

# Лабораторная работа №8

## Модель конкуренции двух фирм

---

Желдакова В. А.

18 марта 2024

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

## Информация

---

- Желдакова Виктория Алексеевна
- студентка группы НФИбд-01-21
- Российский университет дружбы народов



## Вводная часть

---

Изучить и построить модель конкуренции двух фирм.

### Вариант 16

Случай 1. Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{dM_1}{d\Theta} = M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\Theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2$$

где

$$a_1 = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 Nq}$$

$$a_2 = \frac{p_{cr}}{\tau_2^2 \tilde{p}_2^2 Nq}$$

$$b = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 \tau_2^2 \tilde{p}_2^2 Nq}$$

$$c_1 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_1}{\tau_1 \tilde{p}_1}$$

$$c_2 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_2}{\tau_2 \tilde{p}_2}$$

Также введена нормировка  $t = c_1 \theta$

Случай 2. Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед  $M_1 M_2$  будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{dM_1}{d\Theta} = M_1 - \left(\frac{b}{c_1} + 0.0007\right)M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1}M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\Theta} = \frac{c_2}{c_1}M_2 - \frac{b}{c_1}M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1}M_2^2$$



Для обоих случаев рассмотрим задачу со следующими начальными условиями и параметрами:

$$M_0^1 = 4.4 \quad M_0^2 = 4$$

$$p_{cr} = 10.5 \quad N = 28 \quad q = 1$$

$$\tau_1 = 16 \quad \tau_2 = 25$$

$$\tilde{p}_1 = 7.2 \quad \tilde{p}_2 = 5.1$$

1. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 1.
2. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 2.

## Ход работы

---

Для построения модели конкуренции хотя бы двух фирм необходимо рассмотреть модель одной фирмы. Вначале рассмотрим модель фирмы, производящей продукт долговременного пользования, когда цена его определяется балансом спроса и предложения. Примем, что этот продукт занимает определенную нишу рынка и конкуренты в ней отсутствуют.

Обозначим:

$N$  – число потребителей производимого продукта.  $S$  – доходы потребителей данного продукта. Считаем, что доходы всех потребителей одинаковы. Это предположение справедливо, если речь идет об одной рыночной нише, т.е. производимый продукт ориентирован на определенный слой населения.  $M$  – оборотные средства предприятия.  $\tau$  – длительность производственного цикла.  $p$  – рыночная цена товара.  $\tilde{p}$  – себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции.  $\delta$  – доля оборотных средств, идущая на покрытие переменных издержек.  $\kappa$  – постоянные издержки, которые не зависят от количества выпускаемой продукции.  $Q(S/p)$  – функция спроса, зависящая от отношения дохода  $S$  к цене  $p$ . Она равна количеству продукта, потребляемого одним потребителем в единицу времени.

Функцию спроса товаров длительного использования часто представляют в простейшей форме:

$$Q = q - k \frac{p}{S} = q \left( 1 - \frac{p}{p_{cr}} \right)$$

где  $q$  – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени. Эта функция падает с ростом цены и при  $p = p_{cr}$  (критическая стоимость продукта) потребители отказываются от приобретения товара. Величина  $p_{cr} = Sq/k$ . Параметр  $k$  – мера эластичности функции спроса по цене. Таким образом, функция спроса в форме (1) является пороговой (то есть,  $Q(S/p) = 0$  при  $p \geq p_{cr}$ ) и обладает свойствами насыщения.

Уравнения динамики оборотных средств можно записать в виде

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{M\delta}{\tau} + NQp - k = -\frac{M\delta}{\tau} + Nq\left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right)p - k$$

Уравнение для рыночной цены  $p$  представим в виде

$$\frac{dp}{dt} = \gamma \left( -\frac{M\delta}{\tau\tilde{p}} + Nq \left( 1 - \frac{p}{p_{cr}} \right) \right)$$

Первый член соответствует количеству поставляемого на рынок товара (то есть, предложению), а второй член – спросу.

Параметр  $\gamma$  зависит от скорости оборота товаров на рынке. Как правило, время торгового оборота существенно меньше времени производственного цикла  $t$ . При заданном  $M$  уравнение (3) описывает быстрое стремление цены к равновесному значению цены, которое устойчиво.

В этом случае уравнение (3) можно заменить алгебраическим соотношением

$$-\frac{M\delta}{\tau\tilde{p}} + Nq(1 - \frac{p}{p_{cr}}) = 0$$

Из (4) следует, что равновесное значение цены  $p$  равно

$$p = p_{cr}(1 - \frac{M\delta}{\tau\tilde{p}Nq})$$

Уравнение (2) с учетом (5) приобретает вид

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{M\delta}{\tau}(\frac{p}{p_{cr}} - 1) - M^2(\frac{\delta}{\tau\tilde{p}})^2\frac{p_{cr}}{Nq} - k$$



Уравнение (6) имеет два стационарных решения, соответствующих условию  $\frac{dM}{dt} = 0$ :

$$\widetilde{M}_{1,2} = \frac{1}{2}a \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - b}$$

где

$$a = Nq(1 - \frac{\tilde{p}}{p_{cr}}\tilde{p}\frac{\tau}{\delta}), b = kNq\frac{(\tau\tilde{p})^2}{p_{cr}\delta^2}$$

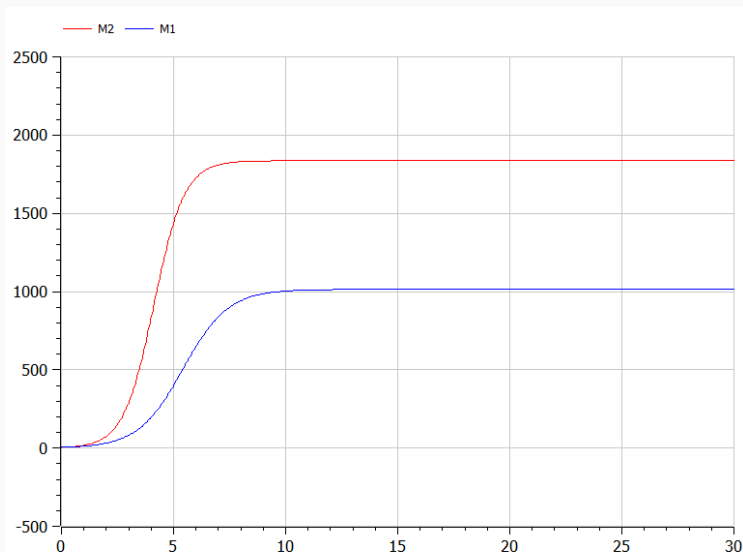
Из (7) следует, что при больших постоянных издержках (в случае  $a^2 < 4b$ ) стационарных состояний нет. Это означает, что в этих условиях фирма не может функционировать стабильно, то есть, терпит банкротство. Однако, как правило, постоянные затраты малы по сравнению с переменными (то есть,  $b \ll a^2$ ) и играют роль, только в случае, когда оборотные средства малы. При  $b \ll a$  стационарные значения  $M$  равны

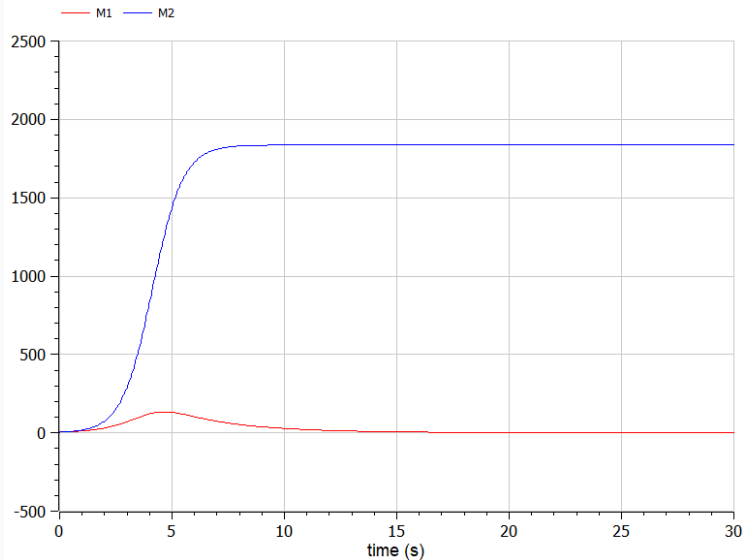
$$\widetilde{M}_+ = Nq\frac{\tau}{\delta}\left(1 - \frac{\tilde{p}}{p_{cr}}\right)\tilde{p}, \quad \widetilde{M}_- = k\tilde{p}\frac{\tau}{\delta(p_{cr} - \tilde{p})}$$

Первое состояние  $\widetilde{M}_+$  устойчиво и соответствует стабильному функционированию предприятия. Второе состояние  $\widetilde{M}_-$  неустойчиво, так, что при  $M < \widetilde{M}_-$  оборотные средства падают ( $\frac{dM}{dt} < 0$ ), то есть, фирма идет к банкротству. По смыслу  $\widetilde{M}_-$  соответствует начальному капиталу, необходимому для входа в рынок.

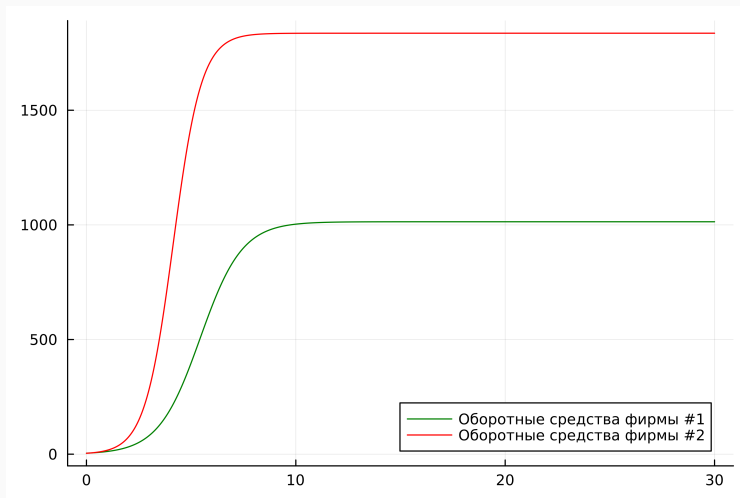
В обсуждаемой модели параметр  $\delta$  всюду входит в сочетании с  $\tau$ . Это значит, что уменьшение доли оборотных средств, вкладываемых в производство, эквивалентно удлинению производственного цикла. Поэтому мы в дальнейшем положим:  $\delta = 1$ , а параметр  $\tau$  будем считать временем цикла, с учётом сказанного.

## OpenModelica





Julia



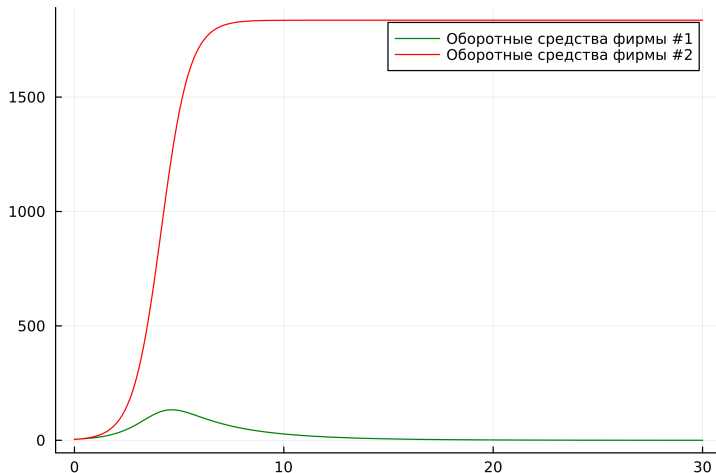


Рис. 4: График конкуренции двух фирм для второго случая

Графики в OpenModelica получились идентичными с графиками, полученными с помощью Julia.



## Выводы

---

Изучили и построили модель конкуренции двух фирм.