Análise de tendências de resultados em ações financeiras

Bernardo Flores Salmeron

Universidade Federal da Bahia

Introdução

Motivação

- Ajuda na análise de dados para possíveis investidores
- Análise do contexto histórico de valor de determinadas ações
- Estudo do Método dos Mínimos Quadrados

Método dos Mínimos Quadrados

Algoritmo para ajuste polinomial

- Para uma equação com grau m a equação resultante será da forma

$$f(x) = \beta_0 + \beta_1 x^1 + \beta_2 x^2 + \cdots + \beta_m x^m$$

- Para o ajuste polinomial de curvas, o sistema fica igual a

$$\begin{bmatrix} \sum x_i^0 & \sum x_i^1 & \sum x_i^2 & \dots & \sum x_i^m \\ \sum x_i^1 & \sum x_i^2 & \sum x_i^3 & \dots & \sum x_i^{m+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum x_i^m & \sum x_i^{m+1} & \sum x_i^{m+2} & \dots & \sum x_i^{2m} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum y_i x_i \\ \vdots \\ \sum y_i x_i^m \end{bmatrix}$$

Algoritmo para ajuste polinomial

Por propriedade de matrizes na Álgebra

$$A * X = B$$

$$A^{-1} * A * X = A^{-1} * B$$

Por propriedade: $A^{-1} * A = I$

$$I * X = A^{-1} * B$$

Por propriedade: $I * X = X$

$$X = A^{-1} * B$$

Algoritmo para ajuste polinomial

Portanto, como $X = A^{-1} * B$

$$\begin{bmatrix} \sum x_i^0 & \sum x_i^1 & \sum x_i^2 & \dots & \sum x_i^m \\ \sum x_i^1 & \sum x_i^2 & \sum x_i^3 & \dots & \sum x_i^{m+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum x_i^m & \sum x_i^{m+1} & \sum x_i^{m+2} & \dots & \sum x_i^{2m} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum y_i x_i \\ \vdots \\ \sum y_i x_i^m \end{bmatrix} \implies$$

$$\implies \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum x_i^0 & \sum x_i^1 & \sum x_i^2 & \dots & \sum x_i^m \\ \sum x_i^1 & \sum x_i^2 & \sum x_i^3 & \dots & \sum x_i^{m+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum x_i^m & \sum x_i^{m+1} & \sum x_i^{m+2} & \dots & \sum x_i^{2m} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum y_i x_i \\ \vdots \\ \sum y_i x_i^m \end{bmatrix}$$

Algoritmo para ajuste polinomial

Para esse trabalho foi implementado o ajuste polinomial para equações de primeiro e segundo grau

Tendo os dados do gráfico deve-se então calcular a inversa da matriz A e a multiplicar pela matriz B para achar os coeficientes da função

Foram utilizadas técnicas distintas para cálculo da matriz inversa para o ajuste para polinômios de grau um e dois

Portanto para achar a matriz de coeficientes deve-se aplicar duas operações:

- Achar o inverso de uma matriz
- Fazer multiplicações de matrizes

Matriz inversa para ajuste de polinômio com grau um

Matriz da forma: $\begin{bmatrix} \sum x_i^0 & \sum x_i^1 \\ \sum x_i^1 & \sum x_i^2 \end{bmatrix}$

Para matrizes 2x2 a inversa pode ser calculada por

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

No qual $ad - bc$ pode também ser representado como o determinante da matriz inicial

Matriz inversa para ajuste de polinômio com grau dois

Matriz da forma:

$$\begin{bmatrix} \sum x_i^0 & \sum x_i^1 & \sum x_i^2 \\ \sum x_i^1 & \sum x_i^2 & \sum x_i^3 \\ \sum x_i^2 & \sum x_i^3 & \sum x_i^4 \end{bmatrix}$$

A seguir serão mostrados os passos para o cálculo da inversa de uma matriz 3x3

Passos para o cálculo da inversa da matriz 3x3

Para uma matriz A_{3x3}:

1. Calcular o determinante da matriz A ($det(A)$)
2. Calcular a matriz de cofatores
   Para uma posição (i, j):
   2.1 Deve-se deletar os números presentes na mesma linha i e coluna j da matriz original e calcular a determinante dessa nova matriz 2x2
   2.2 Se i + j for múltiplo de dois o valor resultante é o próprio valor da determinante, caso contrário é o valor oposto da determinante

   Exemplo:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 6 \end{bmatrix}, cfA_{11} = \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 0 & 6 \end{vmatrix}, cfA_{12} = -\begin{vmatrix} 0 & 5 \\ 1 & 6 \end{vmatrix} = 5$$

Passos para o cálculo da inversa da matriz 3x3

$$cfA = \begin{bmatrix} 24 & 5 & cfA_{13} \\ cfA_{21} & cfA_{22} & cfA_{23} \\ cfA_{31} & cfA_{32} & cfA_{33} \end{bmatrix}$$

3. Transpor matriz de cofatores

$$cfA = \begin{bmatrix} cfA_{11} & cfA_{12} & cfA_{13} \\ cfA_{21} & cfA_{22} & cfA_{23} \\ cfA_{31} & cfA_{32} & cfA_{33} \end{bmatrix}, \; tcfA = \begin{bmatrix} cfA_{11} & cfA_{21} & cfA_{31} \\ cfA_{12} & cfA_{22} & cfA_{32} \\ cfA_{13} & cfA_{23} & cfA_{33} \end{bmatrix}$$

4. Multiplicar toda os elementos da matriz transposta por $det(A)^{-1}$

$$inverse = \begin{bmatrix} tcfA_{11} * det(A)^{-1} & tcfA_{12} * det(A)^{-1} & tcfA_{13} * det(A)^{-1} \\ tcfA_{21} * det(A)^{-1} & tcfA_{22} * det(A)^{-1} & tcfA_{23} * det(A)^{-1} \\ tcfA_{31} * det(A)^{-1} & tcfA_{32} * det(A)^{-1} & tcfA_{33} * det(A)^{-1} \end{bmatrix}$$

Multiplicação de Matrizes

O produto de matrizes A e B resultando na matriz C é obtido por meio da soma dos produtos dos elementos correspondentes da i-ésima linha de A pelos elementos da j-ésima coluna B.

$$
\begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} B_{1,1} & B_{1,2} & B_{1,3} \\ B_{2,1} & B_{2,2} & B_{2,3} \\ B_{3,1} & B_{3,2} & B_{3,3} \end{bmatrix}
$$

$$
=
$$

$$
\begin{bmatrix} A_{1,1} * B_{1,1} + A_{2,1} * B_{1,2} + A_{3,1} * B_{1,3} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}
$$

Algoritmo para ajuste polinomial

Agora sabendo como fazer o calculo da matriz inversa e multiplicação de matrizes é só calcular a matriz β de acordo com os dados obtidos

$$\begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum x_i^0 & \sum x_i^1 & \sum x_i^2 & \dots & \sum x_i^m \\ \sum x_i^1 & \sum x_i^2 & \sum x_i^3 & \dots & \sum x_i^{m+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum x_i^m & \sum x_i^{m+1} & \sum x_i^{m+2} & \dots & \sum x_i^{2m} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum y_i x_i \\ \vdots \\ \sum y_i x_i^m \end{bmatrix}$$

Qualidade de ajuste

A qualidade de uma função ajustada u e pontos reais já obtidos representados por y é dada por

$$q = \sum_{i=1}^{N} (y_i - u_i)$$

em que N, consiste no número de pontos

Observe que quanto menor for o valor q mais precisa é a função

Análise de Ação

Obtenção dos dados

Para esse trabalho foi utilizado dados da empresa Facebook, Inc. (ação FB) durante o período de

- 13/05/2013 até 24/09/2018
- 02/04/2018 até 09/11/2018

Os dados podem ser baixados através do site Yahoo finanças
Link: `https://finance.yahoo.com/quote/FB?p=FB`

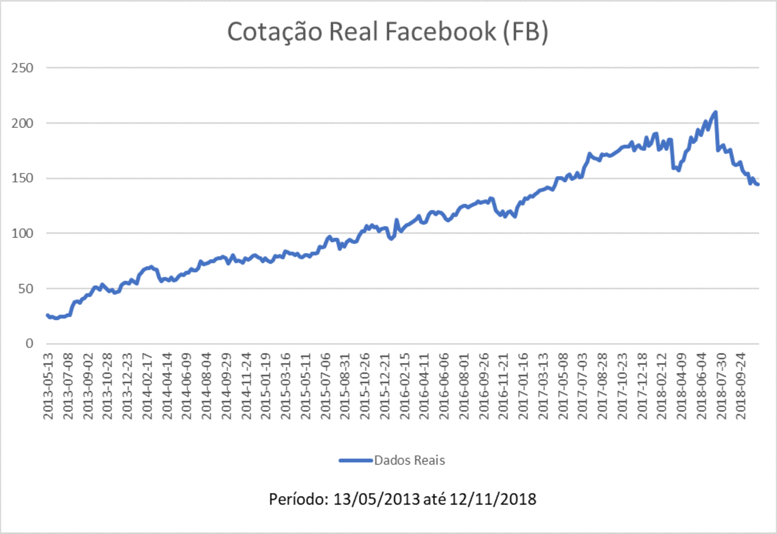
Aplicação do Algoritmo

Após a obtenção dos dados da ação FB os seguintes procedimentos foram feitos para cada período:

- Ajustes linear e quadrático
- Plotagem de gráfico para cada ajuste
- Análise de qualidade de cada ajuste
- Comparativo de diferentes ajustes para um mesmo período

Período de 13/05/2013 até 24/09/2018

Dados reais do Período

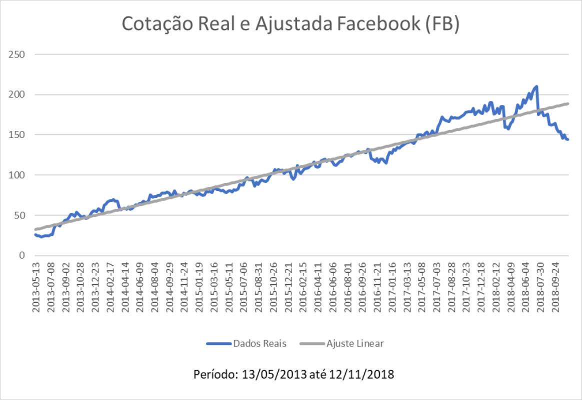


Período de 13/05/2013 até 24/09/2018 - Ajuste Linear

Equação da reta após ajuste para uma equação linear:

$$u = f(x) = 0.545256449x + 32.3944553676$$

$$q = \sum_{i=1}^{N}(y_i - u_i) = 35464.9446729667$$

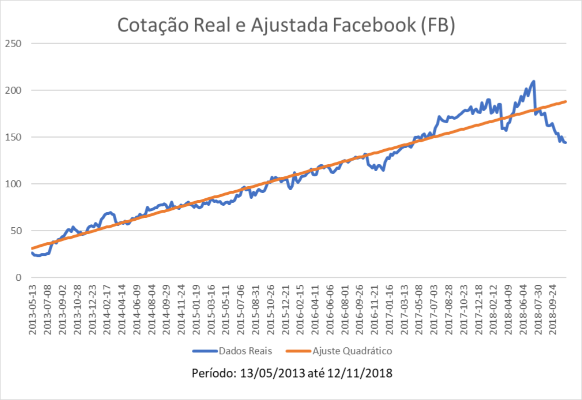


Período de 13/05/2013 até 24/09/2018 - Ajuste Quadrático

Equação da reta após ajuste para uma equação quadrático:

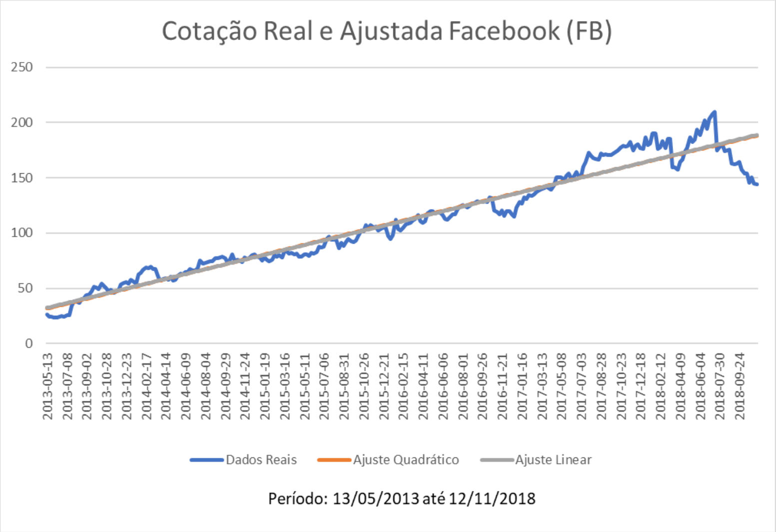
$$u = f(x) = -0.0000545252x^2 + 0.5609597066x + 31.6433162106$$

$$q = \sum_{i=1}^{N}(y_i - u_i) = 35499.0004518346$$



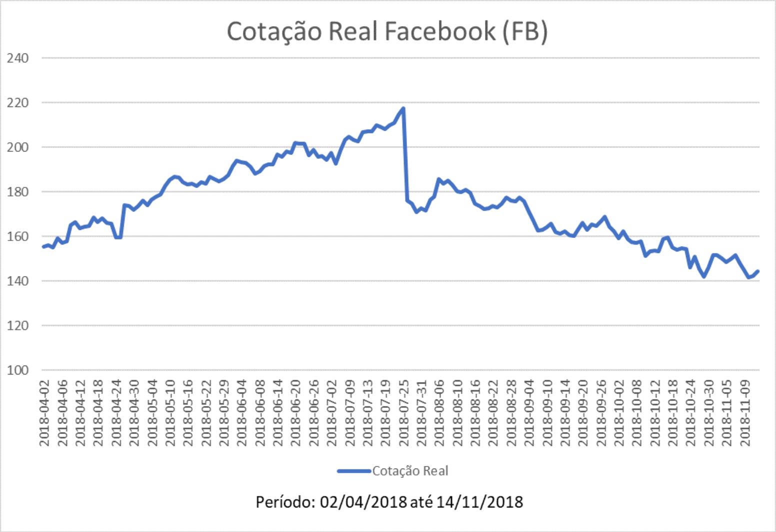
Período de 13/05/2013 até 24/09/2018 - Comparativo

Comparativo entre dados reais, ajuste linear e ajuste quadrático



Período de 02/04/2018 até 09/11/2018

Dados reais do Período

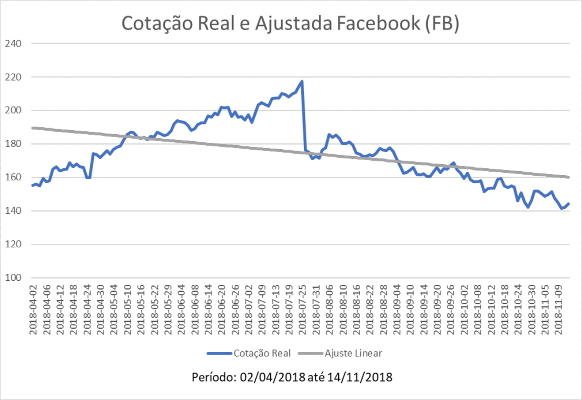


Período de 02/04/2018 até 09/11/2018 - Ajuste Linear

Equação da reta após ajuste para uma equação linear:

$$u = f(x) = -0.1849197185x + 189.5355026317$$

$$q = \sum_{i=1}^{N}(y_i - u_i) = 41251.7195782369$$

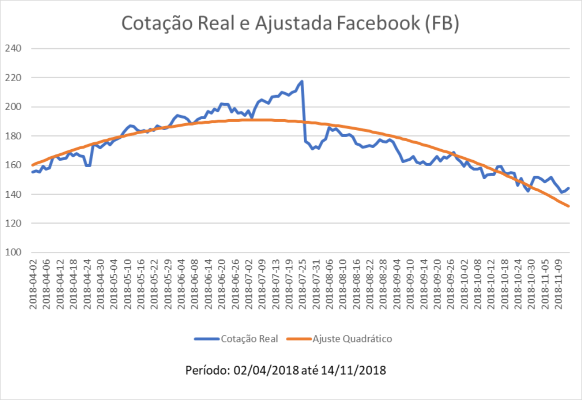


Período de 02/04/2018 até 09/11/2018 - Ajuste Quadrático

Equação da reta após ajuste para uma equação quadrática:

$$u = f(x) = -0.0069320225x^2 + 0.9242038877x + 160.1437270675$$

$$q = \sum_{i=1}^{N}(y_i - u_i) = 12439.3368638241$$



Período de 02/04/2018 até 09/11/2018 - Comparativo

Comparativo entre dados reais, ajuste linear e ajuste quadrático