

# **Отчёт по лабораторной работе №5**

**Модель хищник-жертва**

Желдакова Виктория Алексеевна

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Задание</b>	<b>6</b>
2.1	Вариант 16 . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Теоретическое введение</b>	<b>7</b>
<b>4</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>9</b>
4.1	Решение с помощью языков программирования . . . . .	9
4.1.1	Julia . . . . .	9
4.1.2	OpenModelica . . . . .	13
4.2	Анализ . . . . .	16
<b>5</b>	<b>Выводы</b>	<b>17</b>
	<b>Список литературы</b>	<b>18</b>

## Список иллюстраций

4.1	График изменения численности хищников и численности жертв .	11
4.2	График зависимости численности хищников от численности жертв	11
4.3	Стационарное состояние системы . . . . .	13
4.4	График изменения численности хищников и численности жертв .	14
4.5	График зависимости численности хищников от численности жертв	14
4.6	Стационарное состояние системы . . . . .	15

## Список таблиц

# 1 Цель работы

Построить график зависимости численности хищников от численности жертв, графики изменения численности хищников и численности жертв и найти стационарное состояние системы с помощью языков OpenModelica и Julia.

## 2 Задание

### 2.1 Вариант 16

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.59x(t) + 0.058x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.57y(t) - 0.056x(t)y(t) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях:  $x_0 = 8, y_0 = 18$ . Найдите стационарное состояние системы.

### 3 Теоретическое введение

Простейшая модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры. Данная двухвидовая модель основывается на следующих предположениях: 1. Численность популяции жертв  $x$  и хищников  $y$  зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории) 2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает 3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными 4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается 5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = ax(t) - bx(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = -cy(t) + dx(t)y(t) \end{cases}$$

В этой модели  $x$  – число жертв,  $y$  - число хищников. Коэффициент  $a$  описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников,  $-c$  - естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников ( $xy$ ). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены  $-bxy$  и  $dxy$  в правой части уравнения).

Математический анализ этой (жесткой) модели показывает, что имеется стационарное состояние, всякое же другое начальное состояние ( $V$ ) приводит к пе-

риодическому колебанию численности как жертв, так и хищников, так что по прошествии некоторого времени система возвращается в состояние В.

Стационарное состояние системы (1) (положение равновесия, не зависящее от времени решение) будет в точке:  $x_0 = \frac{c}{d}$ ,  $y_0 = \frac{a}{b}$ . Если начальные значения задать в стационарном состоянии  $x(0) = x_0$ ,  $y(0) = y_0$ , то в любой момент времени численность популяций изменяться не будет. При малом отклонении от положения равновесия численности как хищника, так и жертвы с течением времени не возвращаются к равновесным значениям, а совершают периодические колебания вокруг стационарной точки. Амплитуда колебаний и их период определяется начальными значениями численностей  $x(0)$ ,  $y(0)$ . Колебания совершаются в противофазе.



## 4 Выполнение лабораторной работы

### 4.1 Решение с помощью языков программирования

#### 4.1.1 Julia

Код программы для нестационарного случая [2]:

```
using Plots
using DifferentialEquations

x0 = 8
y0 = 18

a = 0.59
b = 0.058
c = 0.57
d = 0.056

function ode_fn(du, u, p, t)
    x, y = u
    du[1] = -a*x + b*x*y
    du[2] = c*y - d*x*y
end
```

```

v0 = [x0, y0]
tspan = (0.0, 60.0)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax=0.05)
X = [u[1] for u in sol.u]
Y = [u[2] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt = plot(dpi=300, legend=false)
plot!(plt, X, Y, color=:blue)

savefig(plt, "lab05_1.png")

plt2 = plot(dpi=300, legend=false)
plot!(plt2, T, X, label="Численность жертв", color=:red)
plot!(plt2, T, Y, label="Численность хищников", color=:green)

savefig(plt2, "lab05_2.png")

```

В результате работы программы получаем следующие графики: (рис. 4.1) (рис. 4.2).

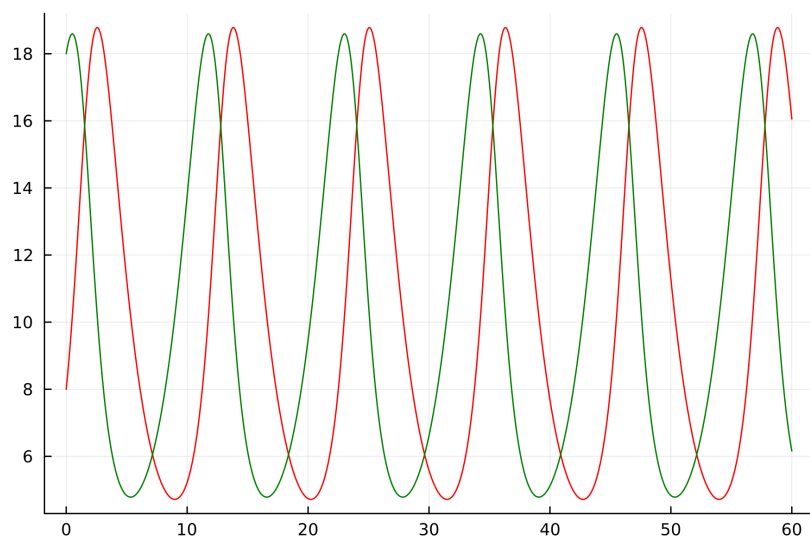


Рис. 4.1: График изменения численности хищников и численности жертв

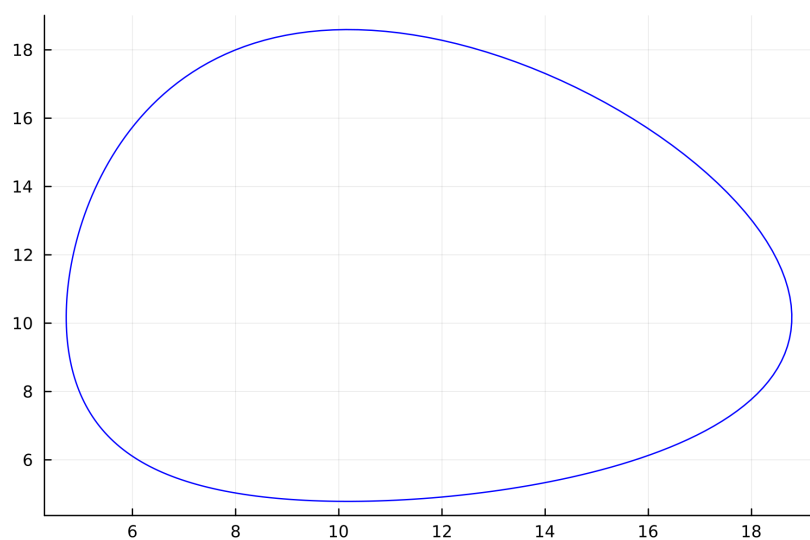


Рис. 4.2: График зависимости численности хищников от численности жертв

Код программы для стационарного случая:

```
ing Plots
using DifferentialEquations
```

$a = 0.59$

```

b = 0.058
c = 0.57
d = 0.056

x0 = c/d
y0 = a/b

function ode_fn(du, u, p, t)
    x, y = u
    du[1] = -a*x + b*x*y
    du[2] = c*y - d*x*y
end

v0 = [x0, y0]
tspan = (0.0, 60.0)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax=0.05)
X = [u[1] for u in sol.u]
Y = [u[2] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt2 = plot(dpi=300, legend=false)
plot!(plt2, T, X, label="Численность жертв", color=:red)
plot!(plt2, T, Y, label="Численность хищников", color=:green)

savefig(plt2, "lab05_3.png")

```

В результате работы программы получаем следующий график: (рис. 4.3).

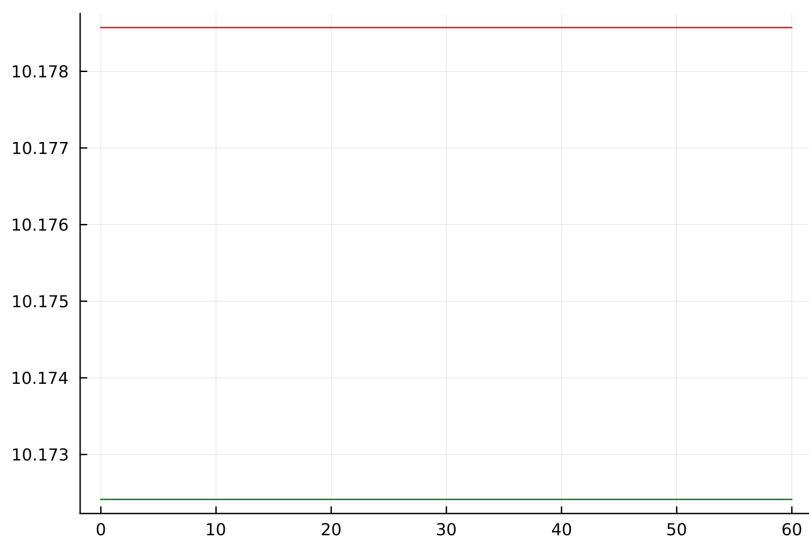


Рис. 4.3: Стационарное состояние системы

### 4.1.2 OpenModelica

Код программы для нестационарного случая [1]:

```
model lab05_1
  Real a = 0.59;
  Real b = 0.058;
  Real c = 0.57;
  Real d = 0.056;
  Real x;
  Real y;
  initial equation
    x = 8;
    y = 18;
  equation
    der(x) = -a*x + b*x*y;
    der(y) = c*y - d*x*y;
end lab05_1;
```

В результате работы программы получаем следующие графики: (рис. 4.4) (рис. 4.5).

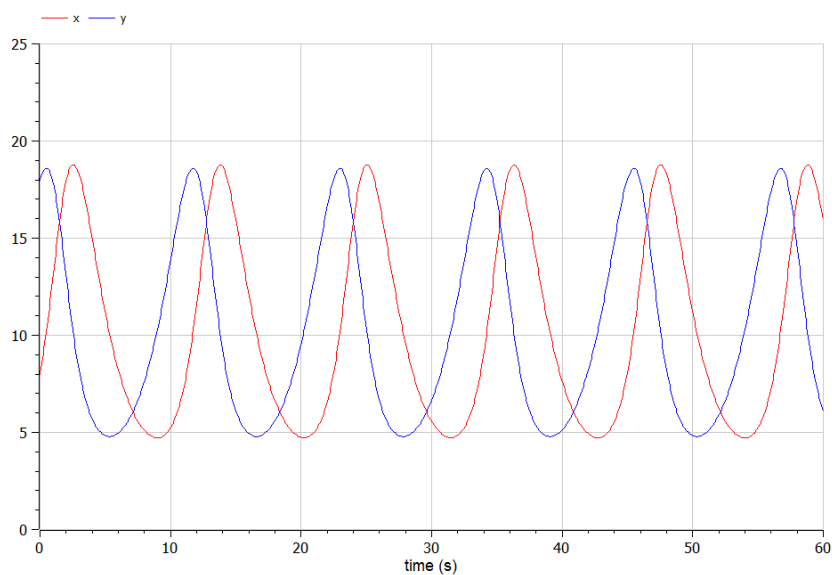


Рис. 4.4: График изменения численности хищников и численности жертв

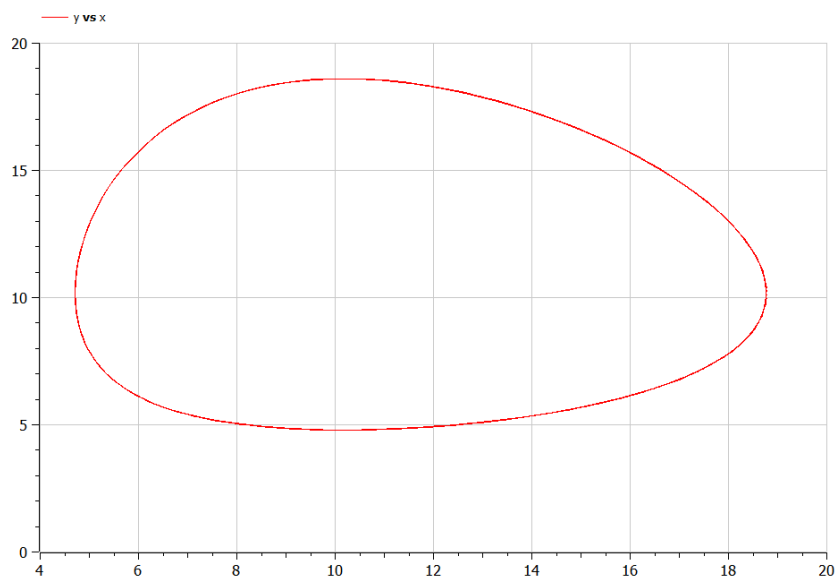


Рис. 4.5: График зависимости численности хищников от численности жертв

Код программы для стационарного случая:

```
model lab05_2
```

```

Real a = 0.59;
Real b = 0.058;
Real c = 0.57;
Real d = 0.056;
Real x;
Real y;
initial equation
x = c/d;
y = a/b;
equation
der(x) = -a*x + b*x*y;
der(y) = c*y - d*x*y;
end lab05_2;

```

В результате работы программы получаем следующий график: (рис. 4.6).

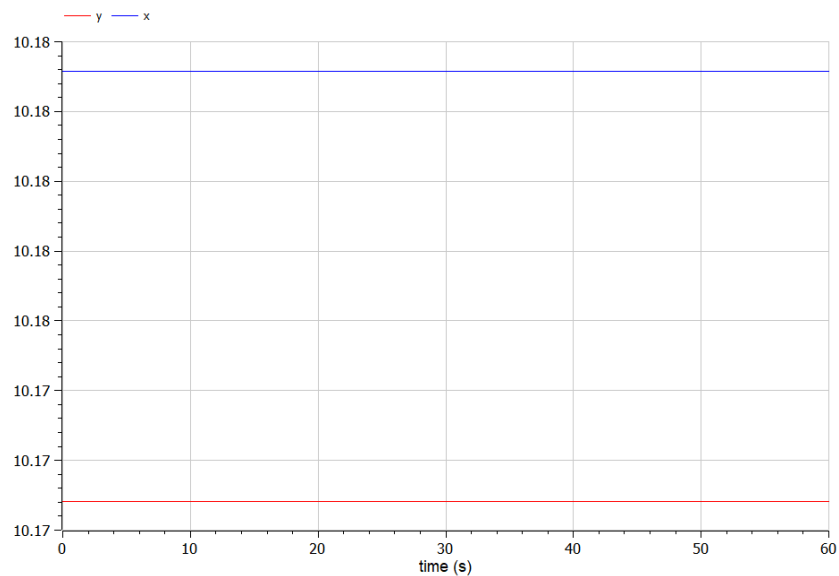


Рис. 4.6: Стационарное состояние системы

## 4.2 Анализ

Графики в OpenModelica получились идентичными с графиками, полученными с помощью Julia.



## 5 Выводы

Построили графики зависимости численности хищников от численности жертв, графики изменения численности хищников и численности жертв и нашли стационарное состояние систем с помощью языков OpenModelica и Julia.

## Список литературы

- [1] Документация по OpenModelica: <https://openmodelica.org/>
- [2] Документация по Julia: <https://docs.julialang.org/en/v1/>