

Лабораторная работа №2

Задача о погоне

Желдакова В. А.

17 февраля 2024

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

- Желдакова Виктория Алексеевна
- студентка группы НФИбд-01-21
- Российский университет дружбы народов



Вводная часть

- Изучить основы языков Julia и OpenModelica.
- Познакомиться с библиотеками Plots и DifferentialEquations для построения графиков и решения дифференциальных уравнений.
- Решить задачу о погоне с использованием обоих языков.

Julia — высокоуровневый свободный язык программирования с динамической типизацией, созданный для математических вычислений. Эффективен также и для написания программ общего назначения. Julia написан на Си, C++ и Scheme. Имеет встроенную поддержку многопоточности и распределённых вычислений, реализованные в том числе в стандартных конструкциях.

OpenModelica — свободное открытое программное обеспечение для моделирования, симуляции, оптимизации и анализа сложных динамических систем. OpenModelica используется в академической среде и на производстве. В промышленности используется в области оптимизации энергоснабжения, автомобилестроении и водоочистке.

Вариант 16

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 9,5 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 3,3 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

Ход работы

Согласно варианту расстояние между лодкой и катером равно 9,5 км, а отношение скорости катера в 3,3 раза больше скорости браконьерской лодки.

Введём полярные координаты с центром в точке нахождения браконьеров и осью, проходящей через катер береговой охраны. Чтобы найти расстояние x (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. За это время лодка пройдет x , а катер $9,5 + x$. Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как $\frac{x}{v}$ или $\frac{9,5-x}{3,3v}$ (во втором случае $\frac{9,5+x}{3,3v}$). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Мы получаем объединение из двух уравнений для двух различных начальных положений катера:

$$\left[\begin{array}{l} \frac{x}{v} = \frac{9,5-x}{3,3v} \\ \frac{x}{v} = \frac{9,5+x}{3,3v} \end{array} \right.$$

Из данных уравнений можно найти расстояние, после которого катер начнёт раскручиваться по спирали. Для данных уравнений решения будут следующими: $x_1 = \frac{95}{43}$, $x_2 = \frac{95}{23}$. Задачу будем решать для двух случаев. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки v . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: $v_r = \frac{dr}{dt} = v$ - радиальная скорость и $v_\tau = r \frac{d\theta}{dt}$ - тангенциальная скорость.

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{8925}v \end{cases}$$

с начальными условиями

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_1 = \frac{95}{43} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = x_2 = \frac{95}{23} \end{cases}$$

Исключая из полученной системы производную по t , можно перейти к следующему уравнению (с неизменными начальными условиями):

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{8925}}$$

OpenModelica

Реализация решения данной задачи невозможна с помощью OpenModelica, т.к. в ней не поддерживаются полярные координаты.

Julia

Установим Julia и пакеты Plots и DifferentialEquations для создания графиков и решения дифференциальных уравнений соответственно и проверим их установку.

В результате работы программы получаем графики для обоих случаев начального положения катера относительно полюса.

Задача о погоне - случай 1

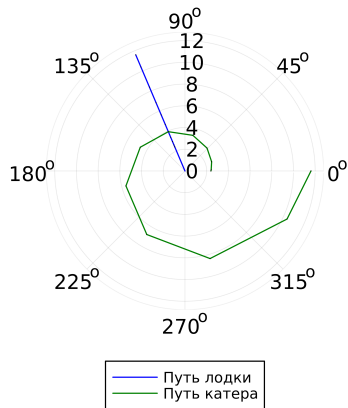


Рис. 1: График для первого случая

Задача о погоне - случай 2

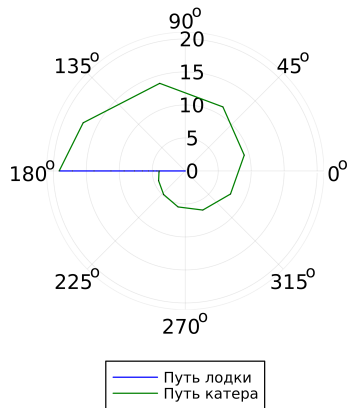


Рис. 2: График для второго случая

Выводы

Изучила основы языков Julia и OpenModelica. Познакомилась с библиотеками Plots и DifferentialEquations для построения графиков и решения дифференциальных уравнений. Решила задачу о погоне только с использованием языка Julia, т.к. OpenModelica не поддерживает работу с полярными координатами.

...