Trabalho Prático

O objetivo do trabalho será:

- Compreender a definição de derivada como limite da razão de variação média.
- Interpretar geometricamente a derivada como inclinação da reta tangente.
- Aplicar o conceito de derivada a funções elementares e visualizar esse conceito com o apoio de gráficos.

Problema 1: Achar a equação da Reta que Passa por Dois Pontos

- Dados os pontos $A = (1, 4)$ e $B = (3, 6)$.
- Usamos a fórmula da equação da reta: $y - y_0 = m(x - x_0)$.
- Coeficiente angular: $m = \frac{6-4}{3-1} = 1$.
- Equação: $y - 4 = 1(x - 1) \Rightarrow y = x + 3$.

Problema 2: Achar a equação da Reta Tangente ao gráfico de $f(x) = x^2$ no ponto $A = (2, 4)$

1. **Motivação:** Como determinar a equação da reta tangente se conhecemos apenas um ponto? Pense, por exemplo, na velocidade exata que o velocímetro de um carro indica em determinado instante.
2. **Estratégia:** Usar o conceito de limite com retas secantes se aproximando da tangente.
3. Vamos escolher pontos cuja abscissa seja perto de $x = 2$:

   Começamos com o ponto $B = (4, f(4)) = (4, 16)$
   equação da reta: $y = 6x - 8$

   Vamos agora com o ponto $C = (3, 9)$
   equação da reta: $y = 5x - 6$

Tabela dos Coeficientes Angulares da reta secante - m_s

x	$f(x)$	m_s
2,5	6,25	4,5
2,1	4,41	4,1
2,01	4,0401	4,01

Observa-se que o coeficiente angular das retas secantes se aproximam do coeficiente angular 4, que será o coeficiente angular da reta tangente.

Conclusão: Definição de Derivada

- O coeficiente angular da reta tangente é o limite das secantes:

$$m = \lim_{h \to 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{(2+h)^2 - 4}{h}$$

- Calculando:

$$\frac{4 + 4h + h^2 - 4}{h} = \frac{4h + h^2}{h} = 4 + h \Rightarrow \lim_{h \to 0}(4+h) = 4$$

- Portanto, a reta tangente tem equação: $y - 4 = 4(x-2) \Rightarrow y = 4x - 4$.

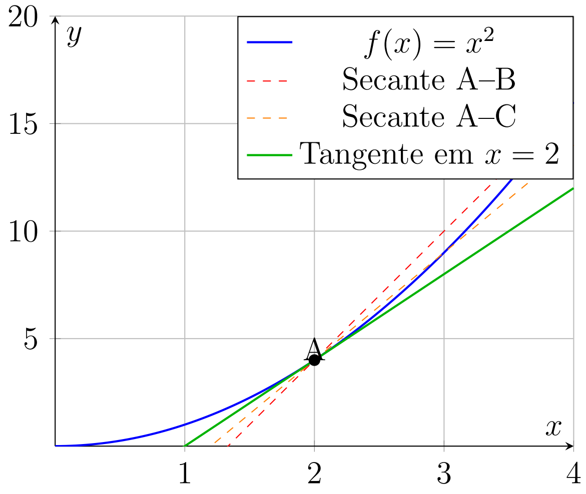
Atividade com Python

1. Desenhar o gráfico de $f(x) = x^2$ e marcar o ponto $A = (2, f(2))$.
2. Criar uma sequência de valores de x que se aproximem de 2 pela direita. (Como na tabela abaixo)
3. Calcular os valores de $f(x)$ na tabela.
4. Calcular o valor do coeficiente angular da reta secante com o ponto $A = (2, 4)$ e para cada ponto da tabela $(x, f(x))$. (Siga o exemplo)

x	$f(x)$	Coef. Angular da Secante com $A = (2,4)$
2,5	6,25	$m_s = \frac{6{,}25-4}{2{,}5-2} = 4,5$
2,4		
2,3		
2,1		
2,01		

5. Determinar a equação das retas secantes com os pontos da tabela.
6. Determine com base na tabela e nos gráficos, o valor do limite do coeficiente angular das secantes quando $x \to 2$.
7. Com o valor determinado acima, determine a equação da reta tangente.
8. Esboce a reta tangente, as retas secantes no mesmo sistema que a parábola $f(x) = x^2$. (Como na figura abaixo)

Gráfico com Retas Secantes e Tangente



Atividade 2

1. Repita esse processo para a função $f(x) = x^3$ no ponto $x = 1$. Qual é a derivada nesse ponto?
2. Repita esse processo para a função $f(x) = \sqrt{x}$ no ponto $x = 1$. Qual é a derivada nesse ponto?