Instituto Federal Catarinense – *Campus* Sombrio
Curso técnico de informática para internet integrado ao ensino médio
Turma: 3º ano
Disciplina: Matemática
Profª. Dra. Valdirene R. Rocho

GABARITO LISTA 3 – GEOMETRIA ANALÍTICA

1. A equação reduzida da reta é dada por $y = mx + n$.

a) Reta t

- Coeficiente linear: $n = -3$
- Coeficiente angular: $m = \tan(60°) = \sqrt{3}$
- Equação reduzida: $y = \sqrt{3}x - 3$

b) Reta s

- Coeficiente linear: $n = 2$
- Coeficiente angular: O ângulo α com o eixo x é $180° - 60° = 120°$.
  $m = \tan(120°) = -\tan(60°) = -\sqrt{3}$
- Equação reduzida: $y = -\sqrt{3}x + 2$

c) Reta r

- Coeficiente angular: $m = \tan(30°) = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$
- Coeficiente linear: a equação reduzida da reta é dada por $y = mx + n$. Substituindo o ponto P(1, 1) e o valor de m em $y = mx + n$, temos:

$$1 = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 1 + n \qquad \Rightarrow \qquad n = \frac{3 - \sqrt{3}}{3}$$

- Equação reduzida: $y = \dfrac{\sqrt{3}}{3}x + \dfrac{3 - \sqrt{3}}{3}$

d) Reta u

- Coeficiente angular: $m = \tan(135°) = -1$
- Coeficiente linear: a equação reduzida da reta é dada por $y = mx + n$. Substituindo o ponto P(-2, 3) e o valor de m em $y = mx + n$, temos:

$$3 = -1 \cdot (-2) + n \qquad \Rightarrow \qquad n = 1$$

- Equação reduzida: $y = -x + 1$

2. **a) Pontos** $(1, 2)$ **e** $(2, 5)$

- Coeficiente angular:

$$m = \frac{5 - 2}{2 - 1} = \frac{3}{1} = 3$$

- Coeficiente linear (usando o ponto $(1, 2)$):

$$2 = 3(1) + n \implies n = -1$$

- Equação reduzida: $y = 3x - 1$

b) Pontos $(-1, 2)$ **e** $(-2, 1)$

- Coeficiente angular:

$$m = \frac{1-2}{-2-(-1)} = \frac{-1}{-1} = 1$$

- Coeficiente linear (usando o ponto $(-1, 2)$):

$$2 = 1(-1) + n \implies n = 3$$

- Equação reduzida: $y = x + 3$

c) Pontos $(-3, -2)$ **e** $(2, -3)$

- Coeficiente angular:

$$m = \frac{-3-(-2)}{2-(-3)} = \frac{-1}{5}$$

- Coeficiente linear (usando o ponto $(2, -3)$):

$$-3 = \left(-\frac{1}{5}\right)(2) + n \implies -3 = -\frac{2}{5} + n \implies n = -3 + \frac{2}{5} = -\frac{13}{5}$$

- Equação reduzida: $y = -\frac{1}{5}x - \frac{13}{5}$

3. (a) Equação geral da reta: $x - 2y + 6 = 0$

   Para encontrar o coeficiente angular, reescrevemos a equação na forma reduzida ($y = mx + n$), isolando o y:

$$\begin{aligned} x - 2y + 6 &= 0 \\ x + 6 &= 2y \\ y &= \frac{x}{2} + \frac{6}{2} \\ y &= \frac{1}{2}x + 3 \end{aligned}$$

   O coeficiente angular é o valor que multiplica x, portanto:

$$m = \frac{1}{2}$$

   (b) Equação reduzida da reta: $y = -\frac{x}{3} + 5$

   A equação já está na forma reduzida ($y = mx + n$). O coeficiente angular é o termo que multiplica x:

$$m = -\frac{1}{3}$$

(c) Reta que passa por $A(-3, 0)$ e $B(-5, 4)$
Usamos a fórmula do coeficiente angular para dois pontos: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

$$m = \frac{4 - 0}{-5 - (-3)} = \frac{4}{-5 + 3} = \frac{4}{-2} = -2$$

- (d) Reta que passa por $C(1, 5)$ e $D(1, -4)$
  Aplicando a mesma fórmula:

  $$m = \frac{-4 - 5}{1 - 1} = \frac{-9}{0}$$

  Como a divisão por zero não é definida, o coeficiente angular **não existe**. A reta é vertical.
- (e) Reta que passa por $E(-2, -5)$ e $F(3, 5)$
  Aplicando a fórmula do coeficiente angular:

  $$m = \frac{5 - (-5)}{3 - (-2)} = \frac{5 + 5}{3 + 2} = \frac{10}{5} = 2$$

4. O gráfico mostra uma relação linear entre a massa (m) e o volume (V) de um óleo. Podemos usar as coordenadas dos pontos para encontrar a lei da função e o coeficiente angular.

   Os pontos mostrados na reta r são:

   - Ponto 1: $(V_1, m_1) = (5;\ 4,5)$
   - Ponto 2: $(V_2, m_2) = (10;\ 9)$
   - Ponto 3: $(V_3, m_3) = (20;\ 18)$

   A reta também passa pela origem $(0; 0)$.

   Neste caso, as variáveis são V (eixo x) e m (eixo y), então a fórmula é:

   $$\text{coeficiente angular} = \frac{m_2 - m_1}{V_2 - V_1}$$

   Usando os pontos $(10,\ 9)$ e $(5;\ 4,5)$:

   $$\text{coeficiente angular} = \frac{9 - 4,5}{10 - 5} = \frac{4,5}{5} = 0,9$$

   O coeficiente angular de r é $0,9$.

   A lei da função é uma equação do tipo $y = mx + n$. Neste gráfico, m é o nosso y e V é o nosso x. O coeficiente angular (m) já foi calculado no item anterior. O coeficiente linear (n) é o valor de m quando V é zero. Como a reta passa pela origem $(0,\ 0)$, o coeficiente linear é $n = 0$. Substituindo os valores na equação:

   $$m = 0,9V + 0$$

   A lei da função é: $m = 0,9V$

   A densidade (ρ) de uma substância é a relação entre a sua massa e o seu volume:

   $$\rho = \frac{\text{massa}}{\text{volume}} = \frac{m}{V}$$

Analisando a lei da função que encontramos, $m = 0,9V$, podemos rearranjá-la para encontrar a relação entre massa e volume:

$$\frac{m}{V} = 0,9$$

A densidade do óleo é $0,9$ g/cm^3.

5. O exercício informa que as retas r e s se interceptam em um ponto de abscissa $x = 2$.

   A reta s (verde) cruza o eixo x, que é $\left(\frac{5}{2}, 0\right)$ ou $(2,5;\ 0)$.

   a) Coeficiente angular de r

   Para encontrar o coeficiente angular de r, usamos a fórmula $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ com os pontos $\left(\frac{5}{2}, 0\right)$ e $(0, 5)$:

$$m_s = \frac{5-0}{0-\frac{5}{2}} = -2$$

   O coeficiente angular da reta r é -2, logo a equação reduzida é dada por: $y = -2x + 5$.

   Considerando a equação vamos determinar o valor de y, para $x = 2$, ou seja, $y = -2 \cdot 2 + 5 = 1$. Assim, tem-se o seguinte ponto $(2,\ 1)$.

   Para encontrar o coeficiente angular de s com os pontos $(0, 0)$ e $(2,\ 1)$:

$$m_s = \frac{1-0}{2-0} = \frac{1}{2}$$

   (b) Equação de s nas formas reduzida e geral

   Já temos o coeficiente angular, $m_s = \dfrac{1}{2}$. Como a reta passa pela origem o coeficiente linear $n = 0$, logo a equação reduzida da reta s é:

$$y = \frac{1}{2}x$$

   Equação geral ($ax + by + c = 0$) Para converter a equação reduzida para a forma geral, movemos todos os termos para um lado da igualdade:

$$y = \frac{1}{2}x$$
$$y - \frac{1}{2}x = 0$$

   A equação geral da reta s é: $\boxed{2y - x = 0}$

6. Primeiro vamos determinar as coordenadas dos vértices do triângulo equilátero ABC, que tem lado de 3 u.c. Analisando a figura, podemos inferir as coordenadas dos vértices:

   - **Vértice A:** A figura indica que a reta AC está sobre o eixo x e que o vértice A está na origem. Portanto, as coordenadas de A são $(0, 0)$.
   - **Vértice C:** Como o lado AC tem 3 u.c. e está sobre o eixo x a partir da origem, as coordenadas de C são $(3, 0)$.

- **Vértice B:** O vértice B tem a mesma abscissa do ponto médio do lado AC, que é $\dfrac{0+3}{2} = 1,5$. A ordenada de B é a altura (h) do triângulo equilátero, que está abaixo do eixo x. A altura é calculada por:

$$h = \frac{L\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

Como a ordenada é negativa, as coordenadas de B são $\left(1,5; -\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\right)$.

Resumo das coordenadas dos vértices: $A(0,0)$, $B\left(1,5; -\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\right)$ e $C(3,0)$.

Agora, vamos determinar a equação reduzida de cada reta suporte.

Equação da reta $\overline{AC}$: a reta que contém o lado AC está sobre o eixo x. A equação do eixo x é $y = 0$. A equação reduzida da reta $\overline{AC}$ é: $\boxed{\overline{AC} : y = 0}$

Equação da reta $\overline{AB}$: para a reta que passa por $A(0,0)$ e $B\left(1,5;\ -\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\right)$, a equação reduzida é do tipo $y = mx + n$.

Como a reta passa pela origem, o coeficiente linear $n = 0$.

O coeficiente angular (m) é:

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-\frac{3\sqrt{3}}{2} - 0}{1,5 - 0} = \frac{-\frac{3\sqrt{3}}{2}}{\frac{3}{2}} = -\sqrt{3}$$

A equação reduzida da reta $\overline{AB}$ é: $\boxed{\overline{AB} : y = -\sqrt{3}x}$

Equação da reta $\overline{BC}$: para a reta que passa por $B\left(1,5; -\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$ e $C(3,0)$, primeiro calculamos o coeficiente angular (m):

$$m = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{0 - \left(-\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)}{3 - 1,5} = \frac{\frac{3\sqrt{3}}{2}}{\frac{3}{2}} = \sqrt{3}$$

Agora, usamos o coeficiente angular e o ponto $C(3,0)$ para encontrar o coeficiente linear (n):

$$\begin{aligned} &y = mx + n \\ &0 = \sqrt{3}(3) + n \\ &0 = 3\sqrt{3} + n \\ &n = -3\sqrt{3} \end{aligned}$$

A equação reduzida da reta $\overline{BC}$ é: $\boxed{y = \sqrt{3}x - 3\sqrt{3}}$

7. **a)** $P(3,-1)$ e $\alpha = 45°$

- **Coeficiente angular (m):**

$$m = \tan(45°) = 1$$

- **Coeficiente linear (n):** Substituindo o ponto $P(3, -1)$ na equação $y = mx + n$:

$$-1 = 1(3) + n \implies -1 = 3 + n \implies n = -4$$

- **Equação reduzida:**

$$y = x - 4$$

b) $P(-3, -2)$ e $\alpha = 135°$

- **Coeficiente angular (m):**

$$m = \tan(135°) = -1$$

- **Coeficiente linear (n):** substituindo o ponto $P(-3, -2)$ na equação $y = mx + n$:

$$-2 = -1(-3) + n \implies -2 = 3 + n \implies n = -5$$

- **Equação reduzida:**

$$y = -x - 5$$

c) $P(0, 3)$ e $\alpha = 60°$

- **Coeficiente angular (m):**

$$m = \tan(60°) = \sqrt{3}$$

- **Coeficiente linear (n):** como a reta passa pelo ponto $(0, 3)$, que está no eixo y, o coeficiente linear é $n = 3$.
- **Equação reduzida:**

$$y = \sqrt{3}x + 3$$

d) $P\left(\frac{1}{5}, -\frac{1}{3}\right)$ e $\alpha = 0°$

- **Coeficiente angular (m):**

$$m = \tan(0°) = 0$$

- **Coeficiente linear (n):** substituindo o ponto $P\left(\frac{1}{5}, -\frac{1}{3}\right)$ na equação $y = mx + n$:

$$-\frac{1}{3} = 0\left(\frac{1}{5}\right) + n \implies n = -\frac{1}{3}$$

- **Equação reduzida:**

$$y = 0x - \frac{1}{3} \implies y = -\frac{1}{3}$$