

Отчёт по лабораторной работе №3

Модель боевых действий

Желдакова Виктория Алексеевна

Содержание

1	Цель работы	5
2	Задание	6
2.1	Вариант 16	6
3	Теоретическое введение	7
3.1	Справка о языках программирования	7
3.2	Математическая справка	7
4	Выполнение лабораторной работы	9
4.1	Математическая модель	9
4.2	Решение с помощью языков программирования	10
4.2.1	OpenModelica	10
4.2.2	Julia	13
4.3	Анализ	16
5	Выводы	17
	Список литературы	18

Список иллюстраций

4.1	Окно программы OpenModelica	11
4.2	График для первого случая	13
4.3	График для второго случая	13
4.4	График для первого случая	15
4.5	График для второго случая	15

Список таблиц

1 Цель работы

Построить графики изменения численности войск армии X и армии Y для модели боевых действий между регулярными войсками и боевых действий между регулярными войсками и партизанскими отрядами с помощью языков OpenModelica и Julia.

2 Задание

2.1 Вариант 16

Между страной X и страной Y идет война. Численность состава войсчисляется от начала войны, и являются временными функциями $x(t)$ и $y(t)$. В начальный момент времени страна X имеет армию численностью 39800 человек, а в распоряжении страны Y армия численностью в 21400 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты a, b, c, h постоянны. Также считаем $P(t)$ и $Q(t)$ непрерывные функции.

Постройте графики изменения численности войск армии X и армии Y для следующих случаев: 1. Модель боевых действий между регулярными войсками

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -0,42x(t) - 0,68y(t) + \sin(5t + 1) \\ \frac{dy}{dt} &= -0,59x(t) - 0,43y(t) + \cos(5t + 2)\end{aligned}$$

2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -0,301x(t) - 0,7y(t) + \sin(20t) + 1 \\ \frac{dy}{dt} &= -0,502x(t)y(t) - 0,4y(t) + \cos(20t) + 1\end{aligned}$$

3 Теоретическое введение

3.1 Справка о языках программирования

Julia — высокоуровневый свободный язык программирования с динамической типизацией, созданный для математических вычислений. Эффективен также и для написания программ общего назначения. Синтаксис языка схож с синтаксисом других математических языков (например, MATLAB и Octave), однако имеет некоторые существенные отличия. Julia написан на Си, C++ и Scheme. Имеет встроенную поддержку многопоточности и распределённых вычислений, реализованные в том числе в стандартных конструкциях.

OpenModelica — свободное открытое программное обеспечение для моделирования, симуляции, оптимизации и анализа сложных динамических систем. Основано на языке Modelica. Активно развивается Open Source Modelica Consortium, некоммерческой неправительственной организацией. Open Source Modelica Consortium является совместным проектом RISE SICS East AB и Линчёпингского университета. OpenModelica используется в академической среде и на производстве. В промышленности используется в области оптимизации энергоснабжения, автомобилестроении и водоочистке.

3.2 Математическая справка

Дифференциальное уравнение — уравнение, которое помимо функции содержит её производные. Порядок входящих в уравнение производных может быть

различен (формально он ничем не ограничен). Производные, функции, независимые переменные и параметры могут входить в уравнение в различных комбинациях или отсутствовать вовсе, кроме хотя бы одной производной. Не любое уравнение, содержащее производные неизвестной функции, является дифференциальным.

Дифференциальные уравнения являются частным случаем функциональных уравнений. В отличие от алгебраических уравнений, в результате решения которых ищется число (несколько чисел), при решении дифференциальных уравнений ищется функция (семейство функций).

4 Выполнение лабораторной работы

4.1 Математическая модель

Рассмотрим два случая ведения боевых действий: 1. Боевые действия между регулярными войсками 2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов

В первом случае численность регулярных войск определяется тремя факторами: - скорость уменьшения численности войск из-за причин, не связанных с боевыми действиями (болезни, травмы, дезертирство); - скорость потерь, обусловленных боевыми действиями противоборствующих сторон (что связано с качеством стратегии, уровнем вооружения, профессионализмом солдат и т.п.); - скорость поступления подкрепления (задаётся некоторой функцией от времени).

В этом случае модель боевых действий между регулярными войсками описывается следующим образом

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t) \\ \frac{dy}{dt} &= -c(t)x(t) - h(t)y(t) + Q(t)\end{aligned}$$

Потери, не связанные с боевыми действиями, описывают члены $-a(t)x(t)$ и $-h(t)y(t)$, члены $-b(t)y(t)$ и $-c(t)x(t)$ отражают потери на поле боя. Коэффициенты $b(t)$ и $c(t)$ указывают на эффективность боевых действий со стороны y и x соответственно, $a(t), h(t)$ - величины, характеризующие степень влияния различных факторов на потери. Функции $P(t), Q(t)$ учитывают возможность

подхода подкрепления к войскам X и Y в течение одного дня. Во втором случае в борьбу добавляются партизанские отряды. Нерегулярные войска в отличии от постоянной армии менее уязвимы, так как действуют скрытно, в этом случае сопернику приходится действовать неизбирательно, по площадям, занимаемым партизанами. Поэтому считается, что тем потерь партизан, проводящих свои операции в разных местах на некоторой известной территории, пропорционален не только численности армейских соединений, но и численности самих партизан. В результате модель принимает вид:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t) \\ \frac{dy}{dt} &= -c(t)x(t)y(t) - h(t)y(t) + Q(t)\end{aligned}$$

4.2 Решение с помощью языков программирования

4.2.1 OpenModelica

Установим OpenModelica (рис. 4.1).

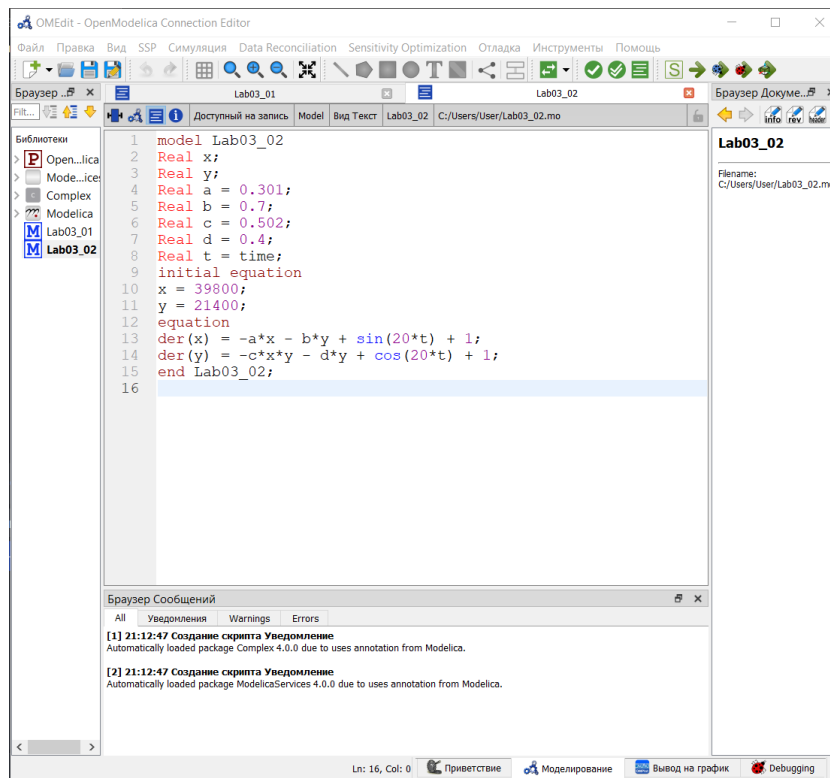


Рис. 4.1: Окно программы OpenModelica

Напишем программу для решения первого случая нашей задачи. [1] Код программы:

```

model Lab03_01
Real x;
Real y;
Real a = 0.42;
Real b = 0.68;
Real c = 0.59;
Real d = 0.43;
Real t = time;
initial equation
x = 39800;
y = 21400;

```

```

equation
der(x) = -a*x - b*y + sin(5*t+1);
der(y) = -c*x - d*y + cos(5*t+2);
end Lab03_01;

```

Напишем программу для решения второго случая нашей задачи. Код программы:

```

model Lab03_02
Real x;
Real y;
Real a = 0.301;
Real b = 0.7;
Real c = 0.502;
Real d = 0.4;
Real t = time;
initial equation
x = 39800;
y = 21400;
equation
der(x) = -a*x - b*y + sin(20*t) + 1;
der(y) = -c*x*y - d*y + cos(20*t) + 1;
end Lab03_02;

```

В результате симулирования моделей получаем графики для обоих видов боевых действий (рис. 4.2) (рис. 4.3).

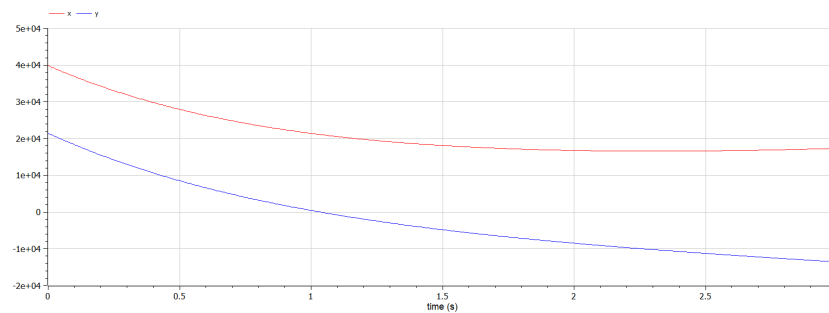


Рис. 4.2: График для первого случая

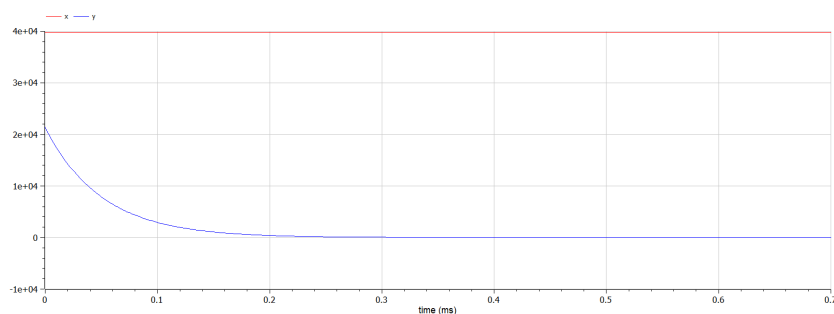


Рис. 4.3: График для второго случая

4.2.2 Julia

Напишем программу для решения нашей задачи на Julia. [2] Код программы:

```
using Plots;
using DifferentialEquations;

function one(du, u, p, t)
    du[1] = - 0.42*u[1] - 0.68*u[2] + sin(5*t+1)
    du[2] = - 0.59*u[1] - 0.43*u[2] + cos(5*t+2)
end

function two(du, u, p, t)
    du[1] = - 0.301*u[1] - 0.7*u[2] + sin(20*t) + 1
```

```

        du[2] = (- 0.502*u[1] - 0.4)*u[2] + cos(20*t) + 1
end

const people = Float64[39800, 21400]
const prom1 = [0.0, 3.0]
const prom2 = [0.0, 0.0007]

prob1 = ODEProblem(one, people, prom1)
prob2 = ODEProblem(two, people, prom2)

sol1 = solve(prob1, dtmax=0.1)
sol2 = solve(prob2, dtmax=0.000001)

A1 = [u[1] for u in sol1.u]
A2 = [u[2] for u in sol1.u]
T1 = [t for t in sol1.t]
A3 = [u[1] for u in sol2.u]
A4 = [u[2] for u in sol2.u]
T2 = [t for t in sol2.t]

plt1 = plot(dpi = 300, legend= true, bg =:white)
plot!(plt1, xlabel="Время", ylabel="Численность", title="Модель боевых действий -
случай 1", legend=:outerbottom)
plot!(plt1, T1, A1, label="Численность армии X", color =:red)
plot!(plt1, T1, A2, label="Численность армии Y", color =:green)
savefig(plt1, "lab03_1.png")

plt2 = plot(dpi = 1200, legend= true, bg =:white)
plot!(plt2, xlabel="Время", ylabel="Численность", title="Модель боевых действий -

```

```
случай 2", legend=:outerbottom)
plot!(plt2, T2, A3, label="Численность армии X", color =:red)
plot!(plt2, T2, A4, label="Численность армии Y", color =:green)
savefig(plt2, "lab03_2.png")
```

В результате работы программы получаем графики для обоих видов боевых действий (рис. 4.4) (рис. 4.5).

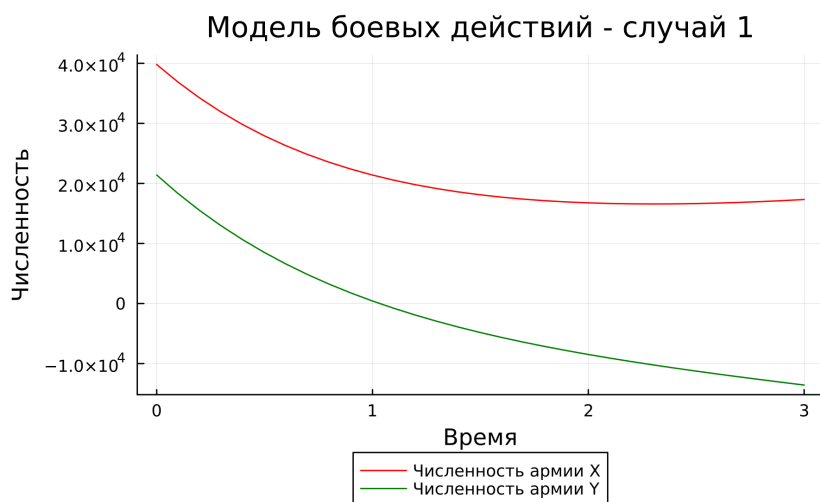


Рис. 4.4: График для первого случая

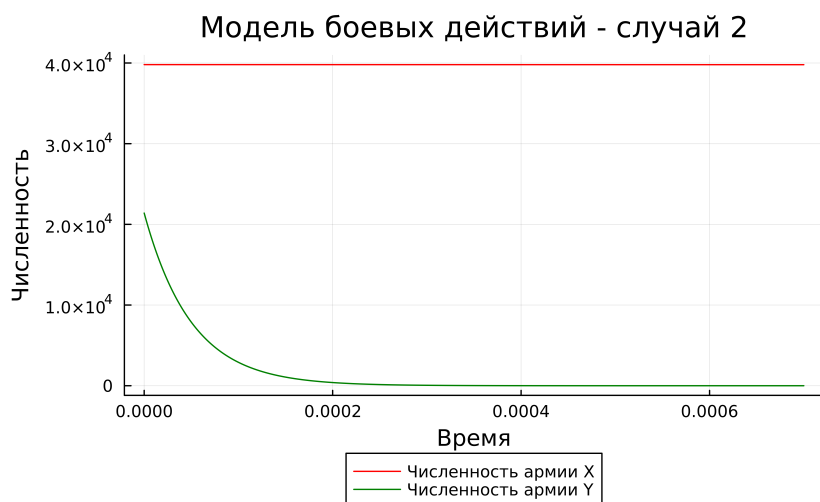


Рис. 4.5: График для второго случая

4.3 Анализ

Графики в OpenModelica получились идентичными с графиками, полученными с помощью Julia.

5 Выводы

Построили графики изменения численности войск армии X и армии Y для модели боевых действий между регулярными войсками и боевых действий между регулярными войсками и партизанскими отрядами с помощью языков OpenModelica и Julia.

Список литературы

[1] Документация по OpenModelica: <https://openmodelica.org/>

[2] Документация по Julia: <https://docs.julialang.org/en/v1/>