Trabalho Prático

O objetivo do trabalho será:

- Compreender a definição de derivada como limite da razão de variação média.
- Interpretar geometricamente a derivada como inclinação da reta tangente.
- Aplicar o conceito de derivada a funções elementares e visualizar esse conceito com o apoio de gráficos.

Problema 1: Achar a equação da Reta que Passa por Dois Pontos

- Dados os pontos $A = (1, 4)$ e $B = (3, 6)$.
- Usamos a fórmula da equação da reta: $y - y_0 = m(x - x_0)$.
- Coeficiente angular: $m = \frac{6-4}{3-1} = 1$.
- Equação: $y - 4 = 1(x - 1) \Rightarrow y = x + 3$.

Atividade 1

Escrever um programa que determina a equação de uma reta que passa por dois pontos, como no problema 1.

Problema 2: Achar a equação da Reta Tangente

1. **Motivação:** Como determinar a equação da reta tangente se conhecemos apenas um ponto?
2. **Estratégia:** Usar o conceito de limite com retas secantes se aproximando da tangente.
3. Achar a equação da Reta Tangente ao gráfico de $f(x) = x^2$ no ponto $A = (2, 4)$.

   Vamos escolher pontos cuja abscissa seja perto de $x = 2$:

   Começamos com o ponto $B = (4, f(4)) = (4, 16)$
   equação da reta: $y = 6x - 8$

   Vamos agora com o ponto $C = (3, 9)$
   equação da reta: $y = 5x - 6$

Considerando outros pontos, construímos a tabela dos coeficientes angulares da reta secante - m_s

x	$f(x)$	m_s
4	16	6
3	9	5
2,5	6,25	4,5
2,1	4,41	4,1
2,01	4,0401	4,01

Observa-se que o coeficiente angular das retas secantes se aproximam do valor 4, que será o coeficiente angular da reta tangente.

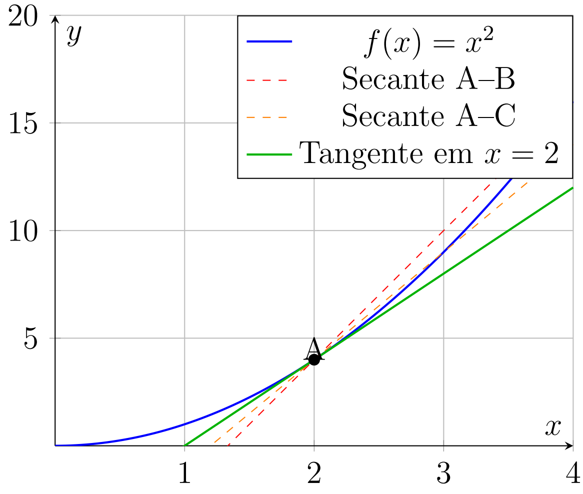
Atividade 2

Escrever um programa que calcula a equação das retas secantes para a função $f(x) = x^2$ sendo um dos pontos $A = (2, 4)$ seguindo os passos abaixo:

1. Criar uma sequência de valores de x que se aproximem de 2 pela direita. (Como na tabela abaixo)
2. Calcular os valores de $f(x)$, como na tabela.
3. Calcular o valor do coeficiente angular da reta secante com o ponto $A = (2, 4)$ e para cada ponto da tabela $(x, f(x))$. (Siga o exemplo como na tabela)

x	$f(x) = x^2$	Coef. Angular da Secante com $A = (2, 4)$
2,5	6,25	$m_s = \frac{6,25-4}{2,5-2} = 4,5$
2,4		
2,3		
2,1		

4. Determinar a equação das retas secantes que passa por cada ponto da tabela com o ponto $A = (2, 4)$.
5. Determine com base na tabela e nos gráficos, o valor do limite do coeficiente angular das secantes quando $x \to 2$.
6. Com o valor determinado acima, determine a equação da reta tangente.
7. Esboce a reta tangente, as retas secantes no mesmo sistema que a parábola $f(x) = x^2$, como na figura abaixo. Você pode usar um software gráfico como o Geogebra ou Python.



Atividade 3

1. Repita esse processo para a função $f(x) = x^3$ no ponto $x = 1$. Qual é a derivada nesse ponto?
2. Repita esse processo para a função $f(x) = \sqrt{x}$ no ponto $x = 1$. Qual é a derivada nesse ponto?