectoire du robot, c'est-à-dire la distance du CIR au point  $O'$  (voir figure 2.6). Soit  $L$  l'entre-axe et  $\omega$  la vitesse de rotation du robot autour du CIR. Alors les vitesses des roues droite et gauche, respectivement notées  $v_d$  et  $v_l$  et définies à la figure 2.6, vérifient :

$$v_d = -r\dot{\varphi}_d = (\rho + L)\omega, \quad (2.7)$$

$$v_g = r\dot{\varphi}_g = (\rho - L)\omega, \quad (2.8)$$

ce qui permet de déterminer  $\rho$  et  $\omega$  à partir des vitesses des roues :

$$\rho = L \frac{\dot{\varphi}_d - \dot{\varphi}_g}{\dot{\varphi}_d + \dot{\varphi}_g}, \quad (2.9)$$

$$\omega = -\frac{r(\dot{\varphi}_d + \dot{\varphi}_g)}{2L}. \quad (2.10)$$

L'équation (2.9) permet de situer le CIR sur l'axe des roues. Par ailleurs ces équations expliquent deux propriétés particulières du mouvement des robots de type unicycle : si  $\dot{\varphi}_d = -\dot{\varphi}_g$ , le robot se déplace en ligne droite ; si  $\dot{\varphi}_d = \dot{\varphi}_g$ , alors le robot effectue une rotation sur lui-même. L'utilisation de ces deux seuls modes de locomotion, bien que limitée, permet de découpler les mouvements et de fournir une solution simple pour amener le robot d'une posture à une autre. C'est sans doute là une des raisons du succès de ce type de robots. Pour élaborer une stratégie plus fine de déplacement, il est cependant intéressant de savoir comment la posture du robot est reliée à la commande de ses roues.

**Choix de la commande** En ce qui concerne la commande, si l'on se contente de traiter le cas cinématique, on peut considérer que celle-ci est donnée, au plus bas niveau, par les vitesses de rotation des roues. Ceci étant, on préfère généralement exprimer cette commande par la vitesse longitudinale du robot, notée  $v$  (en  $O'$ ) et sa vitesse de rotation

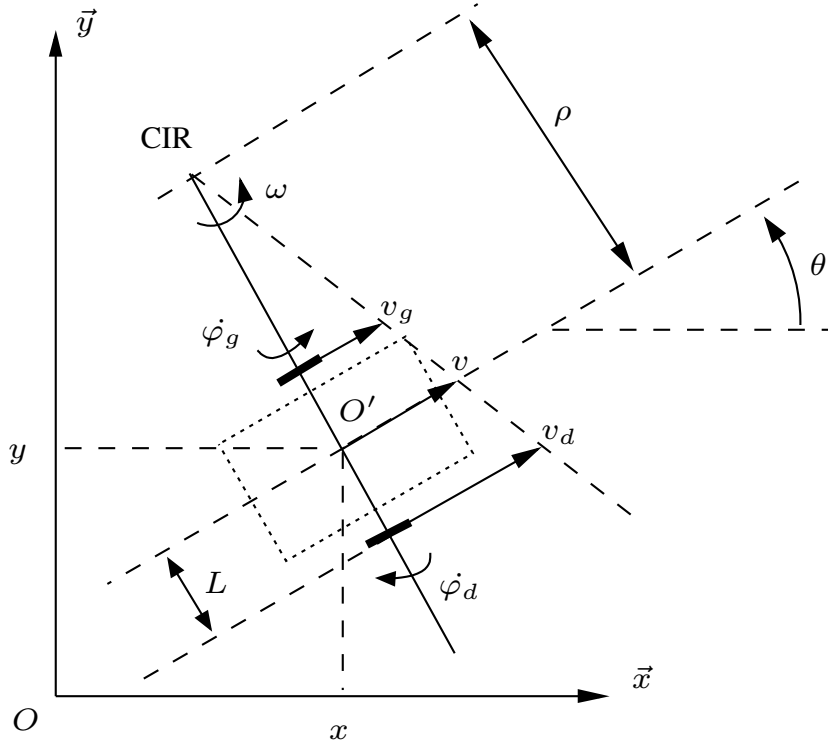


FIGURE 2.6 – Centre instantané de rotation d'un robot de type unicycle

$\dot{\theta}$  (autour de  $O'$ ). Il y a en effet équivalence entre les deux représentations. D'une part, on a :

$$v = \frac{v_d + v_g}{2} = \frac{r(\dot{\varphi}_g - \dot{\varphi}_d)}{2}.$$

D'autre part, la vitesse de rotation du robot est égale à la vitesse de rotation autour du CIR [Dudek 00] :

$$\omega = \dot{\theta} = -\frac{r(\dot{\varphi}_d + \dot{\varphi}_g)}{2L}, \quad (2.11)$$

conformément à l'équation (2.10). On montre que ces relations sont parfaitement inversibles et qu'il y a ainsi équivalence entre les couples  $(\dot{\varphi}_d, \dot{\varphi}_g)$  et  $(v, \omega)$ . Désormais, on utilise plutôt ce dernier couple de grandeurs, plus parlantes, quitte à calculer ensuite les angles ou vitesses de consigne des asservissements des roues.

**Modèle cinématique en posture** Relier la dérivée de la posture à la commande  $\mathbf{u} = (v \ \omega)^T$  est facile. Une simple considération géométrique donne :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v \cos \theta, \\ \dot{y} &= v \sin \theta, \\ \dot{\theta} &= \omega, \end{aligned}$$

ce qui s'écrit, sous forme matricielle :

$$\dot{\boldsymbol{\xi}} = C(\mathbf{q})\mathbf{u}, \quad (2.12)$$



avec :

$$C(\mathbf{q}) = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ce modèle est appelé *modèle cinématique en posture* du robot [Campion 96].

**Modèle cinématique en configuration** Considérons maintenant l'expression des conditions de *r.s.g.* des deux roues. On transpose les équations (2.1) et (2.2) aux deux roues de l'unicycle<sup>2</sup>. Il vient alors :

$$\begin{aligned} \dot{x} + L\dot{\theta} \cos \theta + r\dot{\varphi}_d \cos \theta &= 0, \\ \dot{y} + L\dot{\theta} \sin \theta + r\dot{\varphi}_d \sin \theta &= 0, \\ \dot{x} - L\dot{\theta} \cos \theta - r\dot{\varphi}_g \cos \theta &= 0, \\ \dot{y} - L\dot{\theta} \sin \theta - r\dot{\varphi}_g \sin \theta &= 0. \end{aligned}$$

En choisissant  $\mathbf{q} = (x \ y \ \theta \ \varphi_d \ \varphi_g)^T$  comme vecteur de configuration, ces contraintes se regroupent sous la forme matricielle  $A^T(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} = 0$ , avec :

$$A^T(\mathbf{q}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & L \cos \theta & r \cos \theta & 0 \\ 0 & 1 & L \sin \theta & r \sin \theta & 0 \\ 1 & 0 & -L \cos \theta & 0 & -r \cos \theta \\ 0 & 1 & -L \sin \theta & 0 & -r \sin \theta \end{pmatrix}.$$

On constate que  $A(\mathbf{q})$  n'est pas de rang plein. On peut donc, sans perte d'information, supprimer la dernière ligne et réécrire les contraintes avec :

$$A^T(\mathbf{q}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & L \cos \theta & r \cos \theta & 0 \\ 0 & 1 & L \sin \theta & r \sin \theta & 0 \\ 1 & 0 & -L \cos \theta & 0 & -r \cos \theta \end{pmatrix}.$$

Par ailleurs il résulte des relations (2.10) et (2.11) la contrainte :

$$\dot{\theta} = \frac{-r(\dot{\varphi}_d + \dot{\varphi}_g)}{2L}$$

qui s'intègre en :

$$\theta = \frac{-r(\varphi_d + \varphi_g)}{2L} + \theta_0,$$

où  $\theta_0$  est la valeur de  $\theta$  à l'initialisation (les angles des roues, généralement mesurés par des codeurs incrémentaux, étant alors choisis nuls). Cette contrainte intégrable est donc en fait une contrainte holonôme<sup>3</sup>. On peut donc éliminer une des quatre variables constituant le vecteur  $\mathbf{q}$  choisi initialement, qui n'était donc pas constitué de grandeurs

2. Attention à la position du point de contact des roues et à l'orientation des angles...

3. Ce résultat aurait pu être obtenu avec un peu plus d'effort, en déterminant la matrice  $B(\mathbf{q})$  orthogonale à  $A(\mathbf{q})$  et en effectuant les crochets de Lie successifs, comme on l'a fait dans le cas de la roue seule.

indépendantes (et n'était donc pas un vecteur de configuration au sens strict...). En prenant maintenant  $\mathbf{q} = (x \ y \ \theta \ \varphi_d)^T$  on trouve :

$$A^T(\mathbf{q}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & L \cos \theta & r \cos \theta \\ 0 & 1 & L \sin \theta & r \sin \theta \end{pmatrix} \text{ et } B(\mathbf{q}) = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \\ -\frac{1}{r} & -\frac{L}{r} \end{pmatrix}.$$

En remarquant, d'après ce qui précède, que :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v \cos \theta, \\ \dot{y} &= v \sin \theta, \\ \dot{\theta} &= \omega, \\ \dot{\varphi}_d &= -\frac{v}{r} - \frac{L\omega}{r}, \end{aligned}$$

on constate que, sous forme vectorielle, la dérivée du vecteur de configuration s'écrit :

$$\dot{\mathbf{q}} = B(\mathbf{q})\mathbf{u}, \quad (2.13)$$

avec pour vecteur de commande cinématique  $\mathbf{u} = (v \ \omega)^T$ . La matrice  $B(\mathbf{q})$  représente donc le *modèle cinématique (en configuration)* du robot mobile, ce résultat pouvant se généraliser [Morin 03]. On notera que la connaissance de ce modèle n'est pas toujours utile du point de vue pratique. Dans le cas de l'unicycle, étant donné que l'on cherche essentiellement à contrôler la posture du robot et que la variable  $\varphi_d$  n'apparaît pas dans les équations régissant la dérivée de la posture, on se contentera généralement du modèle simplifié :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v \cos \theta, \\ \dot{y} &= v \sin \theta, \\ \dot{\theta} &= \omega. \end{aligned} \quad (2.14)$$

On remarque que dans ce cas précis, le modèle simplifié est le modèle cinématique en posture. Ce n'est cependant pas le cas pour tous les robots mobiles.

### Robots mobiles de type tricycle et de type voiture

Ces robots partagent des propriétés cinématiques proches, raison pour laquelle on les regroupe ici.

#### Description

Considérons tout d'abord le cas du *tricycle*, représenté à la figure de la figure 2.7. Ce robot est constitué de deux roues fixes de même axe et d'une roue centrée orientable placée sur l'axe longitudinal du robot. Le mouvement est conféré au robot par deux actions : la vitesse longitudinale et l'orientation de la roue orientable. De ce point de vue, il est donc très proche d'une voiture. C'est d'ailleurs pour cela que l'on étudie le tricycle, l'intérêt pratique de ce type de robot (peu stable !) restant limité.

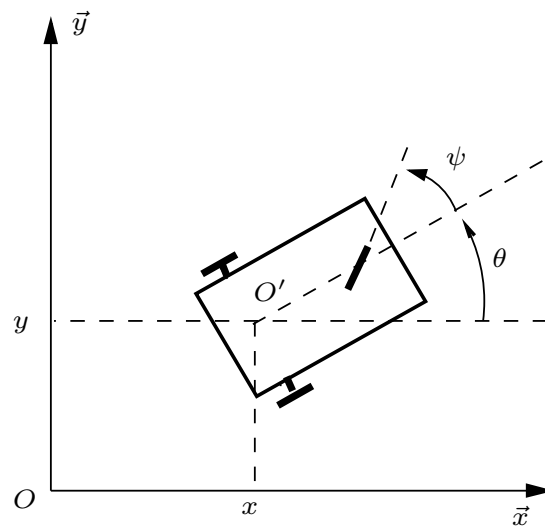


FIGURE 2.7 – Robot mobile de type tricycle

Le cas du robot *de type voiture* est très similaire à celui du tricycle. La différence se situe au niveau du train avant, qui comporte deux roues au lieu d'une. Cela va de soit, on rencontre beaucoup plus souvent ce type de systèmes. On parle de robot dès lors que la voiture considérée est autonome [Kanade 86, Urmson 04], donc sans chauffeur ni télépilotage. Il s'agit là d'un des grands défis issus de la robotique mobile. Deux réalisations sont montrées à la figure 2.8, basées sur des voitures de série instrumentées.



FIGURE 2.8 – Projets de voitures autonomes à l'université de Carnegie Mellon [Kanade 86, Urmson 04]

### Modélisation

Considérons tout d'abord le tricycle. Le CIR du robot se situe à la rencontre des axes des roues fixes et de la roue orientable, comme cela est représenté à la figure 2.9. On peut déterminer  $\rho$  de manière géométrique à partir de l'angle d'orientation de la roue avant et

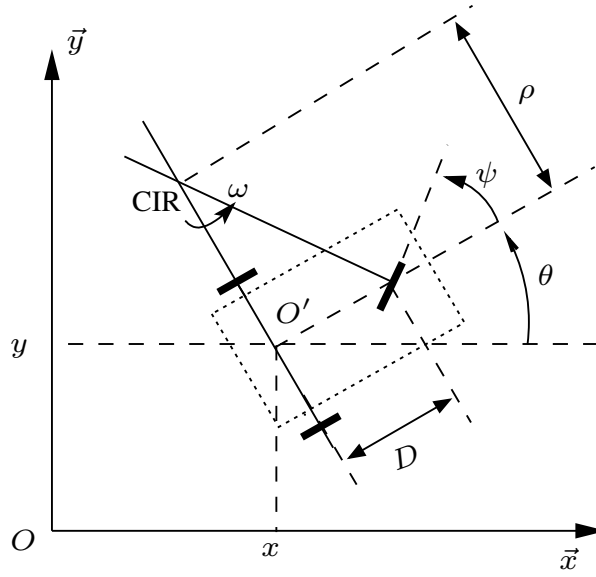


FIGURE 2.9 – Un robot mobile de type tricycle et son CIR

$\omega$  à partir de la vitesse linéaire  $v$  du véhicule (vitesse en  $O'$ ) et de  $\rho$  :

$$\rho = \frac{D}{\tan \psi}, \quad (2.15)$$

$$\omega = \frac{v}{D} \tan \psi. \quad (2.16)$$

Ce type de robot peut se diriger en ligne droite pour  $\psi = 0$  et théoriquement tourner autour du point  $O'$  (on pourrait dire sur place) pour  $\psi = \frac{\pi}{2}$ . Néanmoins, le rayon de braquage de la roue orientable, généralement limité, impose le plus souvent des valeurs de  $\psi$  telles que  $-\frac{\pi}{2} < \psi < \frac{\pi}{2}$ , interdisant cette rotation du robot sur lui-même.

L'écriture des contraintes sur chacune des roues et un raisonnement similaire à celui suivi dans le cas de l'unicycle permettent de déterminer les modèles cinématiques des robots de type tricycle. Toutefois, par un simple raisonnement géométrique, on établit les équations :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v \cos \theta, \\ \dot{y} &= v \sin \theta, \\ \dot{\theta} &= \frac{v}{D} \tan \psi, \\ \dot{\psi} &= \eta, \end{aligned}$$

où  $\mathbf{u} = (v \ \eta)^T$  est le vecteur de commande cinématique,  $\eta$  représentant la vitesse d'orientation imposée à la roue orientable. Ces équations sont celles du modèle cinématique en configuration simplifiée, la configuration associée  $\mathbf{q} = (x \ y \ \theta \ \psi)^T$  ne décrivant pas les rotations propres des différentes roues.

Comme on l'a vu précédemment, l'existence d'un CIR unique impose que les axes des roues du robot soient concourants. Dans le cas du robot de type voiture, cela impose aux roues du train avant de n'avoir pas la même orientation, comme illustré à la figure

2.10. Ainsi, les roues avant d'un robot de type voiture (et a fortiori d'une voiture) ne sont pas parallèles. Le roulement idéal, assurant que le CIR est bien unique, est réalisé sur

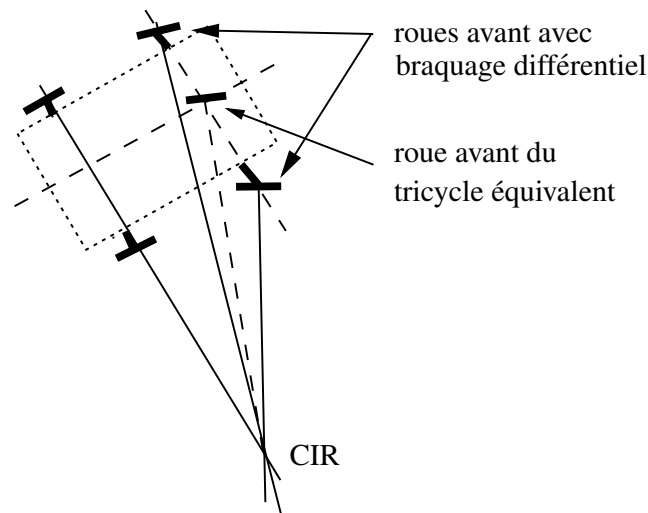


FIGURE 2.10 – Un robot mobile de type voiture et son CIR

une voiture par un système de braquage différentiel (dit d'Ackerman). Par ailleurs, les trajectoires des roues n'ayant pas même rayon de courbure, leurs vitesses sont également différentes (et liées évidemment).

L'équivalence entre tricycle et voiture est facile à montrer. Il suffit pour cela de figurer une roue virtuelle qui transformerait un robot de type voiture en tricycle en plaçant la roue orientable du tricycle au centre de l'axe des roues avant de la voiture, orientée de sorte que le CIR reste inchangé, conformément à la figure 2.10.

### 2.3.3 Robots mobiles omnidirectionnels

#### Description

Un robot mobile est dit *omnidirectionnel* si l'on peut agir indépendamment sur les vitesses : vitesse de translation selon les axes  $\vec{x}$  et  $\vec{y}$  et vitesse de rotation autour de  $\vec{z}$ . D'un point de vue cinématique on montre que cela n'est pas possible avec des roues fixes ou des roues centrées orientables [Campion 96]. On peut en revanche réaliser un robot omnidirectionnel en ayant recours à un ensemble de trois roues décentrées orientables ou de trois roues suédoises disposées aux sommets d'un triangle équilatéral (voir figure 2.11). Du point de vue de la transmission du mouvement, ceci ne va pas sans poser de problème.

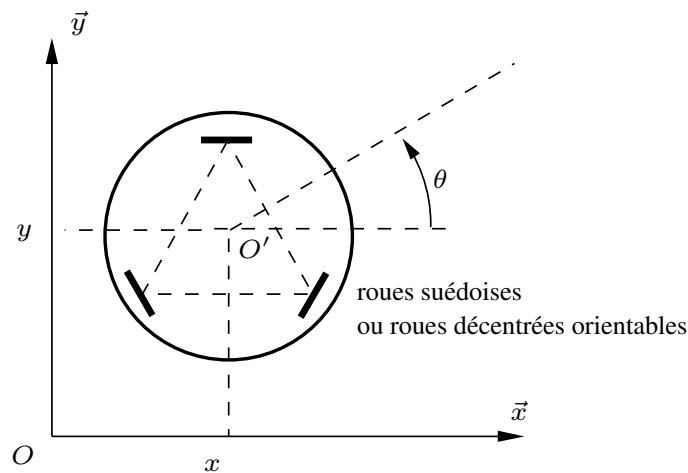


FIGURE 2.11 – Représentation d'un robot mobile omnidirectionnel

### Modélisation

Dans ce cas on peut considérer qu'il est possible de commander directement la posture et le modèle cinématique en posture est donc :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= u_1, \\ \dot{y} &= u_2, \\ \dot{\theta} &= u_3,\end{aligned}$$

où  $\mathbf{u} = (u_1 \ u_2 \ u_3)^T$  représente le vecteur de commande. On choisit ainsi généralement ce type de robot pour se dispenser des problèmes de planification et de commande liés à la non-holonômie. L'avantage d'une cinématique extrêmement simple est cependant à mettre en balance avec les inconvénients liés à une localisation odométrique déficiente et à une plus grande complexité mécanique, généralement responsable d'un surcoût. On citera pour mémoire le cas du XR4000 Nomadic représenté à la figure 2.12, disparu en 2000...



FIGURE 2.12 – Robot mobile omnidirectionnel Nomadic XR4000

## 2.4 Propriétés du modèle cinématique d'un robot

### 2.4.1 Représentation d'état

De la modélisation que nous avons exposée tout au cours de ce chapitre il résulte, dans tous les cas, un modèle dynamique (au sens de l'Automatique) sous la forme (2.13). Si l'on considère que la configuration (réduite)  $\mathbf{q}$  fait office de variable d'état du système on a :

$$\dot{\mathbf{x}} = B(\mathbf{x})\mathbf{u}, \quad (2.17)$$

avec  $B(\mathbf{x})$  de dimension  $n \times m$ . Il s'agit d'une représentation non linéaire sans terme de dérive, en comparaison de la représentation d'état classique d'un système linéaire invariant  $\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + B\mathbf{u}$ .

C'est le cas des robots mobiles de type unicycle ou voiture, qui par ailleurs font partie d'une classe de système non linéaires particuliers dits *systèmes chaînés*, comme on le précisera au paragraphe consacré à la commande des robots.

### 2.4.2 Commandabilité des robots mobiles à roues

Pour qu'un robot mobile soit utile (ou utilisable) il faut en premier lieu s'assurer de sa *commandabilité*. Cette propriété signifie qu'il existe toujours une loi de commande  $\mathbf{u}(t)$  amenant le robot d'un état initial à un état final quelconque.

Pour caractériser la commandabilité d'un système non linéaire, on peut tout d'abord se demander si son linéarisé autour de tout point d'équilibre est commandable. En  $\mathbf{x}_0$  quelconque, le modèle linéarisé issu de (2.17) s'écrit :

$$\dot{\mathbf{x}} = B(\mathbf{x}_0)\mathbf{u},$$

avec  $B(\mathbf{x}_0) \in \mathbb{R}^{n \times m}$ . Pour les robots de type unicycle et voiture, la non-holonômie va de pair avec une forme de sous-actionnement qui se traduit par le fait que  $m < n$ . Appliquée à un tel système, la condition de rang (critère de commandabilité de Kalman) :

$$\text{Rang}(B, AB, \dots, A^{n-1}B) = n$$

se résume à :

$$\text{Rang } B(\mathbf{x}_0) = n.$$

Cette condition n'est jamais remplie puisque  $m < n$ . Le linéarisé du système n'est donc pas commandable autour d'un point d'équilibre quelconque.

Il faut alors, pour statuer sur la commandabilité du système, utiliser le théorème de Chow. On donne ici (sans preuve) son interprétation pour un système dont le modèle cinématique est donné par (2.17).

#### **Théorème 2.2** *Commandabilité d'un robot mobile non holonôme*

On note  $B(\mathbf{x}) = (\mathbf{b}_1(\mathbf{x}) \ \mathbf{b}_2(\mathbf{x}) \ \dots \ \mathbf{b}_m(\mathbf{x}))$  la matrice du modèle cinématique (2.17), de dimension  $n \times m$ .

Un robot mobile est commandable si les colonnes de  $B(\mathbf{x})$  et leurs crochets de Lie successifs forment un ensemble de  $n$  colonnes indépendantes.

On considère le cas de l'unicycle. A partir du modèle cinématique (2.13) et des crochets (2.5) et (2.6) on obtient 4 vecteurs indépendants pour un système de dimension 4. Le modèle cinématique de l'unicycle est donc commandable. On montrerait de même que celui de la voiture l'est aussi. La conséquence de cette propriété est l'existence de retours d'états pour commander le système, comme on le verra au chapitre 4.



# Chapitre 3

## Perception

La notion de *perception* en robotique mobile est relative à la capacité du système à recueillir, traiter et mettre en forme des informations utiles au robot pour agir et réagir dans le monde qui l'entoure. Alors que pour des tâches de manipulation on peut considérer que l'environnement du robot est relativement structuré, ce n'est plus le cas lorsqu'il s'agit de naviguer de manière autonome dans des lieux très partiellement connus. Aussi, pour extraire les informations utiles à l'accomplissement de sa tâche, il est nécessaire que le robot dispose de nombreux capteurs mesurant aussi bien son état interne que l'environnement dans lequel il évolue. Le choix des capteurs dépend bien évidemment de l'application envisagée. Pour se focaliser sur le problème de navigation, nous allons nous restreindre dans ce chapitre aux capteurs utiles à cette tâche. Dans un second temps, nous expliquerons comment utiliser les données issues de ces capteurs pour obtenir une représentation fiable de l'état du système et de l'environnement.

### 3.1 Capteurs en robotique mobile

En robotique mobile, on classe traditionnellement les capteurs en deux catégories selon qu'ils mesurent l'état du robot lui-même ou l'état de son environnement. Dans le premier cas, à l'image de la perception chez les êtres vivants, on parle de *proprioception* et donc de *capteurs proprioceptifs*. On trouve par exemple dans cette catégorie les capteurs de position ou de vitesse des roues et les capteurs de charge de la batterie. Les capteurs renseignant sur l'état de l'environnement, donc de ce qui est extérieur au robot lui-même, sont eux appelés *capteurs extéroceptifs*. Il s'agit de capteurs donnant la distance du robot à l'environnement, la température, signalant la mise en contact du robot avec l'environnement, etc.

L'étude détaillée des capteurs, qui relève à la fois de la physique, de l'électronique et du traitement du signal, ne sera pas vue ici. Nous nous contenterons d'expliquer les principes de fonctionnement des capteurs présentés. On tachera simplement de garder à l'esprit que les défauts inhérents aux différents systèmes de mesure utilisés (bruit, erreurs ou échecs de mesures, difficulté de modélisation) influent fortement sur la perception que le robot a de l'environnement.

### 3.1.1 Mesure de la rotation des roues

Chaque roue motrice d'un robot mobile est généralement associée à un servomoteur. Celui-ci est équipé d'un dispositif de mesure de rotation à l'aide d'un capteur disposé sur l'axe lui-même. Il s'agit d'un capteur proprioceptif, car il renseigne sur la position, c'est-à-dire sur l'état interne du système. Les capteurs utilisés en robotique mobile ne se différencient pas de ceux rencontrés en commande d'axe de manière plus générale. On notera cependant qu'il n'est pas utile de disposer de codeur absolu les roues d'un robot mobile, la position initiale du robot ne pouvant être donnée simplement par une valeur codeur : il suffit pour s'en persuader de soulever le robot et de le poser ailleurs. . .

On notera ensuite que dans le cas des robots mobiles la mesure utile est généralement la vitesse de rotation et non la position angulaire, comme on le verra au paragraphe 3.2.1. Cette mesure de vitesse peut être obtenue par une mesure directe, à l'aide d'une *génératrice tachymétrique* notamment. Cependant, pour des raisons évidentes (moindre coût, moindre encombrement, moindre entretien), elle est le plus souvent réalisée de manière indirecte. La technologie la plus classique consiste à utiliser des *codeurs optiques*, délivrant des impulsions carrées lorsque l'arbre tourne. On peut estimer que le comptage de ces impulsions suffit à déterminer la vitesse de rotation des roues, qui découle de la fréquence des impulsions. Cette mesure est nécessairement entachée d'un bruit de quantification, qui peut être important, notamment aux basses vitesses. Pour réduire ce bruit, on choisit des codeurs de meilleure résolution, possédant un nombre élevé de points par tour (*PPT*), c'est-à-dire mesurant des incréments angulaires très petits (typiquement 2000 *PPT*). Une alternative est d'utiliser des *synchrorésolveurs*, qui utilisent des signaux sinusoïdaux et dont la précision est bien meilleure. La technologie des codeurs incrémentaux et des synchrorésolveurs a été évoquée dans le cours de robotique générale [Gangloff 04]. Une plus vaste gamme de capteurs (potentiomètres, capteurs inductifs, capacitifs, magnétiques) est par ailleurs à la disposition du roboticien aventureux.

### 3.1.2 Mesure d'orientation et de position

#### Mesure de la position : le GPS

Il existe très peu de systèmes donnant la position absolue d'un point dans un repère fixe donné. Le *GPS* (Global Positioning System), initialement développé pour les applications militaires américaines [Dana 01] est actuellement à la disposition du grand public. On peut cependant considérer que son utilisation dans ce cadre n'est pas garantie. La mise en place du projet civil européen Galileo [ESA 04] devrait offrir une alternative au GPS.

Le GPS fonctionne avec un ensemble de satellites, qui effectuent des émissions synchronisées dans le temps. Par recoupement des instants d'arrivée des signaux et de la position des satellites émetteurs, les récepteurs peuvent calculer leur position. Le principe de calcul de la position est basé sur une *triangulation*, à l'aide de quatre signaux reçus simultanément (le quatrième signal assure la robustesse de la mesure).

En termes de précision, la localisation ainsi obtenue est entachée d'une erreur de l'ordre de la quinzaine de mètres, ce qui n'est bien évidemment pas suffisant pour permettre à un robot de naviguer de manière robuste. Ainsi, on a systématiquement recours à une méthode différentielle pour obtenir des résultats plus satisfaisants. La

localisation se fait à l'aide de deux récepteurs, dont l'un est statique et positionné avec précision dans l'environnement. On peut alors obtenir une précision de l'ordre du centimètre.

Pour capter les signaux émis par des satellites, ce type de dispositif est donc plutôt destiné au positionnement en extérieur. Par ailleurs sa faible précision et son prix élevé le réservent plutôt à des systèmes multirobots, associant par exemple des robots mobiles à des engins volants et sous-marins, comme cela est à l'étude dans les applications militaires les plus récentes. Enfin, ce système de mesure, autorisant des rafraîchissements à des fréquences de l'ordre de seulement  $5\text{ Hz}$ , n'est pas utilisable pour une commande en temps-réel. Il est donc principalement utile pour des recalages ponctuels.

### Mesure de l'orientation

**Gyromètres** Les *gyromètres* sont des capteurs proprioceptifs qui permettent de mesurer l'orientation du corps sur lequel ils sont placés, ceci par rapport à un référentiel fixe et selon un ou deux axes. Montés sur un robot mobile plan, un gyromètre à un axe permet donc de mesurer son orientation. Il existe plusieurs sortes de gyromètres : mécaniques et optiques pour les plus connus, mais aussi à structures vibrantes, capacitifs, etc.

Le gyroscope mécanique, imaginé par L. Foucault pour mettre en évidence le mouvement de rotation de la Terre (voir figure 3.1), repose sur le principe suivant [INRP 04] : *«lorsqu'un corps, qui n'est soumis à aucune force extérieure, est animé d'un mouvement de rotation autour d'un de ses axes principaux d'inertie, cet axe doit rester parallèle à lui-même si l'on vient à déplacer le corps d'une manière quelconque, tout en laissant l'axe libre de prendre toutes les directions»*. L'image classique d'un gyroscope mécanique est un rotor suspendu par un cardan sans friction isolant le centre du rotor des couples extérieurs, comme le montre la figure 3.1. Le gyroscope, selon le principe de conservation du moment angulaire, montre une grande stabilité vis-à-vis des déplacements de la structure extérieure. Les gyromètres mécaniques sont des capteurs exploitant l'effet gyroscopique.

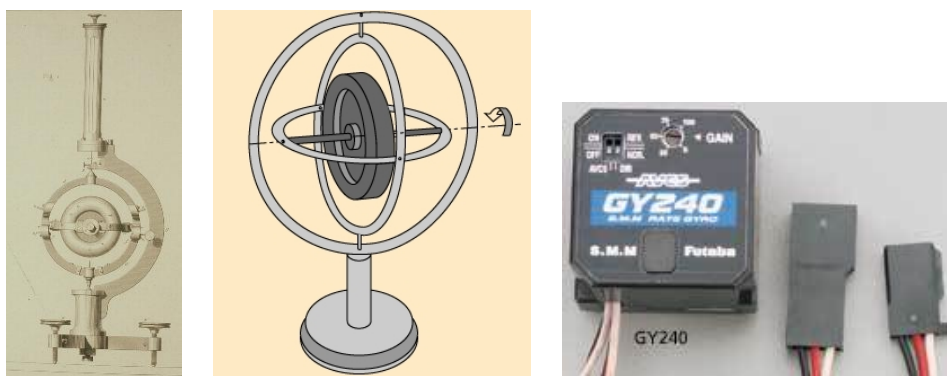


FIGURE 3.1 – Gyroscope mécanique de Foucault et gyromètre Futaba à structure vibrante

Les gyromètres optiques exploitent le fait que la vitesse de la lumière reste inchangée dans tout référentiel. Deux faisceaux lasers sont émis depuis une même source, pour parcourir des chemins identiques, l'un dans le sens des aiguilles d'une montre, l'autre en sens opposé. Lors de la mise en rotation du gyromètre il existe une différence de marche des deux rayons et des interférences apparaissent. On peut alors déduire la vitesse de

rotation du système de cette mesure. L'utilisation de fibres optiques a conféré à cette technologie des performances qui dépassent de très loin la qualité de mesure requise en robotique mobile. Leur coût élevé les destine néanmoins presque exclusivement aux applications aéronautiques et spatiales.

Les gyromètres apparus récemment dans une gamme plus grand public sont à structure vibrante, en technologie SMM (silicon micro machines). Leur apparition coïncide notamment avec la création du système de stabilisation d'assiette EPS dans le secteur automobile, qui a participé à la démocratisation de ce type de capteur. Un gyromètre très bon marché, comme le Futaba GY240, gyromètre à un axe pour le modélisme, coûte environ 130 \$US. Ce capteur modifie la largeur des impulsions qu'on lui applique en entrée pour donner une information de vitesse de rotation autour de son axe. De petite taille : ( $L \times l \times h = 27\text{ mm} \times 27\text{ mm} \times 20\text{ mm}$ ), il pèse seulement 25 g. Ceci étant, les documentations techniques du constructeur garantissent de très bonnes performances sans en fournir la moindre mesure. . .

Pour tout savoir (ou presque) sur les gyromètres, on se référera aux Techniques de l'Ingénieur [Radix 99a] et [Radix 99b].

### Compas et boussoles

Les *compas* et les *boussoles* fournissent une information d'orientation par rapport à une référence fixe (nord magnétique typiquement). Ils sont donc extéroceptifs. Les

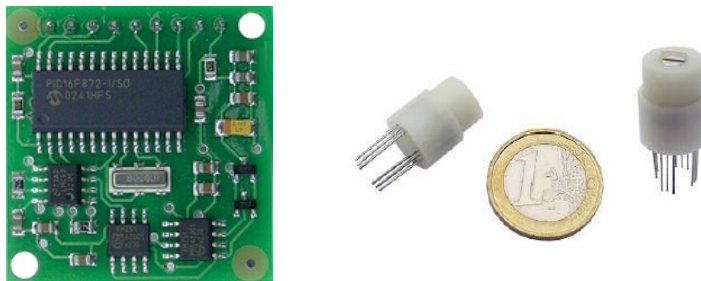


FIGURE 3.2 – Compas CMP03 et CPS9410, commercialisés par Lextronik

modules présentés à la figure 3.2 sont des compas électroniques capables de détecter le nord [Lextronic 04]. Par déduction, un module comme le CMP03 indiquera son orientation avec une résolution de 3 à 4 degrés environ, ce qui reste acceptable en complément de l'odométrie. Un tel composant, de très faible encombrement ( $32 \times 35\text{ mm}$ ) coûte environ 45\$US.

### Autres capteurs (moins fréquents)

**Inclinomètres** Les *inclinomètres* sont des capteurs mesurant des inclinaisons par rapport à la gravité terrestre. Il existe plusieurs technologies qui utilisent, soit des masses inertielle, dont la position est mesurée par un détecteur optique, soit des technologies capacitatives permettant d'obtenir des capteurs de faible encombrement et d'un excellent rapport performance/coût.

**Accéléromètres** Il existe une grande diversité de méthodes pour obtenir l'accélération d'un système en mouvement. Les principales techniques utilisées sont mécaniques (jauges de contraintes), électromécaniques (effets piézoélectrique), électriques (effet capacitif ou réluctance variable) ou encore optique. Les applications de robotique mobile exploitent souvent peu la pleine dynamique des véhicules. Ainsi, ces capteurs haut de gamme demeurent peu répandus en robotique mobile et restent plutôt destinés à la navigation précise de systèmes rapides, essentiellement dans le domaine aéronautique et spatial.

### 3.1.3 Mesure de proximité et de distance

On appelle *télémétrie* toute technique de mesure de distance par des procédés acoustiques, optiques ou radioélectriques. L'appareil permettant de mesurer les distances est lui appelé *télémètre*. De même qu'il existe différentes techniques de mesure de distance (mesure du temps de vol d'une onde, triangulation), il existe différentes technologies pour réaliser des télémètres. Nous présentons ici les plus répandues en robotique mobile, en donnant une idée de leur gamme de mesure et d'application. Tous les capteurs télémétriques, basés sur des mesures de l'environnement, sont bien évidemment actifs et extéroceptifs.

#### Capteurs infrarouges

Les *capteurs infrarouges* sont constitués d'un ensemble émetteur/récepteur fonctionnant avec des radiations non visibles, dont la longueur d'onde est juste inférieure à celle du rouge visible. La mesure des radiations infrarouges étant limitée et, en tout état de cause, la qualité très dégradée au delà d'un mètre, ces dispositifs ne servent que rarement de télémètres. On les rencontrera le plus souvent comme détecteurs de proximité, ou dans un mode encore plus dégradé de présence. Il faut noter que ce type de détection est sensible aux conditions extérieures, notamment à la lumière ambiante, à la specularité des surfaces sur lesquelles se réfléchissent les infrarouges, à la température et même à la pression ambiante. Ces capteurs ne sont pas complètement directionnels et leur caractéristique (à l'image des capteurs ultrasons présentés par la suite) présente une zone de détection conique à l'origine d'incertitudes. Enfin, l'alternance de phases d'émission et de réception impose une distance de détection minimale.

Les capteurs infrarouges Sharp de la famille GP2 (voir figure 3.3) sont des télémètres de portée réduite. Ces modules permettent de mesurer des distances absolues ou relatives par détection infrarouge et disposent, selon les modèles, de sorties numériques ou analogiques. La mesure est établie à partir de l'inclinaison du rayon réfléchi : le rayon est en effet dévié à l'aide d'un système optique sur une matrice de photodiodes (PSD), comme cela est représenté à la figure 3.3. Sur des robots mobiles, ces capteurs ne sont généralement pas utilisés pour repérer l'ensemble des corps présents dans l'environnement car leur portée est trop faible. Ils servent plutôt à mesurer la proximité de corps proches du robot. A titre d'exemple, le GP2D120 est un télémètre dont la plage d'utilisation est comprise entre 4 et 30 *cm*, alors que le GP2Y0A02YK, qualifié de télémètre longue distance, travaille entre 20 et 150 *cm*. Ces télémètres sont disponibles à des coûts relativement faibles, de l'ordre de 20 \$US.

Les détecteurs infrarouges Pololu (voir figure 3.4) sont des *balises* infrarouges destinées à fonctionner par paires. Chacune des balises est équipée de 4 diodes émettrices et de quatre diodes détectrices, qui fonctionnent en alternance. Si les balises se font

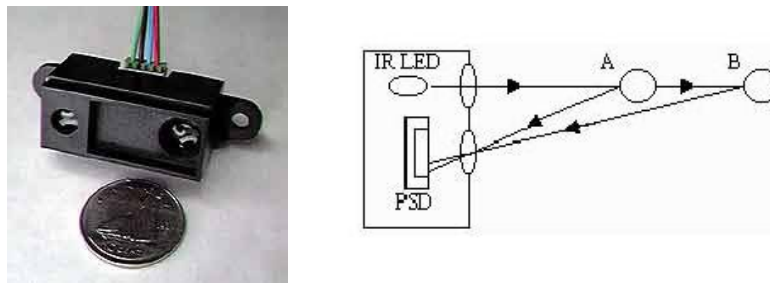


FIGURE 3.3 – Télémètres infrarouges Sharp

face, il y a détection de la direction émettrice, dans la limite d'une distance de 6 m. On peut choisir de faire tourner les balises pour rendre active ce type de mesure. Il n'est a priori pas question dans ce cas de télémétrie. Néanmoins, on pourrait estimer qu'il est possible, en utilisant plus de balises d'estimer la distance à l'aide de plusieurs balises, par triangulation. Dans ce cas le robot comme l'environnement doivent être équipés de balises, ce qui est généralement évité pour des applications de robotique mobile autonome.

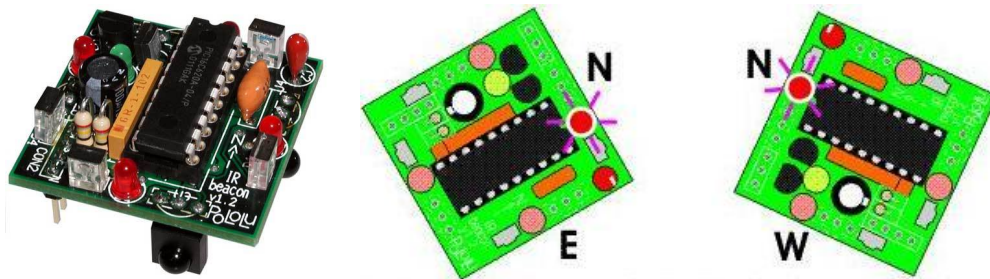


FIGURE 3.4 – Détecteurs infrarouges Pololu

### Capteurs ultrasonores

Les *capteurs ultrasonores* utilisent des vibrations sonores dont les fréquences ne sont pas perceptibles par l'oreille humaine. Les fréquences couramment utilisées dans ce type de technologie vont de 20 kHz à 200 kHz. Les ultrasons émis se propagent dans l'air et sont réfléchis partiellement lorsqu'ils heurtent un corps solide, en fonction de son impédance acoustique. L'écho en retour prend la forme d'une onde de pression à l'image des vaguelettes circulaires déformant la surface de l'eau lorsqu'on y jette une pierre. La distance entre la source et la cible peut être déterminée en mesurant le temps de vol séparant l'émission des ultrasons du retour de l'écho. Plusieurs exemples de télémètres ultrasonores sont présentés aux figures 3.5 et 3.6. Il existe notamment des modules ultrasonores qui, à l'image du télémètre MSU08 présenté à la figure 3.6, sont de faible encombrement ( $L \times l \times h = 43 \text{ mm} \times 20 \text{ mm} \times 17 \text{ mm}$ ) et peu onéreux (moins de 60 \$US).

Les systèmes ultrasonores présentent un certain nombre de défauts. Le premier d'entre eux résulte d'une émission imparfaite : au lieu d'être canalisées dans une seule direction, les ondes se propagent selon un cône dont le sommet est la source d'émission. Plus



FIGURE 3.5 – Télémètres ultrasonores Polaroid *USP 3* et Migatron *RPS 409 IS*

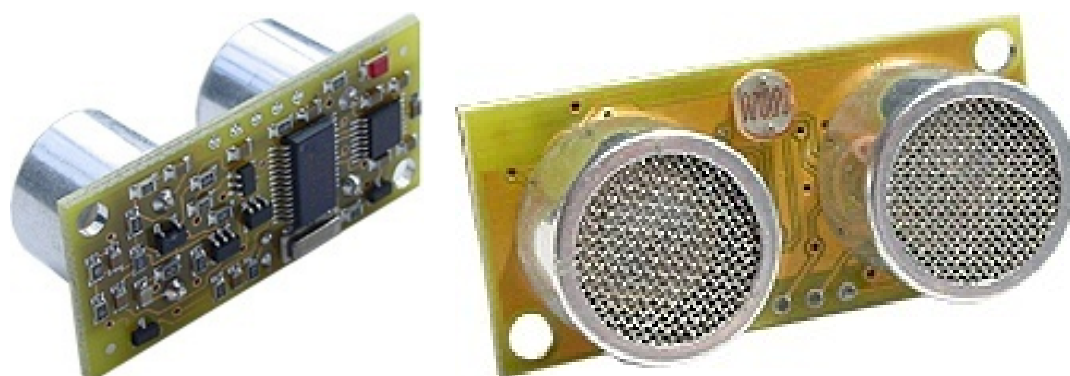


FIGURE 3.6 – Télémètre ultrasonore MSU08 (commercialisé par Lextronic [Lextronic 04])

l'angle d'ouverture du cône est grand, plus cela influe sur la détection des objets. La caractéristique décrivant la directivité de la mesure d'un capteur Airmar AT120 [Airmar 04] est donnée à la figure 3.7. Elle fait nettement apparaître un cône d'émission dont l'angle d'ouverture avoisine les 20 degrés. Autre problème, l'alternance de périodes d'émissions

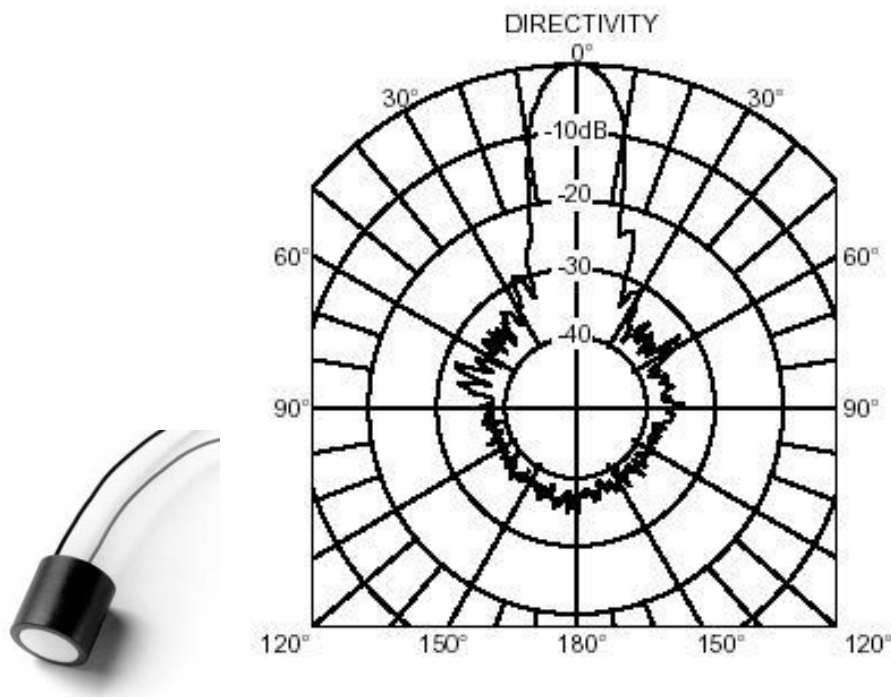


FIGURE 3.7 – Télémètres ultrasonores Airmar AT 120 et caractéristique d'émission

et de réception est à l'origine d'une zone morte dans la plage de mesure. Ces capteurs ne peuvent ainsi pas percevoir des objets trop proches. A l'inverse, à cause de l'atténuation de la puissance des ondes, il existe aussi une distance maximale, déterminée dans les meilleures conditions possibles (matériau parfaitement réfléchissant, angle d'incidence idéal). La plage de pleine variation de la mesure (généralement 0-10 V analogiques) est ainsi adaptée au capteur proposé et la distance effective de mesure se situe aux alentours des deux tiers de la plage de mesure. Enfin, la fréquence maximale des mesures est variable, liée à la distance de mesure maximale autorisée et à la fréquence des ultrasons. Par exemple, un capteur dédié à des mesures aux alentours de 1,5 m donnera une nouvelle mesure toutes les 10 ms, alors qu'un capteur prévu pour mesurer des distances jusqu'à 30 m sera limité à 5 mises à jour par seconde [EMS 04]. A ces défauts s'ajoute la sensibilité à la densité de l'air : ainsi ces capteurs sont sensibles aux changements de température (vitesse des ondes modifiée de 1% pour 10° C) et de pression (vitesse des ondes modifiée de 5% pour 1000 m de dénivélé). Ils doivent être stabilisés en température et recalibrés pour fonctionner à des pressions différentes de la pression atmosphérique.

### Télémètres laser

Les *télémètres laser* sont à ce jour le moyen le plus répandu en robotique mobile pour obtenir des mesures précises de distance. Leur principe de fonctionnement est



le suivant. A un instant donné, une impulsion lumineuse très courte est envoyée par l'intermédiaire d'une diode laser de faible puissance. La réflexion de cette onde donne un écho qui est détecté au bout d'un temps proportionnel à la distance capteur-obstacle. La direction des impulsions est modifiée par rotation d'un miroir, l'angle de balayage couvrant généralement entre 100 et 180 degrés sur des produits commerciaux [Sick 04].

La portée du capteur dépend de la réflectivité des milieux rencontrés, mais une valeur typique de 30 mètres est atteinte avec un télémètre de bonne qualité. Outre cette portée relativement satisfaisante pour une application de navigation à basse vitesse, les autres performances de ces capteurs en termes de précision de mesure, de résolution angulaire et de stabilité en température font d'eux les meilleurs télémètres pour la robotique mobile. La gamme de produits de la marque Sick (voir figure 3.8) fait référence pour la navigation des robots mobiles. Les performances d'un modèle tel que le LMS200 sont données dans le tableau 3.1.



FIGURE 3.8 – La famille des télémètres lasers Sick [Sick 04]

Angle d'ouverture	180°
Résolution angulaire	0,25 – 0,5 – 1°
Temps de réponse (fonction de la résolution)	13 – 26 – 52 ms
Résolution	10 mm
Erreur systématique	±15 mm
Erreur statistique	5 mm
Classe d'équipement laser	classe 1
Températures de fonctionnement	0° C ... + 50° C
Distance maximale de mesure	80 m
Interface	RS-422 et RS-232
Taux de transmission	9,6 – 19,2 – 38,4 – 500 kBaud
Consommation	20 W
Poids	4,5 kg
Dimensions ( $L \times l \times h$ )	156 × 155 × 210 mm

TABLE 3.1 – Caractéristiques du télémètre laser Sick LMS200

Les télémètres lasers ne sont néanmoins pas sans défauts. On peut noter tout d'abord qu'un balayage complet sur 180 degrés prend quelques secondes, si bien que ces capteurs ne sont généralement utilisables qu'en mode recalage. Enfin, le prix de ces dispositifs ne les destinent aucunement à des applications grand public. A titre d'exemple, un télémètre Sick LMS200 reviendra approximativement à 6000 \$US.

### 3.1.4 Vision par ordinateur

La *vision par ordinateur* est bien évidemment largement utilisée en robotique mobile. Ceci étant, il n'existe qu'assez peu de thématiques spécifiques qui puissent mériter des compléments par rapport aux enseignements dispensés à l'ENSPS, tant en vision monoculaire qu'en stéréovision. On présente ici brièvement la vision omnidirectionnelle, seule technique originale émanant en partie de la navigation de véhicules, qu'il s'agisse de voitures ou de robots.

La *vision omnidirectionnelle* consiste à mesurer la réflexion de l'environnement sur un miroir parabolique. La mesure ainsi obtenue est très largement distordue, mais possède l'avantage d'être omnidirectionnelle et donc de permettre une reconstruction panoramique de la scène sur 360 degrés [Pajdla 03]. Les figures 3.9 et 3.10 donnent un exemple de dispositif et d'images obtenus, ainsi que du résultat de la rectification d'images.

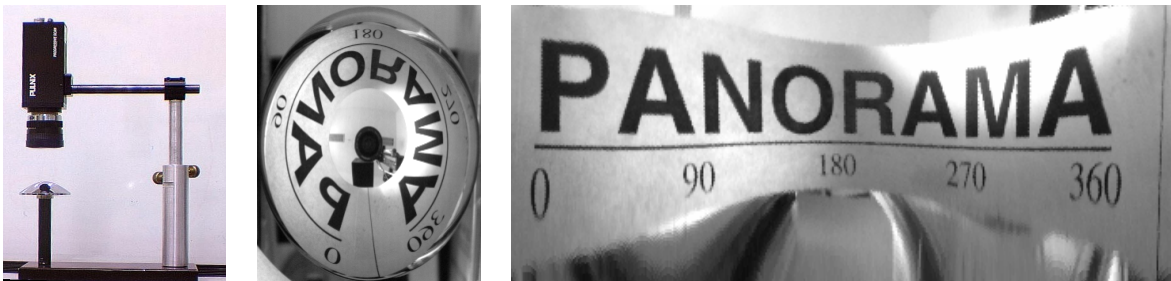


FIGURE 3.9 – Dispositif de vision omnidirectionnelle, image brute et reprojection cylindrique

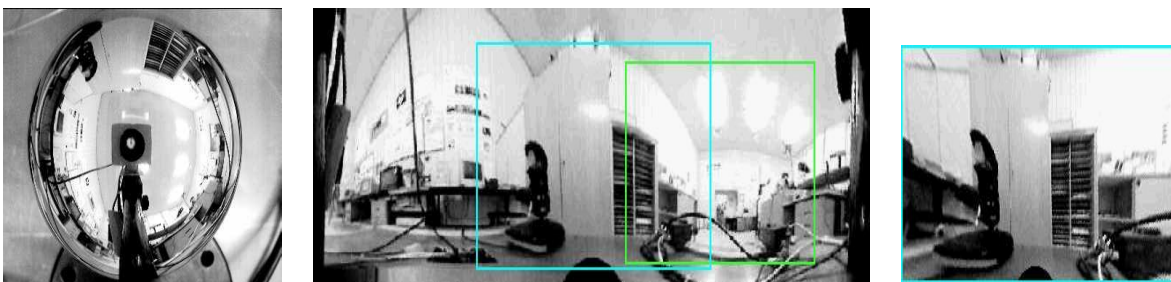


FIGURE 3.10 – Image brute, reprojection cylindrique et reprojection perspective [Pajdla 03]

Dans le cadre d'une application de robotique mobile, cela permet de détecter des évènements dans toutes les directions, offrant des possibilités accrues d'évitement dynamique d'obstacles. Dans ce domaine, un certain nombre de recherches sont particulièrement d'actualité, visant à améliorer tant la conception des systèmes (alignement caméra-miroir, régularité du miroir, géométrie du capteur jusqu'alors rectangulaire à pas constant) que la rectification des images et la navigation basée sur ce type d'images [OmniBot 04].

## 3.2 Localisation

Afin de remédier aux faiblesses des capteurs, on a tendance à les multiplier. Cette redondance d'information, nécessaire à bien des égards, implique bien évidemment un recoupement cohérent de l'information. Or les capteurs ne fournissent pas tous, comme on l'a vu, le même type d'informations. Il s'agit principalement, pour les capteurs présentés, de la posture absolue ou relative et de la distance aux corps présents dans l'environnement. Dans le premier cas, on peut parler de *représentation allocentrée*<sup>1</sup> de l'espace et dans le second de *représentation égocentrée*. Par la suite, l'utilisation que l'on fait des données des capteurs est le plus souvent liée à la façon dont on modélise mathématiquement l'environnement pour résoudre les différents problèmes posés. Ainsi, le plus traditionnellement, on utilise à un repérage absolu qui correspond à une vision mathématique simple de l'espace, au prix du traitement adéquat des données. Des stratégies basées sur l'utilisation directe des informations issues directement de mesures existent néanmoins [Samson 91], mais ne sont pas à l'heure actuelle généralisées.

### 3.2.1 Odométrie

#### Principe

On se pose ici le problème de déterminer la posture du robot de la manière la plus simple, c'est-à-dire l'aide de capteurs proprioceptifs disposés sur les roues elles-mêmes. Dans la littérature on trouvera souvent le terme anglais (→) *dead-reckoning* (navigation à l'estime). Comme on l'a vu dans le chapitre 2, les hypothèses de *r.s.g.* permettent de relier les commandes cinématiques des roues du robot à la dérivée de sa posture. Pour déterminer la posture du robot à l'instant  $t$  il reste alors à intégrer cette dérivée :

$$\begin{aligned}x(t) &= \int_0^t \dot{x}(\tau) d\tau, \\y(t) &= \int_0^t \dot{y}(\tau) d\tau, \\\theta(t) &= \int_0^t \dot{\theta}(\tau) d\tau.\end{aligned}$$

De manière pratique, ce calcul se fera bien évidemment de façon discrète sur calculateur, par un algorithme approprié d'intégration numérique.

Bien qu'il soit évidemment possible de connaître également la position angulaire des roues, celle-ci n'est pas utile pour connaître la posture du robot, ni d'ailleurs pour commander le robot. En effet, à une même position instantanée des roues correspondent une infinité de postures. A l'inverse, la posture ne peut s'obtenir qu'en utilisant l'évolution du robot sur sa trajectoire, d'un instant à un autre. Ceci justifie l'appellation d'*odométrie* (du grec *odos* : chemin). Il est à noter que l'odométrie ne donne qu'une posture relative du robot, la posture initiale devant être obtenue par d'autres moyens.

L'odométrie est un mode de localisation d'une simplicité remarquable. Aussi, tout robot mobile un tant soit peu évolué en est équipé. En revanche, il s'agit aussi d'un mode de mesure particulièrement imparfait. Le calcul de la posture est fait en supposant qu'il n'y a pas de glissement et que les paramètres géométriques du robot sont parfaitement

1. ...c'est-à-dire déportée [Berthoz 93].

connus, notamment le diamètre des roues et la longueur de l'entraxe. Comme nous le verrons plus loin, l'accumulation d'erreurs dues à l'intégration et à l'inexactitude des hypothèses formulées justifie l'association de l'odométrie à au moins un autre mode de localisation, ne serait-ce que pour son initialisation.

### Erreurs et correction

La validité de l'odométrie est basée sur l'hypothèse de *r.s.g.*, qui permet de supposer que la rotation propre d'une roue engendre une translation à vitesse connue de son centre. Cette hypothèse, conformément aux différents travaux de Borenstein en la matière, s'avère d'une validité très limitée [Borenstein 96]. Un certain nombre d'erreurs viennent entacher la précision de l'odométrie :

- des erreurs systématiques : erreur sur le diamètre des roues par rapport à la valeur nominale attendue, diamètres différents, erreurs sur la disposition des roues, résolution des codeurs ;
- des erreurs non systématiques : sol non plan ou irrégulier, glissements divers (dus à la nature du sol, à une accélération trop brutale, à un obstacle, un défaut mécanique, etc.), contact au sol non ponctuel.

La propagation des erreurs systématiques au travers de l'odométrie est très gênante car elle est cumulative. En environnement d'intérieur, les erreurs non systématiques auront moins d'importance, notamment parce qu'elles ne s'accumulent pas constamment, comme c'est le cas des erreurs systématiques.

Quantitativement, l'estimation de l'incertitude de l'odométrie d'un robot mobile peut être donnée par la matrice de covariance de bruit associée à la posture du robot. Sa détermination n'est cependant pas une tâche facile. En particulier, à moins de faire des mouvements découplés de translation et de rotation, il est clair que les erreurs correspondantes sont elles relativement couplées. Par ailleurs, la matrice de covariance de bruit dépend du véhicule, du type de mouvement effectué, des capteurs et de leur modélisation. Pour illustrer l'erreur de manière graphique, on peut également propager une ellipse le long du trajet du robot pour décrire l'incertitude en position et un cône pour illustrer l'incertitude en orientation. Tous deux sont déterminés à partir de la matrice de covariance de bruit. A mesure que le robot avance et que l'erreur s'accumule ces motifs géométriques grandissent.

Pour en savoir plus concernant la modélisation des erreurs odométriques, on se référera aux rapports techniques [Kelly 00] et [Borenstein 96]. Sans rentrer dans le détail, on notera simplement qu'il n'est pas possible de prendre en compte les erreurs non systématiques, leur amplitude imprévisible ne permettant pas une prédiction. Quant aux erreurs systématiques, il est souvent préférable de les identifier préalablement et de les corriger [Borenstein 94]. Les erreurs résiduelles ainsi minimisées sont ensuite prises en compte, par exemple dans un schéma de fusion de données, comme nous allons le voir plus loin.

#### 3.2.2 Télémétrie

Quelle que soit la technologie utilisée pour effectuer la mesure télémétrique, le capteur retourne généralement deux informations. La première donne l'angle de gisement, c'est-à-dire la direction dans laquelle a été faite la mesure. La seconde donne la distance au corps ayant réfléchi l'onde émise. Cette technique de mesure permet donc

de positionner les objets présents dans la scène par rapport au robot. Elle se prête très bien aux environnements d'intérieur, structurés, comportant des formes régulières et statiques comme des murs, qui par ailleurs, possèdent généralement de bonnes propriétés de réflexion.

### Recalage

Si l'on dispose d'une connaissance a priori de l'environnement, le *recalage* des mesures sur le modèle permet de déduire la posture du robot. Pour cela deux possibilités :

- soit on utilise directement le nuage de points de mesure ;
- soit on extrait des primitives dans ce nuage, typiquement des segments représentant les surfaces planes et des coins, représentant l'intersection des segments.

Dans le premier cas, chaque point devra être apparié à un point de l'environnement. Ceci peut être réalisé à l'aide d'un algorithme dédié comme l'algorithme *ICP* (→ iterative closest point) [Lebossé 04]. Cette technique permet d'obtenir de bons résultats, au prix d'une complexité de calcul relativement élevée, la procédure étant itérative (voir figure 3.11).

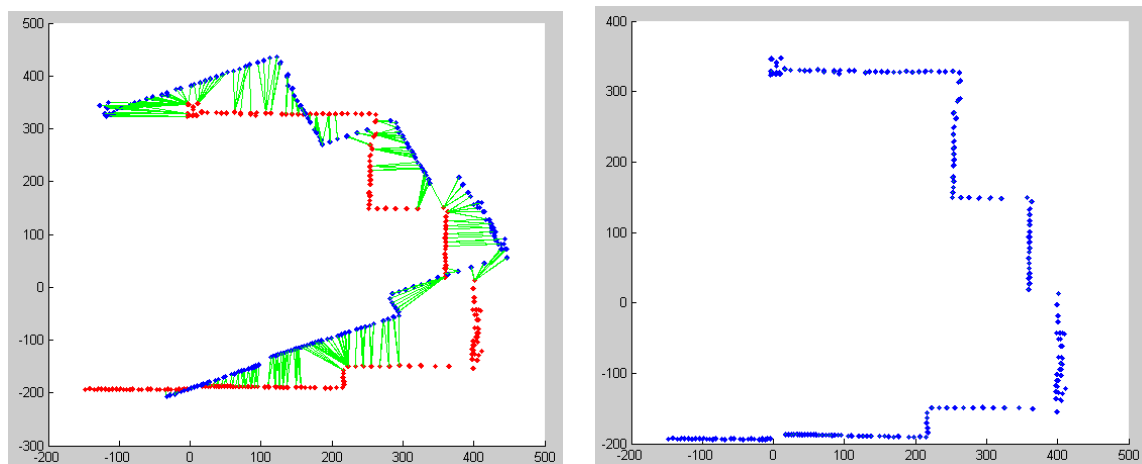


FIGURE 3.11 – Recalage de données 3D reprojetées par l'algorithme ICP

Dans le second cas, une représentation sera obtenue en appariant des segments extraits sur une carte, comme cela est représenté sur la figure 3.12. Le choix du type de données à segmenter est fonction de la carte initiale de l'environnement que l'on possède a priori ou que l'on construit a posteriori, à partir des mesures. La représentation classique, utilisant des segments de droite, présente l'avantage de permettre un préfiltrage des données aberrantes. Idéalement, l'extraction des primitives doit tenir compte de l'incertitude du capteur utilisé [Siegwart 04]. Les primitives obtenues peuvent alors être analysées pour extraire des éléments caractéristiques. Typiquement, il est utile de détecter des intersections de droites, qui forment des angles dans une pièce ou sur un objet. Cette technique est évidemment bien plus efficace pour construire une carte de l'environnement statique que pour représenter un obstacle imprévu, dont la forme est généralement peu régulière et potentiellement dynamique.

Les mesures de distance fournies par des capteurs télémétriques présentent cependant un certain nombre de défauts. Tout d'abord, elles ne donnent qu'une image bidimension-

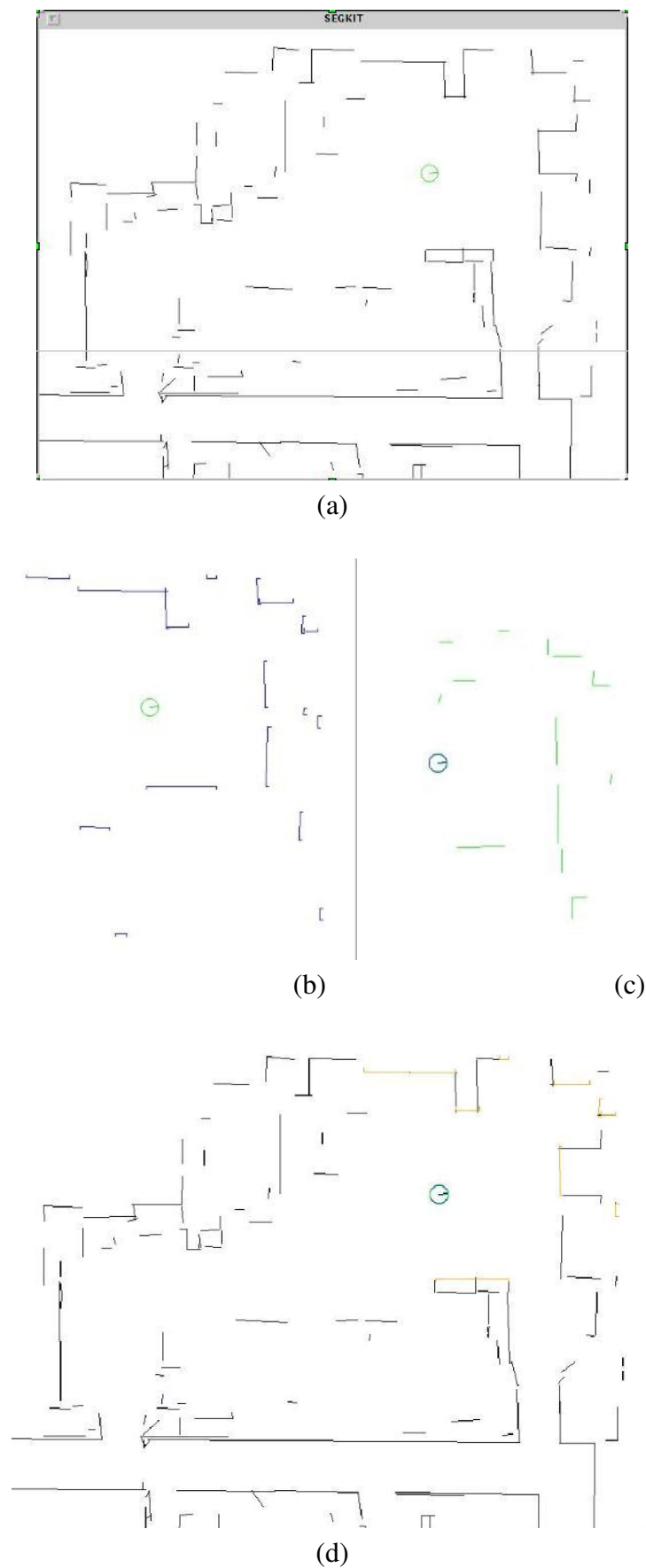


FIGURE 3.12 – Recalage de données télémétriques laser sur un modèle d'environnement. (a) Modèle de l'environnement, (b) segments de la carte dans la zone de mesure, (c) mesures segmentées, (d) localisation par appariement



nelle de l'environnement, à une altitude donnée. En environnement encombré, il peut en résulter que différents obstacles soient mal captés et donc mal représentés dans la carte. Le cas typique est celui d'une table. Les pieds donneront peu de points et (sauf miracle) le plateau ne sera pas dans le plan de mesure du télémètre. Ainsi, même si le robot navigue dans un plan, l'obtention d'une carte tridimensionnelle apparaît aujourd'hui nécessaire pour naviguer de manière véritablement robuste. A ce jour les télémètres tridimensionnels étant d'un coût prohibitif, on travaille principalement avec des télémètres plans qui balaient la dernière dimension grâce à un support orientable, comme c'est le cas sur la figure 3.13. Typiquement, on peut placer le télémètre dans un plan normal au sol, orienté

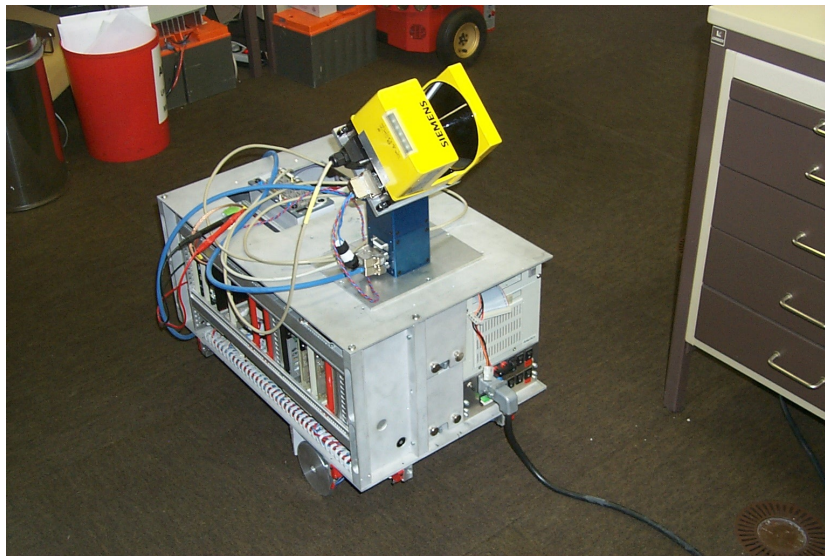


FIGURE 3.13 – Dispositif de mesures laser tridimensionnelles avec un laser à balayage monté sur une platine

de façon à ce qu'il perçoive à la fois le sol et le plafond, ce qui n'est pas très difficile avec une ouverture de 180 degrés. Le balayage horizontal est alors effectué mécaniquement, à l'aide d'une platine. Ceci permet d'avoir une stratégie plus efficace de détection des primitives. Les murs verticaux sont obtenus facilement au dessus d'une certaine hauteur, ou les autres objets sont rares. Les obstacles verticaux sont eux recherchés à des hauteurs inférieures. Enfin, les obstacles horizontaux, comme les trous ou les irrégularités du sol, sont eux captés lorsque car le plan du télémètre est vertical.

Un dernier inconvénient des mesures télémétriques réside dans le fait qu'il ne soit pas possible d'identifier la nature du corps rencontré à partir de l'écho, ce qui permettrait de réagir en conséquence. Par exemple, un écho isolé peut-il être considéré comme un bruit de mesure ou bien s'agit-il d'une information à conserver ? Le recours à la vision par ordinateur pour compléter la cartographie est un axe de recherche très actuel (mais difficile).

### Localisation sur balises

A l'aide de balises localisées simultanément dans l'environnement il est possible de déduire la posture du robot par télémétrie, puis triangulation. Cette technique doit être adaptée aux informations retournées par la balise. On peut estimer que l'on dispose

généralement de la distance robot-balise, de l'angle de gisement référencé par rapport à la base et des positions des balises. Si l'on dispose de l'angle de gisement absolu de deux balises ou des angles de gisement relatifs de trois balises, on peut déterminer la posture du robot, comme on le constate graphiquement à la figure 3.14, gauche. Il est toutefois plus robuste d'utiliser trois balises, la position de l'intersection des rayons réfléchis étant très sensible à une faible erreur angulaire si les angles de gisement sont faibles.

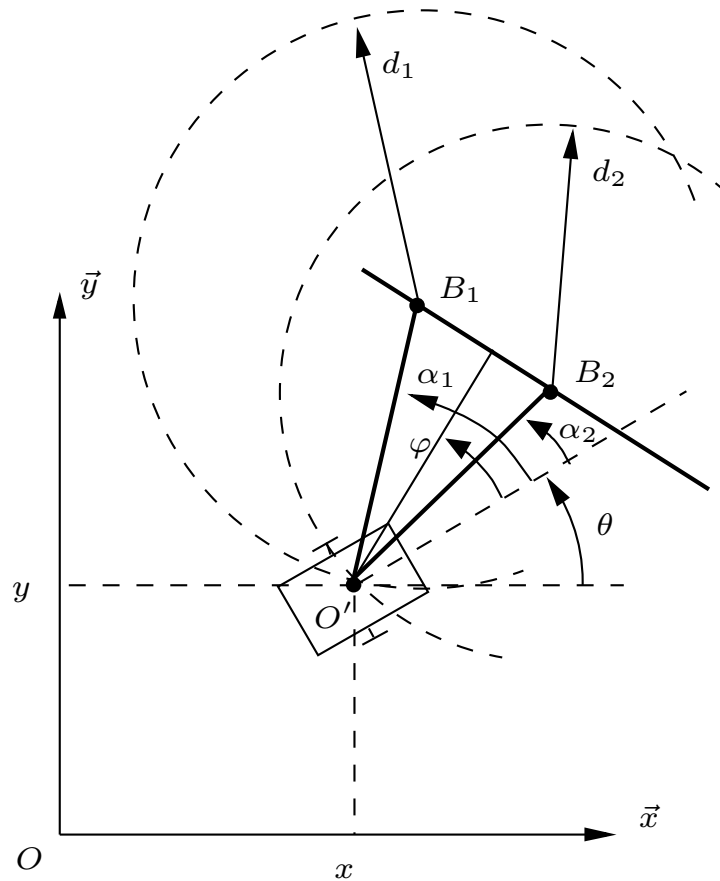


FIGURE 3.14 – Méthodes de triangulation à deux balises, avec mesure des angles de gisement, d'après [Aldon 01]

Si l'on ne dispose que des distances aux balises, et pas de l'angle de gisement, il faut alors trois balises pour déduire la position du robot. On ne peut alors rien dire sur l'orientation du robot, comme le montre la figure 3.15.

### 3.2.3 Localisation multicapteur

Le processus de localisation classique en robotique mobile consiste à combiner les mesures proprioceptives et extéroceptives, fournissant respectivement des informations relatives et absolues sur la posture. Faisons le point sur les techniques évoquées précédemment. Pour ce qui est de la posture relative on suppose qu'elle est donnée par l'odométrie. Pour la mesure extéroceptive de la posture du robot on peut envisager les modalités suivantes pour assurer un positionnement relativement précis, de l'ordre de un à quelques centimètres :



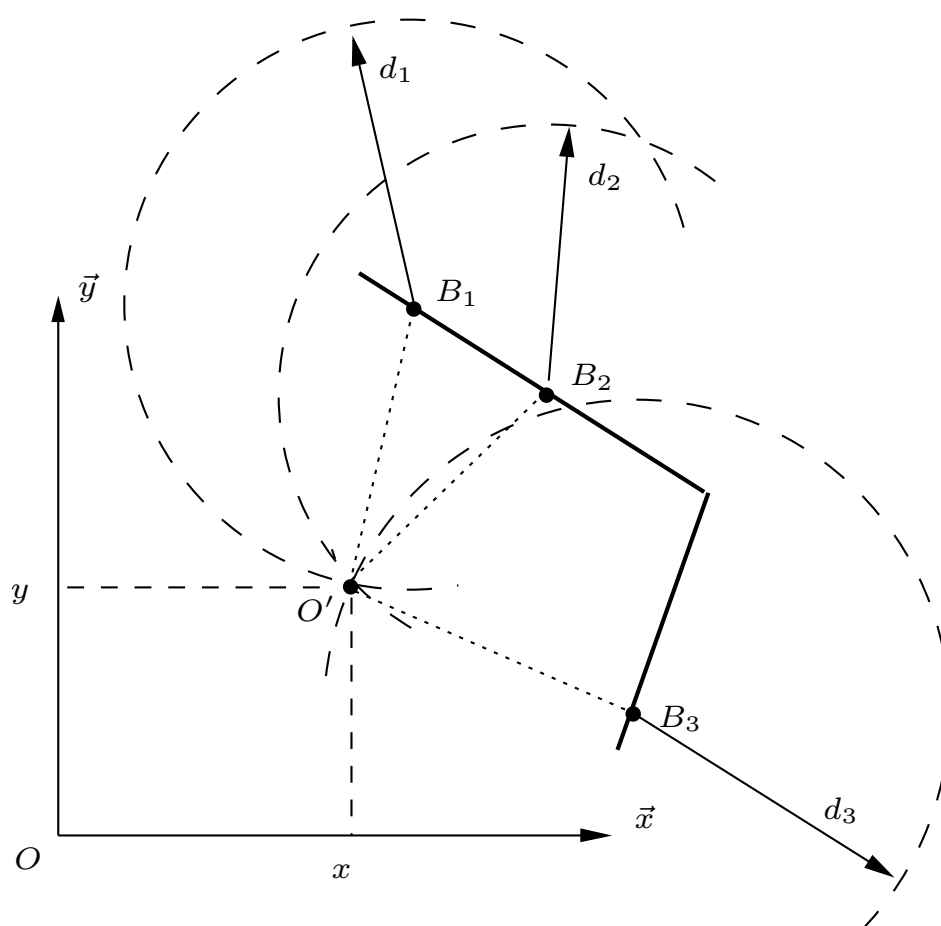


FIGURE 3.15 – Méthodes de triangulation à trois balises, sans mesure des angles de gisement, d'après [Aldon 01]

- localisation d'amers (motifs, balises) dont les positions dans un repère absolu sont connues ;
- à l'inverse, localisation externe du robot par des capteurs disposés dans l'environnement (par exemple détection de la posture aux alentours d'une position de stationnement à l'aide de caméras placées au plafond) ;
- mise en correspondance de la carte acquise par le système avec une carte préexistante du lieu pour déduire la posture du robot. Dans le cas de navigation en environnement inconnu il faut notamment au minimum acquérir préalablement à toute navigation une carte de l'environnement (voir 3.16).

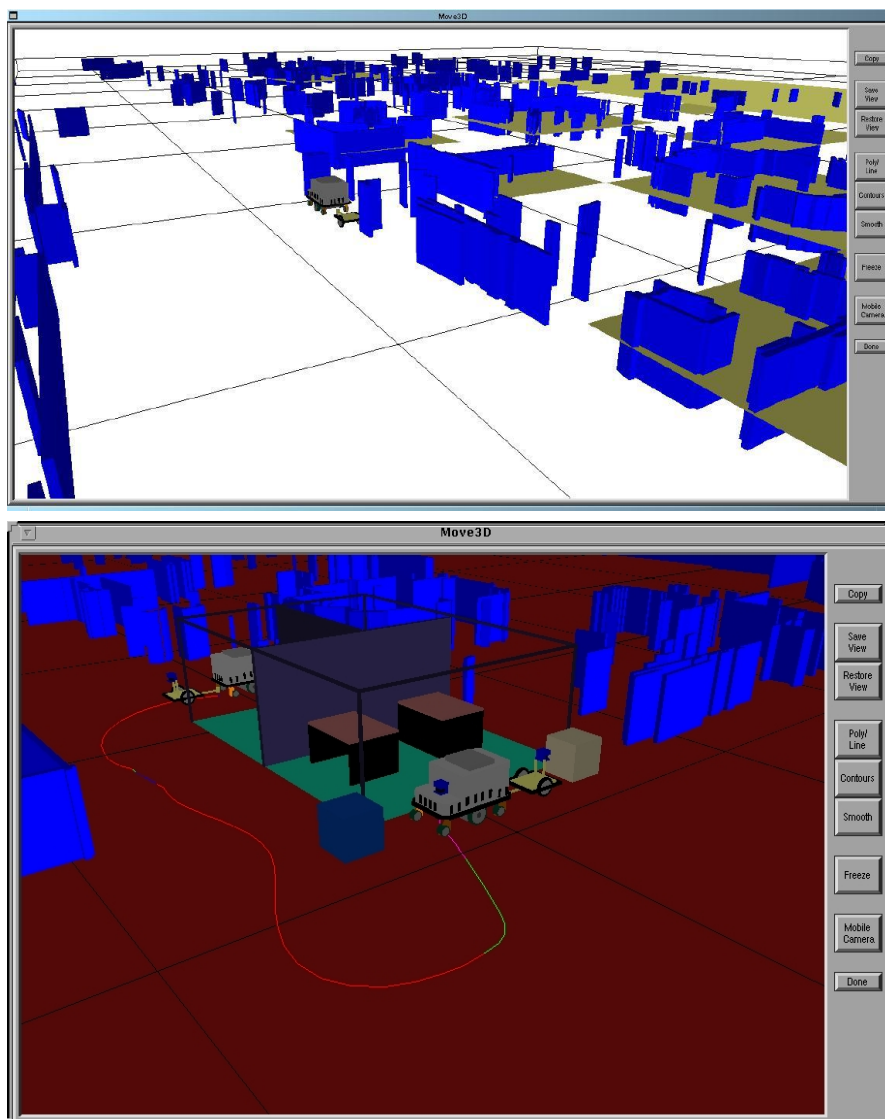


FIGURE 3.16 – Carte construite en quelques heures par télémétrie laser au SITEF (Salon International des Technologies du Futur) à Toulouse [Sitef 02]. Les segments de droite de la carte sont extrapolés en plan verticaux. Les zones interdites sont ajoutées par l'opérateur. La navigation est réalisée sur la base de la localisation dans ce plan à l'aide de l'odométrie.

Il faut alors envisager le problème de *fusion des données* capteurs pour obtenir une représentation unique cohérente. Nous allons détailler trois modalités pour effectuer cette fusion, en allant de la technique la plus élémentaire à la plus évoluée [Aldon 01]. Le choix dépendra notamment de la confiance que l'on accorde d'une part à l'odométrie et d'autre part aux capteurs extéroceptifs.

### Recalage simple

La méthode de combiner les informations la plus simple consiste à utiliser exclusivement l'odométrie, les capteurs extéroceptifs étant uniquement utilisés lors de l'initialisation au démarrage du robot<sup>2</sup>. Cette technique simple revient à accorder une grande confiance tant au système de recalage absolu qu'à l'odométrie. Des recalages ponctuels peuvent permettre de réévaluer la posture dans le repère de la scène et d'annuler l'erreur accumulée constamment par l'odométrie au cours du trajet du robot.

### Fusion de données par moyenne pondérée

La première technique pour utiliser conjointement (et non successivement) les données issues de plusieurs capteurs consiste à les fusionner en pondérant leurs contributions respectives. Cette fusion tient compte des incertitudes sur les mesures effectuées, représentées par leurs variances respectives [Aldon 01]. Soit  $\xi_o$  et  $\xi_r$  les valeurs des mesures proprioceptives (indice  $o$  pour odométrie) et extéroceptives (indice  $r$  pour recalage) de la posture du robot. On peut estimer la position par le moyennage pondéré issu de la loi de Bayes [Bar-Shalom 88] :

$$\xi = \frac{\sigma_r^2}{\sigma_o^2 + \sigma_r^2} \xi_o + \frac{\sigma_o^2}{\sigma_o^2 + \sigma_r^2} \xi_r, \quad (3.1)$$

dont la variance est donnée par :

$$\frac{1}{\sigma^2} = \frac{1}{\sigma_o^2} + \frac{1}{\sigma_r^2}. \quad (3.2)$$

On constate d'après (3.1) et (3.2) que si la confiance sur la mesure des capteurs extéroceptifs est faible (donc la variance associée importante) les mesures correspondantes n'affectent que peu l'estimation de posture. À l'inverse, si la variance des mesures données par l'odométrie augmente trop, les mesures issues des capteurs extéroceptifs deviendront prépondérantes. Par ailleurs, on constate d'après (3.2) que la variance de l'estimation pondérée est meilleure que celle des mesures séparées (heureusement d'ailleurs...).

Certains résultats expérimentaux maintenant anciens ont été obtenus avec cette méthode. Cependant, au vu des nombreux progrès effectués en localisation des robots mobiles dans les quinze dernières années, on peut considérer cette technique d'estimation comme obsolète. La seule raison valable de l'utiliser est liée à un manque de ressources de calcul pour mettre en œuvre une fusion plus efficace des données. Un des défauts majeurs de cette méthode réside dans le fait qu'elle ne tient pas compte des mesures passées pour réaliser l'estimation. Pour cela on met généralement en œuvre une technique d'estimation plus évoluée par *filtrage de Kalman*.

2. La seule solution pour conserver la position serait la mise en mémoire non volatile de la posture du robot, solution qui n'est pas viable : qu'advient-il s'il l'on doit déplacer le robot sans le faire rouler (pour le transporter par exemple ?

### Fusion de données par filtrage de Kalman

Le problème de localisation à partir de différents capteurs peut être traité comme un problème d'estimation de l'état du système à partir d'observations, dont des solutions sont bien connues en Automatique. En robotique mobile, on fait le plus souvent appel à la technique du filtrage de Kalman.

**Modélisation** Comme on l'a vu au paragraphe 2.4.1, le modèle d'état d'un robot mobile est non linéaire de forme particulière. L'état  $\mathbf{x}$  du robot est représenté par sa configuration  $\mathbf{q}$ , généralement limitée au strict minimum (configuration réduite, sans les angles de rotation des roues). L'évolution de l'état est donnée par le modèle cinématique. Le vecteur de sortie  $\mathbf{y}$  comprenant l'ensemble des mesures effectuées à l'aide des différents capteurs est généralement d'une dimension supérieure à celle de l'état.

Le système étant non linéaire, on a recours au filtrage de Kalman étendu (FKE). L'implantation du FKE impose que la représentation d'état continue issue du modèle cinématique soit mise sous forme discrète et prenne en compte les bruits affectant les équations d'état et de mesure. Par hypothèse du filtre de Kalman, il s'agit de bruits blancs, à distribution gaussienne. Les notations utilisées sont à peu de choses près celles du cours *Estimation et filtrage optimal*. On note  $T$  la période d'échantillonnage et  $\mathbf{x}(k)$ ,  $\mathbf{u}(k)$  et  $\mathbf{y}(k)$  respectivement l'état, la commande et la mesure à l'instant  $k$ . Les bruits sur l'équation d'état et sur l'équation de mesure sont respectivement notés  $\mathbf{w}(k)$  et  $\mathbf{v}(k)$ . Le bruit d'état est pondéré par une matrice de gain  $G(k)$ . Les matrices de covariance des bruits  $\mathbf{w}(k)$  et  $\mathbf{v}(k)$  sont respectivement notées  $Q(k)$  et  $R(k)$ . Alors, la représentation d'état s'écrit :

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)) + G(k)\mathbf{w}(k), \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{h}(\mathbf{x}(k)) + \mathbf{v}(k), \end{cases} \quad (3.3)$$

où  $\mathbf{f}(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k))$  et  $\mathbf{h}(\mathbf{x}(k))$  se déduisent du modèle continu.

Prenons l'exemple d'un robot de type unicycle, étudié au paragraphe 2.3.2. Pour ce robot, l'état à l'instant  $k$  est donné par :

$$\mathbf{x}(k) = \begin{pmatrix} x(k) \\ y(k) \\ \theta(k) \end{pmatrix}.$$

D'après le modèle cinématique (2.12), on déduit la forme discrète de l'équation d'état<sup>3</sup> :

$$\mathbf{x}(k+1) = \begin{pmatrix} x(k) + v(k)T \cos \theta(k) \\ y(k) + v(k)T \sin \theta(k) \\ \theta(k) + \omega(k)T \end{pmatrix} + G(k)\mathbf{w}(k). \quad (3.4)$$

L'équation de mesure dépend quant à elle du choix des capteurs. On suppose que d'une part on dispose de la posture estimée par l'odométrie, et d'autre part de la distance par rapport à un amer dont la position  $(x_b \ y_b)^T$  dans l'environnement est connue :

$$\mathbf{y}(k) = \begin{pmatrix} \sqrt{(x(k) - x_b)^2 + (y(k) - y_b)^2} \\ x(k) \\ y(k) \\ \theta(k) \end{pmatrix} + \mathbf{v}(k). \quad (3.5)$$

3. Il existe plusieurs degrés de raffinement de cette équation, la discrétisation proposée étant la plus grossière.

**Algorithme du filtrage de Kalman étendu** Pour implémenter un FKE, il faut linéariser les termes non linéaires de l'équation d'état autour de l'estimée  $\hat{\mathbf{x}}(k)$  et donc calculer les matrices jacobiniennes des fonctions  $\mathbf{f}$  et  $\mathbf{h}$ , notées respectivement  $\nabla \mathbf{f}_x(k) = \nabla \mathbf{f}_x(\hat{\mathbf{x}}(k))$  et  $\nabla \mathbf{h}_x(k) = \nabla \mathbf{h}_x(\hat{\mathbf{x}}(k|k-1))$ . On peut ensuite appliquer la méthode de filtrage de Kalman classique en utilisant les éléments ainsi linéarisés :

1. Initialisation : la première prédiction est choisie égale à l'état à l'instant initial  $\hat{\mathbf{x}}(0|0) = \mathbf{x}(0)$ .
2. Pour  $k \geq 0$ , on estime l'état à l'aide de l'équation d'état et on évalue la matrice de covariance (étape de prédiction) :

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}(k+1|k) &= \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}(k|k), \mathbf{u}(k)), \\ P(k+1|k) &= \nabla \mathbf{f}_x(k)P(k|k)\nabla^T \mathbf{f}_x(k) + G(k)Q(k)G^T(k).\end{aligned}$$

Ensuite, à l'instant  $k+1$ , connaissant la nouvelle mesure  $\mathbf{y}(k+1)$ , on déduit l'estimation de l'état et la matrice de covariance de l'erreur d'estimation (étape d'estimation) :

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}(k+1|k+1) &= \hat{\mathbf{x}}(k+1|k) + K(k+1)\mathbf{r}(k+1), \\ P(k+1|k+1) &= (I - K(k+1)\nabla \mathbf{h}_x(k+1))P(k+1|k),\end{aligned}$$

avec :

$$\begin{aligned}K(k+1) &= P(k+1|k)\nabla^T \mathbf{h}_x(k+1)(\nabla \mathbf{h}_x(k+1)P(k+1|k)\nabla^T \mathbf{h}_x(k+1) + R(k))^{-1}, \\ \text{et } \mathbf{r}(k+1) &= \mathbf{y}(k+1) - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}(k+1|k)),\end{aligned}$$

$K$  étant le *gain de Kalman* et  $\mathbf{r}$  l'*innovation*.

Pour appliquer maintenant le FKE à l'exemple du robot mobile de type unicycle, on calcule :

$$\nabla \mathbf{f}_x(k) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -v(k)T \sin \hat{\theta}(k) \\ 0 & 1 & v(k)T \cos \hat{\theta}(k) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

De même, avec l'équation de mesure :

$$\nabla \mathbf{h}_x(k) = \begin{pmatrix} \frac{(\hat{x}(k|k-1) - x_b)}{\sqrt{(\hat{x}(k|k-1) - x_b)^2 + (\hat{y}(k|k-1) - y_b)^2}} & \frac{(\hat{y}(k|k-1) - y_b)}{\sqrt{(\hat{x}(k|k-1) - x_b)^2 + (\hat{y}(k|k-1) - y_b)^2}} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Alors :

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}(k+1|k) &= \begin{pmatrix} \hat{x}(k) + v(k)T \cos \hat{\theta}(k) \\ \hat{y}(k) + v(k)T \sin \hat{\theta}(k) \\ \hat{\theta}(k) + \omega(k)T \end{pmatrix}, \\ P(k+1|k) &= \nabla \mathbf{f}_x(k)P(k|k)\nabla^T \mathbf{f}_x(k) + G(k)Q(k)G^T(k), \\ K(k+1) &= P(k+1|k)\nabla^T \mathbf{h}_x(k+1)(\nabla \mathbf{h}_x(k+1)P(k+1|k)\nabla^T \mathbf{h}_x(k+1) + R(k))^{-1}, \\ \mathbf{r}(k+1) &= \mathbf{y}(k+1) - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}(k+1|k)), \\ \hat{\mathbf{x}}(k+1|k+1) &= \hat{\mathbf{x}}(k+1|k) + K(k+1)\mathbf{r}(k+1), \\ P(k+1|k+1) &= (I - K(k+1)\nabla \mathbf{h}_x(k+1))P(k+1|k).\end{aligned}$$

### 3.3 Construction de carte

La construction d'une carte locale de l'environnement est un problème dual du problème de localisation. Dans le cas de la localisation, à partir de mesures d'un environnement connu a priori, le problème consistait à estimer la localisation courante du robot. Ici, il s'agit de déterminer une représentation de l'environnement, en supposant connue la position du robot. La modélisation de l'environnement obtenue apparaît généralement sous la forme d'une carte géométrique ou d'une carte d'occupation.

#### 3.3.1 Cartes géométriques

##### Segmentation

Que ce soit pour se localiser ou pour planifier une trajectoire, il est utile de disposer d'un environnement structuré, dont le modèle peut être issu d'une connaissance a priori, sous la forme d'une carte ou d'un plan CAO enrichie par l'acquisition de mesures.

La construction d'une carte géométrique de primitives représentant localement l'environnement peut être obtenue par traitement de mesures télémétriques, comme on l'a vu au paragraphe 3.2.2. Comme on l'a déjà évoqué, dans le cas d'un robot mobile naviguant en intérieur, il est pratique de distinguer certains motifs classiques, notamment les murs et coins. Les problématiques sont les mêmes que pour la localisation (si bien que ces opérations sont souvent effectuées conjointement). Ainsi, si la tâche principale du robot est la navigation, l'extraction de primitives à des hauteurs faibles, c'est-à-dire, à portée du robot, suffit dans un premier temps. Néanmoins, pour effectuer une cartographie qui contienne un nombre important de primitives significatives, il faut examiner où ces primitives se trouvent et éventuellement les utiliser.

##### Grilles d'occupation

Une *grille d'occupation* [Elfes 89, Schiele 94] est une carte discrète de l'environnement. Pour l'obtenir, on divise l'environnement en cellules. On associe à chaque cellule une probabilité d'occupation qui est calculée à partir des mesures, du modèle du capteur et, s'il y a lieu, d'une connaissance a priori de l'environnement. On utilise la loi de Bayes pour estimer la présence d'obstacles dans l'espace des configurations. Considérons le cas d'un télémètre fournissant une mesure  $d$  de la distance. Il est probable que la mesure ne correspondra pas parfaitement à la grandeur mesurée  $d^*$ , à cause des imperfections du capteur. Un modèle du capteur permettra d'estimer la probabilité  $P(d|d^*)$  d'obtenir la mesure  $d$  si la grandeur à mesurer est  $d^*$ . Alors, en accord avec la loi de Bayes :

$$P(d^*|d) = \frac{P(d^*)P(d|d^*)}{P(d)}, \quad (3.6)$$

où le terme de normalisation  $P(d)$  peut se calculer par :

$$P(d) = \int_{d_{min}^*}^{d_{max}^*} P(x)P(d|x)dx,$$

La valeur la plus probable d'avoir la distance  $d^*$  pour une mesure  $d$  est la valeur qui maximise l'expression précédente.

Un certain nombre de raffinements peuvent être apportés au schéma de principe des grilles d'occupations. Par exemple, on peut choisir d'adapter la taille des cellules localement, pour ne raffiner que les zones utiles, comme cela est représenté à la figure 3.17. On peut également faire intervenir le temps, pour diminuer la validité des mesures associées à des cellules dont l'état n'a pas été mesuré récemment.

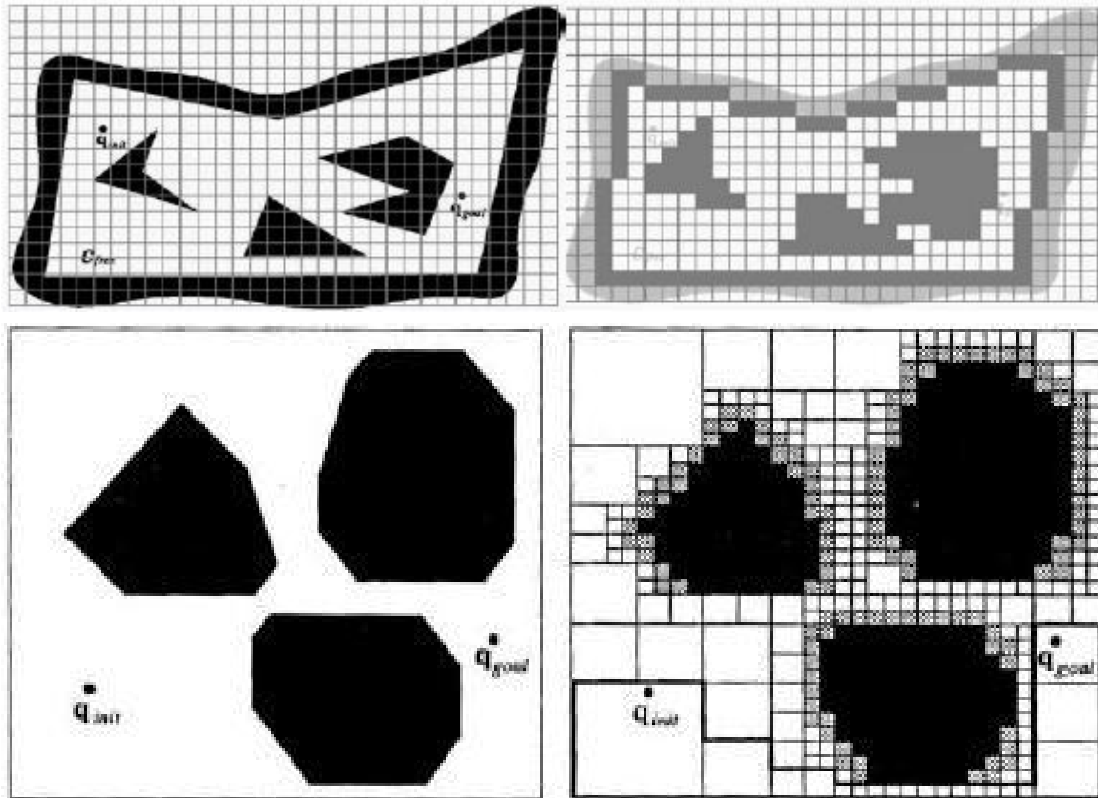


FIGURE 3.17 – Décomposition en cellules de taille fixe ou variable, d'après [Siegwart 04]

### 3.3.2 Cartes topologiques

Dans le cas d'environnements de grande taille, la construction d'une représentation purement géométrique peut s'avérer insuffisante et trop lourde à manipuler. Il est alors pertinent d'ajouter une *information topologique*, correspondant typiquement à un graphe discret représentant différentes zones et donc différentes cartes géométriques locales dans lesquelles évolue le robot. La décision d'utiliser une nouvelle carte locale peut être prise pour plusieurs raisons, par exemple parce qu'on rencontre une configuration particulière de l'environnement, comme un passage, ou parce que l'erreur de localisation dans la carte précédente est grande. La rencontre d'une boucle dans le graphe peut permettre une remise à jour des différentes cartes géométriques locales.

## 3.4 Localisation et cartographie simultanées (SLAM)

Le problème de *localisation et cartographie simultanées (SLAM*, pour *Simultaneous Localisation and Mapping*) est l'un des principaux défis de la robotique mobile :

naviguer à partir d'une position inconnue dans un environnement inconnu en construisant en même temps une représentation de l'environnement et de la posture du robot.

Ce sujet a mobilisé de très nombreuses recherches au cours de la décennie écoulée et nous n'avons ni le temps ni la place de le traiter ici (...). Nous renvoyons le lecteur curieux à la lecture de la littérature correspondante [Christensen 02].



# Chapitre 4

## Navigation

Les chapitres précédents ont permis de mettre en place les outils nécessaires pour faire naviguer un robot mobile dans un environnement d'intérieur : compréhension du mode de locomotion et localisation de ce robot dans son environnement. Il s'agit maintenant d'utiliser au mieux la motricité du robot et sa localisation pour accomplir la tâche de navigation de manière autonome.

### 4.1 Problématiques et approches

#### Définitions

Un *mouvement* est une application définie en fonction du temps  $t$ , reliant un point initial à l'instant  $t_0$  à un point final à l'instant  $t_f$ . Une *trajectoire* est le support d'un mouvement. Il s'agit donc d'une courbe paramétrée par une variable  $s$  quelconque, par exemple l'abscisse curviligne normalisée ( $s \in [0, 1]$ ) de la courbe sur laquelle se déplace le robot. L'évolution du paramètre  $s$  en fonction du temps  $t$  est appelée *mouvement sur la trajectoire*. Attention aux faux amis que l'on trouve en anglais : dans la langue de Shakespeare, *path* est utilisé pour désigner chemin ou trajectoire et *trajectory* ou *motion* signifient le plus communément mouvement !

#### Problématique

Le problème de navigation d'un robot mobile consiste de la manière la plus générale à trouver un mouvement dans l'*espace des configurations sans collisions*, traditionnellement noté  $\mathcal{C}_{free}$ . Ce mouvement amène le robot d'une configuration initiale  $\mathbf{q}_0 = \mathbf{q}(t_0)$  à une configuration finale  $\mathbf{q}_f = \mathbf{q}(t_f)$ . On peut néanmoins donner des définitions différentes de la tâche de navigation à accomplir, selon le but recherché : par exemple on peut souhaiter seulement placer le robot dans une zone donnée ou relâcher la contrainte d'orientation, etc.

La tâche de navigation ainsi définie est donc limitée à un seul mouvement<sup>1</sup>. Il existe néanmoins une très grande variété de travaux et de méthodes permettant d'aborder ce problème difficile. Pour différencier les techniques de navigation, on peut de manière classique (et grossière) distinguer deux approches :

---

1. La planification globale d'une tâche robotique permettant de traiter un problème plus général par un enchaînement de tâches de résoudre dépasse très largement le cadre de notre étude. On pourra pour cela se référer à un ouvrage spécialisé [Ghallab 01].

- la première consiste à planifier le mouvement dans l'espace des configurations et à l'exécuter par asservissement du robot sur le mouvement de consigne (*schéma planification-exécution*) ;
- la seconde consiste à offrir un ensemble de primitives plus réactives. Elles correspondent alors à des sous-tâches (suivre un mur, éviter un obstacle) dont on estime que l'enchaînement est du ressort d'un planificateur de tâches ayant décomposé la tâche globale.

**Méthodes réactives** Les *méthodes* dites *réactives* n'utilisent pas de phase de planification et s'apparentent le plus souvent à des méthodes de commande dédiées à tel ou tel capteur et fonctionnant dans des conditions bien particulières. Ces méthodes présentent généralement une bonne réactivité (comme leur nom l'indique) et une certaine robustesse. Elles sont l'objet d'une riche littérature. Nous proposons au lecteur de les découvrir au travers des deux articles suivants.

**Méthodes avec planification de mouvement** Le schéma de navigation planification-exécution présente plus de généralité que les méthodes réactives, qui supposent qu'un planificateur de haut niveau fournit une décomposition efficace en sous-tâches. C'est le schéma que nous allons étudier dans la suite de ce document.

Si l'on choisit de traiter le problème de planification-exécution d'un mouvement directement, on se rend compte qu'il n'existe pas de technique efficace pour prendre en compte à la fois la commande du robot, qui est un problème de dynamique, et l'évitement d'obstacles, qui est un problème géométrique. Il s'agit pourtant d'une des particularités majeures de la navigation de robots mobiles. La solution consiste alors généralement à effectuer d'abord la planification d'une trajectoire évitant les obstacles et si possible admissible :

$$\begin{aligned} \mathbf{q} &: [0, 1] \longrightarrow \mathcal{C}_{free} \\ s &\mapsto \mathbf{q}(s), \end{aligned} \quad (4.1)$$

telle que  $\mathbf{q}(0) = \mathbf{q}_0$  et  $\mathbf{q}(1) = \mathbf{q}_f$ . Ensuite cette trajectoire est suivie au mieux : c'est la phase d'exécution. Nous allons maintenant détailler ces deux problèmes dans les deux sections à venir.

## 4.2 Planification de chemin

### 4.2.1 Généralités

Le problème de *planification de chemin* n'est pas propre à la navigation de robots mobiles. Historiquement, une large partie des développements dans ce domaine vient cependant de la robotique mobile. On peut expliquer cela par le fait qu'il s'agisse de problèmes de faibles dimensions, dont la résolution peut être partiellement analytique et pour lesquels les ressources requises en termes de puissance de calcul sont limitées. Aujourd'hui, avec le développement d'algorithmes beaucoup plus performants et la constante augmentation de la vitesse des calculateurs, on arrive à traiter un nombre bien plus grand de problèmes, en particulier pour des systèmes possédant de très nombreux degrés de liberté. La planification trouve ainsi sa place dans la logistique, l'animation, la bioinformatique, et bien évidemment la robotique avancée [Latombe 99, Siméon 04].

La planification est ainsi devenue une matière en soit, à la rencontre entre mécanique et algorithmique. L'ouvrage de J.-C. Latombe [Latombe 91], disponible à la bibliothèque a longtemps fait référence. Pour un aperçu actualisé, on signale la présence de l'ouvrage de S. M. Lavallée, publié gratuitement sur internet [LaValle 04].

On ne donnera ici qu'un aperçu des méthodes de planification qui s'appliquent en robotique mobile. Dans ce cadre, les principales particularités étant l'existence d'un espace des configurations de faibles dimensions, de contraintes cinématiques, l'existence d'obstacles dans l'environnement et de zones d'incertitudes liées à la perception imparfaite que le robot a de son environnement. La présentation suit l'ordre chronologique (approximatif) d'apparition de ces méthodes. Dans un premier temps, on ne se soucie pas des contraintes non holonomes éventuelles auxquelles est soumis le robot. Ce problème est brièvement évoqué dans un paragraphe dédié.

### 4.2.2 Espace des configurations

L'espace des configurations d'un robot est constitué par l'ensemble des configurations qui lui sont accessibles. Cela s'illustre facilement dans le cas d'un robot représenté sous forme ponctuelle : l'espace des configurations sans collision est l'espace dans lequel se déplace le robot, moins les obstacles. Dans le cas d'un robot de taille et de forme quelconque, on peut se ramener au problème de planification d'un robot ponctuel. Pour cela, on transforme l'environnement par un processus d'érosion de l'espace libre. Les points de l'espace libre qui ne peuvent être atteints par une configuration sans collision sont éliminés, comme l'illustre la figure 4.1. On peut bien évidemment considérer n'importe

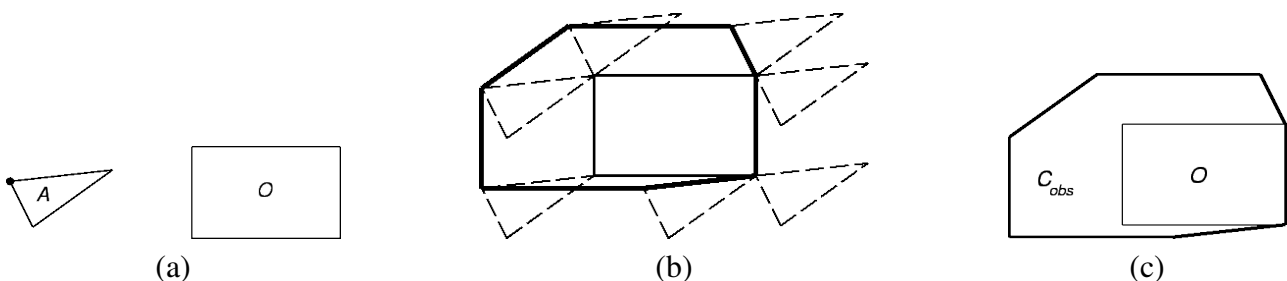


FIGURE 4.1 – Reconstruction d'un obstacle pour transformer le problème de planification pour le robot en un problème de planification pour un point du robot, d'après [LaValle 04] : (a) robot triangulaire et point considéré  $A$ , obstacle  $O$  ; (b) robot au contact de l'obstacle ; (c) obstacle grossi  $C_{obs}$

quel point du robot, et donc a fortiori le point remarquable  $O'$ , dont le mouvement est assimilé au mouvement du robot.

### 4.2.3 Décomposition en cellules

Les techniques basées sur la *décomposition en cellules* utilisent une représentation discrète de l'environnement du robot. Une décomposition exacte donne un ensemble de polygones subdivisant l'espace des configurations libres (figures 4.2 (a) et (b)). À partir de cette représentation, on crée un graphe reliant les différentes composantes adjacentes de l'environnement (figure 4.2 (c)). Ensuite, on identifie les cellules dans lesquelles se

trouvent la configuration initiale et la configuration but. Le problème de planification consiste alors en un problème de recherche dans un graphe. Pour cela, on choisit un algorithme de parcours ( $A^*$ , depth-first, breadth-first) permettant d'optimiser la distance parcourue, ou tout autre critère. Pour finir, il faut relier par un chemin sans collisions les cellules du graphe solution. On peut, par exemple, utiliser le point milieu de la frontière de deux cellules adjacentes, comme cela est représenté à la figure 4.2 (d).

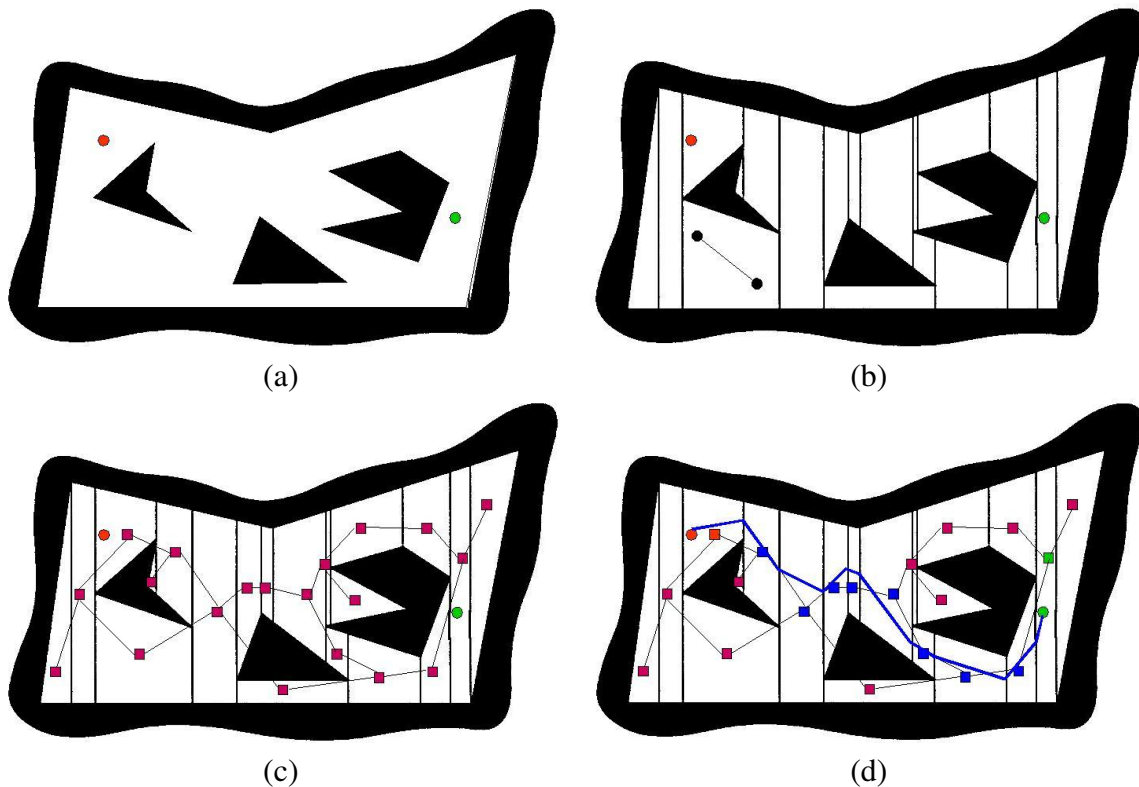


FIGURE 4.2 – Décomposition exacte de l'espace libre en trapèzes et constitution d'un graphe, d'après [Latombe 04]

Il est à noter que cette technique peut également être adoptée avec une décomposition non exacte en cellules régulières ou non, permettant ainsi d'ajuster la précision au voisinage des obstacles. Une illustration est donnée à la figure 4.3.

#### 4.2.4 Méthode du potentiel

La *méthode du potentiel* a été initialement introduite par O. Khatib [Khatib 86] pour des robots manipulateurs. Elle diffère sensiblement des autres méthodes évoquées dans cette section, car elle ne résulte pas d'un raisonnement purement géométrique. Par ailleurs, elle est peu satisfaisante en termes de planification, car elle n'est pas *complète*, ce qui signifie qu'il peut exister une solution sans que l'algorithme ne la trouve. Ceci étant, elle fournit une technique de navigation simple et compatible avec les exigences du temps-réel.

Le principe de la méthode est le suivant. Le robot mobile est plongé dans un champ de potentiel qui résulte de la superposition d'un potentiel attractif, lié à la configuration

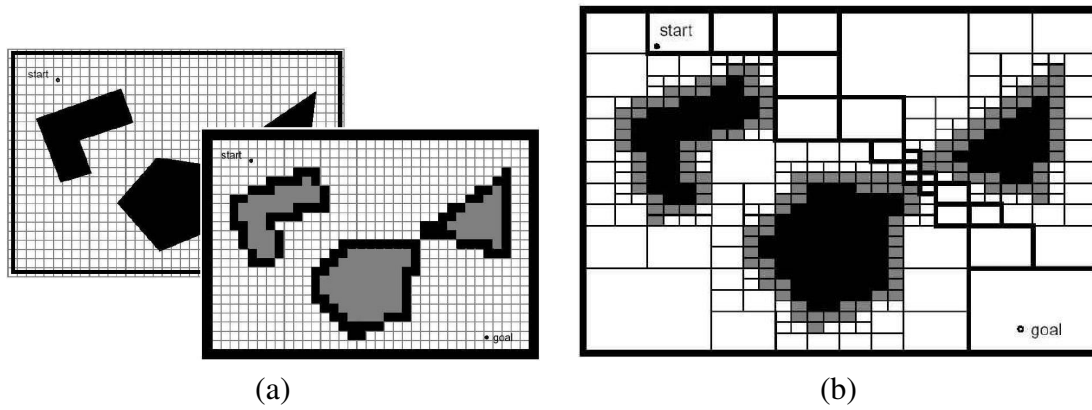


FIGURE 4.3 – Décomposition approchée de l'espace libre, d'après [Siegwart 04]

à atteindre, et d'une somme de potentiels répulsifs, liés aux obstacles. La figure 4.4 présente une carte des potentiels engendrés par un but et trois obstacles [Latombe 04].

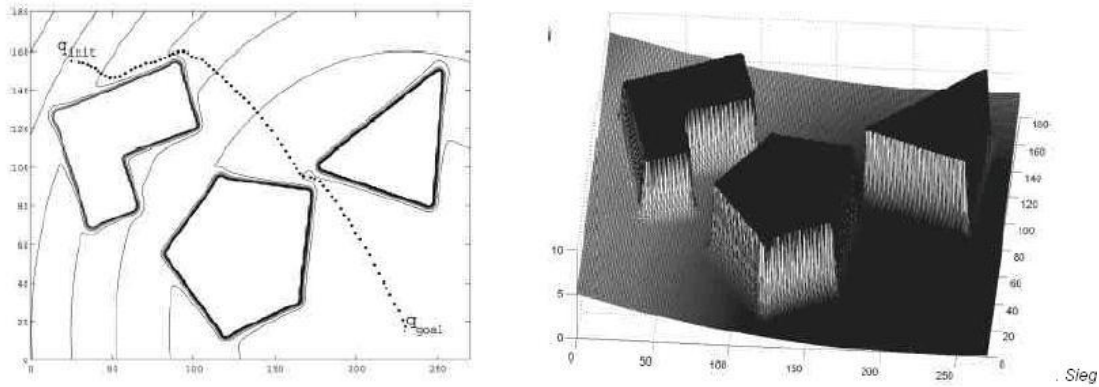


FIGURE 4.4 – Combinaison de potentiels attractif et répulsif, d'après [Latombe 04]

Le potentiel attractif prend généralement la forme :

$$U_+ = \frac{1}{2}(\mathbf{q} - \mathbf{q}_f)^T K(\mathbf{q} - \mathbf{q}_f),$$

où  $\mathbf{q}$  est la configuration courante,  $\mathbf{q}_f$  la configuration désirée et  $K$  une matrice de pondération. Pour chaque obstacle  $Obs_i$  de l'environnement, le potentiel répulsif est lui de la forme :

$$\begin{cases} U_- = \frac{\eta_i}{2} \left( \frac{1}{d(\mathbf{q} - Obs_i)} - \frac{1}{d_0} \right)^2, & \text{si } d(\mathbf{q} - Obs_i) \geq d_0 \\ U_- = 0, & \text{sinon,} \end{cases}$$

$d(\mathbf{q} - Obs_i)$  représentant la distance du robot au  $i$ -ème obstacle,  $d_0$  la distance d'influence des obstacles, les  $\eta_i$  étant des constantes. Pour que le robot soit attiré par le but et repoussé par les obstacles, il suffit de le faire évoluer selon le gradient décroissant de la fonction potentiel. Cette évolution est généralement traduite en une vitesse de consigne, qui fait que cette méthode est tout autant une méthode réactive de commande qu'une méthode globale de planification.

La grande simplicité de la méthode du potentiel ne doit cependant pas masquer son défaut majeur. Le potentiel total qui influence le robot mobile résulte de la somme d'un potentiel attractif et de potentiels répulsifs, de signes opposés. Cette fonction peut donc présenter un certain nombre de minima locaux, dans lesquels le robot sera piégé, comme l'illustre la figure 4.5. Cette situation de blocage correspond pourtant à un cas trivial. On peut toujours envisager une tactique *ad hoc* de dégagement, en se redonnant un

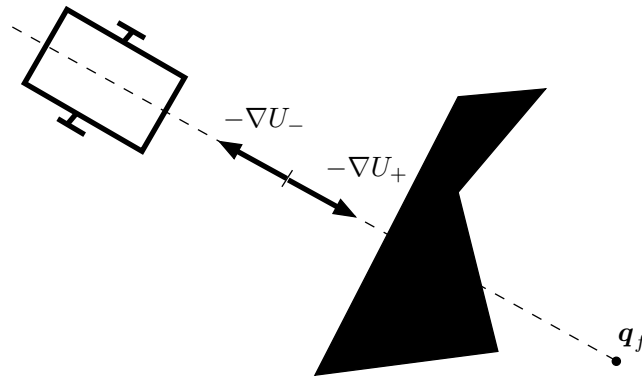


FIGURE 4.5 – Minimum local de la fonction potentiel conduisant à une situation de blocage

nouveau but intermédiaire, mais l'on comprend bien les limitations de la méthode dans des environnements très encombrés et les difficultés de réglage prévisibles.

On peut bien évidemment appliquer cette méthode sous forme discrète et purement géométrique en créant une carte discrète de potentiels, associée à des cellules, comme illustré à la figure 4.6. Ceci ramène le problème à un problème de décomposition en

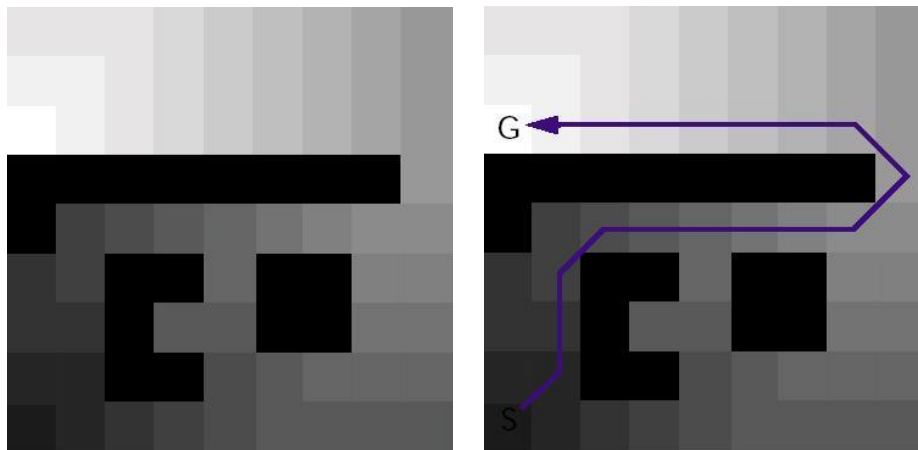


FIGURE 4.6 – Carte discrète de potentiels et descente de gradient, d'après [Zimmer 01]

cellules et de calcul du potentiel associé. Sans expression analytique du gradient de la fonction potentiel à suivre, il peut se présenter plusieurs choix pour faire évoluer le robot, notamment si le raffinement de la grille est faible, comme cela est représenté à la figure 4.7. Il est possible de créer des fonctions potentiel plus sophistiquées, appelées fonctions de navigation, qui ne présentent pas de minimum local. C'est notamment le cas

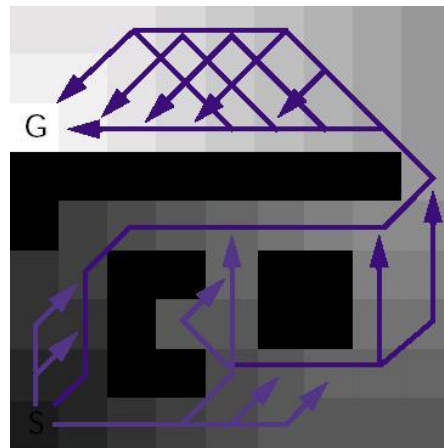


FIGURE 4.7 – Difficultés de mise en œuvre de la méthode des potentiels, d’après [Zimmer 01]

de la technique du Fast Marching, inspirée de la propagation de la lumière [Sethian 99, Pétres 04].

### 4.2.5 Roadmaps

Cette classe de solutions au problème de planification fournit sans nul doute les résultats les plus génériques, et, par conséquent, les plus développées au cours des dernières années. Elles sont basées sur la construction d’un graphe connectant la configuration initiale à la configuration finale, d’où le terme usuel de *roadmap*.

#### Diagramme de Voronoï

Les premières roadmaps apparues étaient basées sur le *diagramme de Voronoï*, qui donne, dans un environnement polygonal plan, les lignes d’égale distance aux obstacles. Cette procédure est illustrée à la figure 4.8.

Ces lignes permettent théoriquement de naviguer de manière sûre, *i. e.* au plus loin des obstacles, en reliant la configuration initiale au point le plus proche du graphe et en navigant sur le graphe jusqu’au point le plus proche de la configuration finale, avant de rejoindre celle-ci. Il faut bien entendu remarquer que le diagramme de Voronoï est affecté par le choix de la métrique adoptée.

#### Graphes de visibilité

La construction d’un *graphe de visibilité* est une technique ancienne, utilisée sur Shakey, le tout premier robot mobile ! Elle permet, à partir des sommets d’obstacles polygonaux, de capturer l’ensemble de la topologie de l’environnement à l’aide d’un graphe reliant une configuration initiale à une configuration finale. Le graphe est construit comme suit. On relie le point de départ aux sommets des obstacles qu’il peut voir. Ceci est toujours possible car une ligne droite entre le robot et le sommet n’intersecte aucun autre obstacle. On fait de même avec le point final que l’on souhaite atteindre. On obtient un premier graphe, représenté à la figure 4.9. Ensuite, on reproduit l’algorithme en

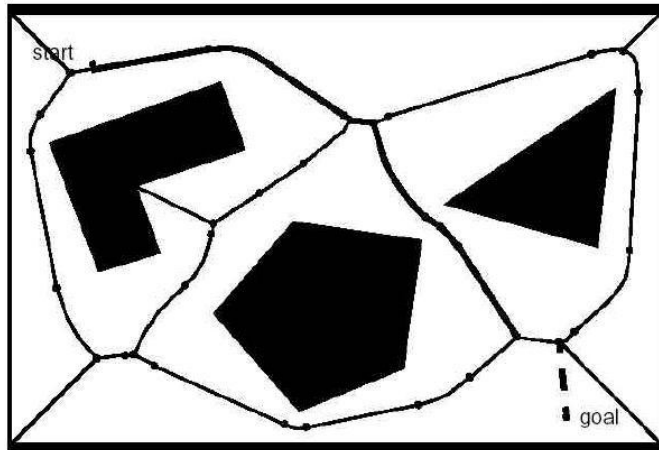


FIGURE 4.8 – Planification de trajectoire à l’aide d’un diagramme de Voronoï, d’après [Siegwart 04]

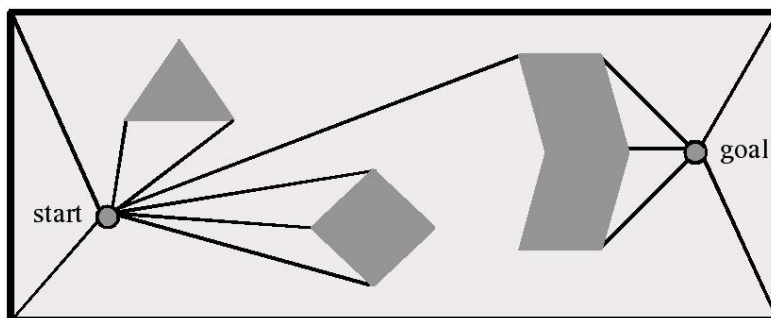


FIGURE 4.9 – Construction d’un graphe de visibilité : première étape, d’après [Lee-Shue 04]



considérant tour à tour chacun des nouveaux nœuds du graphe ainsi créé (voir figure 4.10). On obtient finalement le résultat représenté à la figure 4.11. Une fois le graphe

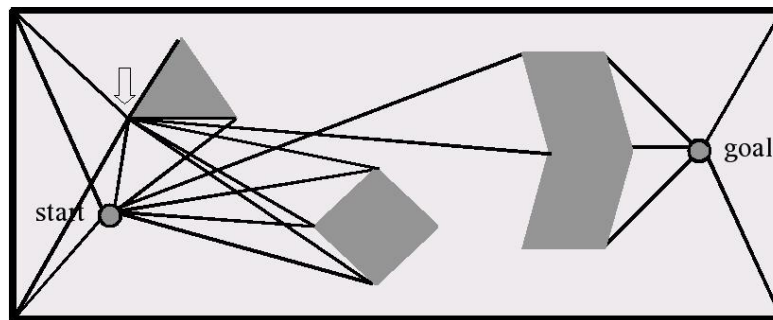


FIGURE 4.10 – Construction d'un graphe de visibilité : première étape, d'après [Lee-Shue 04]

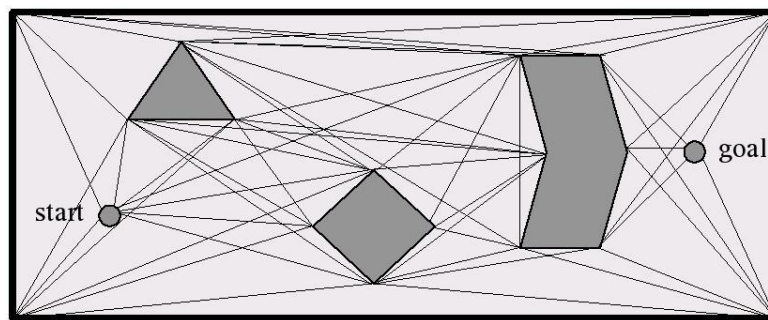


FIGURE 4.11 – Construction d'un graphe de visibilité : première étape, d'après [Lee-Shue 04]

construit, on recherche un chemin dans celui-ci. D'une certaine manière, il passera ainsi au plus près des obstacles.

### Méthodes d'échantillonnage aléatoire

L'apparition de ces méthodes résulte d'un constat : les planificateurs complets (qui trouvent la solution si elle existe) sont trop lents et les planificateurs heuristiques trop peu fiables. Les *méthodes d'échantillonnage aléatoire* proposent des planificateurs complets en temps infini. Autrement dit, la probabilité de trouver une solution est une fonction continûment croissante vers un. Ces planificateurs sont basés sur la construction préalable d'un graphe de l'environnement et utilisent pleinement la puissance du calculateur. Ils sont ainsi particulièrement rapides.

La méthode initiale de planification par échantillonnage aléatoire est appelée *probabilistic roadmap* (PRM) [Kavraki 96]. Contrairement aux cas du graphe de visibilité ou du diagramme de Voronoï, les nœuds du graphe ne sont pas choisis selon la géométrie de l'environnement et des obstacles, mais par un tirage aléatoire dans  $\mathcal{C}_{free}$ . Une fois ce graphe construit, lorsqu'un problème de planification est posé, on cherche simplement à connecter les configurations initiale et finale. Enfin, comme dans les autres techniques à

base de roadmaps, on cherche un chemin dans le graphe, pour relier configuration initiale et finale. L'application de cet algorithme est donnée à la figure 4.12.

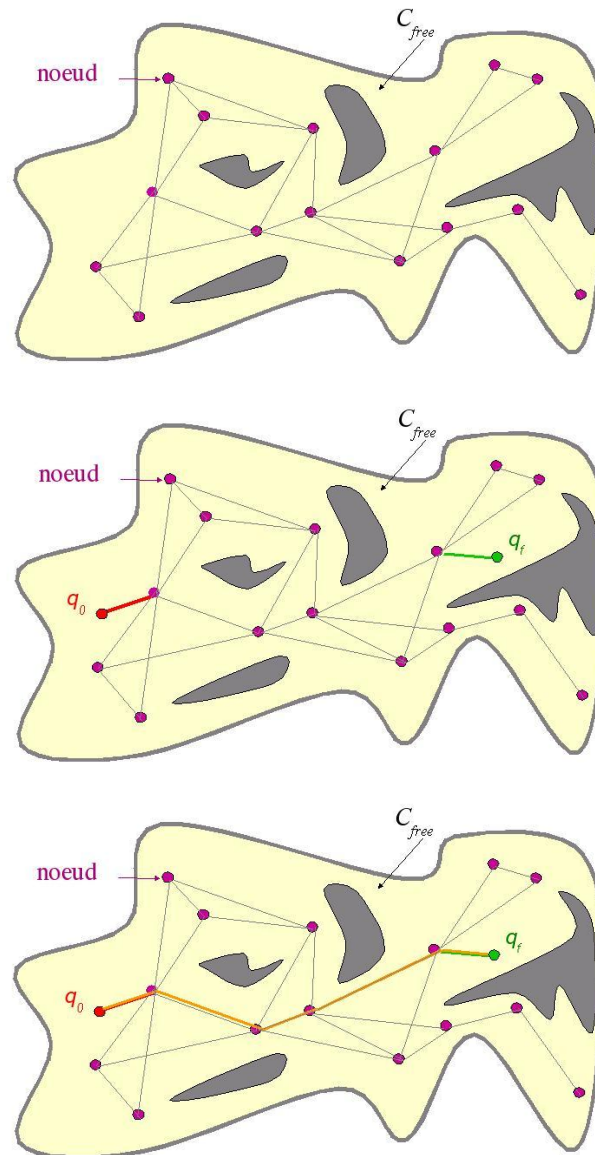


FIGURE 4.12 – Planification par échantillonnage aléatoire : construction du graphe initial, problème de planification et solution, d'après [Latombe 04]

Le schéma de principe de la planification par échantillonnage aléatoire a connu différentes améliorations et extensions. Notamment, en combinant ce schéma avec la notion de visibilité (la même que pour les graphes de visibilité), on peut limiter la taille du graphe initial [Simeon 00]. Pour cela, on n'ajoute au graphe que des points reliant deux configurations non visibles l'une par rapport à l'autre précédemment (voir figure 4.13).

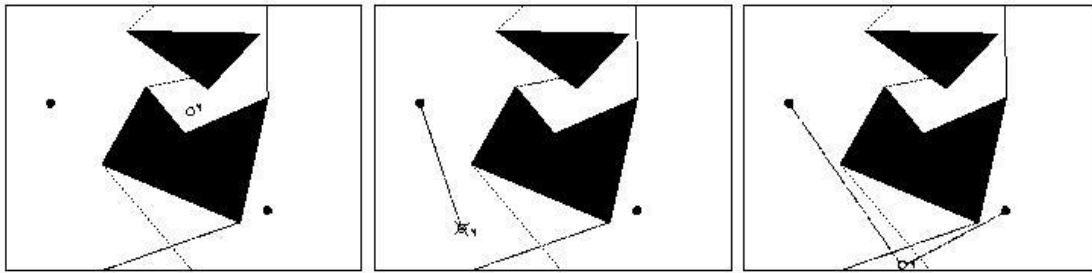


FIGURE 4.13 – Planification par échantillonnage aléatoire et visibilité, d’après [Simeon 00]. Au milieu un nœud rejeté, à droite un nœud ajouté

### Autres méthodes de planification

Il existe un grand nombre d’autres méthodes, plus ou moins récentes et robustes, permettant d’envisager la planification de trajectoire [Latombe 91, LaValle 04]. Deux d’entre elles sont ici pointées à la curiosité du lecteur.

### Cas des systèmes non holonomes

L’intégration de contraintes non holonomes à un schéma de planification est un travail difficile, qui combine planification et commande. Une première solution est issue des travaux de J.-P. Laumond [Laumond 01]. Elle consiste à effectuer tout d’abord une planification de trajectoire sans tenir compte des contraintes cinématiques. Ensuite, moyennant l’existence de lois de commande locales permettant de relier des configurations de cette trajectoire, on calcule une trajectoire admissible, c’est-à-dire exécutable par le robot en tenant compte des contraintes non holonomes. Enfin, une phase de lissage de la trajectoire est effectuée.

D’autres techniques utilisant l’échantillonnage aléatoire et intégrant d’emblée les contraintes cinématiques se sont développées récemment, notamment grâce aux travaux de S. M. Lavallée [LaValle 04].

## 4.3 Execution du mouvement

### 4.3.1 Les différents problèmes

#### Définitions et hypothèses

On se réfère souvent au terme de commande pour décrire ce problème. Il s’agit bien évidemment d’un problème de commande dans la mesure où l’on cherche à déterminer les lois qui permettent au robot de suivre une trajectoire. Ceci étant il est prudent d’être plus précis, bien que le vocabulaire en la matière soit relativement peu unifié. Nous adopterons la terminologie suivante pour désigner les deux problèmes que l’on va évoquer. On distinguera :

- le *suivi de chemin*, problème qui consiste à trouver la commande pour asservir la distance d’un point du robot à une trajectoire de référence, la vitesse longitudinale de déplacement du robot étant donnée ;

- la *stabilisation de mouvement*<sup>2</sup>, qui consiste à déterminer la commande du système permettant de stabiliser asymptotiquement à zéro l'erreur de suivi du robot par rapport à un robot fictif de référence.

Dans les deux cas, on recherche une commande par retour d'état, la commande en boucle ouverte n'offrant que des possibilités limitées dans un environnement aussi incertain que celui envisagé. Les solutions envisageables sont différentes selon que l'on souhaite ou non contrôler l'orientation du robot.

Ce chapitre est très largement inspiré du cours de P. Morin et C. Samson [Morin 03] (qu'ils en soient remerciés !). Néanmoins, on se limite ici à l'étude des robots mobiles de type unicycle. On renvoie le lecteur aux travaux de ces mêmes auteurs, par exemple dans [de Wit 96] ou [Laumond 01], pour plus de détails sur le cas d'autres plates-formes, en particulier de type voiture.

### Paramétrage

Le paramétrage le plus général des problèmes de commande traités ici est donné à la figure 4.14. Le point  $O'$ , origine du repère  $\mathcal{R}'$  est le milieu de l'axe des roues et  $P$

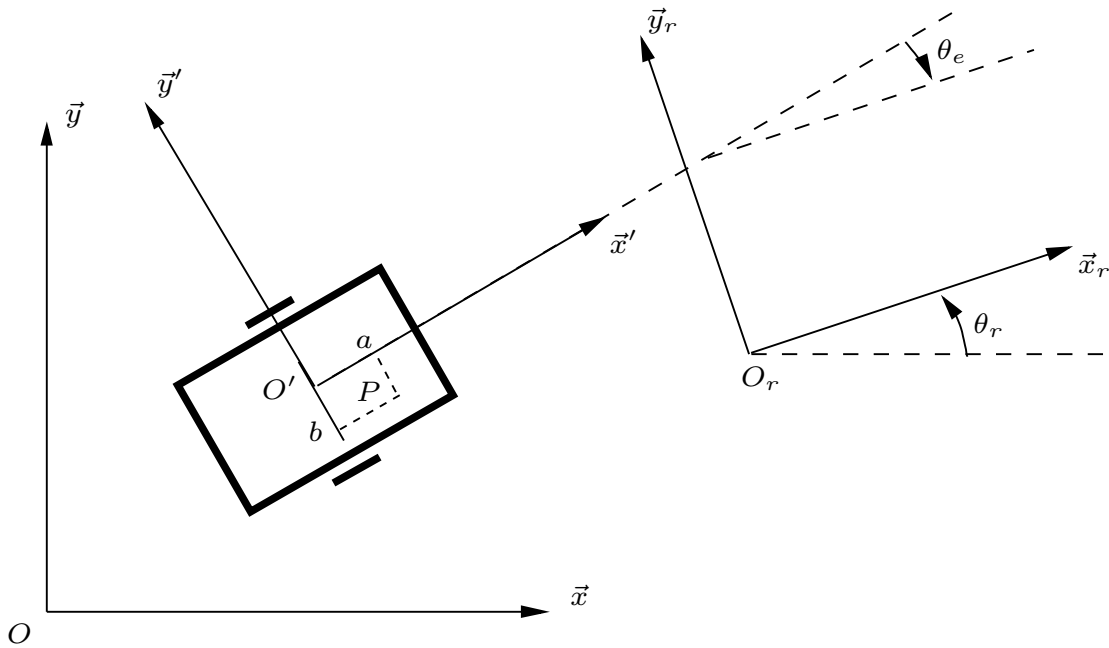


FIGURE 4.14 – Paramétrage pour les problèmes de commande

est un point de coordonnées  $(a \ b \ 0)^T$  dans  $\mathcal{R}'$ . On considère un repère de référence  $\mathcal{R}_r = (O_r, \vec{x}_r, \vec{y}_r, \vec{z}_r)$  tel que  $\vec{z}_r = \vec{z}$ . On note  $\theta_r$  l'angle  $(\vec{x}, \vec{x}_r)$  définissant l'orientation de  $\mathcal{R}_r$  dans  $\mathcal{R}$  et  $\theta_e = \theta - \theta_r$ . Selon les cas  $\mathcal{R}_r$  sera un *repère de Frénet* sur la trajectoire (suivi de chemin) ou le repère associé à un robot de référence (stabilisation de mouvement).

2. En Automatique on emploie traditionnellement le terme de stabilisation de trajectoire, mais le terme mouvement est préféré ici, en accord avec ce qui précède.

### 4.3.2 Suivi de chemin

#### Problématique

Ce problème consiste à asservir la distance d'un point  $P$  du robot à un chemin (trajectoire) de référence  $\mathcal{C}$  que l'on souhaite suivre. Pour cela, on cherche la commande par retour d'état  $\omega$ , la vitesse longitudinale  $v$  étant donnée.

#### Paramétrage

Le paramétrage du problème est donné à la figure 4.15. Le repère de référence est

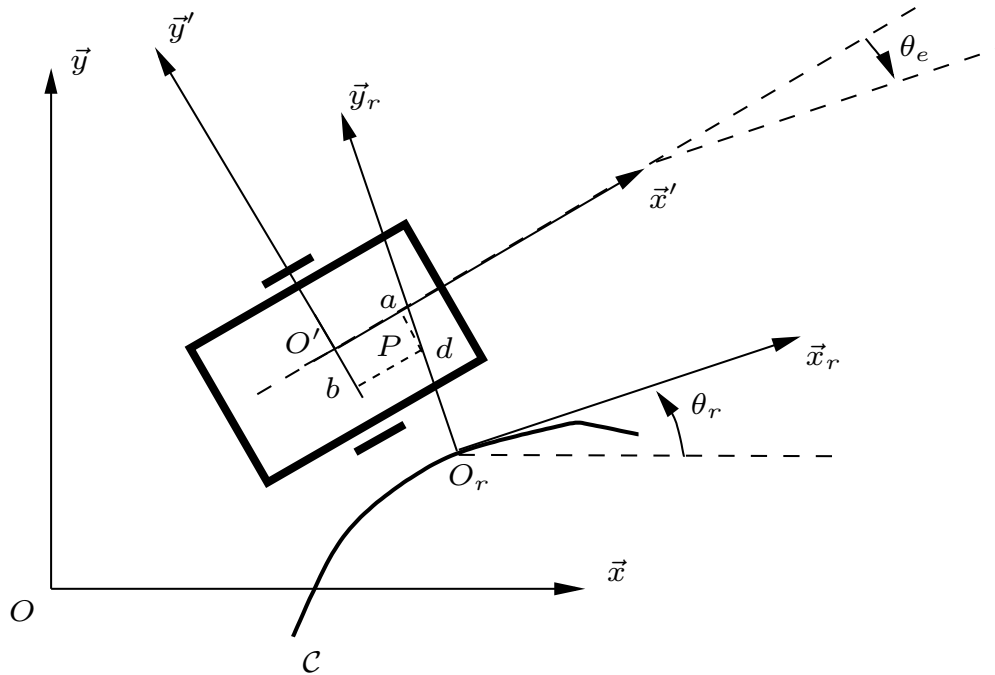


FIGURE 4.15 – Paramétrage du problème de suivi de chemin

choisi de façon à ce que  $O_r$  soit le point de  $\mathcal{C}$  le plus proche de  $P$ . Alors  $\mathcal{R}_r$  est tel que  $\vec{x}_r$  soit tangent à  $\mathcal{C}$  en  $O_r$  et  $\vec{y}_r$  normal à  $\mathcal{C}$  en  $O_r$ . On note  $d$  la distance algébrique de  $O_r$  à  $P$ . Le repère  $\mathcal{R}_r$  mobile sur la trajectoire de référence  $\mathcal{C}$  est un repère de Frénet, le point  $O_r$  étant repéré sur la trajectoire par son abscisse curviligne  $s$ , que l'on suppose normalisée.

Pour que  $O_r$  existe toujours et soit unique, il faut que  $P$  soit toujours à une distance de  $\mathcal{C}$  inférieure au rayon de courbure minimum de  $\mathcal{C}$ , ce qui s'écrit  $|d| < |\rho(s)|$ ,  $\forall s \in [0 \ 1]$ . De manière équivalente, on a :

$$|dc(s)| < 1, \forall s \in [0 \ 1] \quad (4.2)$$

où  $c(s)$  est la courbure de  $\mathcal{C}$  en  $O_r$ .

#### Modélisation dans le repère de Frénet

Pour le problème de suivi de chemin, la modélisation consiste à déterminer les mouvements de  $P$  et  $\mathcal{R}'$  dans  $\mathcal{R}_r$  et celui de  $R_r$  sur  $\mathcal{C}$ , qui sont complètement caractérisés

par la donnée de  $\dot{s}$ ,  $\dot{d}$  et  $\dot{\theta}_e$ .

La courbure  $c(s)$  de  $\mathcal{C}$  en  $O_r$  est définie par  $c(s) = \frac{d\theta_r}{ds}$  et donc :

$$\begin{aligned}\dot{\theta}_e &= \dot{\theta} - \dot{\theta}_r, \\ &= \dot{\theta} - \frac{d\theta_r}{ds} \frac{ds}{dt},\end{aligned}$$

soit :

$$\dot{\theta}_e = \omega - \dot{s}c(s). \quad (4.3)$$

La vitesse du point  $P$  vaut d'une part :

$$\begin{aligned}\vec{v}_P &= \vec{v}_{O'} + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{O'P}, \\ &= v\vec{x}' + \omega\vec{z} \wedge (a\vec{x}' + b\vec{y}'), \\ &= (v - b\omega)(\cos \theta_e \vec{x}_r + \sin \theta_e \vec{y}_r) + a\omega(-\sin \theta_e \vec{x}_r + \cos \theta_e \vec{y}_r),\end{aligned}$$

soit :

$$\vec{v}_P = ((v - b\omega) \cos \theta_e - a\omega \sin \theta_e) \vec{x}_r + ((v - b\omega) \sin \theta_e + a\omega \cos \theta_e) \vec{y}_r. \quad (4.4)$$

D'autre part, on peut exprimer la vitesse du point  $P$  par :

$$\begin{aligned}\vec{v}_P &= \frac{d}{dt} (\overrightarrow{OP}), \\ &= \frac{d}{dt} (\overrightarrow{OO_r} + \overrightarrow{O_rP}), \\ &= \dot{s}\vec{x}_r + \frac{d}{dt} (d\vec{y}_r), \\ &= \dot{s}\vec{x}_r + \dot{d}\vec{y}_r - d\dot{\theta}_r \vec{x}_r,\end{aligned}$$

soit :

$$\vec{v}_P = \dot{s}(1 - dc(s)) \vec{x}_r + \dot{d}\vec{y}_r. \quad (4.5)$$

On déduit de (4.3), (4.4) et (4.5) que :

$$\dot{s} = \frac{(v - b\omega) \cos \theta_e - a\omega \sin \theta_e}{1 - dc(s)}, \quad (4.6)$$

$$\dot{d} = (v - b\omega) \sin \theta_e + a\omega \cos \theta_e, \quad (4.7)$$

$$\dot{\theta}_e = \omega - \dot{s}c(s). \quad (4.8)$$

### Suivi de chemin sans contrôle d'orientation

*On recherche une loi  $\omega$  permettant de stabiliser la distance à la courbe de référence sans contrôle particulier de l'orientation du robot.*

On choisit  $P$  situé à l'avant du robot sur l'axe longitudinal et donc  $b = 0$ . Alors (4.7) s'écrit :

$$\dot{d} = v \sin \theta_e + a\omega \cos \theta_e. \quad (4.9)$$

La loi :

$$\omega = -\frac{v \sin \theta_e}{a \cos \theta_e} - \frac{v}{\cos \theta_e} k(d, \theta_e) d, \quad (4.10)$$

avec  $k(d, \theta_e) \geq 0$  continu tel que  $k(d, \pm \frac{\pi}{2}) = 0$  permet de linéariser (4.9) de sorte que la distance  $d$  du point  $P$  à la trajectoire vérifie :

$$\dot{d} = -v a k(d, \theta_e) d. \quad (4.11)$$

Si  $a, v$  et  $k(d, \theta_e)$  sont strictement positifs,  $|d|$  est décroissante le long de toute trajectoire. Par définition de  $k(d, \theta_e)$ , ceci implique que l'erreur angulaire d'orientation doit rester strictement dans l'intervalle  $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ . On montre que si  $v$  est de signe constant et suffisamment régulière<sup>3</sup>,  $d$  tend asymptotiquement vers 0.

Il reste donc à vérifier que si  $\theta_e$  est initialement dans l'intervalle  $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$  il y reste. Dans le cas où l'erreur d'orientation initiale n'est pas dans l'intervalle en question le robot aura à faire une manœuvre lui permettant de s'y replacer. Avec la loi (4.10), (4.8) s'écrit :

$$\dot{\theta}_e = v \left( \frac{-c(s) \cos \theta_e}{1 - dc(s)} - \left( 1 + \frac{ac(s) \sin \theta_e}{1 - dc(s)} \right) \left( \frac{\tan \theta_e}{a} + \frac{\text{signe}(v) k(d, \theta_e) d}{\cos \theta_e} \right) \right).$$

Donc lorsque  $\theta_e$  tend vers  $-\frac{\pi}{2}$  par valeurs supérieures,  $\dot{\theta}_e$  est du signe de :

$$\left( 1 - \frac{ac(s)}{1 - dc(s)} \right) \frac{v}{a}$$

et donc  $\dot{\theta}_e > 0$  si :

$$\frac{ac(s)}{1 - dc(s)} < 1.$$

De la même manière on montre que lorsque  $\theta_e$  tend vers  $\frac{\pi}{2}$  par valeurs inférieures  $\dot{\theta}_e < 0$  si :

$$\frac{ac(s)}{1 - dc(s)} > -1$$

si bien que finalement  $\theta_e$  reste dans l'intervalle  $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$  si :

$$\left| \frac{ac(s)}{1 - dc(s)} \right| < 1,$$

le long de la trajectoire.

### Suivi de chemin avec contrôle d'orientation

*L'objectif est de déterminer une loi  $\omega$  qui permette maintenant de stabiliser à la fois la distance à la trajectoire de référence et l'erreur en orientation durant le suivi.*

On considère pour simplifier (et parce que cela suffit par la suite) que  $a = b = 0$ . On pose  $x_1 = s$ , et  $u_1 = \dot{s}$ , si bien que  $\dot{x}_1 = u_1$ . Alors (4.6) s'écrit :

$$u_1 = \frac{v \cos \theta_e}{1 - dc(s)}$$

---

3. Cela signifie notamment que  $\int_0^t -v(\tau) d\tau$  tend vers  $+\infty$  quand  $t \rightarrow +\infty$ .

et donc (4.7) devient :

$$\begin{aligned}\dot{d} &= v \sin \theta_e, \\ &= u_1 (1 - dc(s)) \tan \theta_e.\end{aligned}$$

En posant  $x_2 = d$ ,  $x_3 = (1 - dc(s)) \tan \theta_e$  et  $u_2 = \dot{x}_3$ , il vient finalement la forme chaînée<sup>4</sup> :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= u_1, \\ \dot{x}_2 &= u_1 x_3, \\ \dot{x}_3 &= u_2.\end{aligned}$$

Le problème de commande initial qui consistait à rechercher un retour d'état  $\omega$  à  $v$  donné est transformé par ce changement de variables. On recherche maintenant un retour d'état  $u_2$ , avec  $u_1$  donné déduit de  $v$ . L'obtention de  $u_2$  permet ensuite de recalculer  $\omega$ .

Si l'on choisit le retour d'état proportionnel :

$$u_2 = -u_1 k_2 x_2 - |u_1| k_3 x_3$$

avec  $k_2$  et  $k_3$  deux constantes strictement positives, alors :

$$\dot{x}_3 = -u_1 k_2 x_2 - |u_1| k_3 x_3$$

et donc :

$$\ddot{x}_3 + |u_1| k_3 \dot{x}_3 + u_1^2 k_2 x_3 = 0,$$

ce qui signifie que pour  $u_1$  constant quelconque  $x_3$  et donc  $x_2$  sont stables, le point de stabilité étant l'origine  $x_2 = x_3 = 0$ . Le système de départ est donc stable en  $d = 0$  et  $\theta_e = 0$ , ce qui résout notre problème.

On peut montrer [Laumond 01] que le système est stable pour  $u_1$  quelconque. En effet, pour des conditions initiales sur  $d$  et  $\theta_e$  vérifiant :

$$x_2^2(0) + \frac{x_3^2(0)}{k_2} < \frac{1}{c_{max}^2}$$

où  $c_{max}$  est la courbure maximale le long de  $\mathcal{C}$ , la condition sur la distance  $|dc(s)| < 1$  est vérifiée et la fonction :

$$V(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \left( x_2^2 + \frac{x_3^2}{k_2} \right)$$

tend vers zéro si  $u_1$  est suffisamment régulière (bornée, dérivable et de dérivée bornée et ne tendant pas vers zéro lorsque  $t$  tend vers l'infini).

---

4. Soit un système représenté par son état  $\mathbf{x} = (x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n)^T$  et ayant pour commande  $\mathbf{u} = (u_1 \ u_2)^T$ . La représentation d'état du système est dite sous *forme chaînée* si elle s'écrit :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= u_1, \\ \dot{x}_2 &= u_1 x_3, \\ &\dots \\ \dot{x}_{n-1} &= u_1 x_n, \\ \dot{x}_n &= u_2.\end{aligned}$$

L'intérêt de cette représentation est qu'il existe des techniques de commande non-linéaires adaptées à cette classe de système.



### 4.3.3 Stabilisation de mouvement

#### Problématique

Ce problème consiste à asservir la posture d'un robot mobile par rapport à un robot virtuel de référence.

#### Paramétrage

Le paramétrage du problème est donné à la figure 4.16.

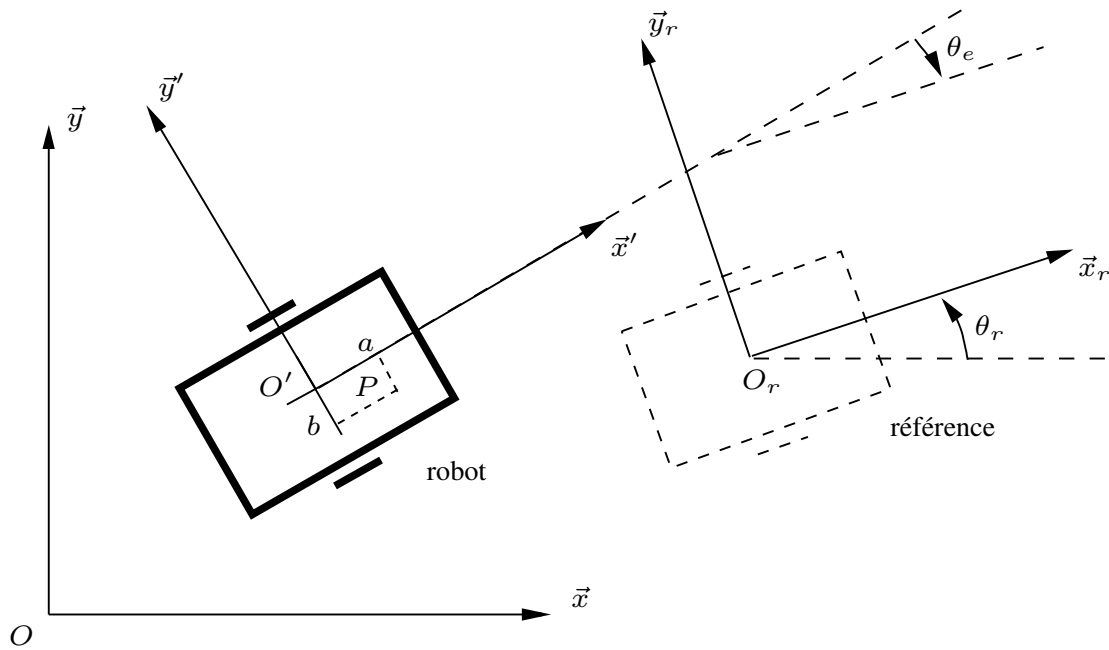


FIGURE 4.16 – Paramétrage du problème de stabilisation de mouvement

On considère dans la suite que le mouvement que décrit le robot de référence est admissible. Pour un robot dont le mouvement est décrit par la représentation d'état  $\dot{x} = B(x)u$ , un mouvement admissible est une loi  $x_r$  sur un intervalle de temps  $[0, T]$  telle que  $\dot{x}_r = B(x_r)u_r$ . Le problème de stabilisation consiste alors à trouver la commande par retour d'état  $u(x, x_r, t)$  telle que l'origine du système d'erreur :

$$\dot{x}_e = B(x)u - B(x_r)u_r$$

soit asymptotiquement stable.

#### Stabilisation sans contrôle d'orientation

*L'objectif est de déterminer une loi  $(v, \omega)$  qui permette de stabiliser l'erreur entre la position courante et la position de référence sans contrainte particulière sur l'erreur en orientation.*

On choisit pour cela un point  $P$  situé sur l'axe longitudinal du robot, c'est-à-dire tel que  $b = 0$ . On peut calculer la dérivée de l'écart entre les positions de  $P$  et  $O_r$  dans  $\mathcal{R}$ .

Soit  $\mathbf{p}_e$  l'écart de position et  $\mathbf{p}_r$  la position de  $O_r$  dans  $\mathcal{R}$  :

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{p}}_e &= \vec{v}_{P/\mathcal{R}} - \dot{\mathbf{p}}_r \\ &= \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v - b\omega \\ a\omega \end{pmatrix} - \dot{\mathbf{p}}_r,\end{aligned}$$

par analogie avec (4.4). En posant le changement de variables :

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -b \\ 0 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ \omega \end{pmatrix},$$

inversible car par hypothèse  $a \neq 0$ , on obtient la représentation :

$$\dot{\mathbf{p}}_e = \mathbf{u} - \dot{\mathbf{p}}_r.$$

Il est alors facile de stabiliser ce système par un simple retour d'état :

$$\mathbf{u} = \dot{\mathbf{p}}_r - K\mathbf{p}_e,$$

avec  $K$  définie positive.

Dans ce qui précède c'est le point  $P$  qui est asservi à la position de  $O_r$  et il persiste une erreur constante de  $a \neq 0$ . On va voir par la suite comment asservir l'origine du repère associée au robot à celle du robot virtuel de référence.

### Stabilisation de mouvements admissibles avec contrôle d'orientation

*L'objectif est de déterminer une loi  $(v, \omega)$  qui permette de stabiliser l'erreur entre la posture courante et la posture de référence.*

On exprime l'erreur de posture  $\xi_e$  dans le repère  $\mathcal{R}_r$  du robot de référence<sup>5</sup> :

$$\xi_e = \begin{pmatrix} x_e \\ y_e \\ \theta_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_r & \sin \theta_r & 0 \\ -\sin \theta_r & \cos \theta_r & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - x_r \\ x - y_r \\ \theta - \theta_r \end{pmatrix}. \quad (4.12)$$

On montre en dérivant la relation (4.12) que :

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_e \\ \dot{y}_e \\ \dot{\theta}_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_e \\ \sin \theta_e \\ 0 \end{pmatrix} v + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \omega - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} v_r - \begin{pmatrix} -y_e \\ x_e \\ 1 \end{pmatrix} \omega_r.$$

Si l'on pose le changement de variables :

$$\begin{aligned}x_1 &= x_e, \\ x_2 &= y_e, \\ x_3 &= \tan \theta_e, \\ u_1 &= v \cos \theta_e - v_r, \\ u_2 &= \frac{\omega - \omega_r}{\cos^2 \theta_e},\end{aligned}$$

---

5. On la note  $\xi_e$  sans plus de précision pour alléger les notations. . .

défini partout sauf en  $\theta_e = \pm \frac{\pi}{2}$ , la nouvelle représentation d'état du système s'écrit :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= u_1 + \omega_r x_2, \\ \dot{x}_2 &= u_1 x_3 - \omega_r x_1 + v_r x_3, \\ \dot{x}_3 &= u_2.\end{aligned}$$

On reconnaît une forme chaînée si  $v_r = \omega_r = 0$ . Alors, la loi de commande par retour d'état :

$$\begin{aligned}u_1 &= -k_1 |v_r| (x_1 + x_2 x_3), \\ u_2 &= -k_2 v_r x_2 - k_3 |v_r| x_3,\end{aligned}$$

avec  $k_1$ ,  $k_2$  et  $k_3$  trois constantes strictement positives rend le système asymptotiquement stable si  $v_r$  est suffisamment régulière (bornée, dérivable et de dérivée bornée et ne tendant pas vers zéro lorsque  $t$  tend vers l'infini) [Laumond 01].

Une version linéarisée autour de zéro (le terme  $x_2 x_3$  disparaît alors) de cette commande stabilise également l'origine de l'état.



# Index

- accéléromètre, 24
- balises, 26, 35
- boussoles, 24
- capteurs, 21–26, 29, 30
  - d’orientation, 22–24
  - de position, 22
  - d’axe, 22
  - extéroceptifs, 21
  - infrarouges, 25
  - proprioceptifs, 21
  - ultrasonores, 26
- carte, 42
  - géométrique, 42
  - topologique, 44
- centre instantané de rotation, 9
- codeurs optiques, 22
- commandabilité, 19
- compas, 24
- complétude, 49
- configuration, 5
- coordonnées généralisées, 5
- crochet de Lie, 8
- diagramme de Voronoï, 51
- décomposition en cellules, 48
- environnement structuré, 1
- espace
  - des configurations, 5
  - des configurations sans collisions, 45
  - opérationnel, 5
- filtrage de Kalman, 39–41
- fusion de données, 39, 40
- GPS, 22
- graphe de visibilité, 52
- grille d’occupation, 42
- gyromètre, 23
- génératrice tachymétrique, 22
- inclinomètre, 24
- localisation, 1, 31, 32, 35, 36
  - et cartographie simultanées, 44
- mouvement, 45
- méthode
  - d’échantillonnage aléatoire, 53
  - du potentiel, 48
  - réactive, 46
- navigation, 1
- non holonôme, 7
- odométrie, 31, 32
- perception, 21
- planification, 46
  - de chemin, 46
- posture, 5
- proprioception, 21
- recalage, 33, 39
- représentation d’état, 19
- repère de Frénet, 56
- roadmap, 51
- robot mobile
  - de type tricycle, 14
  - de type unicycle, 9
  - de type voiture, 15
  - omnidirectionnel, 17
- roues
  - centrées orientables, 9
  - décentrées orientables, 9
  - fixes, 9
  - folles, 9
- roulement sans glissement, 6
- situation, 5
- SLAM, 44
- stabilisation

- de mouvement, 55
- suivi de chemin, 55
- synchronorésolveurs, 22
- système chaîné, 19
  
- trajectoire, 45
- triangulation, 22, 26, 35
- télémètre, 25
- télémètre laser, 29
- télémétrie, 25, 26, 29, 32
  
- vision
  - omnidirectionnelle, 30
  - par ordinateur, 30

# Bibliographie

- [ActivMedia 04] ActivMedia. *P3-DX : World's Most Popular Intelligent Wheeled Robot*, 2004.  
<http://www.activrobots.com>.
- [Airmar 04] Airmar. *Transducers and Sensors*, 2004.  
<http://www.airmar.com>.
- [Aldon 01] M.-J. Aldon. *Capteurs et méthodes pour la localisation des robots mobiles*. Techniques de l'Ingénieur, traité Informatique Industrielle, vol. S-7852, pages 1–19, 2001.
- [Bar-Shalom 88] Y. Bar-Shalom et T. E. Fortmann. Tracking and data association, volume 179 of *Mathematics in Science and Engineering*. Academic Press, 1988.
- [Berthoz 93] A. Berthoz. *Physiologie de la perception et de l'action, leçon inaugurale*, 1993.  
[http://www.college-de-france.fr/media/phy\\_per/UPL52025\\_BerthozR01-02.pdf/](http://www.college-de-france.fr/media/phy_per/UPL52025_BerthozR01-02.pdf/).
- [Borenstein 94] J. Borenstein et L. Feng. *UMBmark - A Method For Measuring, Comparing, and Correcting Dead-reckoning Errors in Mobile Robots*. Rapport technique UM-MEAM-94-22, 1994, University of Michigan, 1994.  
<http://citeseer.ist.psu.edu/borenstein95umbmark.html>.
- [Borenstein 96] J. Borenstein, B. Everett et L. Feng. Navigating mobile robots : Systems and techniques. A. K. Peters, 1996.  
<http://www-personal.umich.edu/~johannb/shared/pos96rep.pdf>.
- [Campion 96] G. Campion, G. Bastin et B. D'Andréa-Novel. *Structural Properties and Classification of Kinematic and Dynamic Models of Wheeled Mobile Robots*. IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 12, no. 1, pages 47–62, 1996.
- [Christensen 02] H. Christensen. *SLAM Summerschool*, 2002.  
<http://www.cas.kth.se/SLAM>.
- [Dana 01] Peter H. Dana. *Global Positioning System Overview*, 2001.  
<http://www.colorado.edu/geography/gcraft/notes/gps/gps.f.html>.
- [de Wit 96] C. Canudas de Wit, B. Siciliano et G. Bastin, éditeurs. *Theory of robot control*. Springer, 1996.
- [Dudek 00] G. Dudek et M. Jenkin. *Computational principles of mobile robotics*. Cambridge University Press, 2000.

- [Elfes 89] A. Elfes. *Using Occupancy Grids for Mobile Robot Perception and Navigation*. Computer, vol. 22, pages 46–57, juin 1989.
- [EMS 04] EMS. *Industrial Sensors and Controls*, 2004.  
<http://www.emssensors.com>.
- [ESA 04] ESA. *Galileo, Système européen de navigation par satellite*, 2004.  
[http://europa.eu.int/comm/dgs/energy\\_transport/galileo/index\\_fr.htm](http://europa.eu.int/comm/dgs/energy_transport/galileo/index_fr.htm).
- [Fourquet 99] J.-Y. Fourquet et M. Renaud. *Coordinated Control of a Non-Holonomic Mobile Manipulator*. In ISER'1999, pages 115–125, Sydney, Australie, mars 1999.
- [Gangloff 04] J. Gangloff. Cours de robotique, 2004.  
<http://eavr.u-strasbg.fr>.
- [Ghallab 01] M. Ghallab. La robotique mobile, chapitre Planification et décision. Hermès, 2001.  
<http://www.laas.fr/~malik/#lectures>.
- [Giralt 84] G. Giralt, R. Chatila et M. Vaisset. *An Integrated Navigation and Motion Control System for Autonomous Multisensory Mobile Robots*. In First International Symposium on Robotics Research, pages 191–214, Cambridge, 1984.
- [INRP 04] INRP. *Inventaire des Instruments Scientifiques Anciens dans les Établissements Publics : Gyroscopes*, 2004.  
[http://www.inrp.fr/she/instruments/instr\\_mec\\_gyroscope.htm](http://www.inrp.fr/she/instruments/instr_mec_gyroscope.htm).
- [Jones 99] J. L. Jones, A. M. Flynn et B. A. Seiger. Mobile robots : Inspiration to implementation. AK Peters, Ltd., 1999.
- [K-team 02] K-team. *Khepera II user manual*, 2002.  
<http://www.k-team.com>.
- [Kanade 86] T. Kanade, C. Thorpe et W. Whittaker. *Autonomous Land Vehicle Project at CMU*. In ACM Annual Computer Science Conference, pages 71–80. ACM Press, 1986.
- [Kavraki 96] L. Kavraki, P. Švestka, J.-C. Latombe et M. Overmars. *Probabilistic Roadmaps for Path Planning in High Dimensional Configuration Spaces*. IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 12, no. 4, pages 566–580, 1996.
- [Kelly 00] A. Kelly. *Some Useful Results for Closed Form Propagation of Errors in Vehicle Odometry*. Rapport technique CMU-RI-TR-00-20, Université de Carnegie Mellon, Pittsburg, Etats-Unis, 2000.
- [Khatib 86] O. Khatib. *Real-Time Obstacle Avoidance for Manipulators and Mobile Robots*. International Journal of Robotic Research, vol. 5, no. 1, pages 90–98, 1986.
- [Latombe 91] J.-C. Latombe. Robot motion planning. Kluwer Academic Publishers, 1991.
- [Latombe 99] J.-C. Latombe. *Motion Planning : A Journey of Robots, Molecules, Digital Actors, and Other Artifacts*. The International Journal of Robotics Research, vol. 18, no. 11, pages 1119–1128, 1999.



- [Latombe 04] J.-C. Latombe. *Motion Planning*. Université de Stanford, Etats-Unis, 2004.  
<http://robotics.stanford.edu/~latombe/cs326/2004/index.htm>.
- [Laumond 01] J.-P. Laumond, éditeur. *La robotique mobile*. Hermès Sciences, 2001.
- [LaValle 04] S. M. LaValle. *Planning algorithms*. Published online, 1999-2004.  
<http://msl.cs.uiuc.edu/planning>.
- [Lebossé 04] C. Lebossé. *Localisation et navigation 3d d'un robot mobile*. Master's thesis, Ecole Nationale Supérieure de Physique de Strasbourg, 2004.
- [Lee-Shue 04] V. Lee-Shue. *Motion Planning*. Université de Carnegie Mellon, Pittsburgh, Etats-Unis, 2004.  
<http://generalrobotics.org/syllabus.html>.
- [Lextronic 04] Lextronic. *Capteurs et modules électroniques pour robotique*, 2004.  
<http://www.lextronic.fr>.
- [Morin 03] P. Morin et C. Samson. *Introduction à la commande par retour d'état des systèmes non-holonômes*. Ecole des Mines de Paris, 2003.
- [Neimark 72] J. Neimark et N. Fufaev. *Dynamics of nonholonomic systems*, volume 33. *Translations of Mathematical Monographs*, 1972.
- [Nijmeijer 90] H. Nijmeijer et A. J. Van der Shaft. *Nonlinear dynamical control systems*. Springer Verlag, New York, 1990.
- [OmniBot 04] OmniBot. *Projet Robea. De la vision omnidirectionnelle à la commande de robots mobiles*, 2004.  
<http://www.laas.fr/robea/omnibot.pdf>.
- [Pajdla 03] T. Pajdla. *Omnidirectional Vision Course*. Rapport technique, ICCV 2003, 2003.  
<http://cmp.felk.cvut.cz/~pajdla/Pajdla-Omni-Vision-ICCV-2003>.
- [Pétres 04] C. Pétres. *Underwater obstacle avoidance path planning*. Master's thesis, Ecole Nationale Supérieure de Physique de Strasbourg, 2004.
- [Radix 99a] J.-C. Radix. *Gyromètres optiques*. *Techniques de l'Ingénieur, traité Mesures et Contrôle*, vol. R-1945, pages 1–16, 1999.
- [Radix 99b] J.-C. Radix. *Gyroscopes et Gyromètres rotatif avec éléments mécaniques*. *Techniques de l'Ingénieur, traité Mesures et Contrôle*, vol. R-1940, pages 1–10, 1999.
- [Samson 91] C. Samson, M. Leborgne et B. Espiau. *Robot control. the task function approach*, volume 22 of *Oxford Engineering Series*. Oxford University Press, 1991.
- [Schiele 94] B. Schiele et J. L. Crowley. *A Comparison of Position Estimation Techniques Using Occupancy Grids*. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 1628–1634, San Diego, Etats-Unis, mai 1994.
- [Sethian 99] J. A. Sethian. *Fast Marching Methods*. *SIAM Review*, vol. 41, no. 2, pages 199–235, 1999.  
<http://math.berkeley.edu/~sethian/Papers/sethian.siam.fast.ps.gz>.
- [Sick 04] Sick. *Scanners de mesure à laser*, 2004.  
<http://www.sick.fr/fr/produits/vision/lasermeasurementinterface/fr.html>.

- [Siegwart 04] R. Siegwart et I. R. Nourbakhsh. Introduction to autonomous mobile robots. MIT press, 2004.  
<http://www.mobilerobots.org>.
- [Simeon 00] T. Simeon, J.-P. Laumond et C. Nissoux. *Visibility Based Probabilistic Roadmaps for Motion Planning*. Advanced Robotics, vol. 14, no. 6, 2000.  
<http://www.laas.fr/~nic/Papers/advrob00.ps.gz>.
- [Siméon 04] T. Siméon. *Nic's homepage*, 2004.  
<http://www.laas.fr/~nic>.
- [Sitef 02] Sitef. *Equipe RIA, LAAS-CNRS. Expérience de navigation autonome dans un hall d'exposition*, 2002.  
<http://www.laas.fr/RIA/RIA-demo-trailer-navigation-fr.html>.
- [Urmson 04] C. Urmson, J. Anhalt, M. Clark, T. Galatali, J.P. Gonzalez, J. Gowdy, A. Gutierrez, S. Harbaugh, M. Johnson-Roberson, H. Kato, P.L. Koon, K. Peterson, B.K. Smith, S. Spiker, E. Tryzelaar et W. L. Whittaker. *High Speed Navigation of Unrehearsed Terrain : Red Team Technology for Grand Challenge 2004*. Rapport technique, Université de Carnegie Mellon, Pittsburg, Etats-Unis, 2004.
- [Warner 83] F. W. Warner. Foundations of differentiable manifolds and lie groups. Graduate Texts in Mathematics. Springer-Verlag, 1983.
- [Zimmer 01] U. R. Zimmer. *Mobile Robotics : Path Planning and Motion Control*. Université Nationale d'Australie, Camberra, Australie, 2001.