



UNIVERZITET U SARAJEVU
PRIRODNO - MATEMATIČKI FAKULTET
ODSJEK ZA MATEMATIČKE I KOMPJUTERSKE NAUKE

PROJEKAT IZ PREDMETA: “STRUKTURE PODATAKA I ALGORITMI”

Tema 3: Stablo (struktura podataka)

Predmetni profesor: prof. dr. Esmir Pilav

Predmetni asistent: Admir Beširević, MA

Studentica: Berina Spirjan

Sarajevo, januar 2024. godine



OSNOVNE INFORMACIJE O PROJEKTU.....	3
1. ORGANIZACIJA PROJEKTA.....	4
2. IMPLEMENTACIJA.....	5
2.1. ITERATOR.....	5
2.1.1. Iterator (Cvor *trenutni).....	6
2.1.2. Iterator(const Iterator &it).....	6
2.1.3. Iterator &operator=(const Iterator &it).....	6
2.1.4. Tip &operator*().....	6
2.1.5. Iterator operator++().....	6
2.1.6. Iterator operator++(int).....	7
2.1.7. Iterator operator- -().....	7
2.1.8. Iterator operator - - (int).....	7
2.1.9. bool operator==(const Iterator &cvor) const.....	7
2.1.10 bool operator!=(const Iterator &cvor) const.....	8
2.1.11. Tip &operator*() const.....	8
2.1.12. Tip &operator->() const.....	8
2.1.13. Iterator pomjeriNaGrani(function<Cvor *(Cvor*)>).....	8
2.1.14. Iterator najmanjiNaGrani().....	8
2.1.15. Iterator najvećiNaGrani().....	8
2.1.16. friend class Stablo<Tip>.....	9
2.1. REVERSE ITERATOR.....	9
2.3. PROVJERA DA LI JE JEDNO STABLO PODSKUP DRUGOG.....	9
2.3.1. Cvor *dajNajveciCvor(Cvor *).....	9
2.3.2. Cvor *dajNajmanjiCvor(Cvor *).....	9
2.3.3. Cvor *Korijen().....	10
2.3.4. Iterator Begin().....	10
2.3.5. Iterator End().....	10
2.3.6. Reverse_Iterator rBegin().....	10
2.3.7. Reverse_Iterator rEnd().....	10
2.3.5. friend bool provjeriDaLiJePodskup(Stablo<Tip2>s1, Stablo<Tip2>s2).....	10
2.4. INDEKSIRANJE U STABLU.....	11
2.4.1. Cvor *dajKtiElement(int pozicija, Cvor *trenutniCvor, int &brojac).....	11
2.4.2 Tip operator[] (int).....	11



OSNOVNE INFORMACIJE O PROJEKTU

Zadatak ovog projekta jeste da proširimo klasu '**Stablo**' koju smo obrađivali na vježbama, pri tome ćemo dodati neke nove funkcionalnosti što će nam omogućiti da unaprijedimo navedenu strukturu podataka.

Implementacija **Iteratora** i **Reverse Iteratora** će nam omogućiti efikasno kretanje kroz stablo, a čijom implementacijom ćemo imati mogućnost prolaska kroz stablo koja će nalikovati onoj u strukturi podataka set. Pored toga, trebamo implementirati funkcije **Begin()** i **End()** koristeći dva fiktivna čvora, što će doprinijeti jednostavnom pristupu početka i kraja stabla. Ove funkcije će biti od ključnog značaja za navedene iteratore.

Drugi dio obuhvata prijateljsku funkciju koja provjerava da li je jedno stablo podskup nekog drugog. Ova funkcija potrebno je da radi u vremenu **$O(m+n)$** , gdje su m i n brojevi elemenata ta dva stabla.

Kao posljednju stavku imamo implementaciju indeksiranja, omogućavajući pristup elementima stabla prema veličini indeksa. Funkcija indeksiranja će raditi u vremenu **$O(h)$** , gdje nam h predstavlja visinu stabla.

Kroz ovaj projekat imat ćemo mogućnost stvaranja optimizovane strukture podataka koje omogućavaju kompleksne operacije nad stablima, istovremeno osiguravajući optimalnu vremensku složenost za različite svrhe upotrebe.

Kod je moguće pronaći na Github repozitoriju :
<https://github.com/berina-spirjan1/Tree-data-structure>



1. ORGANIZACIJA PROJEKTA

U ovom poglavlju naše dokumentacije obradit ćemo organizaciju projekta, raspored po klasama i strukturama, te public i private dijelove klase **Stablo**.

Implementaciju našeg projekta, sproved ćemo pomoću tri fajla. Tačnije samu organizaciju projekta možemo sprovedi kroz dva foldera **Sources** i **Headers**. U folderu **Headers** kreiramo fajl pod nazivom **stablo.h** u kojem ćemo definisati sve klase i strukture, te prototipe metoda i funkcija. U sklopu foldera **Sources** nalaze se dva fajla **main.cpp** i **stablo.cpp**. U fajlu **stablo.cpp** sprovodimo programsku implementaciju, tj. tijela funkcija i metoda. A **main.cpp** fajl nam služi za testiranje implementacije programa. Također, dodat ćemo dva dodatna fajla **iterator.h** i **iterator.cpp** u koje ćemo odvojiti deklaraciju i implementaciju **Iterator**-a i **Reverse Iterator**-a, što će učiniti lakše snalaženje u samom projektu, budući da će **Iterator** i **Reverse Iterator** biti zasebne klase.



2. IMPLEMENTACIJA

U nastavku ćemo detaljno razmotriti ključne aspekte koji su objedinjeni kroz implementaciju određenih funkcija, iteratora, klasa i sl.

2.1. ITERATOR

Kao što smo već u prethodnom poglavlju spomenuli klasa `Iterator` je implementirana u fajlu `iterator.cpp`, dok je njena deklaracija uz neke osnovne konstruktore navedena u fajlu `iterator.h`. Klasa posjeduje jedan **privatni** član: **`Cvor`** **`*trenutni`** što predstavlja pokazivač na trenutni element u stablu.

Javni dio klase `Iterator` (**public**):

U ovom dijelu definišemo dio klase u kojem se nalaze konstruktori, operatori, destruktor, pomoćne funkcije i operatore. Također, u nastavku se nalazi pregled **public** dijela klase, a nešto kasnije ćemo razmotriti dolje navedeni dio, pojedinačno.

- ❖ `Iterator (Cvor *trenutni)`
- ❖ `Iterator (const Iterator &it)`
- ❖ `Iterator &operator=(const Iterator &it)`
- ❖ `Tip &operator*`
- ❖ `Iterator operator++`
- ❖ `Iterator operator++(int)`
- ❖ `Iterator operator - -`
- ❖ `Iterator operator - - (int)`
- ❖ `bool operator ==(const Iterator &cvor)`
- ❖ `bool operator !=(const Iterator &cvor)`
- ❖ `Tip &operator*()`
- ❖ `Tip &operator->()`
- ❖ `Iterator najmanjiNaGrani()`
- ❖ `Iterator najvećiNaGrani()`
- ❖ `Iterator pomjeriNaGrani(function<Cvor *(Cvor *)>)`
- ❖ `friend class Stablo<Tip>`



2.1.1. Iterator (Cvor *trenutni)

Konstruktor sa jednim parametrom koji kreira objekat klase **Iterator** koji predstavlja iterator na binarno stablo. Parametar **Cvor *trenutni** je čvor u stablu na koji iterator trenutno pokazuje, ako nije naveden tj. proslijeđen postavljamo ga na nullptr.

2.1.2. Iterator(const Iterator &it)

Konstruktor kopije koji kao parametar prihvata **it** - što predstavlja objekat klase **iterator** koji je potrebno kopirati. Ovaj konstruktor kreira novi objekat klase **Iterator** koji je identičan kao objekat koji se proslijeđuje kao argument u konstruktor (**it**).

2.1.3. Iterator &operator=(const Iterator &it)

Operator dodjele omogućava pridruživanje vrijednosti jednog Iteratora drugom Iteratoru. Ako je pozvan na istom objektu **this==&it**, neće doći do promjene, dok ukoliko nije pozvan nad istim objektom potrebno je da trenutni cvor modifikujemo tako sto mu prekopiramo vrijednost **it.trenutni**. Operator kao rezultat vraća referencu na trenutni iterator nakon izvršene dodjele.

2.1.4. Tip &operator*()

Ovo je operator dereferenciranja za klasu iterator. On nam omogućava da pristupimo vrijednosti elementa na koju trenutni Iterator pokazuje. Kao rezultat vraća referencu na element trenutnog čvora u stablu.

2.1.5. Iterator operator++()

Operator prefiksne inkrementacije za klasu Iterator (upotreba: **++it**), zasniva se na ideji da pomjeramo iterator na sljedeći element u inorder obilasku stabla. Ovo radimo na način da provjeramo da li postoji desno dijete trenutnog čvora, ukoliko da pomjeramo iterator sve dok ne dođemo do najmanjeg elementa u desnom podstablu. Suprotno, ako ne postoji desno dijete, iterator pomjeramo prema roditelju dok ne dođemo do prvog lijevog djeteta. Kada stignemo do korijena znači da će nam iterator pokazivati na nullptr i tu se zaustavljamo. Kao rezultat ovaj operator vraća referencu na modifikovani iterator.



2.1.6. Iterator operator++(int)

Operator postfiksne inkrementacije za klasu Iterator (upotreba: `it++`) funkcioniše na način da u početku napravimo kopiju trenutnog iteratora, a zatim pomjeramo trenutni (originalni) iterator na sljedeći element u inorder obilasku stabla. Ako postoji desno dijete trenutnog čvora, iterator pomjeramo na najmanji element u desnom podstablu. Ako ne postoji desno dijete, iterator pomjeramo prema roditelju dok ne pronađemo prvo lijevo dijete. U trenutku kada dođemo do korijena, naš iterator će pokazivati na `nullptr`. Parametar koji prima ovaj operator se naziva dummy parametar, on nam služi samo kako bismo označili postfiksni operator inkrementiranja, ali ga u funkciji ne koristimo. Kao rezultat primjene operatora postfiksne inkrementacije vraćamo kopiju prvobitnog iteratora koja je sada modifikovana.

2.1.7. Iterator operator-->()

Operator prefiksnog dekrementiranja iteratora za klasu Iterator. Ideja koju koristimo za implementaciju jeste da pomjeramo iterator na prethodni element u inorder poretka stabla. Ako za trenutni čvor postoji lijevo dijete, iterator pomjeramo na najveći element u lijevom podstablu. Suportno, ukoliko ne postoji lijevo dijete, iterator pomjeramo na roditelja sve dok ne dođemo do prvog desnog djeteta. Kada stignemo do korijena, iterator će pokazivati na `nullptr`. Kao rezultat vraćamo modifikovani iterator.

2.1.8. Iterator operator--(int)

Operator postfiksno dekrementiranja iteratora za klasu Iterator. Ovaj operator pravi u početku kopiju trenutnog iteratora, a zatim mijenja trenutni iterator. Ako postoji lijevo dijete trenutnog čvora, iterator pomjeramo na najveći element u lijevom podstablu. Ako ne postoji lijevo dijete, iterator pomjeramo na roditelja dok ne dođemo do prvog desnog djeteta. Ako dođemo do korijena u tom slučaju će iterator pokazivati na `nullptr`. Iz operatora vraćamo kopiju prvobitnog iteratora koja je sada modifikovana.

2.1.9. bool operator==(const Iterator &cvor) const

Operator jednakosti upoređuje trenutne čvorove dva iteratora. Kao parametar prihvata iterator koji nam služi za poređenje. Rezultat koji se vraća primjenom ovog operatora je bool varijabla `true` ili `false` u odnosu na to da li je trenutni cvor jednak `cvor.trenutni` koji je proslijeđen kao parametar unutar operatora.



2.1.10 bool operator !=(const Iterator &cvor) const

Operator nejednakosti upoređuje trenutne čvorove dva iteratora. Kao parametar prihvata iterator koji nam služi za poređenje. Rezultat koji se vraća primjenom ovog operatora je bool varijabla true ili false u odnosu na to da li je trenutni cvor različit u odnosu na cvor.trenutni koji je proslijeđen kao parametar unutar operatora.

2.1.11. Tip &operator*() const

Operator omogućava čitanje i modifikaciju vrijednosti na koju trenutni iterator pokazuje. Vraća referencu na vrijednost elementa trenutnog čvora.

2.1.12. Tip &operator->() const

Operator omogućava pristup članovima objekta (u ovom slučaju, elementu čvora) na koji trenutni iterator pokazuje. Vraća pokazivač na vrijednost elementa trenutnog čvora.

2.1.13. Iterator pomjeriNaGrani(function<Cvor *(Cvor*)>)

Metoda je implementirana kako bismo izbjegli dupliciranje koda. Metoda pomjeriNaGrani kao parametar prima lambda funkciju koja vraća iterator na lijevo ili desno dijete trenutnog čvora, u zavisnosti od potrebe za traženjem najmanjeg ili najvećeg elementa. Iterator se pomjera na najmanji ili najveći element u podstablu tako što se kontinuirano pomjera na lijevo ili desno dijete čvora, dokle god takvo dijete postoji. Kao rezultat poziva metode pomjeriNaGrani dobijamo iterator koji pokazuje na najmanji ili najveći element u podstablu trenutnog čvora.

2.1.14. Iterator najmanjiNaGrani()

Metoda **najmanjiNaGrani** pomjera iterator na najmanji element u podstablu trenutnog čvora. Ova metoda unutar svoje definicije poziva drugu funkciju **pomjeriNaGrani** i proslijeđuje joj lambda funkciju, što kao rezultat vraća iterator na lijevo dijete trenutnog čvora. Iterator se pomjera na najmanji element u podstablu tako što se kontinuirano pomjera na lijevo dijete dok god ono postoji. Kao rezultat metoda vraća iterator na najmanji element u podstablu trenutnog čvora.

2.1.15. Iterator najvećiNaGrani()



Metoda **najvećiNaGrani** pomjera iterator na najveći element u podstablu trenutnog čvora. Ova metoda unutar svoje definicije poziva drugu funkciju **pomjeriNaGrani** i proslijeđuje joj lambda funkciju, što kao rezultat vraća iterator na desno dijete trenutnog čvora. Iterator se pomjera na najveći element u podstablu tako što se kontinuirano pomjera na desno dijete dok god ono postoji. Kao rezultat metoda vraća iterator na najveći element u podstablu trenutnog čvora.

2.1.16. friend class **Stablo<Tip>**

Ova deklaracija omogućava pristup privatnim članovima klase **Stablo** iz klase **Iterator**.

2.1. REVERSE ITERATOR

Sve metode, konstruktori, funkcije i metode imaju dosta slične funkcionalnosti kao u klasi **Iterator**, jedina razlika jeste što idemo od većih prema manjim elementima.

2.3. PROVJERA DA LI JE JEDNO STABLO PODSKUP DRUGOG

U implementaciju klase **Stablo** dodali smo sljedeće funkcije:

- ❖ **Cvor *dajNajveciCvor(Cvor *)**
- ❖ **Cvor *dajNajmanjiCvor(Cvor *)**
- ❖ **Cvor *Korijen()**
- ❖ **Iterator Begin()**
- ❖ **Iterator End()**
- ❖ **Reverse_Iterator rBegin()**
- ❖ **Reverse_Iterator rEnd()**
- ❖ **friend bool provjeriDaLiJePodskup(Stablo<Tip2> &s1, Stablo<Tip2> &s2)**

2.3.1. **Cvor *dajNajveciCvor(Cvor *)**

Metoda **dajNajveciCvor** traži najveći čvor u stablu sa trenutnim čvorom kao početkom. Implementacija metode rekurzivno pretražuje desno podstablo sve dok ne dođe do najvećeg čvora. Prima jedan parametar koji je tipa **Čvor** i predstavlja pokazivač na trenutni čvor što označava početak pretrage. Kao rezultat ova metoda vraća pokazivač na najveći čvor u stablu ili **nullptr** u slučaju kada je stablo prazno.

2.3.2. **Cvor *dajNajmanjiCvor(Cvor *)**

Metoda **dajNajmanjiCvor** traži najmanji čvor u stablu sa trenutnim čvorom kao početkom. Implementacija metode koristi iterativni pristup, pretražujući lijevo



podstablo sve dok ne dođe do najmanjeg čvora. Kao rezultat ova metode vraća pokazivač na najmanji čvor u stablu ili nullptr u slučaju kada je stablo prazno.

2.3.3. Cvor *Korijen()

Vraća pokazivač na korijen stabla koji je privatni atribut u klasi Stablo.

2.3.4. Iterator Begin()

Funkcija **Begin()** vraća iterator koji pokazuje na najmanji čvor u stablu. Ovaj iterator predstavlja početnu tačku za iteriranje kroz sve čvorove u rastućem redoslijedu. Kada se koristi u kontekstu iteracije kroz stablo, **Begin()** omogućuje pristup najmanjem elementu, čime olakšava proces prolaska kroz čvorove od najmanjeg prema najvećem.

2.3.5. Iterator End()

Funkcija **End()** vraća iterator koji pokazuje na čvor koji se nalazi iza posljednjeg elementa u stablu. Ovaj iterator se često koristi kao oznaka završetka pri iteraciji kroz stablo, omogućujući pristup "iza" zadnjeg elementa. Kada se koristi u kontekstu iteracije kroz stablo, **End()** omogućuje korisnicima jasnu indikaciju kraja, što je posebno korisno kod petlji i algoritama koji koriste iteratore. Ova funkcija olakšava završetak iteracije kroz stablo i može se koristiti za postavljanje uvjeta završetka u petljama.

2.3.6. Reverse_Iterator rBegin()

Ova funkcija vraća **Reverse_Iterator** koji pokazuje na posljednji element stabla. Koristi se za iteraciju unatrag kroz stablo, počevši od najvećeg element u stablu i krećući se prema najmanjem elementu u stablu.

2.3.7. Reverse_Iterator rEnd()

Ova funkcija vraća **Reverse_Iterator** koji pokazuje iza prvog elementa stabla. Koristi se za iteraciju unatrag kroz stablo, počevši od elementa koji se nalazi iza najmanjeg elementa u stablu (elementa vraćenog funkcijom `dajNajmanjiCvor``).

2.3.5. friend bool provjeriDaLiJePodskup(Stablo<Tip2>s1, Stablo<Tip2>s2)

Prijateljska funkcija koja vrši provjeru da li je s2 podskup prvog stabla s1. Vrijeme izvršavanja ove funkcije je $O(m + n)$, gdje m predstavlja broj elemenata stabla s1, a n



broj elemenata stabla $s2$. Ako jedno od stabala ($s1$ ili $s2$) imaju korijen jednak `nullptr`, funkcija odmah vraća `false`, jer stablo sa praznim korijenom, odnosno korijenom koji pokazuje na `nullptr` ne može sadržavati podstabla. Koristimo iterativni pristup prolaska kroz oba stabla, upoređujući trenutne čvorove. Prolazi se kroz oba stabla istovremeno, upoređujući trenutne čvorove. Ako se bilo koji trenutni čvor stabla $s1$ pokaže većim od trenutnog čvora stabla $s2$, vraćamo `false`, jer to znači da $s2$ nije podskup od stabla $s1$. Ako su trenutni čvorovi u oba stabla jednaki, pomjeramo se na sljedeće čvorove u oba stabla. Kada dođemo do kraja stabla $s2$, tada je $s2$ podskup od $s1$ i vraćamo `true` vrijednost.

2.4. INDEKSIRANJE U STABLU

Za implementaciju indeksiranja u klasi **Stablo** koristimo jedan operator i jednu metodu:

- ❖ **Cvor *dajKtiElement(int pozicija, Cvor *trenutniCvor, int &brojac)**
- ❖ **Tip operator[] (int)**

2.4.1. Cvor *dajKtiElement(int pozicija, Cvor *trenutniCvor, int &brojac)

Ova metoda traži k -ti najveći element u stablu. Prima tri parametra: *pozicija* - tražena pozicija elementa, *trenutniCvor* - trenutni čvor koji posmatramo, i *brojac* - brojač koji prati trenutni redni broj najvećeg elementa. Rekurzivno pretražujemo lijevo podstablo sve dok ne pronađemo k -ti najmanji element ili dok ne dođemo do kraja stabla. Ako pronađemo k -ti najmanji element u desnom stablu,, vraćamo odgovarajući čvor, u suprotnom vraćamo `nullptr`.

2.4.2 Tip operator[] (int)

Operator omogućava pristup elementu na određenoj poziciji u stablu. Prima jedan parametar - **pozicija** - tražena pozicija elementa. Koristi funkciju **dajKtiElement** kako bi pronašla k -ti najveći element u stablu. Ako traženi element ne postoji (tj. ako je k veće od broja elemenata u stablu), bacamo izuzetak **std::out_of_range**. Omogućava indeksiranje stabla kao niz, pri čemu je indeksiranje bazirano na redoslijedu elemenata u inorder (uzlaznom) poretku. Vrijeme izvršavanja je **$O(h)$** , gdje je h visina stabla.