YZM 2116- VERİ YAPILARI

DERS#10: ÇİZGELER

İÇERİK

Bu bölümde,

- Algoritma Analizi,
- Çalışma Zamanı Analizi
- Algoritma Analiz Türleri
- Asimptotik Notasyon,
- Big-O Notasyonu,
- Algoritmalar için “Rate of Growth” (Büyüme Hızı)
- Big-O Hesaplama Kuralları
- Big-O Avantajları

konularına değinilecektir.

İÇERİK

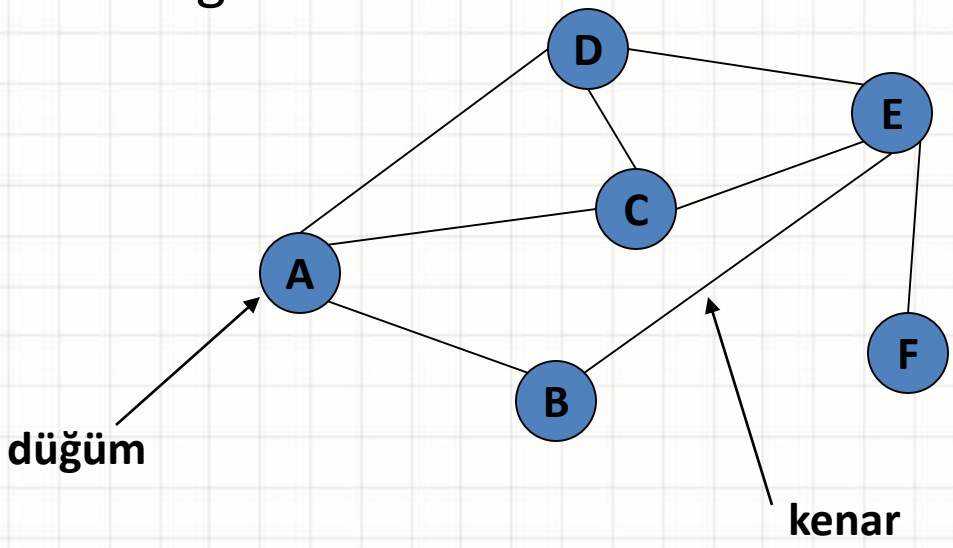
Bu bölümde,

- Graph (Çizge - Graf)
- Terminoloji
- Çizge Kullanım Alanları
- Çizge Gösterimi
  - Komşuluk Matrisi
  - Komşuluk Listesi
- Çizge Üzerinde Gezinme
  - DFS
  - BFS

konusuna değinilecektir.

Çizge (Graph) Giriş

- **Köşe** (**vertex**) isimli **düğümlerden** ve **kenar** (**edge**) isimli köşeleri birbirine bağlayan **bağlantılardan** oluşan veri yapısıdır.
- Ağaçlar gibi çizgeler de **doğrusal olmayan** veri yapıları grubuna girerler.

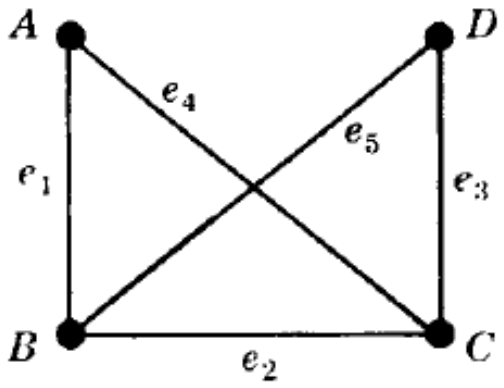


Çizge (Graph) Giriş (devam…)

- Bir G çizgesi G(V, E) şeklinde gösterilir:
  a. **V = V(G) Kümesi:** Küme elemanları, G'nin düğümleri (nodes), noktaları (points) veya köşeleri (vertices)
  b. **E = E(G) Kümesi:** Küme elemanları G'nin kenarları (edges) olarak adlandırılan sırasız düğüm ikililerini içerir.
- Eğer bir ***e = {u, v}*** kenarı varsa, u ve v düğümlerinin komşu (***adjacent or neighbors***) olduğu söylenir.
- Bu durumda, u ve v **e'nin uç noktaları** (**endpoints**) olarak adlandırılır ve e'nin u ve v'yi bağladığı söylenir.

Çizge (Graph) Giriş (devam…)

- Çizgeler, **düzlemsel diyagramlarla** gösterilir.
- V kümesindeki her v düğümü bir nokta (ya da küçük çember) ile temsil edilir ve her e = {v1, v2} kenarı, v1 ve v2 uç noktalarını bağlayan bir çizgi ile gösterilir.
- **Örnek:**



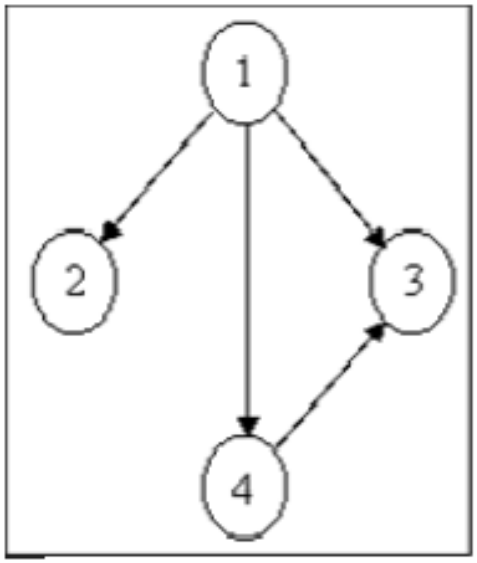
V = {A, B, C, D}

E = {e_1, e_2, e_3, e_4, e_5}

$$e_1 = \{A, B\}, e_2 = \{B, C\}, e_3 = \{C, D\}, e_4 = \{A, C\}, e_5 = \{B, D\}.$$

Yönlü ve Yönsüz Kenar

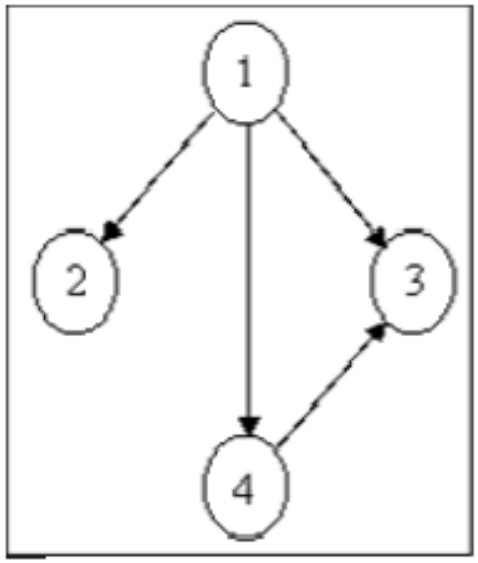
- **Yönsüz Kenar (undirected edge):** Çizgi seklinde yönü belirtilmeyen kenarlar yönsüz kenarlardır.
  - Yönsüz kenarlarda (v1,v2) olması ile (v2,v1) olması arasında fark yoktur.
- **Yönlü Kenar (directed edge):** Ok şeklinde gösterilen kenarlar yönlü kenarlardır.



$G_1=(V,E)$
$V_1=\{1,2,3,4\}$
$E_1=\{(1,2),(1,3),(1,4),(4,3)\}$

Terminoloji

1. **Komşu Köşeler (Adjacent):** Aralarında doğrudan bağlantı (kenar) bulunan i ve j köşeleri komşudur. Diğer köşe çiftleri komşu değildir.
2. **Bağlantı (incident):** Komsu i ve j köşeleri arasındaki kenar (i, j) bağlantıdır.
3. **Bir Kösenin Derecesi (degree):** Bir köşeye bağlı olan kenarların sayısıdır.



$G_1=(V,E)$
$V_1=\{1,2,3,4\}$
$E_1=\{(1,2),(1,3),(1,4),(4,3)\}$

Soru1: Komşu olmayan köşeler hangileridir?
Soru2: 1'in derecesi kaçtır?

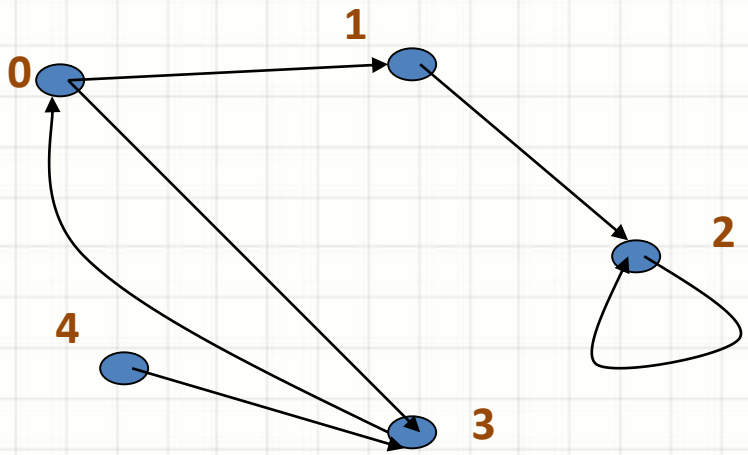
Terminoloji (devam…)

4. **Yönsüz Çizge (undirected graph):** Tüm kenarları ***yönsüz*** olan çizgeye yönsüz çizge denilir. Yönsüz çizgede bir köşe çifti arasında en fazla bir kenar olabilir.
5. **Yönlü Çizge (directed graph, digraph):** Tüm kenarları **yönlü** olan çizgeye yönlü çizge adı verilir. Yönlü çizgede bir köşe çifti arasında ters yönlerde olmak üzere ***en fazla iki kenar*** olabilir.
6. **Döngü (Loop):** (i, i) seklinde gösterilen ve bir köşeyi kendine bağlayan kenar.

Terminoloji (devam…)

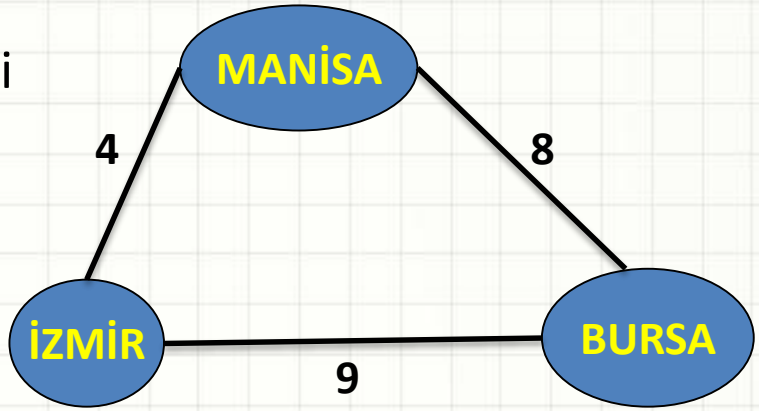
Yönlü Çizge ve Döngü (Loop)

- G=(V, E)
- V={0,1,2,3,4}
- E={(0,1), (1,2), (0,3), (3,0), (2,2), (4,3)}



Terminoloji (devam…)

7. **Ağırlıklı (Weighted) Çizge:** Çizge kenarları üzerinde ağırlıkları olabilir. Eğer kenarlar üzerinde ağırlıklar varsa bu tür çizgelere **ağırlıklı/maliyetli** çizge (Weighted Graphs) denir. Ağırlık uygulamadan uygulamaya değişir.
   - Şehirler arasındaki uzaklık
   - Routerler arası bant genişliği

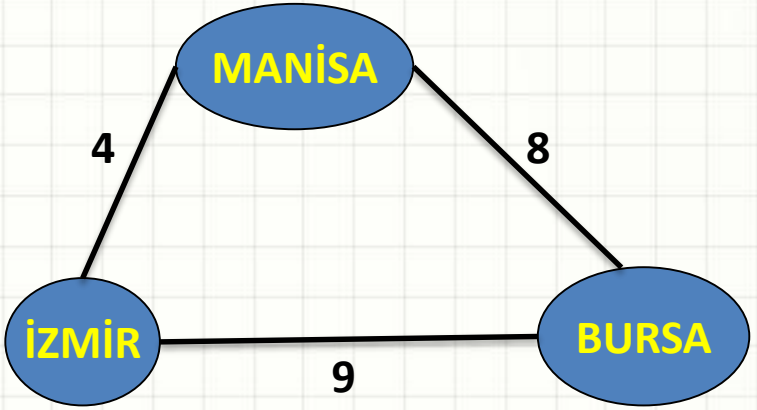


Yol (Path)

- Bir yol **(path)** düğümlerin bir sırasıdır (v_0, v_1, v_2,… v_k) öyle ki:
  - *$0 \le i < k$ için ,* $\{v_i, v_{i+1}\}$ bir kenardır
  - *$0 \le i < k-1$ için,* $v_i \neq v_{i+2}$

    Yani, kenarlar $\{v_i, v_{i+1}\} \neq \{v_{i+1}, v_{i+2}\}$
- **Basit Yol (Simple Path):** Tüm düğümlerin farklı olduğu yoldur.
- **Daire (Cycle):** Başlangıç ve bitiş düğümleri aynı olan basit yol.
- **Uzunluk:** Bir yol üzerindeki kenarların sayısının toplamıdır.

Basit Yol: *MANİSA, İZMİR*
Daire: *MANİSA, İZMİR, BURSA, MANİSA*



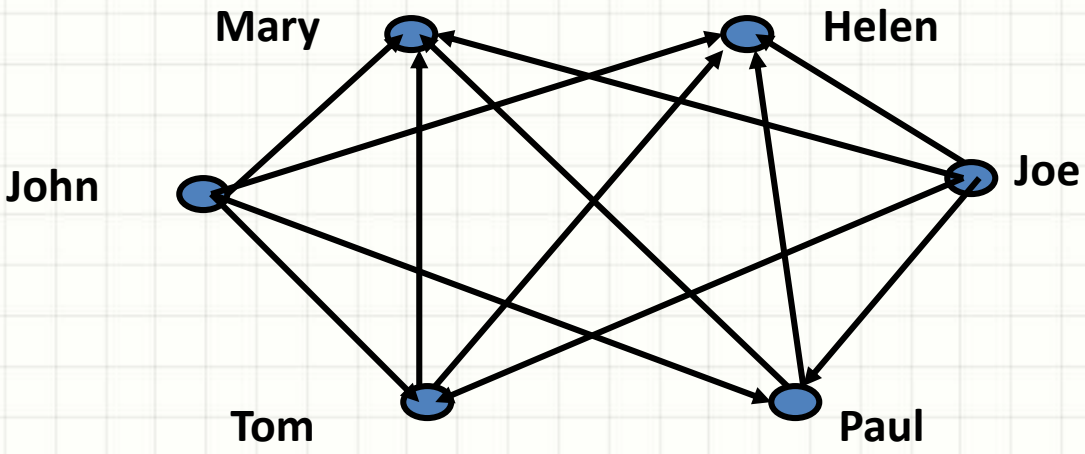
Çizge Kullanım Alanları

- Bilgisayar ağlarında, elektriksel ve diğer ağların analizinde,
- Kimyasal bileşiklerin moleküler yapılarının araştırılmasında,
- Ulaşım ağlarında (kara, deniz ve havayolları),
- Planlama projelerinde,
- Sosyal alanlarda ve diğer pek çok alanda kullanılmaktadır.

Çizge Kullanım Alanları (devam…)

Örnek (Generic)

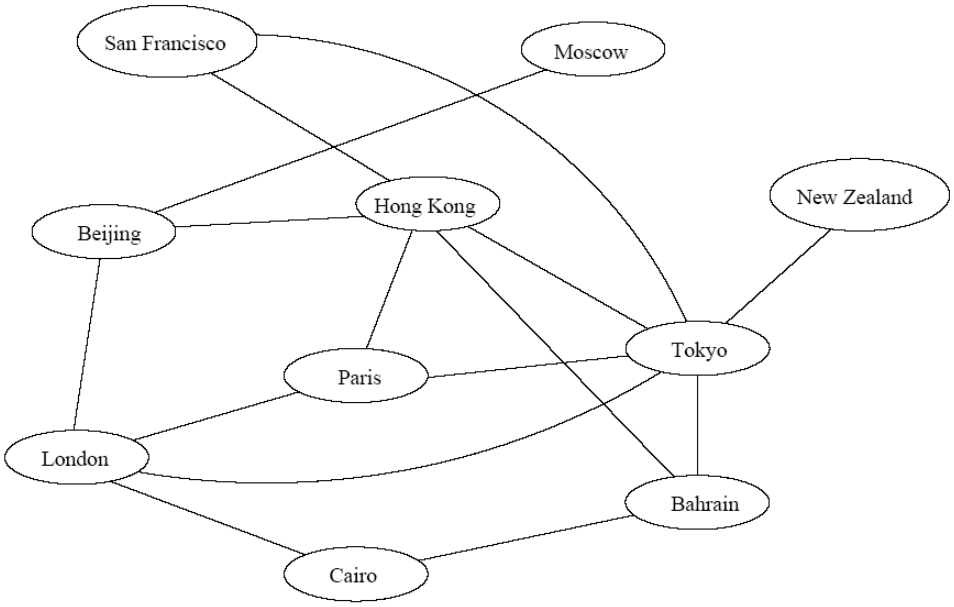
- V = 6 kişi: John, Mary, Joe, Helen, Tom ve Paul, sırasıyla yaşları: 12, 15, 12, 15, 13 ve 13.
- E ={(x, y) | Eğer x, y den daha genç ise}



Çizge Kullanım Alanları (devam…)

Örnek (Uçuş sistemi)

- Her bir düğüm bir şehri gösterir
- Her bir kenar iki şehir arasındaki doğrudan uçuşu gösterir
- Doğrudan uçuşların sorgulanmasında cevap bir kenardır.
- Bir yere ulaşmak için "A' dan B' ye yol varmı" sorusu sorulur.
- Maliyetleri kenarlara bile ekleyebiliriz. (ağırlıklı), daha sonra "A'dan B' ye en ucuz yol hangisidir?" diye sorabiliriz.

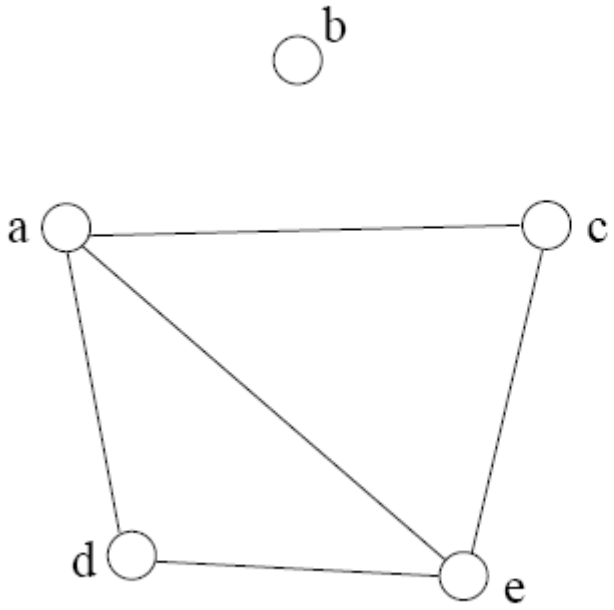


Çizge Gösterimi

- İki popüler gösterim bulunmaktadır. Her ikisi de farklı yönlerden düğüm ve kenar kümelerini gösterir.

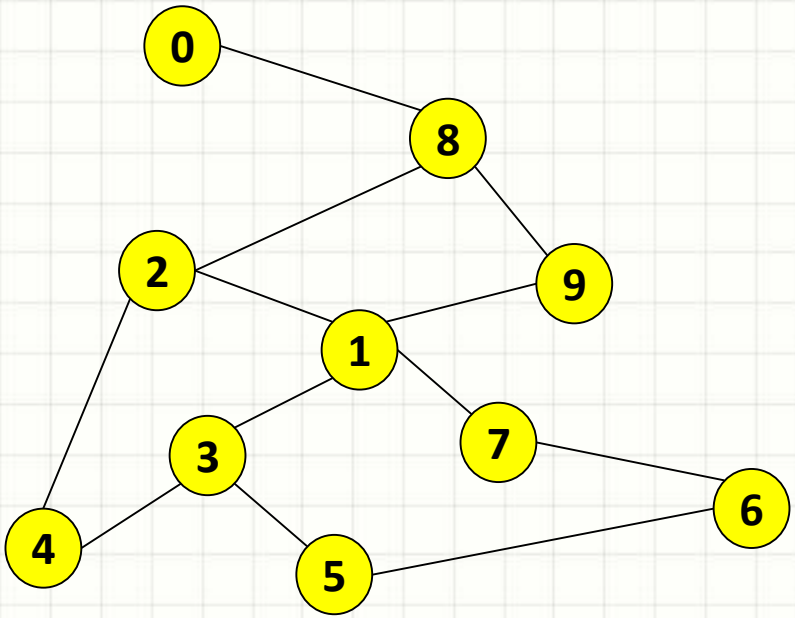
1. **Komşuluk Matrisi:** Çizgeyi göstermek için D matrisi kullanılır.
2. **Komşuluk Listesi:** Bağlantılı listelerin bir boyutlu dizisi kullanılır.

Komşuluk Matrisi



	a	b	c	d	e
a	0	0	1	1	1
b	0	0	0	0	0
c	1	0	0	0	1
d	1	0	0	0	1
e	1	0	1	1	0

Komşuluk Matrisi (devam…)

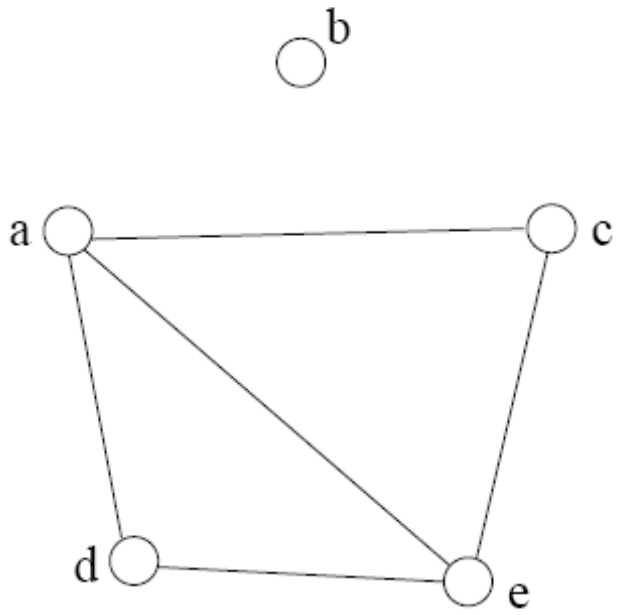


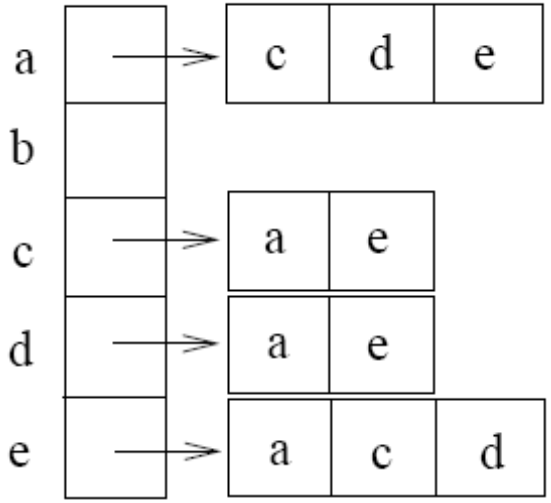
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1
2	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0
3	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0
4	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
6	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
7	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
8	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1
9	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0

Komşuluk Matrisi (devam…)

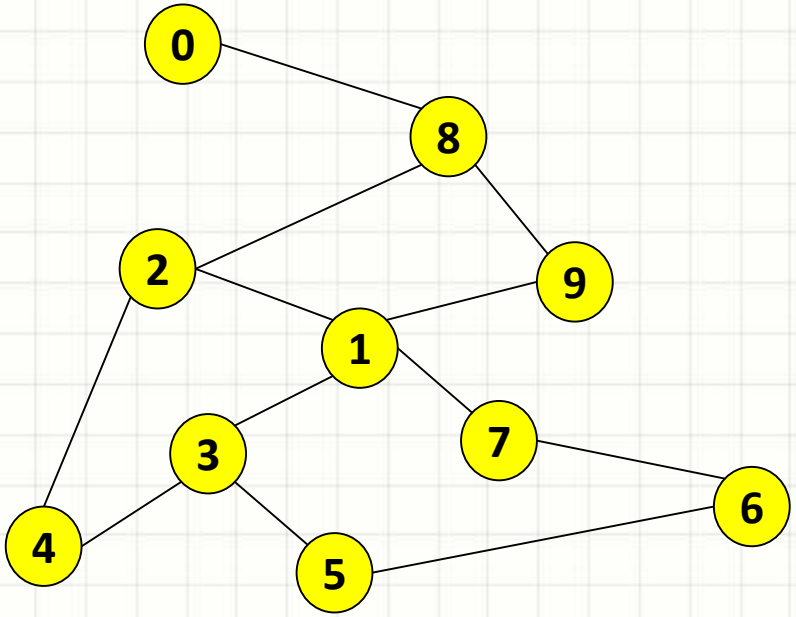
- İki boyutlu dizi ile gerçekleştirilebilir.
- Uygulaması basittir.
  - Kenar yaratmak ve kaldırmak kolaydır.
- Hafızada fazla yer kaplar.
- Daha az hafızaya ihtiyaç duyulması için sparse matris tekniklerinin kullanılması gerekir.

Komşuluk Listesi





Komşuluk Listesi (devam…)

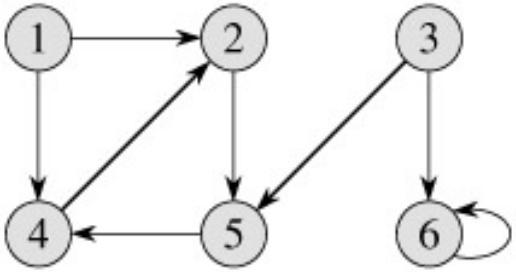


0	8
1	2 3 7 9
2	1 4 8
3	1 4 5
4	2 3
5	3 6
6	5 7
7	1 6
8	0 2 9
9	1 8

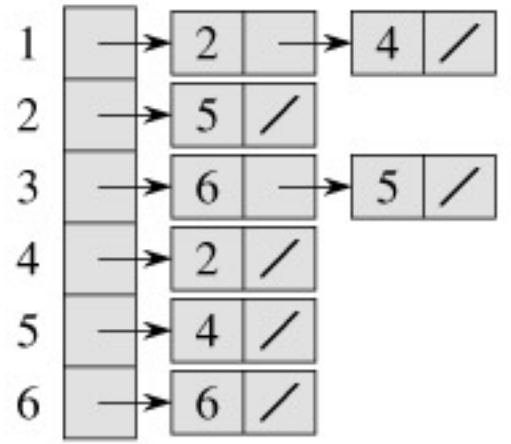
Komşuluk Listesi (devam…)

- Bağlı liste içeren dizi ile gerçekleştirimi yapılır.
- Uygulaması daha karmaşıktır.
- Hafıza kullanımı komşuluk matrisine göre daha optimaldir.

Örnek – Yönlü Çizge



Komşuluk Listesi



Komşuluk Matrisi

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	0	1	0	0
2	0	0	0	0	1	0
3	0	0	0	0	1	1
4	0	1	0	0	0	0
5	0	0	0	1	0	0
6	0	0	0	0	0	1

Çizge Üzerinde Gezinme (Traverse)

- Çizge üzerinde dolaşma; çizge düğümleri ve kenarları üzerinde **istenen bir işi yapacak** veya bir *problemi çözecek* biçimde hareket etmektir.
- Çizge üzerinde dolaşma yapan **birçok yaklaşım ve yöntem** bulunmaktadır. En önemli iki tanesi aşağıdaki gibidir:
  - **BFS (Breadth First Search) Yöntemi**
  - **DFS (Depth First Search) Yöntemi**

Çizge Üzerinde Gezinme (devam…)

Depth-First Search (DFS)

- Bir düğümden başla, düğümün bir kenarında o kenar üzerinde gidilebilecek **en uzak** düğüme kadar sürdür.
- Geri gel (backtracking) ve diğer kenarı dene.
- *Tüm düğümler* gezilene kadar devam et.
- Genelde Stack kullanarak gerçekleştirim yapılır.

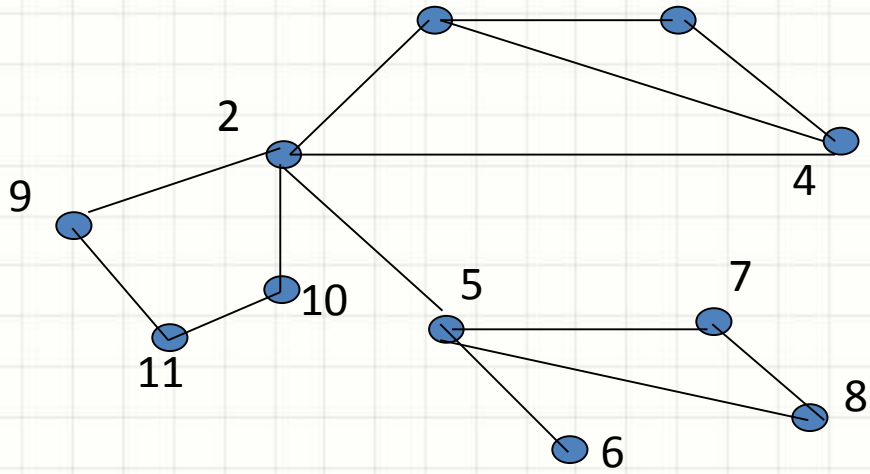
Breadth-First Search (BFS)

- Başlangıç düğümünden başla ve tüm komşuları **ziyaret et**.
- Daha sonra **komşunun komşularını ziyaret et**.
- Başlangıç düğümünden başlayıp ***dışa doğru*** dalga gibi ilerle.
- Genelde Queue kullanarak gerçekleştirim yapılır.

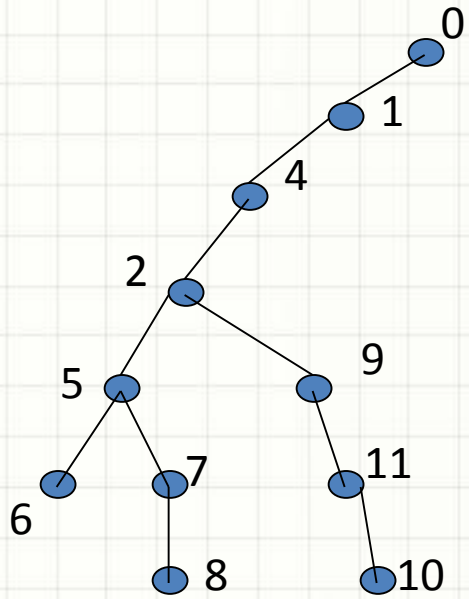
DFS Sözde Kod

```
DFS (Graph G) {
   Stack S; Integer x, t;
   while (G_ziyaret_edilmeyen_x_düğümüne_sahipse){
        visit(x);
        push(x,S);
   while (S boş değilse){
        t := peek(S);
        if(t_ziyaret_edilmeyen_y_komşusuna_sahipse)
        {
             visit(y);
             push(y,S);
        }
        else
             pop(S);
   }
  }
}
```

DFS Gösterim



Çizge

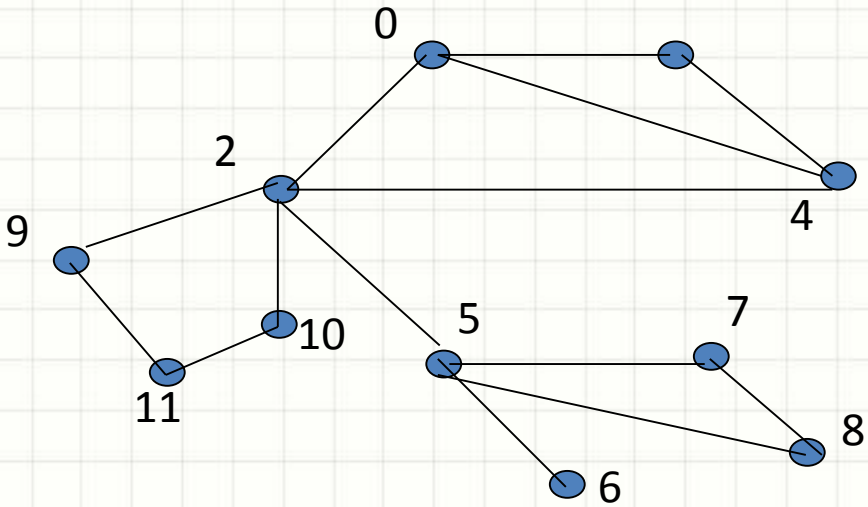


Gezinme Ağacı

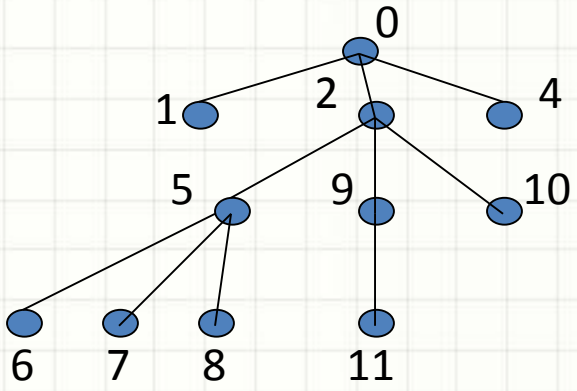
BFS Sözde Kod

```
BFS (Graph G) {
   Queue Q;
   Integer x, z, y;
   while   (G_ziyaret_edilmeyen_x_düğümüne_sahipse)
   {
        visit(x);
        Insert(x,Q);
        while (Q boş değilse){
              z := Remove(Q);
              for all (z nin tüm y komşuları için){
                    visit(y);
                    Insert(y,Q);
              }
        }
   }
}
```

BFS Gösterim



Çizge



Gezinme Ağacı

Çizge Üzerinde Gezinme (devam…)