

Отчёт по лабораторной работе №6

Задача об эпидемии

Желдакова Виктория Алексеевна

Содержание

1	Цель работы	5
2	Задание	6
2.1	Вариант 16	6
3	Теоретическое введение	7
4	Выполнение лабораторной работы	9
4.1	Решение с помощью языков программирования	9
4.1.1	OpenModelica	9
4.1.2	Julia	11
4.2	Анализ	15
5	Выводы	16
	Список литературы	17

Список иллюстраций

4.1	График протекания эпидемии в условиях изоляции зараженных .	10
4.2	График протекания эпидемии в условиях, инфицированные способны заражать восприимчивых к болезни особей	11
4.3	График протекания эпидемии в условиях изоляции зараженных .	13
4.4	График протекания эпидемии в условиях, инфицированные способны заражать восприимчивых к болезни особей	15

Список таблиц

1 Цель работы

Изучить и построить модель эпидемии с помощью языков OpenModelica и Julia.

2 Задание

2.1 Вариант 16

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N = 10100$) в момент начала эпидемии ($t = 0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 66$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 26$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$.

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. $I(0) \leq I^*$
2. $I(0) > I^*$

3 Теоретическое введение

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначаемая через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения I^* , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(0) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей. Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S & , \text{если } I(t) > I^* \\ 0 & , \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I & , \text{если } I(t) > I^* \\ -\beta I & , \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие

иммунитет к болезни)

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0) = 0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \leq I^*$ и $I(0) > I^*$

4 Выполнение лабораторной работы

4.1 Решение с помощью языков программирования

4.1.1 OpenModelica

Код программы для случая с изолированными больными [1]:

```
model lab06_1
Real N = 10100;
Real I;
Real R;
Real S;
Real alpha = 0.2;
Real beta = 0.6;
initial equation
I = 66;
R = 26;
S = N - I - R;
equation
der(S) = 0;
der(I) = -beta*I;
der(R) = beta*I;
end lab06_1;
```

В результате работы программы получаем следующий график: (рис. 4.1).

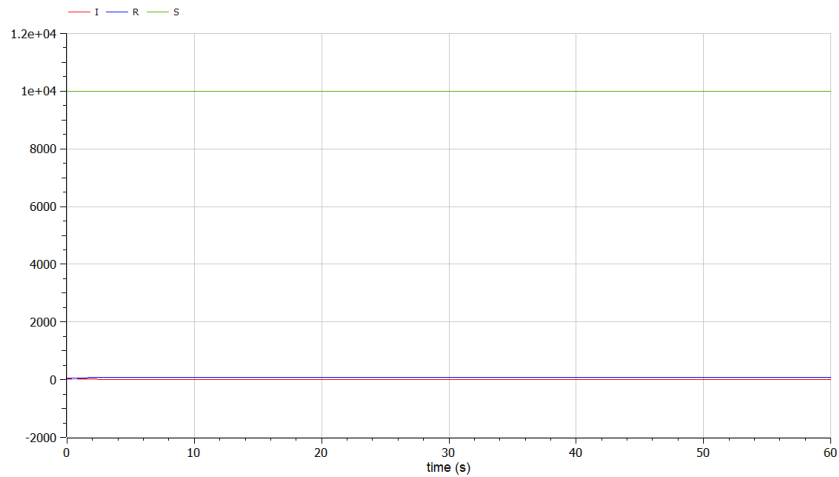


Рис. 4.1: График протекания эпидемии в условиях изоляции зараженных

Код программы для случая, когда инфицированные способны заражать восприимчивых к болезни особей:

```
model lab06_2
Real N = 10100;
Real I;
Real R;
Real S;
Real alpha = 0.4;
Real beta = 0.2;
initial equation
I = 66;
R = 26;
S = N - I - R;
equation
der(S) = -alpha*S;
der(I) = alpha*S - beta*I;
der(R) = beta*I;
end lab06_2;
```

В результате работы программы получаем следующий график: (рис. 4.2).

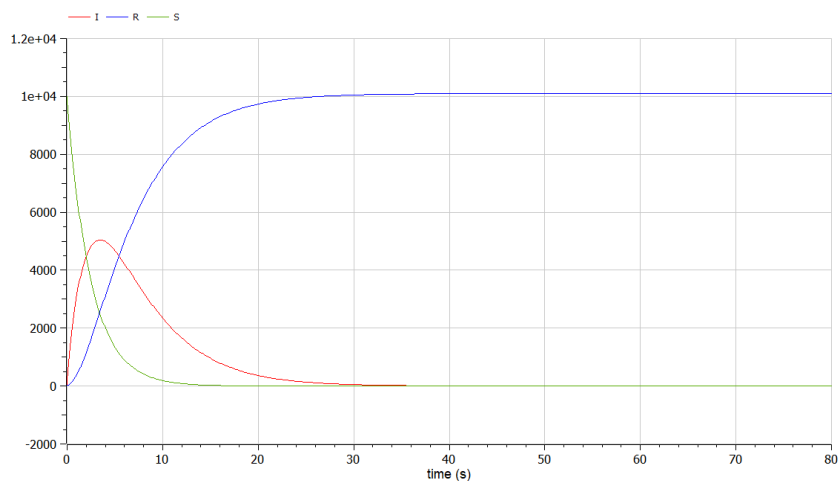


Рис. 4.2: График протекания эпидемии в условиях, инфицированные способны заражать восприимчивых к болезни особей

4.1.2 Julia

Код программы для случая с изолированными больными [2]:

```
using Plots
using DifferentialEquations
```

```
N = 10100
```

```
I0 = 66
```

```
R0 = 26
```

```
S0 = N - I0 - R0
```

```
alpha = 0.2
```

```
beta = 0.6
```

```
function ode_fn(du, u, p, t)
```

```
    S, I, R = u
```

```

    du[1] = 0
    du[2] = -beta*u[2]
    du[3] = beta*I
end

v0 = [S0, I0, R0]
tspan = (0.0, 60.0)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
S = [u[1] for u in sol.u]
I = [u[2] for u in sol.u]
R = [u[3] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt = plot(dpi=600, legend=:topright)
plot!(plt, T, S, label = "Восприимчивые особи", color=:blue)
plot!(plt, T, I, label = "Инфицированные особи", color=:green)
plot!(plt, T, R, label = "Особи с иммунитетом", color=:red)

savefig(plt, "lab06_1.png")

```

В результате работы программы получаем следующий график: (рис. 4.3).

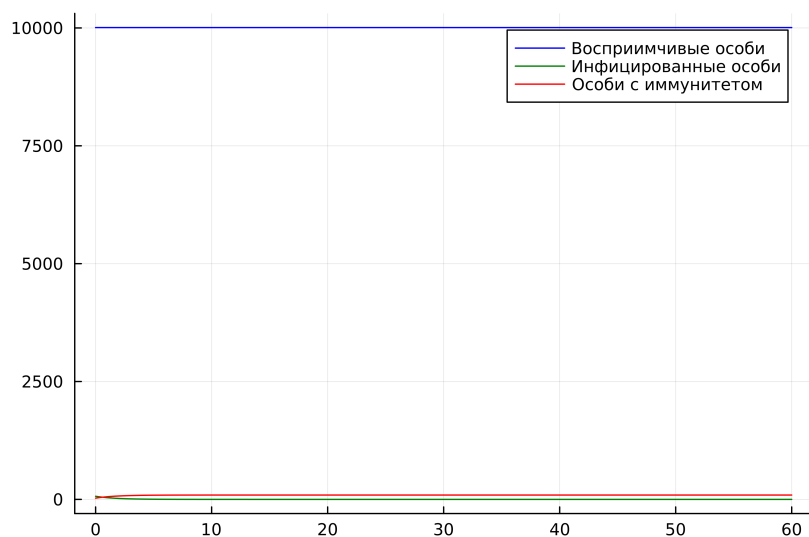


Рис. 4.3: График протекания эпидемии в условиях изоляции зараженных

Код программы для случая, когда инфицированные способны заражать восприимчивых к болезни особей:

```
using Plots
using DifferentialEquations

N = 10100
I0 = 66
R0 = 26
S0 = N - I0 - R0

alpha = 0.4
beta = 0.2

function ode_fn(du, u, p, t)
    S, I, R = u
    du[1] = -alpha*u[1]
    du[2] = alpha*u[1] - beta*u[2]
```

```

        du[3] = beta*I
    end

    v0 = [S0, I0, R0]
    tspan = (0.0, 80.0)
    prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
    sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
    S = [u[1] for u in sol.u]
    I = [u[2] for u in sol.u]
    R = [u[3] for u in sol.u]
    T = [t for t in sol.t]

    plt = plot(dpi=600, legend=:right)
    plot!(plt, T, S, label = "Восприимчивые особи", color=:blue)
    plot!(plt, T, I, label = "Инфицированные особи", color=:green)
    plot!(plt, T, R, label = "Особи с иммунитетом", color=:red)

    savefig(plt, "lab06_2.png")

```

В результате работы программы получаем следующий график: (рис. 4.4).

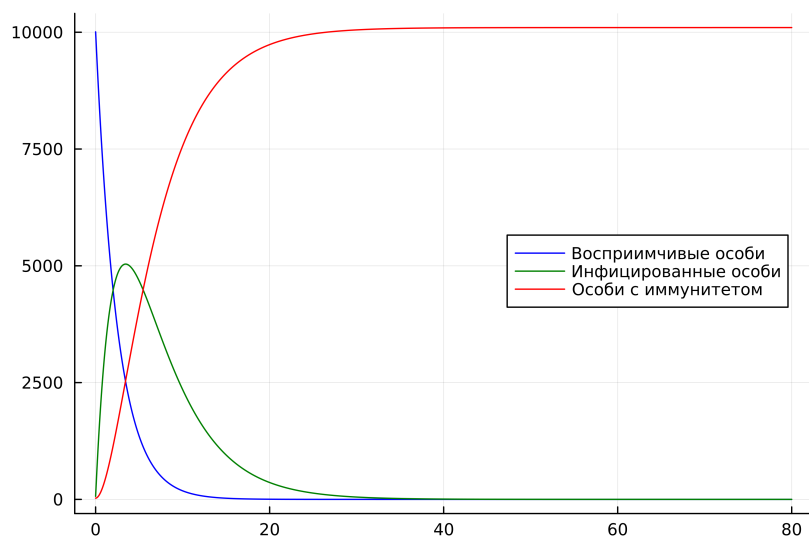


Рис. 4.4: График протекания эпидемии в условиях, инфицированные способны заражать восприимчивых к болезни особей

4.2 Анализ

Графики в OpenModelica получились идентичными с графиками, полученными с помощью Julia.

5 Выводы

Изучили и построили модель эпидемии с помощью языков OpenModelica и Julia.

Список литературы

- [1] Документация по OpenModelica: <https://openmodelica.org/>
- [2] Документация по Julia: <https://docs.julialang.org/en/v1/>