



---

## Estimativa da carga elétrica de gotículas de óleo eletrizadas em suspensão num fluido (Experiência de Millikan)

---

### 1 OBJETIVO DO TRABALHO

Pretende-se com este trabalho determinar a carga elétrica de pequenas gotas de óleo, tendo como objetivo final mostrar que a carga elétrica não aparece com uma quantidade qualquer mas sempre como um múltiplo de uma unidade fundamental: a carga do eletrão. Deste modo, um corpo eletrizado apresenta um excesso de carga de sinal positivo ou negativo, mas sempre de valor múltiplo da carga elementar  $q_{ele} = 1.602176565(35) \cdot 10^{-19}$  C. Traduz-se este facto dizendo-se que a carga elétrica se *quantifica*.

Dentro das várias experiências elaboradas para mostrar este facto, uma montagem clássica é a do físico americano Robert A. Millikan<sup>1</sup> (1869-1953), também chamada experiência da gota de óleo.

### 2 INTRODUÇÃO TEÓRICA

#### 2.1 Corpo esférico em queda livre num fluido

Um corpo de dimensões muito pequenas,<sup>2</sup> ao mover-se com uma velocidade relativamente baixa através de um fluido (líquido ou gás), fica sujeito a uma força de atrito aproximadamente proporcional à sua velocidade, modelada pela expressão:

$$\vec{F}_{at} = -k \eta \vec{v} \quad (1)$$

em que  $\eta$  é o coeficiente de viscosidade do fluido,  $\vec{v}$  é a velocidade do corpo e  $k$  é um coeficiente que depende da forma do corpo, que no caso deste ser uma esfera de raio  $R$  toma o valor (lei de Stokes):

$$k = 6\pi R \quad (2)$$

O coeficiente  $k$  virá assim expresso em *metro* no Sistema Internacional (SI) e o coeficiente de viscosidade em Pa·s (ou N·s/m<sup>2</sup>). Normalmente a unidade de viscosidade que aparece na literatura é a unidade do sistema C.G.S. (g/cm·s) que é designada por Poise (abreviatura P), verificando-se então a equivalência:

---

<sup>1</sup>Millikan recebeu o prémio Nobel da Física em 1923 pelos seus trabalhos sobre a determinação da carga do eletrão e efeito fotoelétrico.

<sup>2</sup>Com número de Reynolds  $Re = \frac{\rho v L}{\eta}$  inferior a  $\simeq 100$

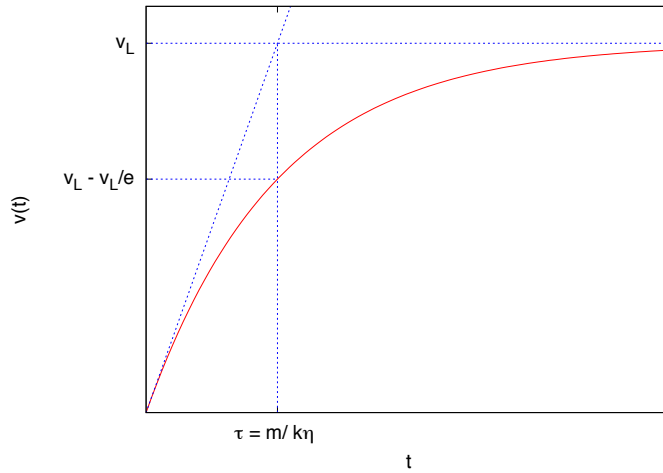


Figura 1: Evolução da velocidade de um corpo em queda livre sujeito a uma força de atrito.

$$1 \text{ P} = 0,1 \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

Quando um corpo de massa  $m$  cai em queda livre sob a ação do seu peso ( $\vec{P} = m\vec{g}$ ) através de um fluido, o seu movimento de queda será abrandado pela força de atrito, e a equação do movimento escreve-se:

$$m a \equiv m \frac{dv}{dt} = m g - k \eta v \quad (3)$$

A partir de uma velocidade inicial nula, e sendo o peso do corpo constante, a aceleração  $a$  produz um aumento em  $v(t)$  e, por consequência, um aumento na força de atrito  $F_{at}$ . Para uma determinada velocidade limite  $v_L$ , o segundo membro de (3) anula-se e o corpo passará a deslocar-se com movimento uniforme. A velocidade limite  $v_L$  será então obtida fazendo  $a = 0$  na equação (3):

$$v_L = \frac{m g}{k \eta} \quad (4)$$

o que poderá ser facilmente constatado pela resolução<sup>3</sup> da equação (3), cuja solução é da forma:

$$v(t) = \frac{m g}{k \eta} (1 - e^{-(k \eta / m) t}) = v_L (1 - e^{-t/\tau}) \quad (5)$$

à qual corresponde o gráfico da Fig 1, e onde se definiu o tempo característico  $\tau = k \eta / m$ . Quando  $t \rightarrow \infty$  temos  $v(t) \rightarrow v_L = \frac{m g}{k \eta}$ .

Se pretendermos ser mais rigorosos, devemos substituir em (4) o peso do corpo pelo seu “peso aparente” no fluido. De fato, um corpo em queda livre através de um fluido experimental, além da ação da força de atrito, outra força de baixo para cima cujo módulo é igual ao peso do fluido deslocado pelo corpo, de acordo com o Princípio de Arquimedes. Assim, as equações (3) e (4) deverão ser modificadas para:

---

<sup>3</sup>Ver notas de apoio às aulas teóricas

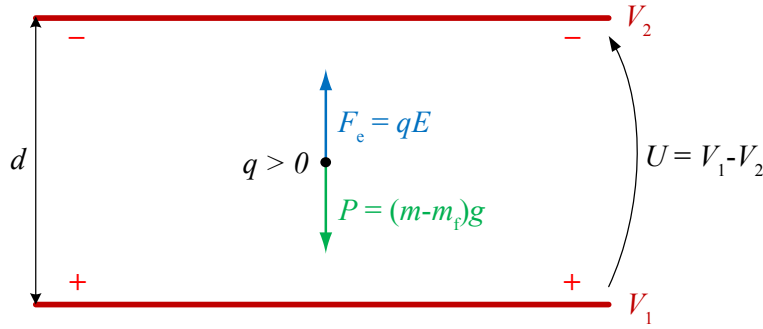


Figura 2: Equilíbrio de forças elétrica e gravítica numa gota sujeita a campos gravítico e elétrico.

$$m a = m g - m_f g - k \eta v \quad (6)$$

$$v_L = \frac{(m - m_f) g}{k \eta} \quad (7)$$

onde  $m_f$  é a massa do fluido deslocado.

No caso de um corpo esférico de raio  $R$ , introduzindo a equação (2) em (7) e atendendo a que:

$$m = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho \quad \text{e} \quad m_f = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_f$$

obtemos

$$v_L = \frac{2 R^2 (\rho - \rho_f) g}{9 \eta} \quad (8)$$

em que  $\rho$  e  $\rho_f$  são as massas específicas do corpo e do fluido. Note-se que conhecendo o raio do corpo é pois possível determinar a sua velocidade limite de queda, e vice-versa.

## 2.2 Equilíbrio dum corpo carregado, imerso num fluido, através de um campo elétrico vertical

Considere o esquema representado na figura 2, em que um fluido não condutor se encontra entre duas placas condutoras paralelas separadas de uma distância  $d$ . Ao aplicar-se uma diferença de potencial  $U = V_1 - V_2 > 0$  com a polaridade indicada na figura, é criado um campo elétrico ascendente. Se entre as placas se encontrar uma partícula de massa  $m$  e carga positiva<sup>4</sup>  $q$  esta ficará sujeita a uma força elétrica que contrariará a sua queda. Na hipótese do campo elétrico ser uniforme<sup>5</sup> o módulo de  $\vec{E}$  e o módulo da força elétrica  $\vec{F}_e$  que atua na partícula serão dados por:

$$E = \frac{U}{d}, \quad F_e = |q| \frac{U}{d}$$

<sup>4</sup>No caso da partícula estar carregada negativamente obteríamos o mesmo resultado invertendo o sentido do campo elétrico.

<sup>5</sup>Nomeadamente, se a distância entre as placas for muito menor que as suas dimensões laterais.

Assim, a queda da partícula será agora contrariada pela força elétrica e pela força de atrito. A equação (6) passa a escrever-se:

$$m a = (m - m_f) g - q \frac{U}{d} - k \eta_{ar} v \quad (9)$$

Variando a diferença de potencial (ddp)  $U$ , pode-se estabelecer o equilíbrio entre o peso da partícula e a força elétrica, conseguindo-se a sua paragem entre as placas. Nessa situação, tem-se simultaneamente  $F_{at} = 0$ ,  $a = 0$  e  $v = 0$ :

$$0 = (m - m_f) g - q \frac{U}{d} \quad (10)$$

Nesta equação a expressão  $(m - m_f) g$  pode ser substituída usando a equação (7), obtendo-se:

$$v_L k \eta_{ar} = q \frac{U}{d}$$

E entrando também com a equação (2) no caso de a partícula ser esférica, obtemos por fim:

$$q = \frac{6\pi R \eta_{ar} d v_L}{U} \quad (11)$$

onde

- $v_L$ , a velocidade limite de queda da partícula através do fluido, na ausência do campo elétrico
- $\eta_{ar} = 18,52 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s} = 18,52 \cdot 10^{-6} \text{ Pa}\cdot\text{s}$  (viscosidade do ar a 23 °C)
- $\rho = 973 \text{ kg/m}^3$  (massa específica do óleo de silicone)
- $\rho_f = 1 \text{ kg/m}^3$  (massa específica do ar)
- $g = 9,80 \text{ m/s}^2$  (aceleração gravítica em Lisboa)
- $d$  (distância entre placas, a medir no laboratório)

## 2.3 Correções

### 2.3.1 Temperatura ambiente

No caso da temperatura ambiente se afastar muito de 23 °C, o valor da viscosidade do ar terá de ser corrigido.<sup>6</sup>

### 2.3.2 Dimensão das gotas

A Lei de Stokes não é exata quando as dimensões dos corpos esféricos forem comparáveis à distância média entre as moléculas do ar. Nestas condições, Millikan verificou que a viscosidade  $\eta_{ar}$  deveria ser substituída por:

$$\eta'_{ar} = \frac{\eta_{ar}}{1 + b/(p R)} \quad (12)$$

---

<sup>6</sup>Utilize por exemplo a calculadora *online*: <http://www.lmnoeng.com/Flow/GasViscosity.htm>

em que a constante  $b = 7,88 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{m}$ ,  $p$  é pressão atmosférica expressa em pascal e  $R$  é o raio da gota em metros.

O valor corrigido  $q'$  será determinado a partir do valor experimental  $q$  por

$$q' = q \left( \frac{\eta'_{ar}}{\eta_{ar}} \right)^{3/2} = q \left( \frac{1}{1 + b/(p R)} \right)^{3/2} \quad (13)$$



Figura 3: Equipamento para determinação da carga das gotas.



Figura 4: Gerador de alta tensão DC regulável.

## 3 Protocolo experimental

### 3.1 Material utilizado

1. Célula de Millikan com gerador de alta tensão DC regulável
2. Atomizador e óleo de silicone
3. Cronómetro
4. Nível de bolha de ar

### 3.2 Procedimento experimental

1. Depois de verificar que a célula está horizontal, meça o distância entre placas,  $d$ . Tente focar o microscópio na zona onde as gotas irão “flutuar”. Atenção: o microscópio amplia a imagem e a escala por  $2\times$ .
2. Coloque o potenciómetro que controla a alimentação das placas do condensador no valor mínimo de tensão elétrica.
3. Verifique se o interruptor de inversão da alimentação do condensador está na posição “Neutra”. Rode o potenciómetro para uma posição que permita, quando ligar o interruptor de inversão, estabelecer um campo elétrico entre as placas do condensador.
4. Utilizando o pulverizador junto do orifício da célula, produza uma pequena “nuvem” de gotículas de óleo. Observe através do microscópio o movimento das gotículas em frente do retículo, ajustando a focagem se necessário.
5. Ligando o interruptor e variando a intensidade e o sentido do campo elétrico, verifique se existem gotículas eletrizadas. Escolha uma das gotas e tente pará-la.
6. Obrigue a gota a colocar-se numa determinada divisão do retículo, imobilizando-a de seguida. Leia o valor da diferença de potencial que permitiu essa imobilização. Anule o campo elétrico e verá a gota movimentar-se (com velocidade limite). Com a ajuda de um colega e um cronómetro, meça o tempo necessário para que a gota percorra  $N > 4$  divisões do retículo. Repondo o campo elétrico, conduza a gota para a posição inicial para medir o tempo pelo menos duas vezes.
7. Troque de posição com o colega para repetir este processo para várias gotas, tentando escolher as gotas de menor carga.
8. Calcule a velocidade limite média de cada gota e a respetiva incerteza. Estime o raio e a carga de cada gota e correspondentes incertezas. Calcule a carga corrigida pela viscosidade.
9. Compare os valores da carga média das gotas de menor carga com o valor tabelado da carga do eletrão.