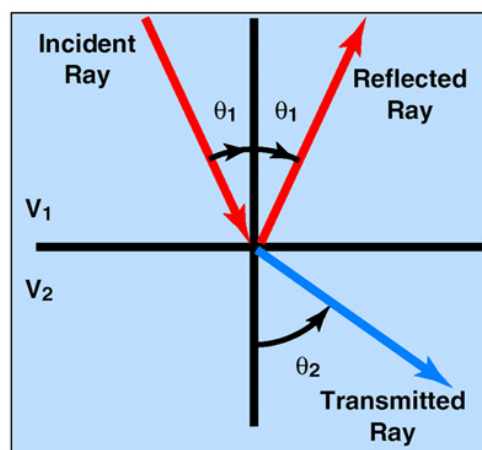




# Ótica Geométrica

## Construções Geométricas em Lentes Delgadas (aproximação paraxial)

### 1 Lei de Snell-Descartes



$$n_1 \cdot \sin \theta_1 = n_2 \cdot \sin \theta_2 \quad (1)$$

### 2 Construções Geométricas em Lentes Delgadas (aproximação paraxial)

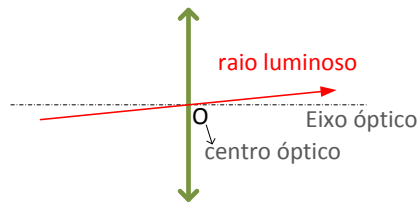
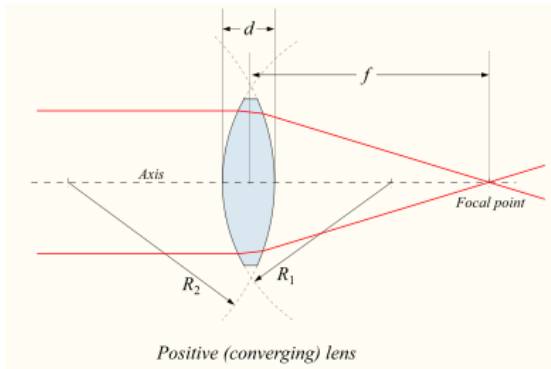
#### 2.1 Aproximações

##### 2.1.1 Lentes Delgadas

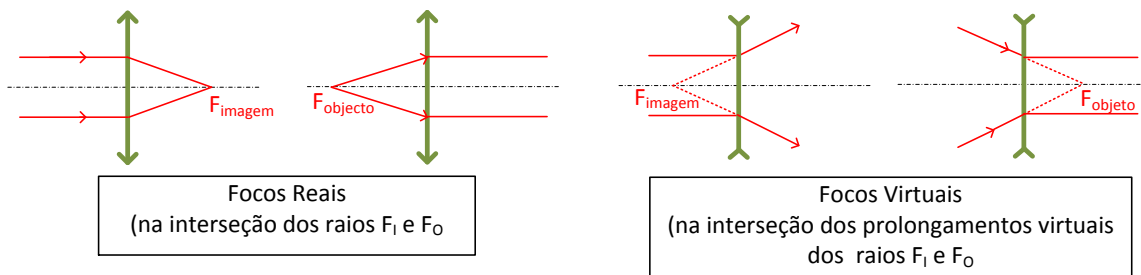
Um Lente é considerada **delgada** quando a sua largura,  $d$ , é desprezável face à sua distância focal  $d \ll f$ .

##### 2.1.2 Aproximação paraxial

Feixes inclinados em relação ao eixo óptico de lente de um ângulo  $\alpha$ , tal que  $\sin \alpha \approx \alpha$ , e  $\tan \alpha \approx \alpha$ , com  $\alpha < 0.1 \text{ rad} \sim 5^\circ$

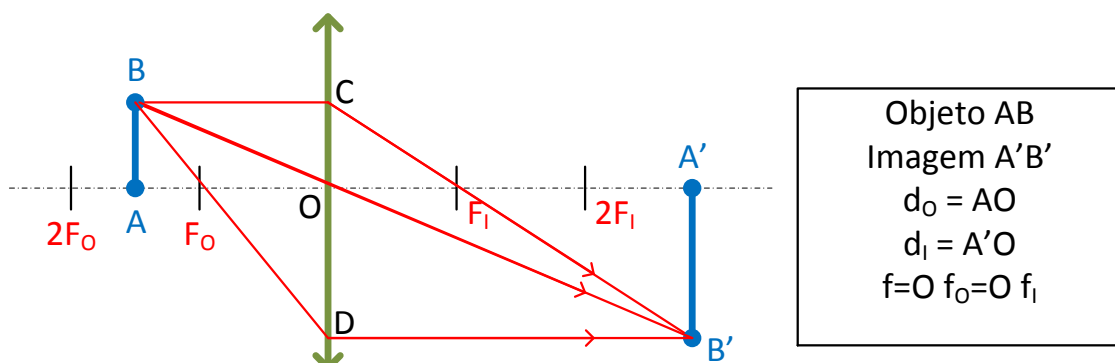


## 2.2 Focos e Imagens



Nas imagens Reais os raios de luz passam de facto na posição da imagem e são as únicas que podem ser projetadas no ecrã. As imagens Virtuais, os raios parecem que vêm da imagem mas não passam nela e são geralmente visíveis através da Lente.

## 2.3 Objeto e Imagem - Focos Conjugados



Pela semelhança de triângulos.

$$\Delta ABF_O \sim \Delta ODF_O \rightarrow AB/A'B' = AF_O/F_OO \rightarrow AB/A'B' = \frac{d_O - f}{f} \quad (2)$$

$$\Delta ABO \sim \Delta A'B'O \rightarrow AB/A'B' = AO/OA' \rightarrow AB/A'B' = d_O/d_I \quad (3)$$

$$\Delta COF_I \sim \Delta A'B'F_I \rightarrow AB/A'B' = OF_I/F_IA' \rightarrow AB/A'B' = \frac{f}{d_I - f} \quad (4)$$

de (2) e (4) obtemos a equação dos focos conjugados:

$$\boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{d_O} + \frac{1}{d_I}} \quad (5)$$

$AB$  e  $A'B'$  são respetivamente as dimensões lineares transversais do objeto e da imagem e define-se **ampliação transversal**,  $A$ :

$A = \frac{A'B'}{AB}$  que pode ser calculada por  $A_{calc} = \frac{d_I}{d_O}$  atendendo a (3)

No caso da última figura,  $d_O > 0$ ;  $d_I > 0$ ;  $f > 0$  e a imagem é **real** e **invertida**.

### 2.3.1 Lente Convergente - Imagem Real

É fácil provar que para o funcionamento de uma máquina fotográfica  $\boxed{0 < A \leq 1}$ : (a imagem é posicionada no sensor da camera)

$$\infty > d_O \geq 2f \rightarrow f > d_I \geq 2f \quad (6)$$

e na montagem de um projetor de cinema ou de imagem de computador  $\boxed{1 \geq A > \infty}$ :

$$f < d_O \leq 2f \rightarrow 2f \leq d_I < \infty \quad (7)$$

### 2.3.2 Lente Convergente - Imagem Virtual

Para objetos reais a imagem é sempre virtual.

### 2.3.3 Funcionamento de uma Lupa

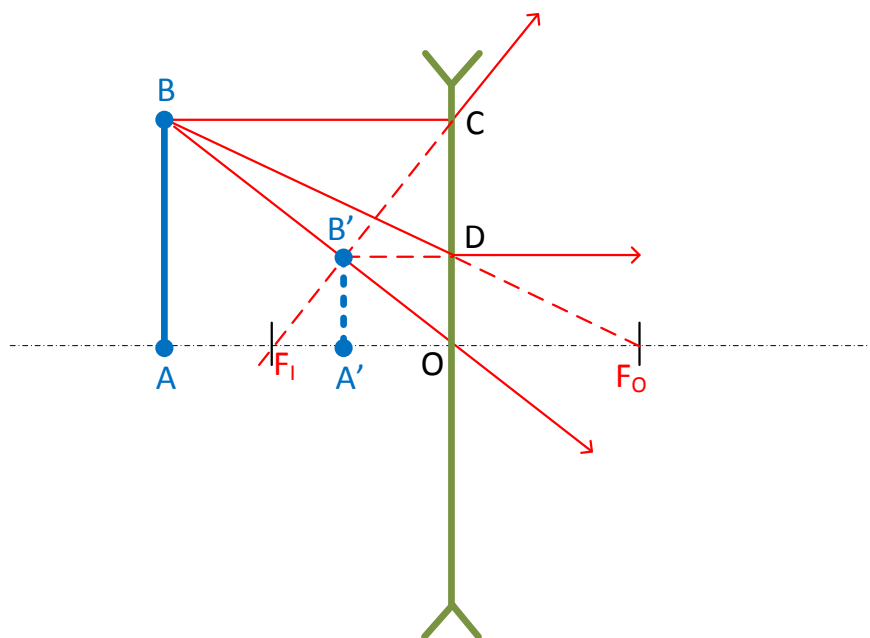
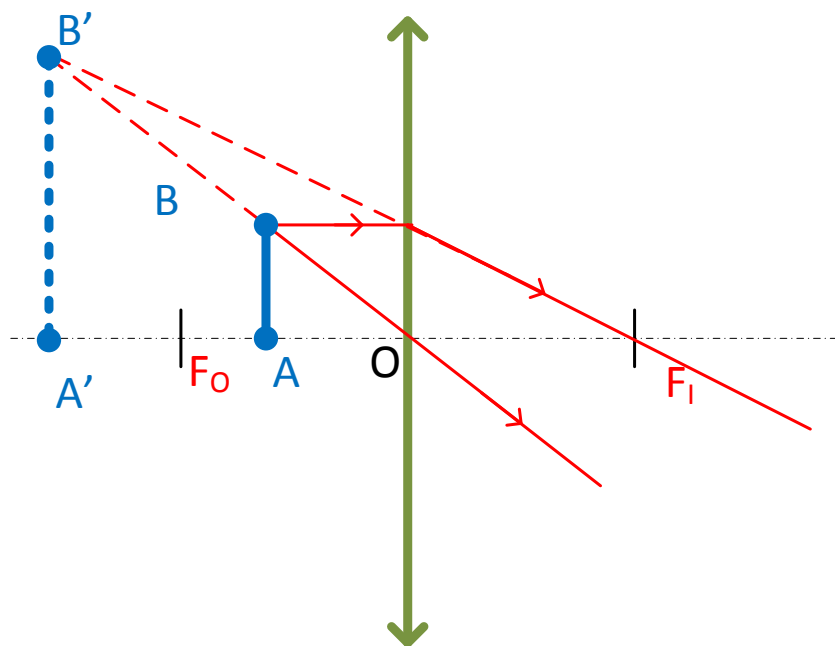
$$0 < d_O \leq \frac{f}{2} \quad -f \leq d_I < 0 \quad -2 \leq A < -1 \quad (8)$$

$$\frac{f}{2} \leq d_O < f \quad -\infty < d_I \leq -f \quad -\infty < A \leq -2 \quad (9)$$

### 2.3.4 Lente Divergente - Imagem Virtual

$A'B'$  é uma imagem **virtual** e **direita** com  $d_I < 0$  (imagem do mesmo lado do objeto).

$$f < 0 \rightarrow d_O > 0; \quad d_I < 0$$



A equação (5) pode ser obtida também pela semelhança de triângulos:

$$\Delta ABO \sim \Delta A'B'O \rightarrow AB/A'B' = \frac{d_0}{d_I} \rightarrow -\infty < A < 0 \quad (10)$$

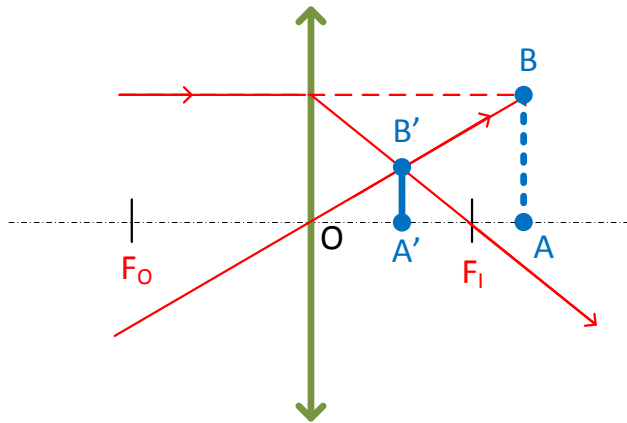
$$\Delta ABF_0 \sim \Delta DOF_0 \rightarrow \frac{d_0 + f}{f} = AB/A'B' \rightarrow \frac{d_0 + |f|}{|f|} = \frac{d_0}{d_I} \quad (11)$$

$$\Delta F_IC0 \sim \Delta F_IA'B' \rightarrow \frac{|f|}{|f| - |d_I|} = AB/A'B' \rightarrow \frac{|f|}{|f| - |d_I|} = \frac{d_0}{|d_I|} \quad (12)$$

As figuras construídas correspondem a objetos reais, i.e. são iluminados por luz proveniente da esquerda e situam-se antes da lente ( $d_O > 0$ ).

## 2.4 Situação de Objetos Virtuais ( $d_O < 0$ )

### 2.4.1 Lente Convergente - Imagem Real



Do objeto virtual obteve-se uma imagem **real** e **direita**.

$$d_O < 0; \quad f > 0$$

$$\frac{d_I}{-|d_O|} = \frac{f}{-|d_O| - f}$$

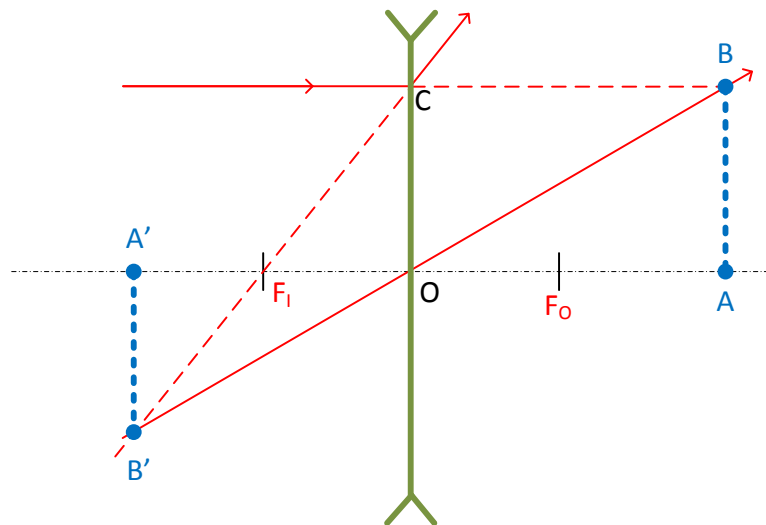
### 2.4.2 Lente Divergente - Imagem Virtual

$$d_O < 0 \quad f < 0$$

$$\frac{d_I}{-|d_O|} = \frac{|f|}{-|d_O| - |f|}$$

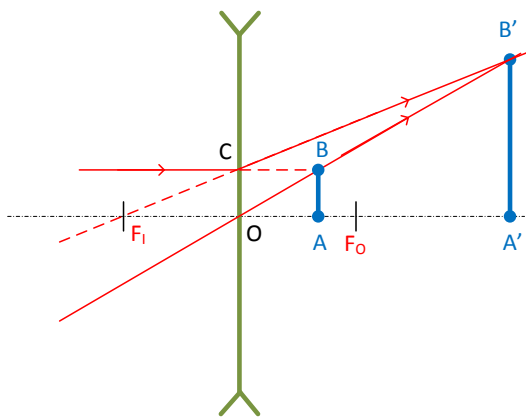
Conclui-se que no caso de uma lente divergente com um objeto virtual que a imagem também é virtual e invertida:

$$|d_O| = \begin{cases} |d_O| = |f| : & |d_I| \rightarrow \infty, \quad A \rightarrow \infty, \\ |f| < |d_O| < 2|f| : & |d_I| < 0, \quad A > 1, \\ |d_O| = 2|f| : & |d_I| = 2|f|, \quad A = 1, \\ |d_O| > 2|f| : & |d_I| < 0, \quad A < 1. \end{cases} \quad (13)$$



### 2.4.3 Lente Divergente - Imagem Real

$$\text{Se } d_O < 0; \quad |d_O| < |f|; \quad |d_O| < x|f|; \quad (x < 1) \rightarrow d_I > 0; \quad A > 1$$



A imagem é **real** e **direita**

## 2.5 Associação de Lentes delgadas

Para duas lentes delgadas de distâncias focais  $f_1$  e  $f_2$  afastadas de  $D$  pode calcular-se a distância focal equivalente do conjunto através de

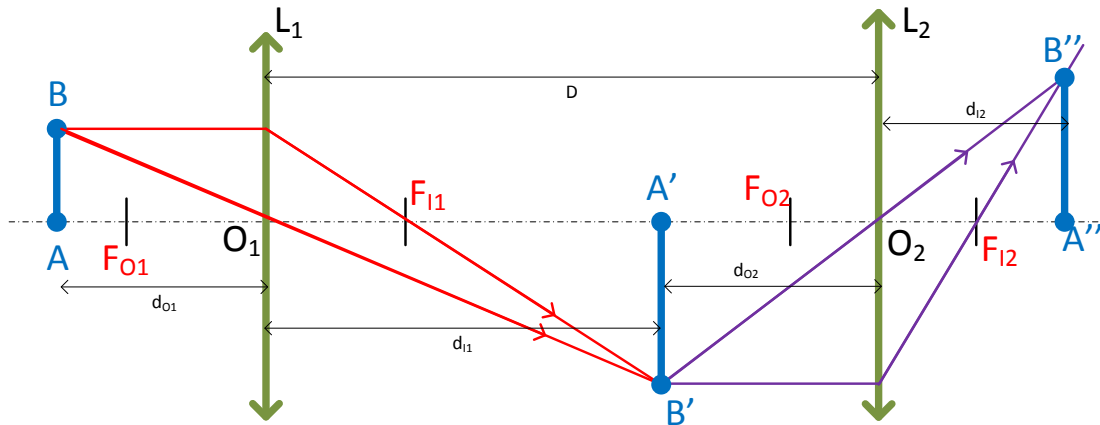
$$\boxed{\frac{1}{f_{equiv}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{D}{f_1 f_2}} \quad (14)$$

A dificuldade, quando se usa o método direto quer dos focos conjugados, para a determinação da distância focal equivalente,  $f_{equiv}$  é a medida das distâncias  $d_O$  e  $d_I$  (que são diferentes das distância do objeto e de imagem às superfícies das lentes ou ao seu planos médio).

É preferível usar a equação (5) para cada uma das lentes, e considerar que a primeira imagem (real ou virtual) irá constituir-se como o “objeto” para a segunda lente.

Vejamos o gráfico em diferentes posições.

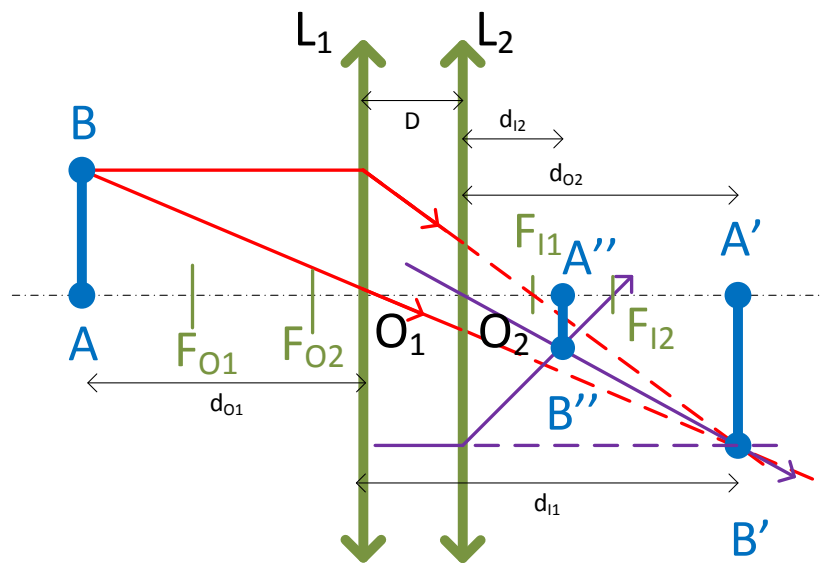
### 2.5.1 Duas lentes Convergentes afastadas de $D$



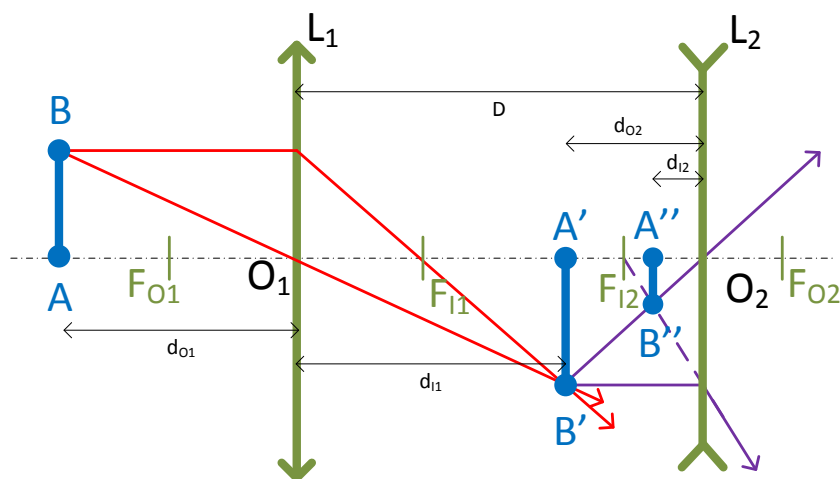
$$|d_O| = \begin{cases} \frac{1}{d_{O_1}} + \frac{1}{d_{I_1}} = \frac{1}{f_1} \\ \frac{1}{d_{O_2}} + \frac{1}{d_{I_2}} = \frac{1}{f_2} \\ O_1 O_2 = D = d_{I_1} + d_{O_2}. \end{cases} \quad \begin{matrix} d_{O_1} = AO_1 & d_{I_1} = O_1 A' & f_1 = O_1 F_{O_1} = O_1 F_{I_1}, \\ d_{O_2} = A'O_2 & d_{I_2} = O_2 A'' & f_2 = O_2 F_{O_2} = O_2 F_{I_2}, \end{matrix} \quad (15)$$

Esta é a montagem mais simples de um **telescópio**, a partir do qual se podem obter grandes ampliações. Estas 3 expressões permitem calcular  $f_2$ , conhecidos os valores de  $f_1$ ,  $d_{O_1}$ ,  $d_{I_2}$  e  $D$ .

No caso de uma imagem obtida por a uma lente,  $L_1$ , que passa a ser um “objeto” virtual para  $L_2$ .



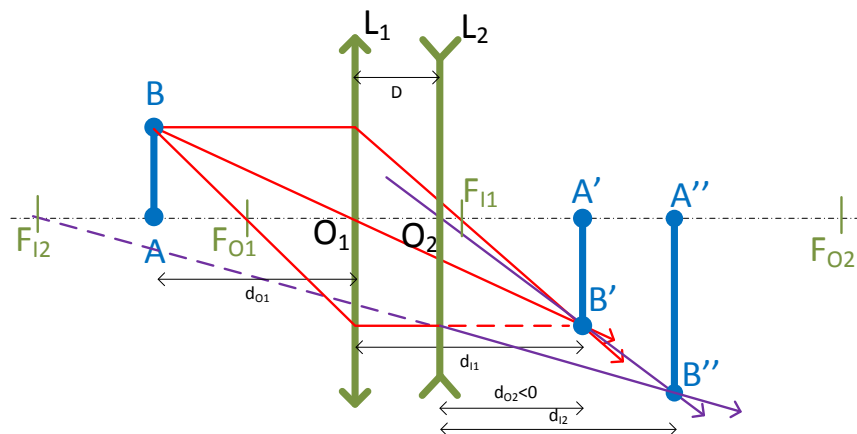
### 2.5.2 Lentes Convergente e Divergente afastadas de $D$



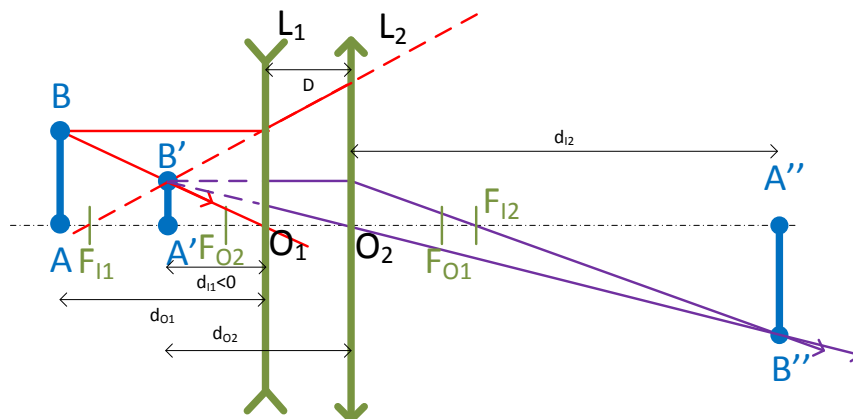
Obtém-se uma imagem virtual produzida pela lente  $L_2$  divergente a partir de imagem real obtida a partir da lente  $L_1$

Na figura seguinte obtém-se uma imagem real  $A''B''$  produzida pela lente  $L_2$  divergente a partir de imagem obtida a partir da lente  $L_1$ , que sua vez é um objeto virtual para a lente  $L_2$





Se as lentes permutarem (Figura seguinte) obtem-se também uma imagem real  $A''B''$  se a distância  $AO_1$  for semelhante nos 2 casos. Em qualquer destas situações pode sempre calcular-se  $f_2 < 0$  usando o conjunto das 3 equações (15)



### 2.5.3 Questões a responder ANTES da sessão de Laboratório:

1. Utilizando uns óculos graduados (se não usar, peça a um colega), obtenha e registre a sua graduação. Calcule a distância focal,  $f = 1/\text{Dioptrias}$  (para miopia são lentes divergentes, para hipermetropia são convergentes. Ignore a correção do astigmatismo).
2. Classifique as imagens visualizadas através das lentes, i.e: Reais/Virtuais, Direitas/Invertidas, Ampliadas/Reduzidas, Posição da Imagem relativa aos objetos.
3. Para uma lente de  $-2.5$  Dioptrias calcule a posição da imagem para um objeto a 40 cm da lente. A que distância está do objeto?
4. Para uma lente convergente (óculos ou uma lupa) em que condições obtém uma imagem virtual: a) direita; b) invertida?

### 3 Protocolo Experimental

#### 3.1 Material utilizado

Caixa de Óptica equipada com calha graduada, lentes convergentes e divergente, semi-cilindro de vidro acrílico, diafragmas, polaroides, suportes. Fonte luminosa com lâmpada de incandescência.

#### 3.2 Procedimento Experimental

##### 3.2.1 Distância focal de uma lente convergente ( $f \approx 75 \text{ mm}$ )

a) Utilizando a fonte luminosa obtenha um feixe de luz branca de raios paralelos. Determine a distância focal da lente. Repita a experiência duas vezes, colocando a lente noutra posição relativamente à fonte de raios paralelos. b) Com a mesma lente e utilizando um feixe luminoso divergente faça uma montagem que lhe permita, utilizando a equação dos focos conjugados, calcular a distância focal da lente. Determine a ampliação linear obtida produzida pelo sistema. Compare-a com a que podia calcular. Repita a experiência duas vezes, colocando a lente noutra posição relativamente ao objeto. Verifique se a ampliação experimental obtida para um objeto vertical ou horizontal é a mesma. Compare o valor da distância focal com o obtido em a) e estime a precisão envolvida em cada um dos métodos que utilizou.

##### 3.2.2 Distância focal de uma lente divergente ( $f \approx -150 \text{ mm}$ )

Associe no mesmo suporte a lente divergente com uma convergente de forma que o conjunto se comporte como um sistema convergente, por exemplo com a lente convergente usada em 1. Repita a montagem usada em 1b.

Repita a experiência (pelo menos uma vez), colocando o conjunto das lentes noutra posição relativamente ao objeto. A partir das distâncias do objeto e da imagem a cada uma das lentes mais próximas, conhecidas a distância focal da lente convergente e a distância entre lentes, calcule a distância focal da lente divergente.

##### 3.2.3 Índice de refração dum vidro acrílico

Faça incidir luz branca na superfície plana do semi-cilindro de vidro acrílico. Observe a reflexão e a transmissão de modo a produzir a reflexão, relativamente ao feixe incidente, à direita e depois à esquerda. Faça medições pelo menos para cinco valores diferentes do ângulo de incidência. Determine graficamente o índice de refração do vidro acrílico. Repita as medidas e a análise dos resultados fazendo agora a incidência na superfície cilíndrica. Conclua sobre o índice de refração do vidro acrílico a partir dos dois conjuntos de medidas. Estime o valor do índice de refração a partir do ângulo limite de reflexão total. Compare a precisão dos diferentes valores obtidos para o índice de refração.

##### 3.2.4 Polarização da luz. Ângulo de Brewster

Observe o efeito de interposição de dois polaroides paralelos ou cruzados no percurso de um feixe luminoso. Usando a mesma montagem do ponto 3, polarize o feixe incidente paralelamente ao plano de incidência e observe experimentalmente para valores do ângulo de incidência próximos do ângulo

de Brewster (que pode calcular a partir dos resultados que obteve) o intervalo angular em que há praticamente extinção do feixe refletido. Observe a intensidade do feixe transmitido.

### 3.2.5 Montagens Ópticas

Com duas lentes convergente tente obter um telescópio (objetos distantes) e um microscópio simples. Desenhe a montagem, as distancias utilizadas e a Ampliação obtida. É possível ter a Imagem final na posição do Objeto?