



---

# INSTRUMENTOS ÓPTICOS SIMPLES E GONIÓMETRO

---

## 1 Introdução

Pretende-se com este trabalho desenhar e realizar no laboratório montagens ou sistemas ópticos compostos com duas ou mais lentes delgadas, testando as suas características principais. As duas montagens – um telescópio simples e um microscópio – são variações do esquema óptico apresentado na Secção 5 do Trabalho de Óptica Geométrica.

Nestes sistemas, designamos por *objetiva* a lente que está do lado do objeto e por *ocular* aquela que está do lado do observador, com distâncias focais  $f_{obj}$  e  $f_{ocu}$  respetivamente. Em ambos os casos, a ocular está próxima da *imagem intermédia* A'B' formada pela objetiva. Sendo a distância inferior à distância focal  $f_{ocu}$ , a imagem final será *virtual*, ou seja, visível apenas através da lente.<sup>1</sup> Assim, o papel da ocular consiste em ampliar a imagem intermédia, tal como um lupa amplia um objeto. Continua-se neste trabalho a usar a análise da óptica geométrica paraxial ou de 1.<sup>a</sup> ordem.

Como segundo objetivo, pretende-se que os alunos tomem conhecimento e aprendam a manusear e a tomar medidas corretamente com um instrumento óptico de precisão, o *goniómetro*. Este instrumento permite medir ângulos de desvio, por reflexão ou refração de feixes de raios paralelos, com uma resolução inferior a um minuto de grau.

### 1.1 O olho humano

O objectivo dos instrumentos ópticos é auxiliar a visão humana, pelo que vamos primeiro abordar a fisiologia do olho humano (Fig. 1). Este pode ser considerado como um sistema óptico que projecta imagens (reais) dos objectos exteriores na retina, através de duas lentes convergentes: a córnea e o cristalino. Para o nosso estudo, vamos considerar que estas lentes são substituídas por um sistema equivalente constituído por uma única lente, com o máximo de distância focal  $f$  igual a 2,5 cm, que é a média da distância entre a córnea e a retina. A potência em dioptrias (dt) desta lente equivalente é dada por:

$$D = \frac{1}{f} [\text{m}^{-1}] = \frac{1}{0,025} [\text{m}^{-1}] = 40 [\text{m}^{-1}] = 40 \text{ dt.} \quad (1)$$

---

<sup>1</sup>Cf. *Guia de Óptica Geométrica*, Secção 3.5.

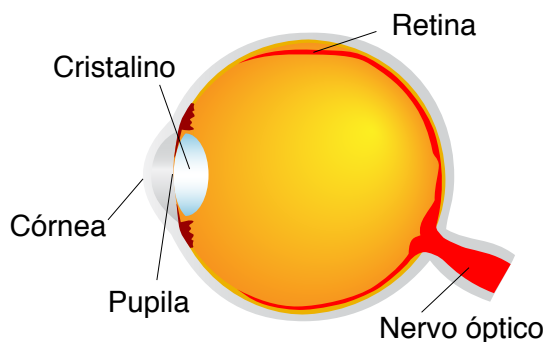


Figura 1: Diagrama dos principais elementos do olho humano.

Para uma pessoa com visão normal ou munida de correção adequada (óculos graduados ou lentes de contacto), os raios ópticos provenientes de um objecto no infinito<sup>2</sup> chegam paralelos ao olho e são focados na retina sem necessidade de esforço, ou seja, com o olho relaxado (Fig. 2 à esq.). À medida que o objecto se aproxima do olho, é necessário os músculos ciliares aumentarem a curvatura da lente para criar uma imagem focada na retina – a isto chama-se *acomodação do olho*. O ponto mais próximo do olho para o qual a lente ainda consegue focar a imagem na retina é designado por *ponto próximo* (Fig. 2 à dir.). Esta distância aumenta com a idade e considera-se o ponto próximo igual a 0,25 m para uma visão normal padrão.

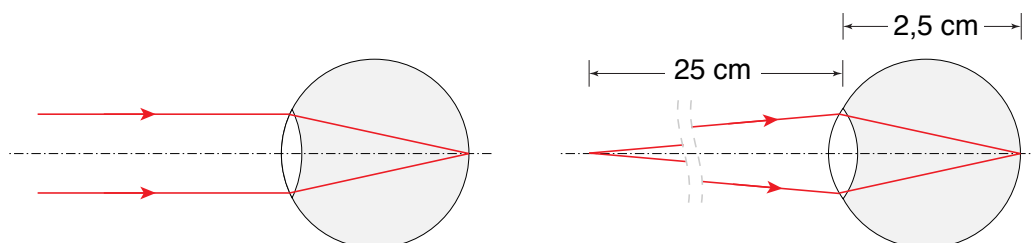


Figura 2: Esquema do olho no caso de objectos no infinito (esq.) e no ponto próximo (dir.).

O tamanho aparente dum objecto é determinado pelo tamanho que a imagem apresenta na retina. Mesmo sem variar o tamanho real do objecto, este pode ser visto maior se o aproximarmos do olho, porque o tamanho da sua imagem na retina é maior. A avaliação do tamanho da imagem na retina pode ser feita através da medição do ângulo  $\theta$ , que corresponde à inclinação dos raios principais do extremo da imagem (Fig. 3).

Considere-se um objecto com altura  $h$  a uma distância  $s$  do olho. Para o objeto podemos escrever  $\tan \theta = h/s$ . Para a imagem na retina, de altura  $y'$ , vem  $\tan \theta = y'/(2,5 \text{ cm})$ . Na aproximação paraxial, ou seja de ângulos pequenos, podemos usar  $\tan \theta \approx \theta$ , e assim  $\theta \approx h/s = y'/(2,5 \text{ cm})$ . Desta relação conclui-se que  $y'$  é proporcional a  $h$ , tamanho do objecto, e inversamente proporcional à distância  $s$  entre o objecto e o olho.

<sup>2</sup>Para efeitos práticos, considera-se o infinito óptico qualquer distância superior a 5 m.

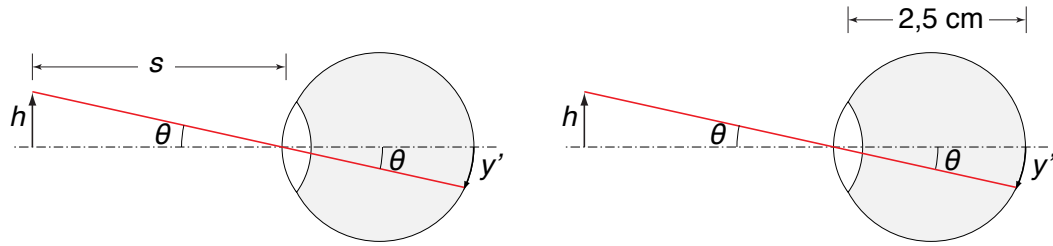


Figura 3: Formação de imagem na retina de um objecto de altura  $h$  a uma distância  $s$ .

O princípio dos instrumentos ópticos consiste no aumento do tamanho da imagem na retina,  $y'$ , permitindo assim visualizar objectos muito pequenos ou afastados. Do exposto acima, podemos concluir que a sua operação baseia-se na criação de uma imagem (real ou virtual) com um tamanho aparente maior que  $h$  e/ou a uma distância aparente inferior a  $s$ . Em qualquer dos casos, a imagem final produzida deverá estar situada além do ponto próximo, caso contrário não conseguirá ser focada.

## 1.2 Lupa

A lupa simples é o instrumento óptico mais elementar. Consiste numa só lente convergente e permite aumentar o tamanho aparente do objecto, ou seja, o tamanho da imagem na retina. Sabendo que a maior imagem que se pode obter dum objecto com o olho desarmado é quando o objecto está no ponto próximo (Fig. 4), e dado que  $y'_0$ , tamanho da imagem na retina, é proporcional ao ângulo definido entre a altura do objecto  $h_0$  e a sua distância ao olho, pode-se escrever a relação

$$\theta_0 = h_0/0,25 \quad (2)$$

Na visão auxiliada pela lupa, esta é colocada perto do olho, e o objecto colocado a uma distância inferior ao foco. A imagem produzida pela lupa é virtual, ampliada e direita.

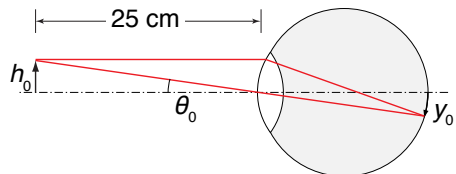


Figura 4: Objecto no ponto próximo visto pelo olho desarmado.

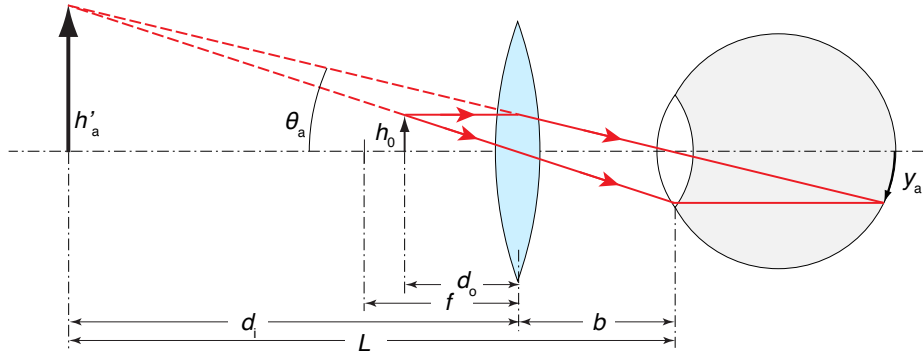


Figura 5: Formação de imagem com o auxílio de uma lupa a uma distância  $b$  do olho. O objecto  $h_0$  está a uma distância  $d_o < f$  da lente, e a imagem (virtual)  $h'_a$  aparenta estar a uma distância  $d_i$  da lente e  $L$  do olho.

### 1.2.1 Ampliação angular

A *ampliação angular*  $M_A$  dum instrumento óptico é determinada pela razão entre  $y'_a$ , dimensão da imagem na retina quando o objecto é visto através do instrumento (Fig. 5), e  $y'_0$ , dimensão da imagem na retina quando vista pelo olho desarmado e o objecto no ponto próximo. A razão entre os respectivos ângulos permite esse cálculo, isto é

$$M_A = \frac{y'_a}{y'_0} = \frac{\theta_a}{\theta_0} \quad (3)$$

Tirando partido da aproximação paraxial, temos  $\tan \theta_a = h'_a/L \approx \theta_a$  e  $\tan \theta_0 = h_0/0,25 \approx \theta_0$ , portanto pode-se escrever a ampliação angular como:

$$M_A = \frac{h'_a/L}{h_0/0,25} = -\frac{d_i 0,25}{d_o L} = \frac{0,25}{L} \left(1 - \frac{d_i}{f}\right) \quad (4)$$

onde na última igualdade se recorreu à equação dos focos conjugados. Como a distância à imagem é negativa,  $d_i = -(L-b)$ , obtém-se por fim

$$M_A = \frac{0,25}{L} \left(1 + \frac{L-b}{f}\right) \quad (5)$$

Da análise desta expressão pode-se dizer que a ampliação diminui se  $L$  ou  $b$  aumentam. Existem três casos particulares de ampliação:

1. Se  $b = f \rightarrow M_A = \frac{0,25}{f} = 0,25D$ , em que  $D$  é a potência da lupa em dioptrias.
2. Se  $b = 0 \rightarrow M_A = 0,25 \left(\frac{1}{L} + \frac{1}{f}\right)$ . Se  $b = 0$  e também  $L = 0,25$  m (valor mínimo para  $L$ , uma vez que a imagem também deve poder ser focada correctamente pelo olho), então obtém-se para  $M_A$  o valor máximo, igual a  $M_A = 1 + \frac{0,25}{f} = 1 + 0,25D$ . Este caso corresponde a ter a lupa "encostada" ao olho, e a imagem aumentada surge à distância do ponto próximo.

3. Se o objecto é colocado no foco ( $d_O = f$ ), então a lupa forma a sua imagem no infinito ( $L = \infty$ ) e a ampliação é  $M_A = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{0,25}{L} \left(1 + \frac{L-b}{f}\right) = \frac{0,25}{f} = 0,25D$ . Neste caso, o olho recebe raios paralelos e não necessita de fazer acomodação, o que é mais cómodo, e a ampliação apenas se reduz de uma unidade relativamente ao caso 2.

Exemplo: uma lente com  $D = 10$  dioptrias tem uma distância focal  $f = 10$  cm, e para  $L = \infty$  tem uma ampliação de  $M_A = 2,5$  vezes.

## 2 Telescópio

O telescópio é o instrumento óptico utilizado para observar, em geral, grandes objectos muito afastados do instrumento, procurando trazer a imagem do objecto para mais perto. O tipo de telescópio que vamos construir é composto por duas lentes convergentes: a lente objectiva tem distância focal  $f_{obj}$  maior que a distância focal  $f_{ocu}$  da lente ocular (Fig. 5). Esta montagem, designada *telescópio refractor*, foi demonstrada por Galileu Galilei.

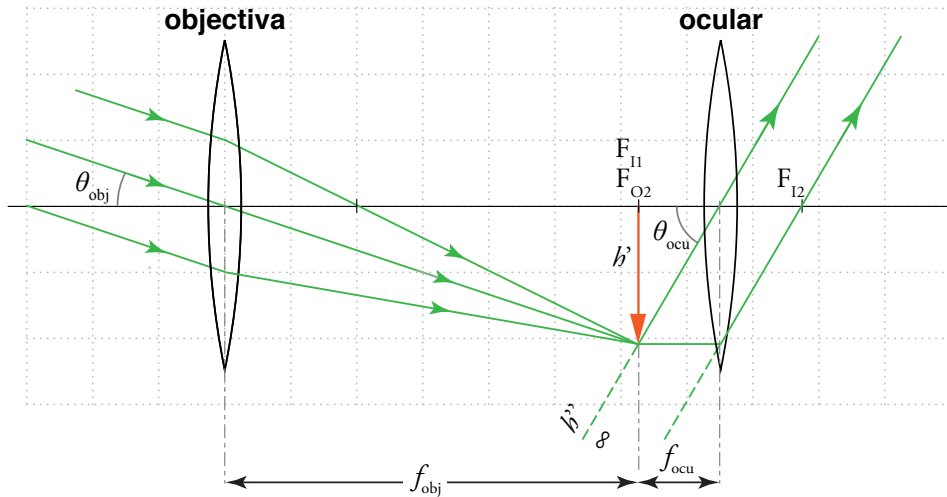


Figura 6: Formação de imagem num telescópio.

A objectiva vai produzir uma imagem real, invertida e localizada no foco  $f_{obj}$ , dado que o objecto está no infinito. Esta imagem é muito mais pequena do que o objecto e a finalidade da objectiva não é de aumentar, mas apenas de produzir uma imagem perto do observador que deve coincidir com o foco,  $f_{ocu}$  da lente ocular. Assim, as lentes estão separadas de uma distância igual a  $f_{obj} + f_{ocu}$ .

A ampliação de um telescópio é apenas a ampliação angular dada pela razão do ângulo  $\theta_{obj}$  definido pelo objecto e do ângulo  $\theta_{ocu}$  definido pela imagem final. Usando a aproximação paraxial e tendo em conta que a imagem é invertida, temos

$$\tan \theta_{obj} = -\frac{h'}{f_{obj}} \approx \theta_{obj} \quad \tan \theta_{ocu} = \frac{h'}{f_{ocu}} \approx \theta_{ocu} \quad (6)$$

e portanto a ampliação final é

$$M = M_A = \frac{\theta_{obj}}{\theta_{ocu}} = -\frac{f_{obj}}{f_{ocu}}. \quad (7)$$

## 2.1 Procedimento Experimental

Material: Lente objectiva  $f = 150$  mm e ocular  $f = 75$  mm.

1. Na folha quadriculada em anexo desenhe um diagrama de traçado de raios, utilizando as lentes indicadas acima e considerando o objecto no infinito. Obtenha a posição da imagem intermédia (plano focal) e determine a posição da ocular que permite obter um feixe de raios paralelos (imagem no infinito).
2. Monte o esquema como indicado na Fig. 6.
3. Num extremo da sala, junto à porta, aponte para a escala colocada na parede do fundo (próximo da janela).
4. Ajuste a distância entre as lentes de modo a trazer a imagem para o foco, anotando os valores medidos.
5. Para medir a ampliação, olhe com um só olho para a imagem e com o outro olho o objecto directamente.
6. Relacione os tamanhos da imagem final e do objecto e compare com a ampliação teórica.

## 3 Microscópio composto

O microscópio é o instrumento óptico empregado para observar objectos pequenos, colocados muito próximos do instrumento. Na sua forma mais simples, consiste em duas lentes convergentes. A lente mais próxima do objecto (*objectiva*) tem uma distância focal  $f_{obj}$ , menor que a distância focal  $f_{ocu}$  da lente mais perto do olho (*ocular*) (Fig. 7).

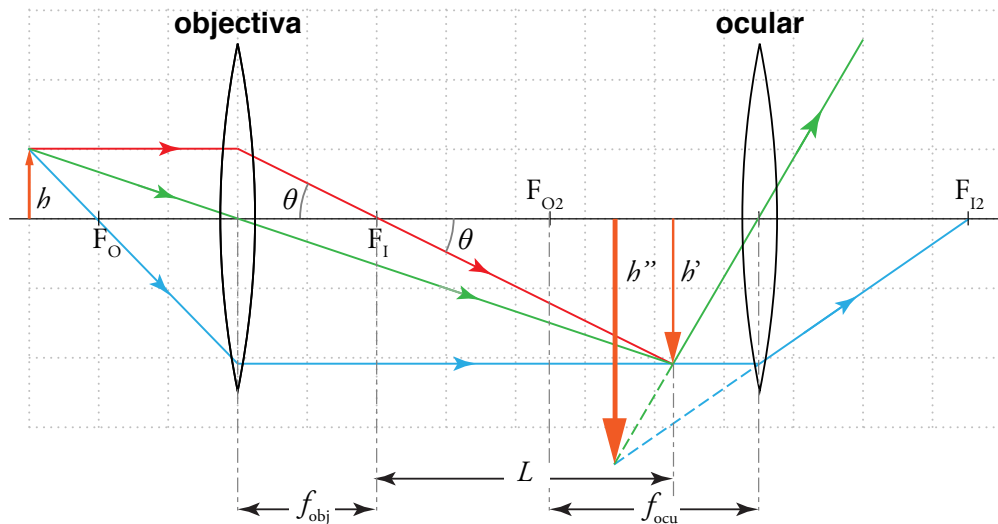


Figura 7: Formação de imagem num microscópio.

Um objecto de altura  $h$  é colocado, em relação à objectiva, mais afastado do que o foco desta, produzindo uma imagem de tamanho  $h'$  que é real, invertida e maior que o objecto. A objectiva produz uma imagem com *ampliação transversal linear*  $M_T$ ,<sup>3</sup> dada por:

<sup>3</sup>No *Guia de óptica Geométrica*, para o caso de uma única lente, esta ampliação é designada  $A$ .

$$M_T = \frac{h'}{h} = -\frac{L \tan \theta}{f_{obj} \tan \theta} = -\frac{L}{f_{obj}} \quad (8)$$

O sinal negativo indica que a imagem é invertida e, uma vez que é real, a imagem pode ser projectada sobre um alvo para se medir o seu tamanho.

A lente ocular é usada para aumentar a imagem formada pela lente objectiva. Assim, a ocular é colocada de modo a que a imagem  $h'$  produzida pela objectiva (agora *objecto virtual* da segunda lente) venha localizar-se a uma distância ligeiramente inferior ao seu foco  $f_{ocu}$ . Nesta condição, a ocular actua como uma simples lupa, que permite trazer o objecto  $h'$  para uma distância mais curta do que o ponto próximo (0,25 m), e produz a imagem  $h''$ . A *ampliação final*  $M$  é dada pelo produto da ampliação transversal para a lente objectiva e a ampliação angular obtida para a lente ocular. No caso da lente ocular estar encostada ao olho, como é habitual num microscópio, estamos no caso em que a distância  $b = 0$ , e das expressões anteriores para a ampliação linear e angular obtemos

$$M = \frac{h''}{h} = M_T \times M_A = \frac{h'}{h} \times 0,25 \left( \frac{1}{L} + \frac{1}{f_{ocu}} \right) = -\frac{1}{f_{obj}} \times 0,25 \left( 1 + \frac{L}{f_{ocu}} \right). \quad (9)$$

### 3.1 Procedimento Experimental

Material: Lente objectiva  $f = 75$  mm e ocular  $f = 150$  mm.

#### Medição da ampliação angular da ocular

1. Monte um ecrã graduado (E1) na parte lateral exterior de um suporte a 25 cm da extremidade da calha, de modo a ficar no ponto próximo do observador. Esta será a *escala de referência*, desempenhando o mesmo papel que a escala na parede, no caso do telescópio.
2. Monte a lente ocular junto à mesma extremidade da calha, de modo a obter a condição  $b \sim 0$  (verifique a Fig. 5). Calcule qual a distância dessa lente a que deverá colocar um objecto de modo a que a sua imagem surja no ponto próximo. Use o valor obtido para determinar a ampliação angular (calculada).
3. Coloque outro ecrã graduado (E2) próximo da posição calculada (entre a lente e o ecrã E1), de modo a conseguir visualizar simultaneamente (a) a escala de E2 através da lente, com o olho esquerdo, e (b) a escala de E1 com o olho direito, directamente.
4. Ajuste a posição de E2 até conseguir focar simultaneamente as imagens em ambos os olhos. Sobrepondo visualmente as escalas das duas imagens, meça o tamanho aparente da imagem (virtual) de E2 e determine a ampliação angular da lente, usando a expressão adequada para esta configuração.

#### Medição da ampliação linear da objectiva

5. Mantendo a ocular numa extremidade, monte o esquema como indicado na Fig. 7, usando como objecto um écran graduado iluminado.
6. Se necessário, ajuste a objectiva de modo a observar uma imagem focada através da ocular.
7. Projecte sobre outro ecrã a imagem intermédia  $h'$  bem focada e meça a sua ampliação.
8. Calcule a ampliação final do microscópio composto.

## 4 Goniómetro de Babinet

O goniómetro é um instrumento que permite medir ângulos com grande precisão, e muito utilizado em óptica. O goniómetro de Babinet tem uma base central quase cilíndrica com uma plataforma que roda em torno do eixo vertical daquela, na qual é colocado o prisma (ou a rede de difração) a caracterizar (Figura 8).

O goniómetro vem equipado com dois elementos ópticos: um *colimador* e uma *luneta*. Ambos estão montados radialmente, o colimador fixo e a luneta podendo rodar em torno do eixo da base (Figura 9). As posições angulares da plataforma (e portanto do prisma) e da luneta podem ser lidas num limbo graduado por intermédio de nónios solidários, respetivamente com a plataforma e a luneta. Existem dois parafusos micrométricos, cada um associado a cada um dos nónios, que permitem com facilidade regular e fazer leituras das posições angulares, com resolução de  $30''$  (meio minuto de grau).



Figura 8: Goniómetro de Babinet (modelo Philippe Harris Advanced Spectrometer 30).

O colimador é constituído por dois tubos cilíndricos concêntricos que se podem deslocar axialmente. Um deles possui uma fenda retilínea, de largura variável por um parafuso, e que deve ser colocada na vertical (pode utilizar a mira da ocular depois de regulada). O outro tubo tem no extremo oposto (mais próximo do eixo) uma lente convergente,  $L_C$ . O objetivo deste conjunto, quando a fenda é iluminada por uma fonte luminosa divergente, é produzir um feixe de raios paralelos na região da plataforma, onde se coloca o prisma, rede, ou espelho. A fenda, se for relativamente estreita, vai funcionar como objeto linear.

A luneta é constituída por dois elementos ópticos, uma lente convergente e uma ocular munida de retículo (dois fios cruzados perpendicularmente). A primeira lente produz no seu plano focal a imagem intermédia da fenda, que é projetada no plano do retículo e ampliada pela ocular. A ocular é regulada pelo observador, de modo a ver uma imagem focada da fenda. Quando se dispõe de um sistema de deteção (placa fotográfica ou um detetor, por exemplo uma célula fotoelétrica com um sistema de amplificação), este é colocado diretamente no plano focal da lente convergente e é retirada a ocular.

A regulação do instrumento pelo utilizador é feita sempre na seguinte ordem:

1. Focar o retículo para um olho sem necessidade de acomodação (relaxado) e alinhá-lo com a vertical usando um fio de prumo, ou alguma linha vertical no laboratório.



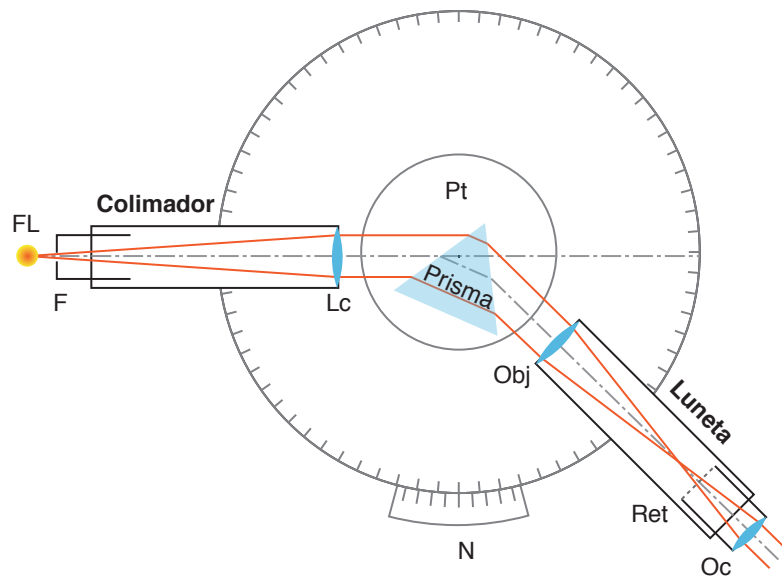


Figura 9: Esquema do Goniômetro de Babinet. Legenda: FL – fonte luminosa, F – fenda, Lc – lente convergente do colimador, Pt – plataforma, Obj – objetiva, Oc – ocular, Ret – retículo, N – nônio acoplado à luneta

2. Focar a ocular observando um objecto no infinito (ou quase).
3. Alinhar a luneta e o colimador para observar a fenda iluminada. Focar a imagem da fenda, regulando APENAS o parafuso do colimador.
4. Alinhar a fenda com a vertical, sobrepondo a mira e reduzir a sua largura para um valor suficientemente estreito, embora claramente visível.

**Atenção:** este trabalho envolve o uso de lâmpadas espectrais. Estas lâmpadas são uma fonte de radiação ultravioleta, que tem efeitos nocivos nos olhos e na pele. Apesar das lâmpadas existentes no laboratório terem uma potência de emissão relativamente baixa, deve-se evitar a exposição desnecessária ou a observação prolongada da sua luz.

## 4.1 Procedimento experimental

### Material utilizado

- goniómetro
- fonte de luz incandescente (candeeiro)
- luz espectral de Hg ou He
- prisma
- rede de difração
- nível graduado

### Alinhamento do goniómetro

1. Disponha o goniómetro em frente a uma fonte luminosa de luz incandescente. Entretanto, ligue também a fonte de luz espectral, de modo a permitir que se estabilize termicamente (10 a 15 minutos).
2. Comece por regular a ocular da luneta. Para isso, deve ver nitidamente com um olho os fios do retículo e simultaneamente com o outro olho ver um objeto no exterior da luneta, afastado a cerca de 30 cm.
3. Para regular a objetiva, observe agora um objeto no “infinito” (no laboratório, escolha um objeto o mais afastado possível) atuando sobre o parafuso da luneta. Regule de modo a observar o objeto e o retículo, bem focado e sem paralaxe.
4. Coloque a luneta alinhada de frente para o colimador e regule o parafuso deste, de modo a observar a fenda focada quando iluminada pela lâmpada espectral.
5. Com a ajuda do nível de bolha, verifique o nivelamento horizontal do goniómetro e da plataforma.
6. Identifique as escalas dos ângulos usados para medir a posição da plataforma e da luneta. Assegure-se de que compreende como estão relacionadas as duas escalas opostas antes de efectuar as medições. Qual a resolução mínima do conjunto escala/nónio?

### Rede de difracção

7. Monte no centro da plataforma do goniómetro uma rede de difracção de 600 linhas por milímetro, orientada com uma das faces de frente para o colimador. Substitua a lâmpada incandescente pela fonte de luz espectral. Observe os raios *difratados* de várias cores, em 1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> ordem. Identifique os diversos comprimentos de onda e meça os respectivos ângulos de desvio, com a melhor precisão possível.

### Prisma

8. Substitua na plataforma a rede de difracção por um prisma (de ângulo de vértice conhecido), de modo a obter uma configuração semelhante à da Figura 9.
9. Observe a transmissão das várias cores através do prisma. Se o instrumento estiver bem focado, deverá observar uma série de imagens coloridas da mesma fenda isoladas (riscas), uma por cada comprimento de onda.
10. Escolha duas dessas cores bem afastadas. Rodando o prisma, obtenha um conjunto de valores que permita fazer um gráfico dos ângulos de desvio  $\delta(i_1)$  em função do ângulo de incidência  $i_1$  e um ajuste polinomial. A partir do gráfico, verifique que existe um valor mínimo para o ângulo de desvio,  $\delta(i_{min})$ , mas que este e o ângulo  $i_{min}$  são diferentes para cada cor.

