Instituto Federal Catarinense – *Campus* Sombrio
Curso técnico de informática para internet integrado ao ensino médio
Turma: 3º ano
Disciplina: Matemática
Profª. Dra. Valdirene R. Rocho
Unidade de estudo: Geometria analítica

GABARITO LISTA 1

1. Para esta questão, é necessário construir um plano cartesiano e marcar cada ponto nas suas respectivas coordenadas. A(1, 3) está no 1º quadrante; B(-2, 1) no 2º; C(0, -4) no eixo y; D(-3, 0) no eixo x; E(-2, -3) no 3º quadrante; F(2, -1) no 4º; G(3, -4) no 4º; H(2,5; 0,5) no 1º.

2. Analisando a imagem fornecida, as coordenadas são:
   - L(-1, 4)
   - H(2, 4)
   - J(1, 1)
   - K(3, 0)
   - M(-3, -2)
   - N(-1, -3)
   - N(-2, -4)

3. (a) ao 1º quadrante ($x > 0$ e $y > 0$): E($\frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}$) e G(3, $\frac{11}{2}$).
   (b) ao 2º quadrante ($x < 0$ e $y > 0$): A(-3, 3) e L(-4, 2).
   (c) ao 3º quadrante ($x < 0$ e $y < 0$): C(-4, -5) e I($-\frac{3}{2}$, $-\frac{3}{2}$).
   (d) ao 4º quadrante ($x > 0$ e $y < 0$): Nenhum.
   (e) ao eixo x ($y = 0$): B($\frac{11}{5}$, 0) e K($-\frac{1}{3}$, 0).
   (f) ao eixo y ($x = 0$): D(0, $\sqrt{2}$), F(0, -5) e J(0, π).

   Observação: O ponto H(1, -3, 2) está em um espaço tridimensional.

4. (a) do 1º quadrante: $(+) \cdot (+) = (+)$. O produto é **positivo**.
   (b) do 3º quadrante: $(-) \cdot (-) = (+)$. O produto é **positivo**.
   (c) do eixo das ordenadas: A coordenada x é 0. $0 \cdot (y) = 0$. O produto é **nulo**.

5. Para pertencer ao eixo das ordenadas, a coordenada x deve ser nula:

$$k^2 - 9 = 0 \Rightarrow k^2 = 9 \Rightarrow k = \pm\sqrt{9} \Rightarrow k = \pm 3$$

   Valores de k são **3 e -3**.

6. (a) $P(a, b)$: x é positivo e y é negativo. **4º quadrante**.
   (b) $Q(-a, b)$: x é negativo e y é negativo. **3º quadrante**.
   (c) $R\left(2a, \dfrac{b}{3}\right)$: x é positivo e y é negativo. **4º quadrante**.
   (d) $S(-a, -b)$: x é negativo e y é positivo. **2º quadrante**.

7. No 3º quadrante, $x < 0$ e $y < 0$.

   - $m < 0$
   - $2m - 1 < 0 \Rightarrow 2m < 1 \Rightarrow m < \frac{1}{2}$

   A condição que satisfaz ambas é $m < 0$.

8. Em uma reta paralela ao eixo das abscissas, a coordenada y é constante. A coordenada y de A é 5. Logo, $m = 5$ e $n = 5$.

9. Calculando as distâncias entre os pontos:

   - $d_{AB} = \sqrt{(-4 - (-4))^2 + (0 - 5)^2} = \sqrt{0^2 + (-5)^2} = \sqrt{25} = 5$
   - $d_{AC} = \sqrt{(1 - (-4))^2 + (5 - 5)^2} = \sqrt{5^2 + 0^2} = \sqrt{25} = 5$
   - $d_{BC} = \sqrt{(1 - (-4))^2 + (5 - 0)^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{25 + 25} = \sqrt{50}$

   Verificando o Teorema de Pitágoras:

   $$d_{AB}^2 + d_{AC}^2 = d_{BC}^2 \Rightarrow 5^2 + 5^2 = (\sqrt{50})^2 \Rightarrow 25 + 25 = 50$$

   O triângulo é retângulo. A hipotenusa é o segmento oposto ao ângulo reto, ou seja, **BC**.

10. (a) $d = \sqrt{(1 - 5)^2 + (3 - 2)^2} = \sqrt{16 + 1} = \sqrt{17}$.
    (b) $d = \sqrt{(-2 - (-1))^2 + (-3 - 4)^2} = \sqrt{1 + 49} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$.
    (c) $d = \sqrt{(0 - (-4))^2 + (0 - (-3))^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$.
    (d) $d = \sqrt{(2 - (-5))^2 + (-5 - 4)^2} = \sqrt{49 + 81} = \sqrt{130}$.
    (e) $d = |12 - 5| = 7$.
    (f) $d = \sqrt{(3 - (-2))^2 + (-4 - (-1))^2} = \sqrt{25 + 9} = \sqrt{34}$.
    (g) $d = |3 - (-7)| = 10$.
    (h) $d = \sqrt{(-\sqrt{2} - \sqrt{2})^2 + (\sqrt{2} - (-\sqrt{2}))^2} = \sqrt{(-2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{8 + 8} = \sqrt{16} = 4$.
    (i) $d = |1 - (-3)| = 4$.

11. - $d_{AB} = \sqrt{(3 - 1)^2 + (7 - 0)^2} = \sqrt{4 + 49} = \sqrt{53}$.
    - $d_{BC} = \sqrt{(-2 - 3)^2 + (4 - 7)^2} = \sqrt{25 + 9} = \sqrt{34}$.
    - $d_{AC} = \sqrt{(-2 - 1)^2 + (4 - 0)^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$.

    Perímetro $= d_{AB} + d_{BC} + d_{AC} = \sqrt{53} + \sqrt{34} + 5$.

12. Coordenadas da imagem: A(2,3), B(-3,2), C(-2,-1), D(3,-4).

    - $d_{AB} = \sqrt{(-3 - 2)^2 + (2 - 3)^2} = \sqrt{25 + 1} = \sqrt{26}$.
    - $d_{BC} = \sqrt{(-2 - (-3))^2 + (-1 - 2)^2} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10}$.
    - $d_{CD} = \sqrt{(3 - (-2))^2 + (-4 - (-1))^2} = \sqrt{25 + 9} = \sqrt{34}$.
    - $d_{DA} = \sqrt{(2 - 3)^2 + (3 - (-4))^2} = \sqrt{1 + 49} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$.

    Perímetro $= \sqrt{26} + \sqrt{10} + \sqrt{34} + 5\sqrt{2}$.

13. O raio (r) é a distância entre o centro C(-1,3) e o ponto P(2,5).

$$r = \sqrt{(2-(-1))^2 + (5-3)^2} = \sqrt{3^2+2^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$$

Diâmetro $= 2r = 2\sqrt{13}$.

14. Vamos chamar os pontos de A(2,4), B(5,1) e C(6,5).

- $d_{AB} = \sqrt{(5-2)^2 + (1-4)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$.
- $d_{BC} = \sqrt{(6-5)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$.
- $d_{AC} = \sqrt{(6-2)^2 + (5-4)^2} = \sqrt{16+1} = \sqrt{17}$.

Como $d_{BC} = d_{AC}$, o triângulo é isósceles. Perímetro $= 3\sqrt{2} + \sqrt{17} + \sqrt{17} = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{17}$.

15. Vamos chamar os pontos de O(0,0), A(3,2) e B(-1,4).

- $d_{OA} = \sqrt{(3-0)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$.
- $d_{OB} = \sqrt{(-1-0)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$.
- $d_{AB} = \sqrt{(-1-3)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$.

As distâncias são todas diferentes, portanto, o triângulo é **escaleno**.

16. Fórmula do ponto médio: $M = \left(\dfrac{x_1+x_2}{2}, \dfrac{y_1+y_2}{2}\right)$.

(a) $M = \left(\dfrac{1+2}{2}, \dfrac{2+4}{2}\right) = \left(\dfrac{3}{2}, 3\right)$.

(b) $M = \left(\dfrac{3+2}{2}, \dfrac{5-3}{2}\right) = \left(\dfrac{5}{2}, 1\right)$.

(c) $M = \left(\dfrac{-1-3}{2}, \dfrac{-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}}{2}\right) = \left(-2, \dfrac{1}{2}\right)$.

(d) $M = \left(\dfrac{-3+3}{2}, \dfrac{5-5}{2}\right) = (0,0)$.

(e) $M = \left(\dfrac{4+10}{2}, \dfrac{10-4}{2}\right) = (7,3)$.

(f) $M = \left(\dfrac{3+3}{2}, \dfrac{-4+2}{2}\right) = (3,-1)$.

17.
- $2 = \dfrac{n+4}{2} \Rightarrow 4 = n+4 \Rightarrow n = 0$.
- $3 = \dfrac{5+m}{2} \Rightarrow 6 = 5+m \Rightarrow m = 1$.

$m + n = 1 + 0 = 1$.

18. Colinearidade: o determinante da matriz das coordenadas deve ser 0.

(a) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 7 & -\frac{7}{3} & 1 \\ 3 & \frac{1}{3} & 1 \end{vmatrix} = 2(-\frac{7}{3} - \frac{1}{3}) - 1(7-3) + 1(\frac{7}{3}+7) = -\frac{16}{3} - 4 + \frac{28}{3} = \frac{12}{3} - 4 = 4 - 4 = 0.$

Estão alinhados.

(b) $\begin{vmatrix} 0 & 4 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 0 - 4(4-2) + 1(-8-0) = -8 - 8 = -16 \neq 0.$

Não estão alinhados.

(c) $\begin{vmatrix} 1 & 5 & 1 \\ -3 & 2 & 1 \\ -7 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 1(2-1) - 5(-3+7) + 1(-3+14) = 1 - 20 + 11 = -8 \neq 0.$

Não estão alinhados.

(d) $\begin{vmatrix} 6 & 12 & 1 \\ -5 & -\frac{8}{3} & 1 \\ 0 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 6(-\frac{8}{3} - 4) - 12(-5-0) + 1(-20) = -40 + 60 - 20 = 0.$

Estão alinhados.

(e) $\begin{vmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 6 & -9 & 1 \end{vmatrix} = -2(0+9) - 3(0-6) + 1(0) = -18 + 18 = 0.$

Estão alinhados.

(f) $\begin{vmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ -3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -2(0-2) - 3(0+3) + 0 = 4 - 9 = -5 \neq 0.$

Não estão alinhados.

19. $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ m & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad 3(2-(-2)) - 1(m-0) + 1(-2m-0) = 0$

$3(4) - m - 2m = 0$

$12 - 3m = 0 \Rightarrow 12 = 3m \Rightarrow m = 4.$

20. Encontrando a equação da reta que passa por P e Q.

- **Coeficiente angular** (m): $m = \dfrac{-3-5}{-1-3} = \dfrac{-8}{-4} = 2.$
- **Equação da reta:** $y - 5 = 2(x-3) \Rightarrow y - 5 = 2x - 6 \Rightarrow y = 2x - 1.$

Qualquer ponto que satisfaça a equação $y = 2x - 1$ está na reta.

Exemplo: para $x = 0$, $y = 2(0) - 1 = -1$. Ponto: **(0, -1)**.

21. Para formarem um triângulo, os pontos não podem ser colineares.

$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \\ 5 & \frac{k}{2} & 1 \end{vmatrix} \neq 0 \qquad \Rightarrow \qquad 2(3 - \frac{k}{2}) - (-3)(4-5) + 1(4 \cdot \frac{k}{2} - 5 \cdot 3) \neq 0$

$6 - k + 3(-1) + (2k - 15) \neq 0$

$6 - k - 3 + 2k - 15 \neq 0$

$k - 12 \neq 0 \Rightarrow k \neq 12.$

Os pontos são vértices de um triângulo para $k \neq 12$.