# Лабораторная работа №5

## Модель хищник-жертва

Желдакова В. А.

01 марта 2024

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

# Информация

# Докладчик

- Желдакова Виктория Алексеевна
- студентка группы НФИбд-01-21
- Российский университет дружбы народов

# Вводная часть

# Цель работы

Построить график зависимости численности хищников от численности жертв, графики изменения численности хищников и численности жертв и найти стационарное состояние системы с помощью языков OpenModelica и Julia.

# Задание

### Вариант 16

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.59x(t) + 0.058x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.57y(t) - 0.056x(t)y(t) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0 = 8, y_0 = 18$. Найдите стационарное состояние системы.

# Ход работы

# Математическая модель

Простейшая модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры. Данная двувидовая модель основывается на следующих предположениях:

1. Численность популяции жертв x и хищников y зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории)
2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает
3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными
4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается
5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников

# Математическая модель

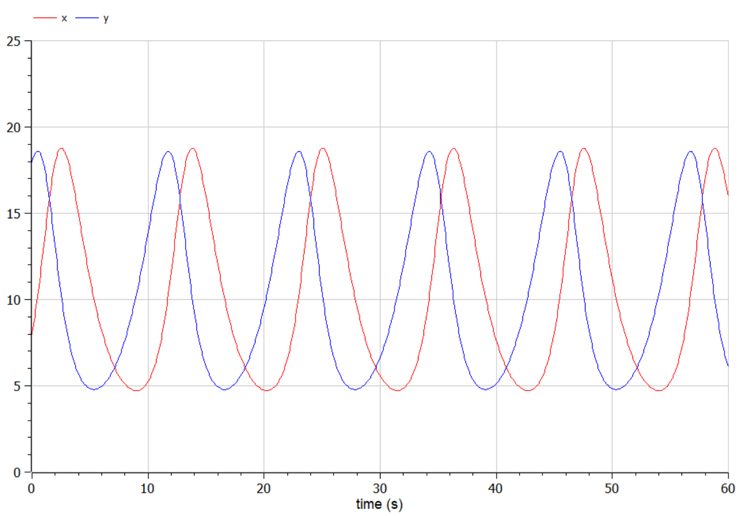
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = ax(t) - bx(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = -cy(t) + dx(t)y(t) \end{cases}$$

В этой модели $x$ – число жертв, $y$ - число хищников. Коэффициент a описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников,  - естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников ($xy$). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены $-bxy$ и $dxy$ в правой части уравнения).

Математический анализ этой (жесткой) модели показывает, что имеется стационарное состояние, всякое же другое начальное состояние (B) приводит к периодическому колебанию численности как жертв, так и хищников, так что по прошествии некоторого времени система возвращается в состояние B.

Стационарное состояние системы (1) (положение равновесия, не зависящееот времени решение) будет в точке: $x_0 = \frac{c}{d}, y_0 = \frac{a}{b}$. Если начальные значения задать в стационарном состоянии $x(0) = x_0, y(0) = y_0$, то в любой момент времени численность популяций изменяться не будет. При малом отклонении от положения равновесия численности как хищника, так и жертвы с течением времени не возвращаются к равновесным значениям, а совершают периодические колебания вокруг стационарной точки. Амплитуда колебаний и их период определяется начальными значениями численностей $x(0), y(0)$. Колебания совершаются в противофазе.

OpenModelica



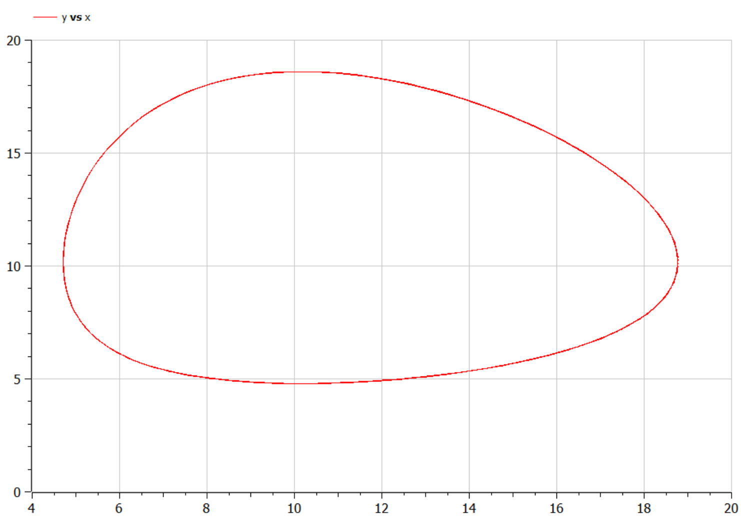



**Рис. 2:** График зависимости численности хищников от численности жертв

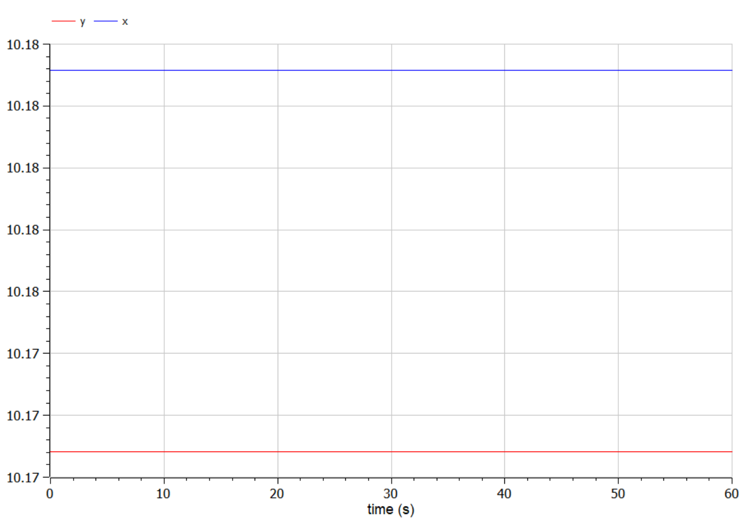



**Рис. 3:** Стационарное состояние системы

# Решение с помощью языков программирования

## Julia

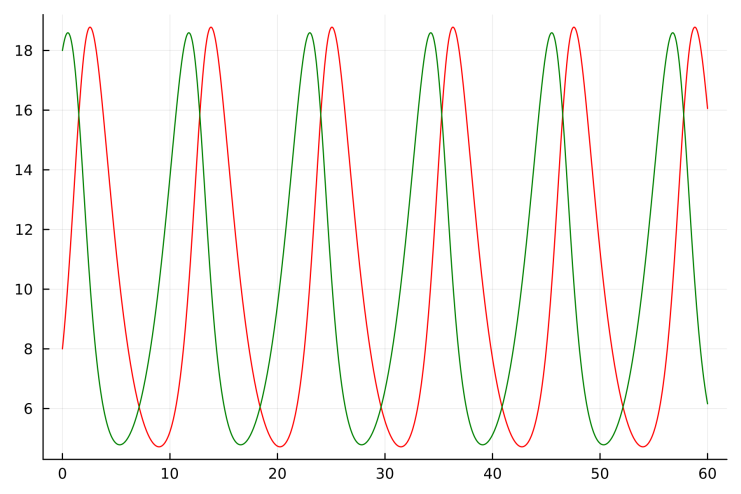





**Рис. 4:** График изменения численности хищников и численности жертв

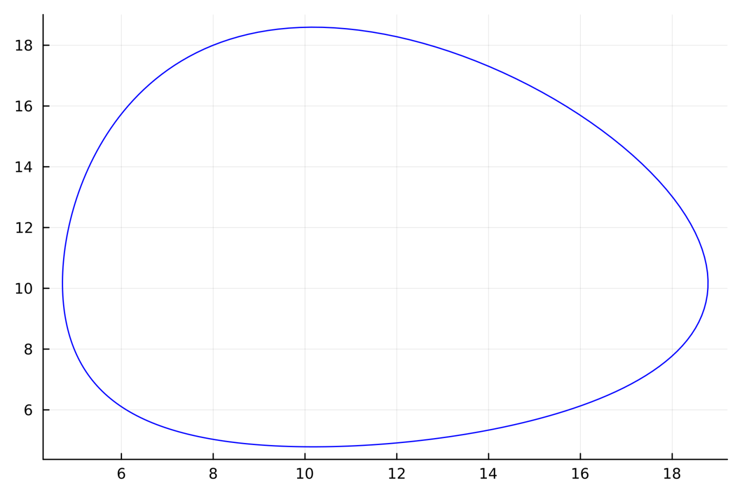



**Рис. 5:** График зависимости численности хищников от численности жертв

# Решение с помощью языков программирования

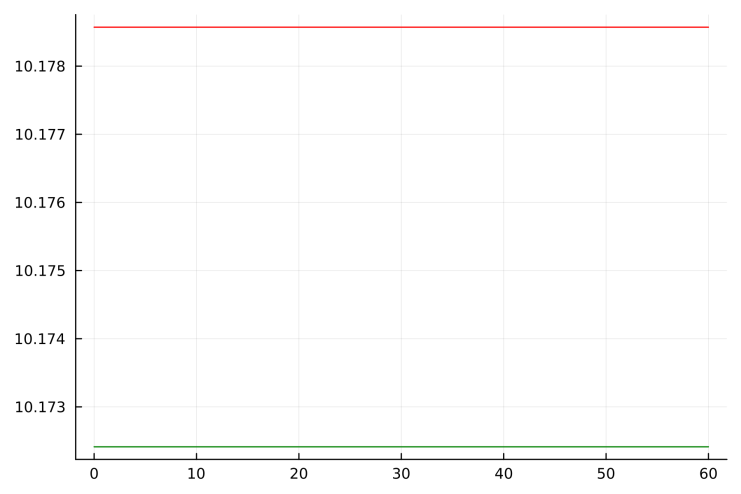



**Рис. 6:** Стационарное состояние системы

Графики в OpenModelica получились идентичными с графиками, полученными с помощью Julia.

# Выводы

# Выводы

Построили графики зависимости численности хищников от численности жертв, графики изменения численности хищников и численности жертв и нашли стационарное состояние систем с помощью языков OpenModelica и Julia.