

GENETIK ALGORITMALAR

- ➤ Genetik algoritmalar, Darwin'in doğal seçim ve evrim teorisi ilkelerine dayanan bir arama ve optimizasyon yöntemidir.
- Bu yöntem ilk olarak, John Holland ve arkadaşlarının yaptığı çalışmalarda (1970'li yıllarda) ortaya çıkmıştır.
- ➤ Geleneksel optimizasyon yöntemlerine göre farklılıkları olan genetik algoritmalar, parametre kümesini değil kodlanmış biçimlerini kullanırlar.

1 2

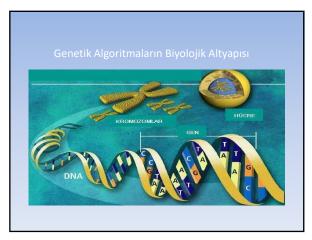
GENETIK ALGORITMALAR

- Bir probleme olası pek çok çözümün içerisinde en uygununu (en iyisini) bulmaya çalışan algoritmalardır.
- Popülasyon nesilden nesile geliştikçe kötü çözümler yok olma, iyi çözümler ise daha iyi çözümler oluşturmak için kullanılma eğilimindedirler.

GENETIK ALGORITMALAR

- Olasılık kurallarına göre çalışan genetik algoritmalar, yalnızca amaç fonksiyonuna gereksinim duyar. Çözüm uzayının tamamını değil belirli bir kısmını tararlar.
- Böylece, etkin arama yaparak çok daha kısa bir sürede çözüme ulaşırlar.
- Diğer bir önemli üstünlükleri ise; çözümlerden oluşan popülasyonu eş zamanlı incelemeleri ve böylelikle yerel en iyi çözümlere takılmamalarıdır.

3 4



- ➤ Gen: Kalıtsal molekülde bulunan ve organizmanın karakterlerinin tayininde rol oynayan kalıtsal birimlere denir.
- Bir gen A,B gibi bir karakter olabileceği gibi 0 veya 1 ile ifade edilen bir bit veya bit dizisi olabilir. Örneğin bir cismin x koordinatındaki yerini gösteren bir gen 101 şeklinde ifade edilebilir.

5 6

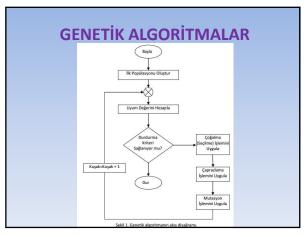
GENETIK ALGORITMALAR

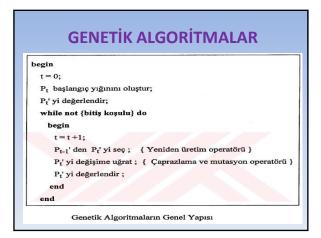
- Kromozom (Birey): Birden fazla genin bir araya gelerek oluşturduğu diziye denir.
- Kromozomlar toplumdaki bireyler yada üyelere karşılık gelirler.
- Ele alınan problemde alternatif çözüm adayıdır.
- Örneğin kromozom bir problemde açı, boyut ve koordinat değişkenlerinden veya bir dikdörtgen prizmasının ölçülerinden (yükseklik, genişlik, derinlik) oluşabilir.
- > 001 101 111 -> 1,5,7 değerleri kromozomu oluşturan genlerdir.
- Popülasyon: Kromozomlardan oluşan topluluğa denir. Popülasyon üzerinde durulan problem için alternatif çözümler kümesidir.
- Popülasyondaki kromozom sayısı arttıkça çözüme ulaşma süresi azalır.

GENETIK ALGORITMALAR Temel Kavramlar

- ➤ Genetik algoritmalarda kromozomlar, problem için olası çözümleri temsil ederler.
- Uygunluk değeri, çözümün kalitesini belirler ve uygunluk fonksiyonu kullanılarak hesaplanır.
- Yeni nesiller oluşturmak için, olası çözümleri temsil eden kromozomlara genetik bilimindekine benzer bir biçimde çaprazlama ve mutasyon işlemleri uygulanır.

7 8





9 10

GENETİK ALGORİTMALAR Genel Yapısı

- ➤ Basit bir GA'nın ilk aşamasında, tüm mümkün çözümlerin alt kümesinden oluşan bir başlangıç yığını elde edilir.
- Yığının her elemanı (bireyi) bir dizi olarak kodlanır.
- Her dizi biyolojik olarak bir kromozoma eşdeğerdir.
- ➤ GA'nın herhangi bir adımındaki yığın, nesil (generation) olarak adlandırılır.
- > Yığındaki her dizi bir uygunluk değerine (fitness value) sahiptir.

GENETIK ALGORITMALAR

- Uygunluk değeri, hangi bireyin bir sonraki yığına taşınacağını belirler.
- ➤ Bir dizinin uygunluk değeri, problemin amaç fonksiyonu değerine eşittir.
- Bir dizinin gücü uygunluk değerine bağlı olup iyi bir dizi, problemin yapısına göre maksimizasyon problemi ise yüksek, minimizasyon problemi ise düşük uygunluk değerine sahiptir.

11 12

- ➤ Başlangıç popülasyonundaki her bir kromozom, problemin olası bir çözümünü temsil eder.
- Popülasyon sürekli daha iyi çözümler oluşturmaya çalıştığı için, zaman içinde değişir.
- ➤ Popülasyon büyüklüğü, problemin yapısına göre belirlenmelidir.

GENETIK ALGORITMALAR

- Genetik Algoritmaları uygulama aşamasında aşağıdaki adımlara karar verilmesi son derece önemlidir:
- > Kodlama
- Cözümleri Değerlendirme (Uygunluk Fonksiyonu)
- ➤ Birey Üretimi (Çaprazlama ve Mutasyon, Seçilim ve üretilen bireylerin popülasyona eklenmesi)

13 14

GENETIK ALGORITMALAR

KODLAMA:

- Çözümdeki parametrelerin (gen'lerin) nasıl temsil edileceğidir. Bu parametreler, yani genler ikili temsil, tamsayılar, kayan noktalı sayılar, ağaç veri yapısı, dizi vs. olarak temsil edilebilmektedir.
- > Bu temsil işlemi probleme bağlı olan bir işlemdir.
- ➤ Parametrelerin kodlanması, probleme özgü bilgilerin genetik algoritmanın kullanacağı şekle çevrilmesine olanak tanır.

GENETIK ALGORITMALAR

- ➤ İkili kodlamada her kromozom 1 ve O'lardan oluşan bir karakter dizisi şeklinde ifade edilir.
- ➤ **Değer Kodlama :** Bu kodlama gerçel gibi kompleks sayıların yer aldığı problemlerde kullanılır.
- Permütasyon kodlamada ise her kromozom, ilgili karakterin sıralamadaki pozisyonunu belirten sayılardan oluşan bir dizi ile ifade edilir.
- Permütasyon kodlama, genelde sıralama problemlerinde kullanılır.

15 16

•İkili Kodlama

Kromozom1 1101100100110110 Kromozom2 1101111000011110

•Değer Kodlama

Deger Rodiama		
Kromozom1	1.2324 5.3243 0.4556 2.3293 2.4545	
Kromozom2	ABDJEIFJDHDIERJFDLDFLFEGT	
Kromozom3	(back), (back), (right), (forward), (left)	

• Permütasyon Kodlama

Kromozom1	153264798	
Kromozom2	856723149	

GENETIK ALGORITMALAR

ÇÖZÜMLERİ DEĞERLENDİRME (UYGUNLUK FONKSİYONU)

- GA'daki her çözümün yani kromozomun, problemi ne derecede çözebildiğini hesaplamamızı sağlayan fonksiyona "uygunluk fonksiyonu" denir.
- Uygunluk fonksiyonu problem bağımlı bir fonksiyondur ve GA'nın en önemli kavramlarından biridir.

17 18

GENETIK ALGORITMALAR

SEÇİLİM

- Yeni topluluğu oluşturmak için mevcut topluluktan çaprazlama ve mutasyon işlemine tabi tutulacak bireylerin seçilmesi gerekir.
- > Teoriye göre iyi olan bireyler yaşamını sürdürmeli ve bu bireylerden yeni bireyler oluşturulmalıdır.
- Bu nedenle tüm seçilim yöntemlerinde uygunluk değeri fazla olan bireylerin seçilme olasılığı daha yüksektir.
- ➤ En bilinen seçilim yöntemleri Rulet Seçilimi, Turnuva Seçilimi ve Sıralı Seçilimdir.

GENETIK ALGORITMALAR

- Rulet Seçilimi: Topluluktaki tüm bireylerin uygunluk değerleri toplanır ve her bireyin seçilme olasılığı, uygunluk değerinin bu toplam değere oranı kadardır.
- Sıralı Seçilim: En kötü uygunlukta olan kromozoma 1 değeri verilir, ondan daha iyi olana 2, daha iyisine 3 değeri verilerek devam edilir.
- ➤ Turnuva Seçilimi: Topluluk içerisinden rastgele k adet (3,5,7..) birey alınır. Bu bireylerin içerisinden uygunluk değeri en iyi olan birey seçilir.

19 20

CAPRAZLAMA

- Amaç, ata kromozomun yerlerini değiştirerek çocuk kromozomlar üretmek ve böylelikle zaten uygunluk değeri yüksek olan ata kromozomlardan daha yüksek uygunluklu çocuk kromozomlar üretmektir.
- Çaprazlamanın en kolay yolu rastgele bir çaprazlama noktası belirleyip, bu noktadan önceki bölümü ilk ebeveynden, sonraki bölümü ise diğer ebeveynden alarak yeni bir birey oluşturmaktır.

21 22

GENETIK ALGORITMALAR Tek Noktalı Çaprazlama İki Noktalı Çaprazlama İki Noktalı Çaprazlama Kes ve Ekle Çaprazlama Çoculdar: Kes ve Ekle Çaprazlama

GENETIK ALGORITMALAR

MUTASYON

- Yeniden ve sürekli yeni nesil üretimi sonucunda, belli bir süre sonra nesildeki kromozomlar birbirlerini tekrar edebilir. Böylece farklı kromozom üretimi durur veya azalır.
- İşte bu nedenle nesildeki kromozom çeşitliliğini artırmak için kromozomlardan bazıları mutasyona tabi tutulur.
- Mutasyon olasılığı çok düşük (Ör:%0.01) tutulmalıdır.
- Yüksek mutasyon olasılığı uygun çözümlerin de bozulmasına yol açabilir.

23 24

MUTASYON

Mutasyona Bir Örnek

Şekilde verilen örnek, bir diziye mutasyon operatörünün uygulanışını göstermektedir. Aı dizisinin 2. ve 10. elemanları mutasyona uğratılarak Aı' dizisi elde edilir.

GENETİK ALGORİTMALAR Performansı Etkileyen Faktörler

- Popülasyon büyüklüğü / Kromozom sayısı: Kromozom sayısını arttırmak çalışma zamanını arttırırken, azaltmak da kromozom çeşitliliğini yok eder.
- Mutasyon Oranı: Kromozomlar birbirine benzemeye başladığında hala çözüm noktalarının uzağında bulunuyorsa mutasyon işlemi GA'nın sıkıştığı yerden (tüm kromozomlar aynı platoda) kurtulmak için tek yoludur. Ancak yüksek bir değer vermek GA'nın kararlı bir noktaya ulaşmasını engelleyecektir.
- Kaç Noktalı Çaprazlama Yapılacağı. Normal olarak çaprazlama tek noktada gerçekleştirilmekle beraber yapılan araştırmalar bazı problemlerde çok noktalı çaprazlamanın çok yararlı olduğunu göstermiştir.
- Çaprazlamanın sonucu elde edilen bireylerin nasıl değerlendirileceği: Elde edilen iki bireyin birden kullanılıp kullanılamayacağı bazen önemli olmaktadır.

25 26

GENETİK ALGORİTMALAR Performansı Etkileyen Faktörler

- Durum kodlanmasının nasıl yapıldığı: Bir parametrenin doğrusal yada logaritmik kodlanması GA'nın performansında önemli bir farka yol açabilir.
- Başarı değerlendirmesinin nasıl yapıldığı: Akıllıca yazılmamış bir değerlendirme işlevi, çalışma zamanını uzatabileceği gibi çözüme hiçbir zaman ulaşılamamasına da neden olabilir.

GENETIK ALGORITMALAR

Avantajları

- Çok amaçlı optimizasyon yöntemleri ile kullanılabilmesi
- Çok karmaşık ortamlara uyarlanması
- > Kısa sürelerde iyi sonuçlar verebilmesi
- Çaprazlama ve mutasyon sayesinde yerel maksimum ve platolardan kurtulabilir.

27 28

Dezavantajları

- > Son kullanıcının modeli anlaması güç
- ➤ Problemi GA ile çözmeye uygun hale getirmek zor
- > Uygunluk fonksiyonunu belirlemek zor
- Çaprazlama ve mutasyon tekniklerini belirlemek zor
- > Ayarlanabilir çok fazla parametreye sahip
- ➤ Bir problemde gösterdiği başarıyı başka bir problemde tekrarlaması zor

GENETİK ALGORİTMALAR Uygulama Alanları

- **➤** Optimizasyon
- > Otomatik Programlama
- Makine Öğrenmesi (Yapay Sinir Ağlarında öğrenmeyi sağlayan ağırlık hesaplamaları, robotlar)
- **Ekonomi**
- **≻** Tıp
- > Ekoloji
- Sosyal Sistemler (Böcek Kolonileri, Çok etmenli sistemlerde işbirliği)

29 30

Örnek Problem Çözümü

- · Goldberg Problemi...
- Amaç: f(x)=x², x=[0,31] şeklinde verilen bir fonksiyonun, verilen aralıkta maksimizasyonunun yapılması istenmektedir.

Örnek Problem Çözümü

- Adım 1: Başlangıç popülasyonunun oluşturulması...
- İlk olarak x sayısının kodlanması işlemi yapılmalıdır. x'in 0 ve 1'lerden oluşan 2 tabanındaki gösterimi kullanılacaktır.
- Dolayısıyla x, 5 bit uzunluğunda bir kodla (string) temsil edilecektir. Öyle ki 0: "00000" ve 31: "11111" olacaktır.

31 32

Örnek Problem Çözümü

Adım 2: Popülasyon içindeki her kromozomun uygunluk değerinin hesaplanması...

Toplumun birey sayısı n:4 olarak seçilmiştir. Toplumu oluşturan dört birey, her biri 5 bit uzunluğunda birer kromozomla temsil edildiği için toplam 20 kere yazı tura atmak suretiyle belirlenmiştir. Elde edilen birey kromozomları ve uygunluk değerleri aşağıdadır.

Birey 1: 01101, x = 13, $x^2 = 169$ Birey 2: 11000, x = 24, $x^2 = 576$ Birey 3: 01000, x = 8, $x^2 = 64$ Birey 4: 10011, x = 19, $x^2 = 361$

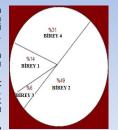
Örnek Problem Çözümü

- Adım 3: Tekrar üretme, çaprazlama ve mutasyon işleminin uygulanması için seçme işlemi...
- Yukarıda belirlenen bireyler için f(x)=x², bireylerin uygunluk değerlerini verir.
- Dört bireyin toplam uygunluk değerleri "169+576+64+361=1170" dir. Dolayısıyla her bir bireyin rulet tekerleğinde kaplayacağı alan şu şekilde hesaplanır:
- Birey 1: 169/1170=0.14 : %14 Birey 2: 576/1170=0.49: %49 Birey 3: 64/1170=0.06 : %6 Birey 4: 361/1170=0.31: %31

34 33

Örnek Problem Çözümü

- Bu değerler, rulet tekerleğinin her çevrilişinde hangi olasılıkla hangi bireyin seçileceğini belirtir, örneğin 0.14 olasılıkla 1 numaralı birey seçilecektir. Rulet tekerleği ve bireylerin tekerlek üzerindeki dağılımları şekilde gösterilmiştir. Toplumda ki birey sayısının sabit kaldığı varsayıldığından dolayı, rulet tekerleği 4 kere çevrilerek çaprazlama havuzu oluşturulacaktır. Rulet tekerleği döndürülmüş ve şu sonuçlar elde edilmiştir:



Örnek Problem Çözümü

Bunun sonucunda elde edilen çaprazlama havuzu şu şekildedir;

• Aday 1 : 01101 (Birey 1) • Aday 2 : 11000 (Birey 2) • Aday 3 : 11000 (Birey 2) • Aday 4 : 10011 (Birey 4)

35 36

Örnek Problem Çözümü

Adım 4: Çaprazlama işleminin uygulanması...

Çaprazlama havuzu belirlendikten sonra iki aşamalı çaprazlama uygulanır. İlk aşamada adaylar çaprazlanmak üzere rastgele olarak eşlenirler. Her ikili grup için bir kere zar atılarak çaprazlaşmanın oluşacağı nokta belirlenir. Rastgele eşleştirme yapılmış ve bunun sonucunda, (Aday 1, Aday 2) ve (Aday 3, Aday 4) ikili grupları oluşmuştur. Çaprazlaşma noktaları da zar atılarak 1. Grup için k=4 ve 2. Grup içinde k=2 olarak belirlenmiştir. Bu aşamadan sonra çaprazlaşma gerçekleştirilmiş ve şu sonuçlar oluşmuştur;

Örnek Problem Çözümü

```
Çaprazlama grubu 1: (k=4)
```

Aday 1: 0110/1 oluşan Birey 1: 01100
Aday 2: 1100/0 oluşan Birey 2: 11001

Çaprazlama grubu 2 : (k=2)

• Aday 3 : 11/000 oluşan Birey 3 : 11011 Aday 4 : 10/011 oluşan Birey 4 : 10000

37 38

Örnek Problem Çözümü

Adım 5: Mutasyon işleminin uygulanması...

Bu aşamada, mutasyon bitler düzeyinde uygulanır. Bu örnekte her bir bit için (toplam 20 bit var) mutasyon olma olasılığı 0.01 olarak seçilmiştir. Dolayısıyla her bir bit için ağırlıklı yazı/tura (mutasyon olasılığına göre) atılarak hangi bitlerin mutasyona uğrayacağı belirlenir. Bu işlem yapılmış ve sonuçta oluşan birey 3'ün 2 numaralı bitinde mutasyon olacağı ortaya çıkmıştır.

Örnek Problem Çözümü

Çaprazlama Sonucu Oluşan Birey 3 : 11011

Mutasyon sonucu oluşan Birey 3 : 10011

Bu adımın tamamlanmasıyla bir sonraki kuşağı oluşturacak toplumun bireyleri belirlenmiş olur. Yeni toplum şu şekildedir;

Birey 1: 01100 x=12, x²=144 Birey 2: 11001 x=25, x²=625 Birey 3: 10011 x=19, x²=361 Birey 4: 10000 x=16, x²=256

39 40

Örnek Problem Çözümü

Adım 6: Kötü kromozomların popülasyondan elenmesi...

Yeni oluşturulan kromozomların değerleri 2. adımda yapıldığı gibi hesaplanır. Bu işlemden sonra en kötü değerli kromozom popülasyondan elenecektir.

Eleme işlemi popülasyon sayımız sabit olduğundan popülasyondan atma şeklinde değil, en kötü kromozomu değiştirme şeklinde olacaktır.

Yeni popülasyon içerisindeki uygunluğu en düşük olan Birey 1 (01100) 'in kendini yeniden üretme olasılığı en düşük olduğundan değişime uğratılarak elenmesi gerekmektedir.

Örnek Problem Çözümü

Adım 7: 2 - 6. arasındaki adımların tekrarı...

Genetik algoritmaların değişkenlerinden biride, yazılan programın kaç adım çalıştırılacağıdır. Bu sayı problemin büyüklüğüne göre değişmekle birlikte, genellikle 50 – 500 aralığında bir değerdir.

Bu örnekte tek bir iterasyon yapılmış ve başlangıç toplumundan bir sonraki kuşak oluşturulmuştur, ancak genetik algoritmanın çalışmasının tam olarak gözlenebilmesi için tek bir iterasyon yeterli değildir.

41 42

Örnek Problem Çözümü

İşlemler tekrarlanarak aşağıdaki nesile ulaşılacaktır:

> Birey 1: 11111, x=31, $x^2=961$ Birey 2: 11111, x=31, $x^2=961$ Birey 3: 11111, x=31, $x^2=961$ Birey 4: 11111, x=31, $x^2=961$

Amaç fonksiyonumuzun maksimizasyonunu sağlayan değer 31 'dir.

Farklı bir problem

source = "jiKnp4bqpmAbp"
target = "Hello, World!"

```
Farklı bir problem

def fitness(source, target):
  fitval = 0
  for i in range(0, len(source)):
    fitval += (ord(target[i]) - ord(source[i])) ** 2
  return(fitval)

Kaynak ve hedef karakterler arasındaki mesafenin karesi
Fitness = 0 → Mükemmel sonuç
Fitness = 1 → Bir karakter farklı "Hfllo" and "Hdllo"
```

```
Farklı bir problem

def mutate(source):
    charpos = random.randint(0, len(source) - 1)
    parts = list(source)
    parts[charpos] = chr(ord(parts[charpos]) +
    random.randint(-1,1))
    return(".join(parts))

Kaynaktan rasgele bir karakter seçilir ve pozisyonu 1
    arttırılır veya 1 azaltılır.
```

45 46

```
Farklı bir problem

fitval = fitness(source, target)
i = 0
while True:
i += 1
m = mutate(source)
fitval_m = fitness(m, target)
if fitval_m < fitval:
fitval = fitval m
source = m
print "%5i %5i %14s" % (i, fitval_m, m)
if fitval == 0:
break

Her bir iterasyonda, string mutasyona uğratılır ve yeni bir string
oluşturularak fitness değeri hesaplanır. Bu değer orjinal (parent)
değerden daha iyi se yeni string seçilir, değilse atılır. Fitness değeri
0 ise hedefe ulaşılmıştır.
```

Farklı bir problem

1 15491 jjKnp4bqpmAbp 20 15400 jiKnp3bppoAbp 40 15377 jiKlo2bpooAdp 60 15130 iiKlo2aoooAdp

47 48

Farklı bir problem

500 9986 \eTlo,YaorNdf

1200 4186 Heglo,LWorhdP

1500 3370 Hello,GWorldL

Farklı bir problem

3078 2 Hello, Vorld" 3079 2 Hfllo, World" 3080 2 Hfllo, World" 3081 0 Hello, World!

49 50

Farklı bir problem

Bu basit örnekte gen havuzunda sadece 1 organizma var ve sadece 1 karakter mutasyona uğruyor. Bunu biraz daha geliştirelim.

Farklı bir problem

Fitness fonksiyonuna dokunmuyoruz.

Gen havuzunu büyütelim

GENSIZE = 20 genepool = [] for i in range(0, GENSIZE): dna = [random.choice(string.printable[:-5]) for j in range(0, len(target))] fitness = calc_fitness(dna, target) candidate = {'dna': dna, 'fitness': fitness } genepool.append(candidate) 20 rastgele string seçilir ve fitness değerleri hesaplanır. Buna aynı zamanda popülasyon da

diyebiliriz.

Farklı bir problem 1 7617 'ISX(\$,K'u~(B 1 9284 SQI' IN#UdrPIT 1 12837 SYIU-EFFG'^. 1 15531 DCB09118*mUs1 16064 L~*)3BVdF7bu2 1 16533 1,XUN9)5SqiYu0 1 16588 ff],cew-Ofuu8 1 17316 [V3@2VgV\(KV) 1 17356 KWw#VP-#apG9 1 17581 <Lth(IN_Bd)3 1 18777 TM]_TIbsFY:q 1 19656 \$z5+EFBS>%z(1 19841 =\$;B~((WB D,6 1 20398 P_ASD|NPPho) 1 21557 3BF-12*CpMZ80L' 1 24954 ABUZ#A_JMXL'P 1 25160 80MF1[08X)q,N 1 28110 ONT/Q(y3{*UR} 1 29656 8WB99hx%0]}h[

53 54

```
Farklı bir problem

def mutate(parent1, parent2):
    child_dna = parent1['dna'][:]

# Mix both DNAs
    start = random.randint(0, len(parent2['dna']) - 1)
    stop = random.randint(0, len(parent2['dna']) - 1)
    if start > stop:
        stop : start = start, stop
    child_dna[start:stop] = parent2['dna'][start:stop]

# Mutate one position
    charpos = random.randint(0, len(child_dna) - 1)
    child_dna[charpos] = chr(ord(child_dna) - 1)
    child_dna[charpos] = chr(ord(child_dna, target)) + random.randint(-1,1))
    child_fitness = calc_fitness(child_dna, target)
    return(('dna': child_dna, 'fitness': child_fitness})

Mutasyon fonksiyonunu geliştirelim. Sadece tek bir karakteri mutasyona uğratmak yerine
    popülasyondan rasgele 2 bireyi alip ikisini çaprazlayalim. Daha sonra tek karakteri
    mutasyona uğratpı fitness değerini hesaplayalim.
```

```
Farklı bir problem

2 7617 'ISK($,K' u~(8
2 8742 SQf' 1N#UdfumT
2 9284 SQf' 1N#UdfumT
2 12837 SYlu_E*Fq^\___
1 15531 DC80p_II**mlus-
2 16533 1,XU%)55q[YuO
2 16538 If,ceW<0fud&
2 17315 [V3@2VgY\KW
2 17355 KWwYP>#apG9
2 17581 CLft(1Nh_Bd)3
2 18777 TM_]TbtE*Fyq
2 19656 $25+EF85>%c(
2 19841 =5;B~(W8 0,6
2 20398 P_ASD|NPPloy
2 12957 J&f=0:g\8'(52
2 22543 5*T2C=PMZ80L'
2 24954 A&IZ=A_JMK"P
2 25186 89Mri[0&v]q, N
2 28110 OIXT/Q(y3(*LR
```

55 56

Farklı bir problem 6 7617 'ISx(\$,K'u~(B 6 8742 SQf'1N#UdrumT 6 9284 SQf'1N#UdrumT 6 10198 SQfD.1N#UdrumT 6 10198 SQfD.1N#UdrumT 6 12837 sYlu-E"fq'^... 6 15531 DC8Dpl15*mUs6 16064 L~*).JBVdF7bu2 6 16387 SQf'1N*MZ80LT 6 16533 1,XU%)Ssq(YuO 6 16538 1,ZU%)Ssq(YuO 6 16538 1,ZU%)Ssq(YuO 6 167316 (VJ@D'2YqY\EV) 6 17356 kWwwyP-#apG9 6 17356 kWwwyP-#apG9 6 17358 kWwwyP-#apG9 6 17358 kWwwyP-#apG9 6 17358 kWwwyP-#apG9 6 17358 kWwwyP-#apG9 6 17358 kWwwyP-#apG9 6 17358 kWwwyP-#apG9 6 17357 kWwwyP-#apG9 6 17357 kWwwyP-#apG9 6 17357 kWwwyP-#apG9 6 17357 kWwwyP-#apG9 6 17357 kWwwyP-#apG9 6 17357 kWwwyP-#apG9 6 17357 kWwwyP-#apG9 6 17357 kWwwyP-#apG9 6 17357 kWwwyP-#apG9 6 17357 kWwwyP-#apG9 6 17357 kWwwyP-#apG9 6 17357 kWwwyP-#apG9 6 17357 kWwwyP-#apG9 6 17357 kWwwyP-#apG9 6 17357 kWwyP-#apG9 6 17357 kWwwyP-#apG9 6 17357 kWwwyP-#apG9 6 17357 kWwwyP-#apG9 6 17357 kWwwyP-#apG9 6 17357 kWwyP-#apG9 6 17367 kWw

Farklı bir problem 40 3306 RQSw(\$-KcfumB 40 4204 RQf' (\$,KdfumT 40 4229 RQf' |\$,KdfumT 40 4229 RQf' |\$,KdfumT 40 4795 RQSw(\$-KdfumT 40 4971 RQSwx\$+K' uSnT 40 4971 RQSwx\$+K' uSnT 40 4992 RQSwx\$+K' uSnT 40 5017 SQSxx\$+K' uSnT 40 5017 SQSxx\$+K' uSnT 40 5017 SQSxx\$+K' uSnT 40 5017 SQSxx\$+K' uSnT 40 5017 SQSxx\$+K' uSnT 40 5018 SQSxx\$+K' uSnT 40 5085 'QSxx\$+K' uSnT 40 6441 SQf(\$+K' uSnT 40 6441 TQf' (\$+K' uSnT 40 6442 TQf' (\$+K' uSnT 40 6443 SQfx(\$+K' uSnT 40 6449 SQfx(\$+K' uSnT 40 6449 SQFx(\$+K' uSnT 40 6489 SQfx(\$+K' uSnT 40 6492 TQf' (\$+K' uSnT 40 7034 SQSxy\$+K' uSnT 40 7037 'ISx(\$,K' uSnT 40 7617 'ISx(\$,K' uSnT 40 7617 'ISx(\$,K' uSnT 40 7625 'IS' (\$,Kdg~(B) 40 7625 'IS' (\$,Kdg~(B)

57 58

Farklı bir problem 67 3138 RQSw(\$+KdfukA 67 3161 RQSw(\$+KdfukA 67 3176 RQSw(\$+KdfukA 67 3176 RQSw(\$+KdfukA 67 3176 RQSw(\$+KdfukA 67 3218 RQSw(\$-KdfukA 67 3228 RQSw(\$-LcfumA 67 3222 RQSw(\$-LcfumA 67 3221 RQSw(\$-KcfumB 67 3221 RQSw(\$-KcfumA 67 3241 RQSw(\$-KcfumA 67 3241 RQSw(\$-KcfumA 67 3266 RQSw(\$-KcfumA 67 3266 RQSw(\$-KcfumB 67 3269 RQSw(\$-KcfumB 67 3269 RQSw(\$-KcfumB 67 3281 RQSw(\$-KcfumB 67 3306 RQSw(\$-KcfumB 67 3324 RPSw(\$-KcfumB 67 3328 RQSw(\$-KcfumB 67 3321 RQSw(\$-KcfumB 67 3321 RQSw(\$-KcfumB 67 3321 RQSw(\$-KcfumB 67 3324 RPSw(\$-KcfumB 67 3328 RQSw(\$-KcfumB 67 3328 RQSw(\$-KcfumB 67 3348 RQSw(\$-KcfumB 67 3348 RQSw(\$-KcfumB 67 3489 RQSw(\$-KcfumB 67 3489 RQSw(\$-KcfumB 67 3489 RQSw(\$-KcfumB

Farklı bir problem 1600 19 Hdlio+ Worle% 1600 20 Hdklo+ Worle% 1600 20 Hdklo+ Worle% 1600 20 Hdklo+ Worle% 1600 20 Hdklo+ Worle% 1600 20 Hdklo+ Worle% 1600 20 Hdklo+ Worle% 1600 20 Hdklo+ Worle% 1600 20 Hdklo+ Worle% 1600 20 Hdklo+ World%

59 60

Örnek

https://youtu.be/uwz8JzrEwWY

https://www.youtube.com/watch?v=FKbarpAlBkw

https://www.youtube.com/watch?v=u2t77mQmJiY