# Analyse de la vidéo

## Chapitre 2.1 - Estimation du mouvement

Dernière rév.:
7 janvier 2015

# Plan de chapitre

# Estimation du mouvement

## Mouvement apparent

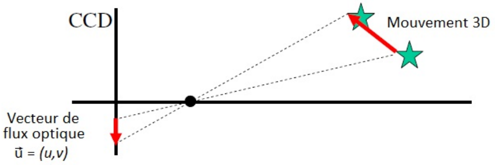
En étudiant le mouvement observé 2D, on tente d'**interpréter** le mouvement 3D réel ou l'action associée à ce mouvement 3D de la scène :

- Comment la caméra a-t-elle bougé ?
- Combien y a-t-il d'objets ?
- À quelle vitesse allaient-ils ?
- Reconnait-on une action dans le mouvement (marcher, courir, saluer, ...) ?
- ...

# Estimation du mouvement

## Définition du flux optique

- **Champs de mouvement 3D (*Motion field*) :** Ensemble des mouvements 3D réels.
- **Flux optique :** Projection de l'ensemble des mouvements 3D dans un plan 2D.

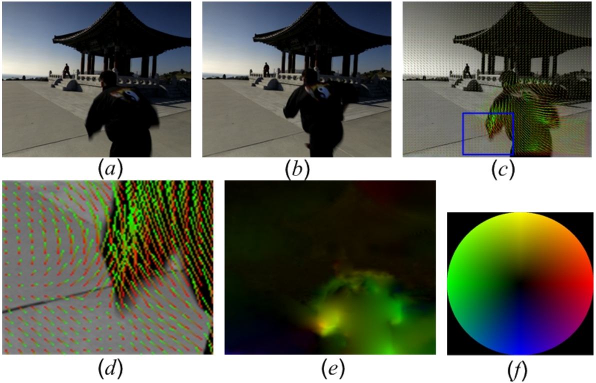



*Mouvement apparent VS Mouvement 3D*

$$\text{Mouvement apparent} \iff \text{Flux optique}$$

# Estimation du mouvement

## Exemple d'application : Segmentation de mouvement

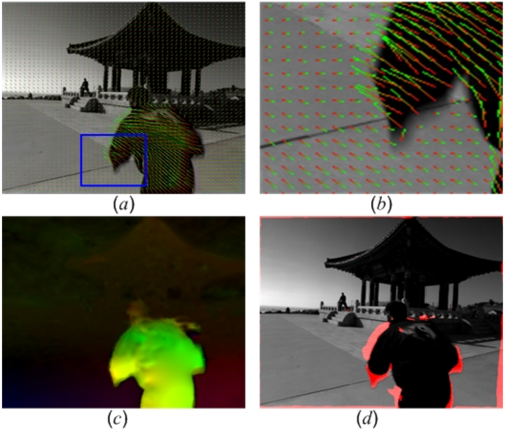



*Exemple de flux optique (sans gestion de l'occlusion)*

J. Xiao et al, "Bilateral Filtering-Based Optical Flow Estimation with Occlusion Detection", 2006.

# Estimation du mouvement

## Exemple d'application : Segmentation de mouvement




*Exemple de flux optique avec représentation en flèche (avec gestion de l'occlusion)*

J. Xiao et al, "Bilateral Filtering-Based Optical Flow Estimation with Occlusion Detection", 2006.

# Estimation du mouvement

Le flux optique peut être le résultat :

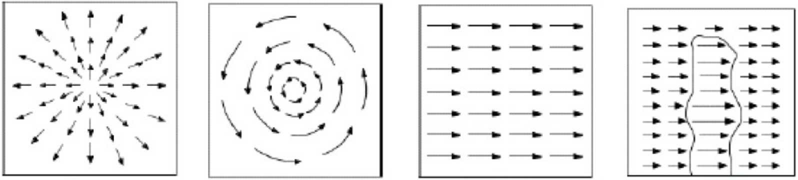
- d'un mouvement d'objets et/ou de la caméra ;
- d'un changement d'illumination ou d'apparence des objets ;
- d'un changement de paramètres intrinsèques de la caméra (e.g. distance focale, ouverture, etc.).

On le représente par des vecteurs (*arrows*) ou un code de couleur selon l'intensité et la direction du mouvement (*colormap*)

# Flux optique

## Mouvements de caméra

Différents flux optiques dû aux mouvements de caméra :

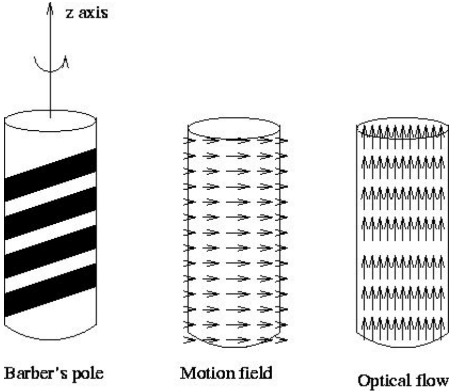


Zoom
Rotation
Translation (sans perspective)
Translation (objet proche/loin)

# Flux optique

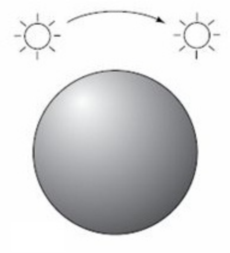
## Texture

La texture a aussi un effet sur le flux optique par rapport aux mouvements 2D projetés :



# Flux optique
## Illumination

On a vu aussi que l'illumination influence le mouvement estimé :



Le mouvement perçu dépend donc aussi du type de surface des objets et de l'illumination de la scène.

# Flux optique

## But

**BUT :**
Estimer, pour chaque pixel, un vecteur de déplacement $\vec{V} = (v_x, v_y)$ exprimant :

- La vitesse de déplacement d'un pixel dans le repère de l'image ;
- La direction vers laquelle le pixel se déplace.

# Flux optique

## Définition du problème

**MÉTHODE :**

Supposons une **illumination constante** pour un point dans le temps et que **les propriétés d'illumination de l'objet sont conservées entre** $t$ **et** $t + d_t$, on aura alors :

$$I(x + d_x, y + d_y, t + d_t) = I(x, y, t) \quad (1)$$

En supposant que le **mouvement est petit**, on peut utiliser les série de Taylor pour développer le terme de gauche :

$$I(x + d_x, y + d_y, t + d_t) \simeq I(x, y, t) + \frac{\partial I}{\partial x} d_x + \frac{\partial I}{\partial y} d_y + \frac{\partial I}{\partial t} d_t + TOS \quad (2)$$

# Flux optique

## Définition du problème

On peut alors simplifier l'Eq.1 en remplaçant le terme de gauche avec l'Eq.2 :

$$\begin{aligned} I(x,y,t) &\simeq I(x,y,t) + \frac{\partial I}{\partial x} d_x + \frac{\partial I}{\partial y} d_y + \frac{\partial I}{\partial t} d_t \\ 0 &\simeq \frac{\partial I}{\partial x} d_x + \frac{\partial I}{\partial y} d_y + \frac{\partial I}{\partial t} d_t \\ 0 &\simeq \frac{\partial I}{\partial x} \frac{d_x}{d_t} + \frac{\partial I}{\partial y} \frac{d_y}{d_t} + \frac{\partial I}{\partial t} \frac{d_t}{d_t} \\ 0 &\simeq \frac{\partial I}{\partial x} v_x + \frac{\partial I}{\partial y} v_y + \frac{\partial I}{\partial t} \\ -\frac{\partial I}{\partial t} &\simeq \frac{\partial I}{\partial x} v_x + \frac{\partial I}{\partial y} v_y \end{aligned} \tag{3}$$

# Flux optique

## Problème du flux optique

En posant l'expression de la vitesse du mouvement $\vec{V} = (v_x, v_y)$ et $\vec{\nabla} I(x, y)$ le gradient de l'image au point $(x, y)$, avec les dérivées partielles de l'image $(I_x, I_y, I_t)$ :

$$\begin{aligned} (I_x v_x + I_y v_y) &= -I_t \\ \vec{\nabla} I(x, y) \cdot \vec{V} &= -I_t \end{aligned} \tag{4}$$

L'équation ci-dessus (Eq.4) est appelée **équation du flux optique.** Cette équation a deux variables ($v_x$ et $v_y$) et admet donc une infinité de solution.

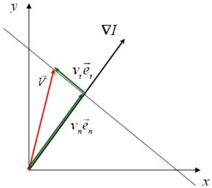
# Flux optique

## Problème d'ouverture

Exprimons géographiquement le problème des deux inconnus ($v_x$,$v_y$) de l'équation du flux optique (Eq.4) pour un pixel $I(x, y)$ :

Soit la base orthonormée ($\vec{e}_n$, $\vec{e}_t$), où $\vec{e}_n$ est parallèle au gradient de l'image $\vec{\nabla} I(x, y)$.

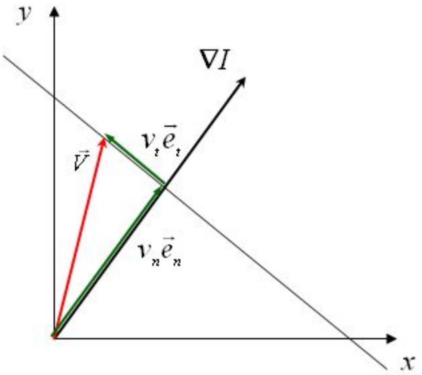
En exprimant le vecteur de vitesse $\vec{V}$ dans cette base, on aura alors $\vec{V} = v_n\vec{e}_n + v_t\vec{e}_t$.



# Flot optique

## Problème d'ouverture

On peut exprimer le problème d'une équation, deux inconnus ($\vec{V}$ = $(V_x, V_y)$) en effectuant un changement de base orthonormé $(\vec{e}_n, \vec{e}_t)$, où $(\vec{e}_n \parallel \nabla I(x, y))$ et $(\vec{e}_n \perp \vec{e}_t)$, on aura alors $\vec{V} = v_n\vec{e}_n + v_t\vec{e}_t$.



# Flot optique

## Problème d'ouverture

En remplaçant la valeur de $\vec{V}$ dans Eq. (4), on aura :

$$\begin{aligned} & \nabla I(x,y) \cdot \left[ v_n \vec{e}_n + v_t \vec{e}_t \right] + I_t = 0 \\ \Rightarrow \quad & v_n \|\nabla I(x,y)\| + I_t = 0 \\ \Rightarrow \quad & v_n = \frac{I_t}{\|\nabla I(x,y)\|} \end{aligned} \tag{5}$$

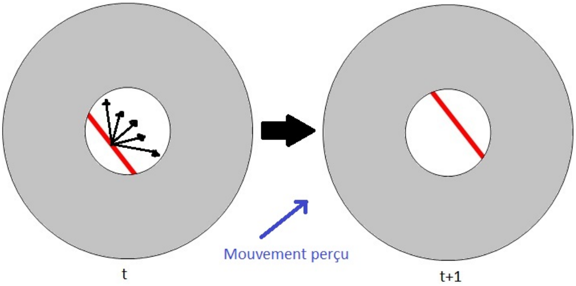
On a démontré que pour un point $(x, y)$, on peut résoudre l'équation du flux optique pour la composante $v_n$, parallèle au gradient de l'image. Cependant, la composante $v_t$ peut avoir une infinité de valeurs (une droite dans le plan) satisfaisant Eq. (5).

# Flux optique

## Problème d'ouverture

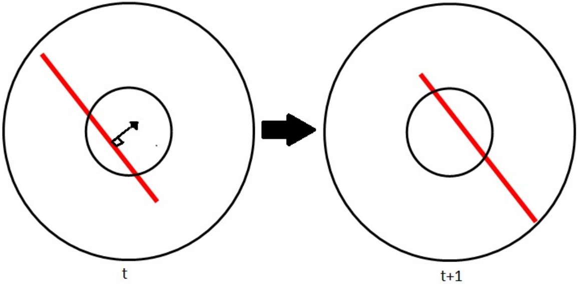
Pour un point $(x, y)$, on connait la composante $v_n$, parallèle au gradient de l'image. Cependant, la composante $v_t$ peut avoir une infinité de valeurs qui satisfont Eq. (4).

C'est ce qu'on appelle le **problème d'ouverture** :



# Flux optique

## Problème d'ouverture




On connait toujours la valeur de la composante dans le sens du gradient $\vec{\nabla} I(x, y)$, mais sans une vue globale de la scène, on ne peut connaître la valeur dans le sens parallèle.

# Flux optique

## Résumé du problème de la détermination du flux optique

Ce qui peut fausser la détermination du flux optique à un point $(x, y)$ :

1. Un mouvement non-léger (Le développement de Taylor n'est pas valide) ;
2. Le mouvement du point n'est pas comparable aux points au voisinage ;
3. Une illumination non-constante ;
4. Aliasing.

Les algorithmes de calcul du flux optique chercheront donc à résoudre le problème d'ouverture en ces différentes problématiques.

# Estimation du flux optique

## Résumé des différentes approches

Différentes approches pour la résolution du flux optique :

1. Approche par intensité :
   - Méthodes basées sur un terme de régularisation ;
   - Méthodes basées sur les équations à régression linéaire (ERL).
2. Approche par primitive d'intensité :
   - Méthodes basées sur l'association de blocs, patches, ... ;
   - Méthodes hiérarchiques ;
   - Méthodes basées sur le maillage.

# Plan de chapitre

# Lucas et Kanade

## Approche par intensité - Équation à régression linéaire

La méthode de **Lucas-Kanade 1984** est une méthode déterministe d'intensité basée sur une équation à régression linéaire.

C'est une méthode locale : elle ne peut pas fournir le flux à l'intérieur d'une région uniforme

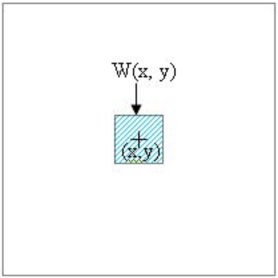
On suppose :

1. Petits mouvements ;
2. Illumination constante ;
3. Mouvements constants dans un voisinage près (avec un facteur de lissage).

# Lucas et Kanade

## Approche par intensité - Équation à régression linéaire

Supposons que $W(n)$ est une fenêtre centrée sur le pixel $n = (x, y)$




et soit $G(n)$ un noyau gaussien pondérant les pixels de la fenêtre $W(n)$ par la distance par rapport à $n$

# Approche ERL d'intensité

## Lucas et Kanade

L'estimation du vecteur de mouvement $\vec{V}(n) = (v_x(n), v_y(n))^T$ pour le pixel $n = (x, y)$ revient alors à minimiser l'équation du flux optique à l'aide des moindres-carrés (fonction de coût "$E$") :

$$\begin{aligned} E(\vec{V}(n)) &= \sum_{(n_i)\in W(n)} [G(n_i)I_x(n_i) * v_x(n_i) + G(n_i)I_y(n_i) * v_y(n_i) + I_t(n_i)]^2 \\ &= \sum_{(n_i)\in W(n)} \left[G(n_i)\nabla I(n_i) \cdot \vec{V} + I_t(n_i)\right]^2 \end{aligned}$$

On cherche à minimiser l'énergie $E$, donc à résoudre $\frac{\partial E(\vec{V})}{\partial \vec{V}} = \mathbf{0}$, donnée par :

$$\frac{\partial E(\vec{V}(n))}{\partial \vec{V}} = \sum_{(n_i)\in W(n)} \nabla I^T(n) G(n_i) \cdot \left[G(n_i)\nabla I(n_i) \cdot \vec{V} + I_t(n_i)\right] = \mathbf{0}$$

# Approche ERL d'intensité

## Lucas et Kanade

On peut représenter l'équation sous forme matricielle ; Soient $\mathbf{W}_{NxN}$, $\mathbf{B}_{N\times 1}$ et $\mathbf{A}_{N\times 2}$ des matrices définies comme suit :

- $\mathbf{W} = \mathrm{diag}[W(x_1, y_1), \ldots, W(x_N, y_N)]^T \rightarrow$ *Pondération gaussienne*
- $\mathbf{B} = [I_t(x_1, y_1), \ldots, I_t(x_N, y_N)]^T \rightarrow \; I_t$
- $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} I_x(x_1, y_1), \ldots, I_x(x_N, y_N) \\ I_y(x_1, y_1), \ldots, I_y(x_N, y_N) \end{bmatrix}^T \rightarrow$ *Wradient*

# Approche ERL d'intensité
## Lucas et Kanade

On peut alors réécrire Eq. (6) comme suit :

$$\begin{aligned} & \mathbf{A}^T\mathbf{W}^T\left[\mathbf{WA}\vec{V}+\mathbf{B}\right]=\mathbf{0} \\ \Rightarrow\quad & \mathbf{A}^T\mathbf{W}^T\mathbf{WA}\vec{V}=-\mathbf{A}^T\mathbf{W}^T\mathbf{B} \end{aligned}$$

Aans le cas où $\mathbf{A}^T\mathbf{WA}$ n'est pas singulière, on peut calculer le vecteur de mouvement de manière déterministe par :

$$\vec{V} \;=\; -\left[\mathbf{A}^T\mathbf{WA}\right]^{-1}\mathbf{A}^T\mathbf{WB}$$

# Approche ERL d'intensité

## Lucas et Kanade

$$
\begin{aligned}
\vec{V} &= \left(\mathbf{A^T W^2 A}\right)^{-1} \cdot A^T W^T b \\
\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \sum W^2 I_x^2 & \sum W^2 I_x I_y \\ \sum W^2 I_y I_x & \sum W^2 I_y \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -\sum W I_x I_t \\ -\sum W I_y I_t \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{6}
$$

Il faut que $\mathbf{A^T W^2 A}$ soit inversible (i.e. aucune valeurs propres nulles). Cette matrice est défini comme étant le tenseur spatial du voxel $n$

Cas problématiques où le problème d'ouverture est toujours présent :

1. $I_x$ et/ou $I_y$ sont nulles $\rightarrow$ Surface homogène
2. Les gradients non-nuls sont parallèles $\rightarrow$ Bord

# Lucas et Kanade

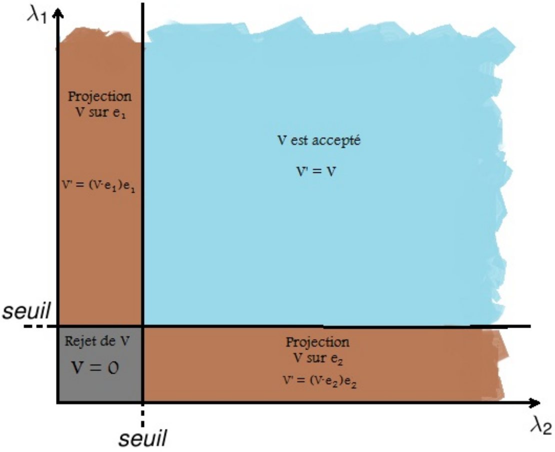
## Valeurs propres

Une décomposition de $\mathbf{A^T W^2 A}$ en valeurs propres ($\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq 0$) et leurs vecteurs propres unitaires ($\vec{e_1}$ et $\vec{e_2}$) nous permettent d'évaluer le résultat obtenu :

1. **Si** $\lambda_1$ **et** $\lambda_2 \leq$ *seuil*
   - Zone homogène ;
   - Résultat inacceptable, on considère que $\vec{V} = 0$.
2. **Si** $\lambda_1$ **et** $\lambda_2 >$ *seuil*
   - Zone texturée ;
   - Résultat acceptable !
3. **Si** $\lambda_2 >$ *seuil*, **mais** $\lambda_1 \leq$ *seuil*
   - Contour (bord), où les gradients avoisinants vont tous dans la même direction ;
   - On peut projeter $\vec{V}$ sur $\vec{e_2}$ pour garder une direction moyennée.

# Lucas et Kanade

## Valeurs propres



# Lucas et Kanade

## Algorithme de Lucas-Kanade

**Entrées**: $\boxed{n, T, I(t), I(t+1)}$ : Grandeur de la fenête $n$, seuil $T$ et images aux temps $t$ et $t+1$

**Sorties**: $\boxed{M_v}$ : Matrice des vecteurs de vitesse

$I_x \leftarrow$ Dérivée en $x$ de $I(t)$;
$I_y \leftarrow$ Dérivée en $y$ de $I(t)$;
$I_t \leftarrow$ Dérivée en $t$ utilisant $I(t)$ et $I(t+1)$;
$G \leftarrow$ Noyau gaussien de grandeur $n$ ;

**pour** *Tous les pixel* $(x, y)$ *de* $I_t$ **faire**
  $A \leftarrow$ Matrice $n$x2 des pixels $(n)$ de $I_x(n)$ et $I_y(n)$ faisant parti de la fenêtre $W$ de taille $n$ entourant $(x, y)$ ;
  $b \leftarrow$ Matrice $n$x1 des $I(n, t)$ de $W$ ;
  $e_{1,2}, \lambda_{1,2} \leftarrow$ Décomposition en vecteurs et valeurs propres de $A^T G^2 A$ (triées) ;
  **si** $\lambda_1$ *et* $\lambda_2 \leq T$ **alors**
    $M_v(x, y) \leftarrow (A^T G^2 A)^- 1 A^T b$ ;
  **fin**
  **sinon si** $\lambda_1 \leq T$ *et* $\lambda_2 > T$ **alors**
    $M_v(x, y) \leftarrow (((A^T G^2 A)^- 1 A^T b) \cdot e_2) e_2$ ;
  **fin**
  **sinon**
    $M_v(x, y) \leftarrow 0$ ;
  **fin**
**fin**

# Variante de Lucas et Kanade

## Raffinement itératif de L-K

La méthode de Lukas et Kanade suppose :

1. Petits mouvements ;
2. Illumination constante dans le temps ;
3. **Mouvements constants dans un voisinage près (si on n'utilise pas de pondération).**

On peut améliorer la technique en ajoutant un terme *a priori* du bruit de l'image. On utilise maintenant une version itératif basé sur la multi-résolution (Chapitre 2.2).

# Horn et Schunck

## Approche par intensité avec terme de régularisation

La méthode de **Horn et Schunck 1981** propose de régler le problème d'ouverture par une contrainte de lissage. Nous émettons donc les hypothèses suivantes :

- Petits déplacements ;
- Illumination constante ;
- Les déplacements dans un même voisinage sont similaires (contrainte de lissage).

Contrairement à L-K, H-S est une résolution **globale** du problème du flux optique, car la contraite de lissage s'applique à toute l'image. Mais nous la simplifions avec une approche locale.

# Horn et Schunck

## Approche par intensité avec terme de régularisation

Introduction d'un **terme de régularité de lissage global des vecteurs de vélocité**, contrôlé par $\lambda$.

La problématique s'exprime par une fonction d'énergie globale à minimiser :

$$\begin{aligned}
E^2(\vec{V}) &= \int_{\vec{V}} \left(\vec{\nabla} I(x,y) \cdot \vec{V} + I_t\right)^2 + \lambda^2 \left[ \left(\frac{\delta v_x}{\delta x}\right) + \left(\frac{\delta v_x}{\delta y}\right) + \left(\frac{\delta v_y}{\delta x}\right) + \left(\frac{\delta v_y}{\delta y}\right) \right] d_x d_y \\
&= \int_{\vec{V}} \left(\vec{\nabla} I(x,y) \cdot \vec{V} + I_t\right)^2 + \lambda^2 \left[ |\vec{\nabla} V_x|^2 + |\vec{\nabla} V_y|^2 + \right] d_x d_y \\
&= \int_{\vec{V}} \textit{Cst. illumination} + \textit{Terme de lissage} \; d_x d_y
\end{aligned}$$

# Horn et Schunck

## Approche par intensité avec terme de régularisation

À l'aide des équations d'*Euler-lagrange*, on arrive à l'expression suivante :

$$\frac{\partial E}{\partial x} = I_x \left( I_x * v_x + I_y * v_y + I_t \right)^2 - \lambda^2 \Delta v_x = 0$$
$$\frac{\partial E}{\partial y} = I_y \left( I_x * v_x + I_y * v_y + I_t \right)^2 - \lambda^2 \Delta v_y = 0$$

Où $\Delta$ représente l'opérateur de Lagrange.

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

# Horn et Schunck

## Approche par intensité avec terme de régularisation

On peut approximer numériquement l'opérateur de Lagrange en supposant les déplacements des vecteurs voisins similaires au vecteur courant.

$$\Delta v_x = \bar{v}_x - v_x$$
$$\Delta v_y = \bar{v}_y - v_y$$

Où $\bar{v}_n$ est la moyenne pondérée du mouvement $v_n$ autour du vecteur $v_n$.

# Horn et Schunck

## Approche par intensité avec terme de régularisation

Les équations deviennent donc :

$$I_x \left(I_x * v_x + I_y * v_y + I_t\right)^2 \quad + \quad \lambda^2 \left(\bar{v_x} + v_x\right) = 0$$
$$I_y \left(I_x * v_x + I_y * v_y + I_t\right)^2 \quad + \quad \lambda^2 \left(\bar{v_y} + v_y\right) = 0$$

On retrouve alors deux équations, deux inconnus ($v_x$, $v_y$).

Quel est le rôle de *lambda* ?

# Horn et Schunck

## Approche par intensité avec terme de régularisation

Une méthode itérative comme Gauss-Seidel nous permet d'obtenir une solution :

$$\begin{aligned} v_x^{(k+1)} &= \bar{v}_x^{(k)} - \frac{I_x\left(I_x\bar{v}_x^{(k)}+I_y\bar{v}_y^{(k)}+I_t\right)}{\lambda^2+(I_x)^2+(I_y)^2} \\ v_y^{(k+1)} &= \bar{v}_y^{(k)} - \frac{I_y\left(I_x\bar{v}_x^{(k)}+I_y\bar{v}_y^{(k)}+I_t\right)}{\lambda^2+(I_x)^2+(I_y)^2} \end{aligned} \tag{8}$$

# Horn et Schunck

## Terme de régularisation

Comment détermine-t-on $\lambda$ ?

$\lambda$ contrôle l'emphase accordée au voisinage. Un $\lambda$ élevé :

- Augmente l'ouverture, permettant une meilleure résolution de la **direction** du flux optique ;
- Entraîne une perte de précision sur l'**amplitude** du vecteur de déplacement.

# Horn et Schunck

## Algorithme de la méthode Horn et Schunck

---

**Entrées**: $\boxed{nbIter, \lambda^2, I(t), I(t+1)}$ : Nb d'itérations *nbIter*, facteur de lissage $\lambda^2$ et images aux temps $t$ et $t+1$

**Sorties**: $\boxed{M_v}$ : Matrice des vecteurs de vitesse

$I_x \leftarrow$ Dérivée en $x$ de $I(t)$;
$I_y \leftarrow$ Dérivée en $y$ de $I(t)$;
$I_t \leftarrow$ Dérivée en $t$ utilisant $I(t)$ et $I(t+1)$;
$V_x, V_y, \bar{V}_x, \bar{V}_y \leftarrow$ Images à 0 ;
$k \leftarrow 0$ ;

**répéter**

  $\bar{V}_x, \bar{V}_y \leftarrow$ Calcul des vitesses moyennées en utilisant $V_x$ et $V_y$ pour tous les pixels $(x, y)$ ;
  $V_x, V_y \leftarrow$ Calcul des vitesses $V_x^{k+1}$ et $V_y^{k+1}$ pour tous les pixels $(x, y)$ (Eq.8) ;

**jusqu'à** $k < nbIter$;
$M_v \leftarrow V_x, V_y$ ;

---

# Variante de Horn et Schunck

## Ajout d'un prélissage globale

Pour **améliorer l'approximation des dérivées partielles** et **diminuer la sensibilité au bruit**, on peut appliquer un filtre gaussien aux images avant de calculer leurs dérivées partielles :

$$E(\vec{V}) = \int_{\vec{V}} \mathbf{G} \cdot \left(\vec{\nabla} I(x,y) \cdot \vec{V} + I_t\right)^2 + \lambda^2 \left[|\vec{\nabla} V_x|^2 + |\vec{\nabla} V_y|^2 + \right] \quad d_x d_y \tag{9}$$

# Variante de Horn et Schunck

## Raffinement de la fonction de lissage

Au lieu d'une constante de lissage $\lambda^2$, on utilise une **fonction de pondération** basée sur le gradient.

Si le gradient est élevé (bord), on réduit l'apport du voisinage en attibuant une faible pondération afin de **réduire l'effet de discontinuité de la vitesse** et ainsi **gagner de la précision** en **réduisant la contrainte de voisinage**.

$$E(\vec{V}) = \int_{\vec{V}} \left( \vec{\nabla} I(x,y) \cdot \vec{V} + I_t \right)^2 + \mathbf{W}(|\tilde{\nabla}\mathbf{I}(\mathbf{x},\mathbf{y})|) \left[ |\vec{\nabla} V_x|^2 + |\vec{\nabla} V_y|^2 + \right] \quad d_x d_y \qquad (10)$$

# Approche d'intensité

## Résumé des méthodes de base

**Horn-Schunck** :

- Petits mouvements ;
- Illumination constante ;
- Déplacements similaires dans un voisinage immédiat ;
- Itératif, basé sur un terme de régularisation.

**Variante : Raffinement du lissage**

- Lissage avant le calcul des dérivées partielles :
  $\rightarrow$ Dérivées partielles plus "fidèles" ;
  $\rightarrow$ Moins sensible au bruit.
- Fonction du lissage :
  $\rightarrow$ Fonction pondérée selon la norme du gradient ;
  $\rightarrow$ Moins sensible à la contrainte de voisinage.

**Lucas-Kanade** :

- Petits mouvements ;
- Illumination constante ;
- Déplacements similaires dans un voisinage immédiat ;
- Déterministe, basé sur les équations à régression linéaire.

**Variante : Raffinement itératif**

- Évolution à un processus itératif :
  $\rightarrow$ Moins sensible à la contrainte de voisinage ;
  $\rightarrow$ Moins sensible au bruit.

# Approche d'intensité

## Variantes

Il existe plusieurs variantes de Horn-Schunk et Lucas-Kanade, combinant aussi des méthodes du chapitre suivant.
Comme par exemple, dans Opencv :

- Brox (2004) : `http://lmb.informatik.uni-freiburg.de/Publications/2004/Bro04a/brox_eccv04_of.pdf`
- Farneback (2002) : `http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:273847/FULLTEXT01.pdf`