

Алгоритми та структури даних. Основи алгоритмізації

Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України «Київський
політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Факультет інформатики та обчислювальної техніки

Кафедра автоматизованих систем обробки інформації
і управління

Звіт

з лабораторної роботи № 4 з дисципліни
«Алгоритми та структури даних.
Основи алгоритмізації»

«Дослідження арифметичних циклічних алгоритмів»

Варіант __23__

Виконав студент _____ Берлінський Ярослав Владленович _____
(шифр, прізвище, ім'я, по батькові)

Перевірив _____
(прізвище, ім'я, по батькові)

Київ 2020

Назва роботи: дослідження арифметичних циклічних алгоритмів.

Мета: дослідити особливості роботи арифметичних циклів та набути практичних навичок їх використання під час складання програмних специфікацій.

Варіант: 23

Умова задачі:

23. Задані значення x і n .

Обчислити суму n членів ряду:

$$S = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$$

Постановка задачі.

Формулою заданий n -ний член. Фактично, поставлена задача зводиться до знаходження суми усіх таких членів від $n=0$ до заданого цілого числа.

Результатом розв'язку є сума ряду чисел, представлених вищезазначеною формулою n -го члена, яка обчислюється за допомогою арифметичного циклу.

Побудова математичної моделі: для більшої наочності складемо таблицю імен змінних.

Змінна	Тип	Ім'я	Призначення
Змінна, що вводиться з клавіатури	Дійсний	x	Початкові дані
Порядкова кількість членів, починаючи від нуля	Цілий	n	Початкові дані
n-й номер доданку	Цілий	i	Параметр арифм. циклу
Параметр для знаходження $(2k)!$	Цілий	j	Параметр вкладеного арифм. циклу
Значення $(2k)!$	Цілий	factorial	Проміжкові дані
Значення суми членів	Дійсний	Sum	Проміжкові дані. Результат

Фактично задана умова зводиться до послідовного знаходження усіх членів ряду до n-го елемента включно. Інтерпретуємо рішення задачі математичною моделлю:

- нехай існує деяке число x та n, де $n=k$ (введено з клавіатури, тобто k – якесь конкретне число). Тоді вищезазначену суму можна представити:

$$\sum_{n=0}^k (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$$

Дійсно! Адже, проаналізувавши задану в умові формулу, доходимо до висновку, що

$$\text{при } n = 0 \quad S = 1$$

$$\text{при } n = 1 \quad S = 1 - \frac{x^2}{2!}$$

$$\text{при } n = 2 \quad S = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!}$$

$$\text{при } n = 3 \quad S = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!}$$

і не обмежуючи загальності, маємо право стверджувати, що

$$\text{при } n = k \quad S = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots + (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!}$$

Варто наперед підмітити, що незалежно від значень змінної x , перший доданок суми, зазначеної в умові, має дорівнювати 1. Звісно, підставивши $x=0$, отримуємо

$$S = \frac{0^0}{(2 * 0)!} - \frac{0^2}{2!} + \frac{0^4}{4!} - \frac{0^6}{6!} + \dots = 1$$

Також слід не забувати, що 0^0 не завжди детермінується, але у C-подібних мовах програмування та у Python такий вираз дорівнюватиме 1, що дає нам можливість розрахувати $\frac{0^0}{(2*0)!} = 1$.

Отже, довівши справедливність твердження, можна приступати до розробки програмової специфікації алгоритму.

Розв'язання.

1. Програмні специфікації запишемо у псевдокодi та у графічній формi у вигляді блок-схеми.

Крок 1. Визначимо основні дії:

Крок 2. Розпишемо дію знаходження суми арифметичним циклом при заданому N :

Крок 3. Деталізуємо дію знаходження $(2k)!$

Псевдокод

Крок 1

1) Початок

Введення x

Введення n

factorial: = 1

Sum: = 0

expression: = 1

Обчислення суми при
заданому N

Виведення s і k

Кінець

Крок 2

2) Початок

Введення x

Введення n

factorial: = 1

Sum: = 0

expression: = 1

повторити

для i від 0 до n

дія знаходження $(2k)!$

expression:=pow(-1, i)*

(pow(x , $2*i$)/factorial)

factorial=1

Sum:=Sum+expression

Форматовано

вивести n і expression

все повторити

Виведення **Sum**

Кінець

Крок 3

3) Початок

Введення x

Введення n

factorial: = 1

Sum: = 0

expression: = 1

повторити

для i від 0 до n

повторити

для j від 1 до $2*i$

factorial:=factorial*j

все повторити

expression:=pow(-1,i)*

(pow(x,2*i)/factorial)

factorial=1

Sum:=Sum+expression

Форматовано

вивести n і expression

все повторити

Виведення **Sum**

Кінець

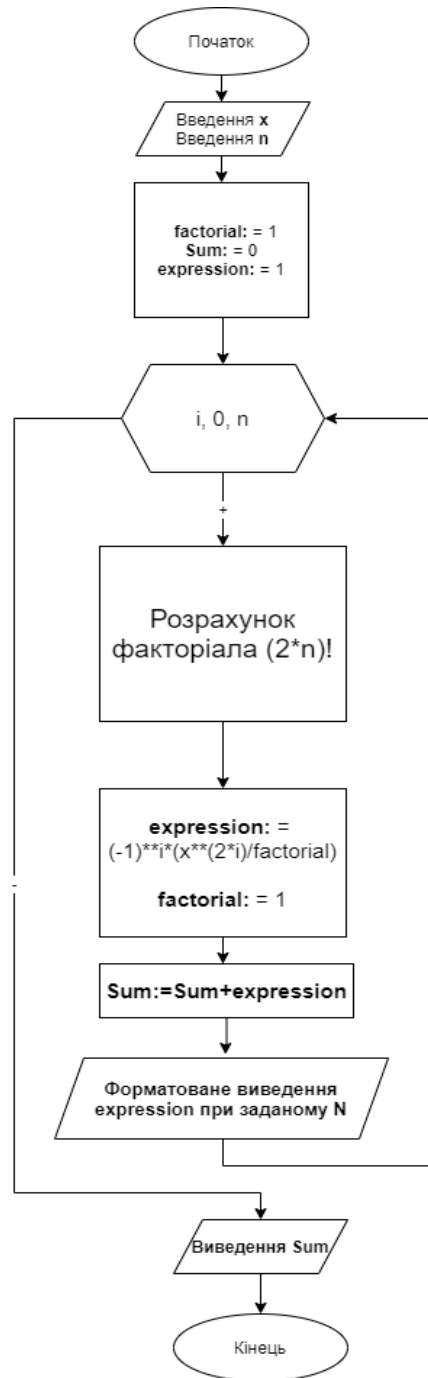
Утворивши псевдокод, побудуємо блок-схему алгоритму.

Блок-схема

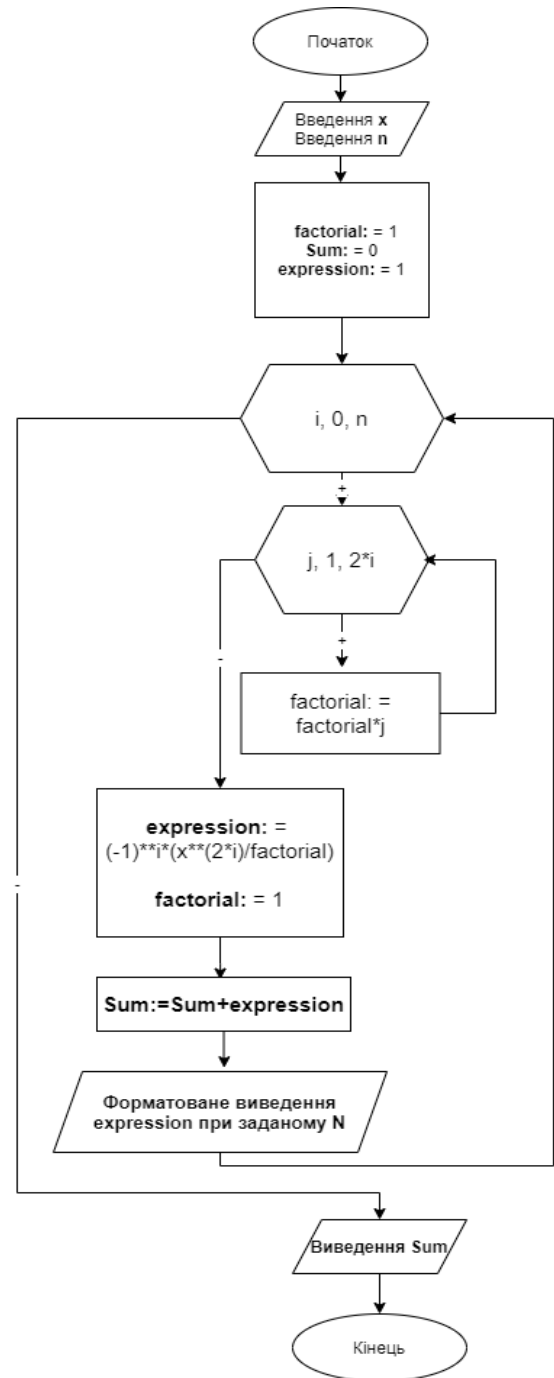
Крок №1



Крок №2



Крок №3



Випробування алгоритму

Перевіримо правильність алгоритму на довільних конкретних значеннях початкових даних.

Тест №1($x=0; n=2$)

Блок	Дія
1	Початок
2	Введення $x=0, n=2$
3	factorial: = 1 Sum: = 0 expression: = 1
4	Початок арифм. циклу. $i=0; i \leq 2; i++$
5	Початок вклад. арифм. циклу. $j=1; j \leq 0; j++ \rightarrow$ вихід
6	$expression=(-1)^0*(0^{(2*0)}/1)=1$
7	factorial=1
8	Sum=0+1=1
9	Вивести «При $N = 0$ значення виразу дорівнює: 1»
10	Повернення до циклу. $i=1; i \leq 2; i++$
11	Початок вклад. арифм. циклу. $j=1; j \leq 2; j++$
12	$factorial=1*1=1$
13	Повернення до циклу. $j=2; i \leq 2; i++$
14	$factorial=1*2=2$
15	Вихід з вклад. арифм. циклу
16	$expression=(-1)^1*(0^{(2*1)}/2)=0$
17	factorial=1
18	Sum=1+0=1
19	Вивести «При $N = 1$ значення виразу дорівнює: 0»
20	Повернення до циклу. $i=2; i \leq 2; i++$
21	Початок вклад. арифм. циклу. $j=1; j \leq 4; j++$
22	$factorial=1*1=1$
23	Повернення до циклу. $j=2; i \leq 2; i++$
24	$factorial=1*2=2$
25	Початок вклад. арифм. циклу. $j=3; j \leq 4; j++$
26	$factorial=2*3=6$

27	Повернення до циклу. $j=4; i \leq 2; i++$
28	$factorial=6*4=24$
29	Вихід з вклад. арифм. циклу
30	$expression=(-1)^2*(0^{(2*2)}/24)=0$
31	$factorial=1$
32	$Sum=1+0=1$
33	Вивести «При $N = 1$ значення виразу дорівнює: 0»
34	Вихід з арифм. циклу.
35	Виведення $Sum=1$

Тест №2($x=2; n=5$)

Блок	Дія
2	Введення $x=2, n=5$
3	$factorial: = 1$ $Sum: = 0$ $expression: = 1$
4	Початок арифм. циклу. $i=0; i \leq 5; i++$
5	<i>Початок вклад. арифм. циклу. $j=1; j \leq 0; j++ \rightarrow$ вихід</i>
6	$expression=(-1)^0*(2^{(2*0)}/1)=1$
7	$factorial=1$
8	$Sum=0+1=1$
9	Вивести «При $N = 0$ значення виразу дорівнює: 1»
10	Повернення до циклу. $i=1; i \leq 5; i++$
11	<i>Початок вклад. арифм. циклу. $j=1; j \leq 2; j++$</i>
12	$factorial=1*1=1$
13	<i>Повернення до циклу. $j=2; j \leq 2; i++$</i>
14	$factorial=1*2=2$
15	<i>Вихід з вклад. арифм. циклу</i>
16	$expression=(-1)^1*(2^{(2*1)}/2)=-2$
17	$factorial=1$
18	$Sum=1+(-2)=-1$
19	Вивести «При $N = 1$ значення виразу дорівнює: -2»
20	Повернення до циклу. $i=2; i \leq 5; i++$

21	Початок вклад. арифм. циклу. $j=1; j \leq 4; j++$
22	$factorial=1*1=1$
23	Повернення до циклу. $j=2; j \leq 4; i++$
24	$factorial=1*2=2$
25	Повернення до циклу. $j=3; j \leq 4; j++$
26	$factorial=2*3=6$
27	Повернення до циклу. $j=4; j \leq 4; i++$
28	$factorial=6*4=24$
29	Вихід з вклад. арифм. циклу
30	$expression=(-1)^2*(2^{(2*2)}/24)=0.(6)$
31	$factorial=1$
32	$Sum=-1+0.(6)=-0.(3)$
33	Вивести «При $N = 2$ значення виразу дорівнює: $0.(6)$ »
34	Повернення до циклу. $i=3; i \leq 5; i++$
35	Початок вклад. арифм. циклу. $j=1; j \leq 6; j++$
36	$factorial=1*1=1$
37	Повернення до циклу. $j=2; j \leq 6; i++$
38	$factorial=1*2=2$
39	Повернення до циклу. $j=3; j \leq 6; j++$
40	$factorial=2*3=6$
41	Повернення до циклу. $j=4; j \leq 6; i++$
42	$factorial=6*4=24$
43	Повернення до циклу. $j=5; j \leq 6; i++$
44	$factorial=24*5=120$
45	Повернення до циклу. $j=6; j \leq 6; j++$
46	$factorial=120*6=720$
47	Вихід з вклад. арифм. циклу
48	$expression=(-1)^3*(2^{(2*3)}/720)=-0.0(8)$
49	$factorial=1$
50	$Sum=-0.(3)+(-0.0(8))=-0.4(2)$
51	Вивести «При $N = 3$ значення виразу дорівнює: $-0.0(8)$ »
52	Повернення до циклу. $i=4; i \leq 5; i++$
53	Початок вклад. арифм. циклу. $j=1; j \leq 8; j++$

54	$factorial=1*1=1$
55	Повернення до циклу. $j=2; j \leq 8; i++$
56	$factorial=1*2=2$
57	Повернення до циклу. $j=3; j \leq 8; j++$
58	$factorial=2*3=6$
59	Повернення до циклу. $j=4; j \leq 8; i++$
60	$factorial=6*4=24$
61	Повернення до циклу. $j=5; j \leq 8; i++$
62	$factorial=24*5=120$
63	Повернення до циклу. $j=6; j \leq 8; j++$
64	$factorial=120*6=720$
65	Повернення до циклу. $j=7; j \leq 8; i++$
66	$factorial=720*7=5040$
67	Повернення до циклу. $j=8; j \leq 8; j++$
68	$factorial=5040*8=40320$
69	Вихід з вклад. арифм. циклу
71	$expression=(-1)^4*(2^{(2*4)}/40320)=0.006349206349206349$
72	$factorial=1$
73	$Sum=-0.4(2)+0.006349206349206349=-0.415873015873015950$
74	Вивести «При $N = 4$ значення виразу дорівнює: 0.006349206349206349 »
75	Повернення до циклу. $i=5; i \leq 5; i++$
76	Початок вклад. арифм. циклу. $j=1; j \leq 10; j++$
77	$factorial=1*1=1$
78	Повернення до циклу. $j=2; j \leq 10; i++$
79	$factorial=1*2=2$
80	Повернення до циклу. $j=3; j \leq 10; j++$
81	$factorial=2*3=6$
82	Повернення до циклу. $j=4; j \leq 10; i++$
83	$factorial=6*4=24$
84	Повернення до циклу. $j=5; j \leq 10; i++$
85	$factorial=24*5=120$
86	Повернення до циклу. $j=6; j \leq 10; j++$
87	$factorial=120*6=720$

88	Повернення до циклу. $j=7; j \leq 10; i++$
89	$factorial=720*7=5040$
90	Повернення до циклу. $j=8; j \leq 10; j++$
91	$factorial=5040*8=40320$
92	Повернення до циклу. $j=9; j \leq 10; i++$
93	$factorial=40320*9=362880$
94	Повернення до циклу. $j=10; j \leq 10; j++$
95	$factorial=362880*10=3628800$
96	Вихід з вклад. арифм. циклу
97	$expression=(-1)^5*(2^{(2*5)}/3628800)=-0.000282186948853615$
98	$factorial=1$
99	$Sum=-0.415873015873015950+(-0.000282186948853615)=-0.416155202821869574$
100	Вивести «При $N = 5$ значення виразу дорівнює: - 0.000282186948853615»
101	Вихід з арифм. циклу.
102	Виведення $Sum=-0.416155202821869574$

Висновок: отже, за допомогою арифметичного циклу була розв'язана типічна задача на суму ряду n чисел, що задані формулою n -го члена. Не обмежуючи загальності, було сформульовано базисні кроки підрахунку суми, а також її виразів-компонентів.

Кажучи про математичний апарат рішення поставленої задачі. Числовий ряд є скінченим, тож для виконання розрахунків необхідно знати кількість членів ряду n , а також аргумент x .

Тож алгоритм арифметичних циклів з параметром стає в нагоді для вирішення подібних завдань.

Впродовж зробленої роботи було виконано 2 тести: для $x=0$ (тривіальний випадок) та $x=2$.