Avaliação 3

Mecânica dos sólidos

Bernardo Souza Muniz

14 de Julho de 2025

Engenharia de Telecomunicações - IFSC-SJ

Sumário

1. Introdução

Este relatório tem como objetivo apresentar a resolução das questões propostas no projeto final da disciplina de Mecânica dos sólidos. As questões abordam temas de momento fletor, esforço cortante e tensão de flexão.

2. Dados fornecidos

Para a resolução das questões abaixo, foram utilizados os dados de força e tensão da linha B.

Tabela 1: Elaborada pelo Autor

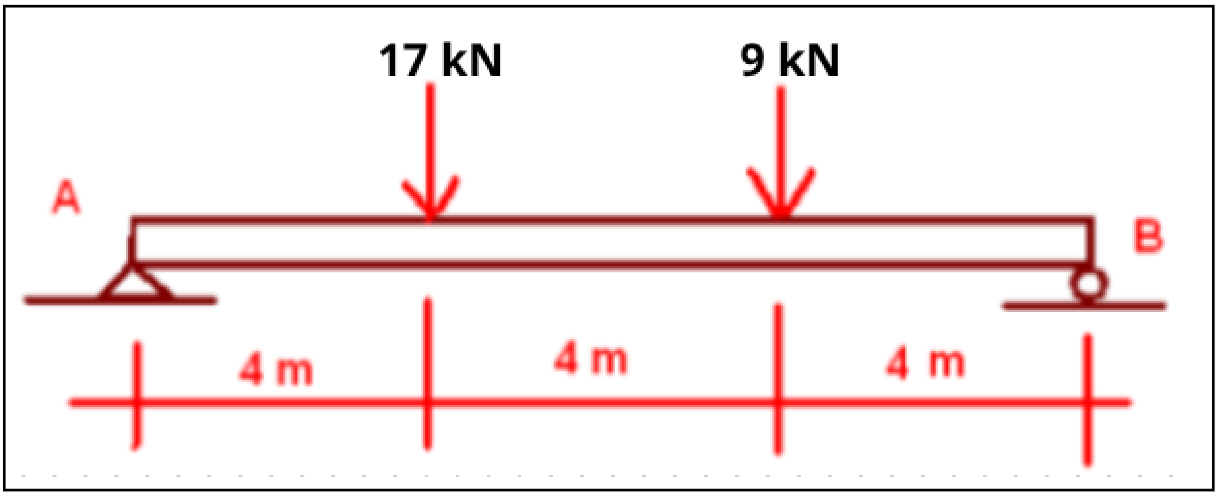
Aluno(a)	F1 (kN)	F2 (kN)	F3 (kN/m)	F4 (kN)	T1 (kN·m)
A	52	26	17	34	4
B	17	9	6	12	2
C	97	49	32	64	1
D	12	6	27	8	2
E	80	40	27	54	1
F	14	9	6	12	1
G	24	49	32	64	2
H	12	26	17	34	1
I	20	40	27	54	1
J	10	9	6	12	2

Tabela de valores fornecidos para resolução das questões

3. Questão 1

Desenhe os diagramas de esforço cortante e momento fletor para a viga bi-apoiada. Considere que a viga tenha secção de 12cm x 30cm. Determine qual é a tensão máxima de flexão.

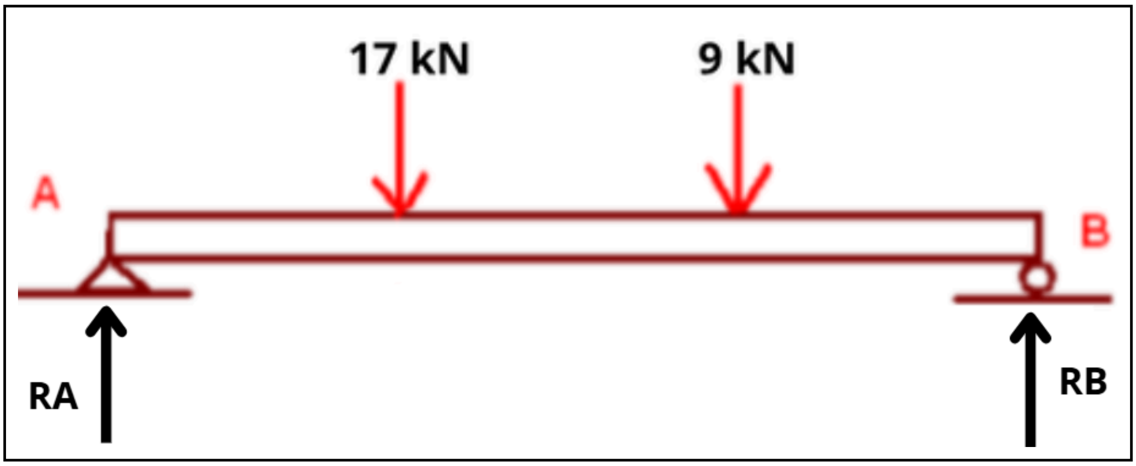
Figura 1: Elaborada pelo Autor



Questão 1

Inicialmente, temos que o somatório das forças no eixo y é zero, considerando as forças de reação R_A e R_B na viga:

Figura 2: Elaborada pelo Autor



Reações na viga bi-apoiada - Questão 1

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_A - 17kN - 9kN + R_B = 0 \tag{1}$$

Desta forma, temos a seguinte relação:

$$R_A + R_B = 26 \text{ kN} \tag{2}$$

Em seguida, temos que o somatório dos momentos no ponto A é zero:

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow R_B \cdot 14 - 17kN \cdot 6 - 9kN \cdot 14 - 22 \cdot 12 = 0 \tag{3}$$

Resolvendo, temos que:

$$R_B = \frac{68 + 72}{12} = \frac{140kN}{12} \therefore R_B = 11,67 \text{ kN} \tag{4}$$

Substituindo o valor de R_B na relação $R_A + R_B = 26$ kN, temos que:

$$R_A + R_B = 26kN \Rightarrow R_A = 26 - R_B \Rightarrow R_A = 26 - 11,67 \therefore R_A = 14,33 \text{ kN} \tag{5}$$

3.1. Cálculo do esforço cortante e momento fletor

3.1.1. Seção 1 ($0 \leq x \leq 4$):

Para o cálculo do esforço cortante, temos a seguinte relação ao resolver o balanço de forças presente na viga:

$$V(x) = R_A \therefore V(x) = 14,33 \text{ kN} \tag{6}$$

Para o cálculo do momento fletor, temos

$$M(x) = R_A \cdot x \Rightarrow M(x) = 14,33x \tag{7}$$

Substituindo os valores do intervalo:

Para $x = 0$:

$$M(0) = 14,33 \text{ kN} \cdot 0 = 0 \tag{8}$$

Para $x = 4$:

$$M(4) = 14,33kN \cdot 4 = 57,32 \text{ kN·m} \tag{9}$$

3.1.2. Seção 2 ($4 \leq x \leq 8$):

Para o cálculo do esforço cortante, temos a seguinte relação ao resolver o balanço de forças presente na viga:

$$V(x) = 17 - 14,33 \therefore V(x) = -2,67 \text{ kN} \tag{10}$$

Em seguida, fazemos o cálculo do o momento fletor:

$$M(x) = R_A \cdot x - 17(x - 4) \tag{11}$$

Resolvendo, temos:

$$M(x) = 14,33x - 17x + 68 \Rightarrow M(x) = -2,67x + 68 \tag{12}$$

Substituindo o valor do intervalo:

Para $x = 4$:

$$M(4) = -2,67 \cdot 4 + 68 = 57,32 \text{ kN} \tag{13}$$

Para $x = 8$:

$$M(8) = -2,67 \cdot 8 + 68 = 46,64 \text{ kN·m} \tag{14}$$

3.1.3. Seção 3 ($8 \leq x \leq 12$):

Para o cálculo do esforço cortante, temos a seguinte relação ao resolver o balanço de forças presente na viga:

$$V(x) = -2,67 - 9 \therefore V(x) = -11,67 \text{ kN} \tag{15}$$

Em seguida, fazemos o cálculo do o momento fletor:

$$M(x) = R_A \cdot x - 17(x - 4) - 9(x - 8) \tag{16}$$

Resolvendo, temos:

$$M(x) = 14,33x - 17x + 68 - 9x + 72 \Rightarrow M(x) = -11,67x + 140 \tag{17}$$

Para $x = 8$:

$$M(8) = -11,67 \cdot 8 + 140 = 46,64 \text{ kN·m} \tag{18}$$

Para $x = 12$:

$$M(12) = -11,67 \cdot 12 + 140 = -140,04 + 140 = -0,04 \text{ kN·m} \quad (19)$$

Com isso, finaliza-se a análise de cada secção da viga bi-apoiada. Nota-se que temos o valor de momento fletor máximo $57,32kN \cdot m$ atingido no ponto $x = 4$. Utilizaremos o valor de $M_{\max}$ para calcular a tensão máxima de flexão.

3.1.4. Diagramas de momento fletor e esforço cortante

Uma vez calculados os valores de momento fletor e esforço cortante, temos os seguintes gráficos:

Figura 3: Elaborada pelo Autor

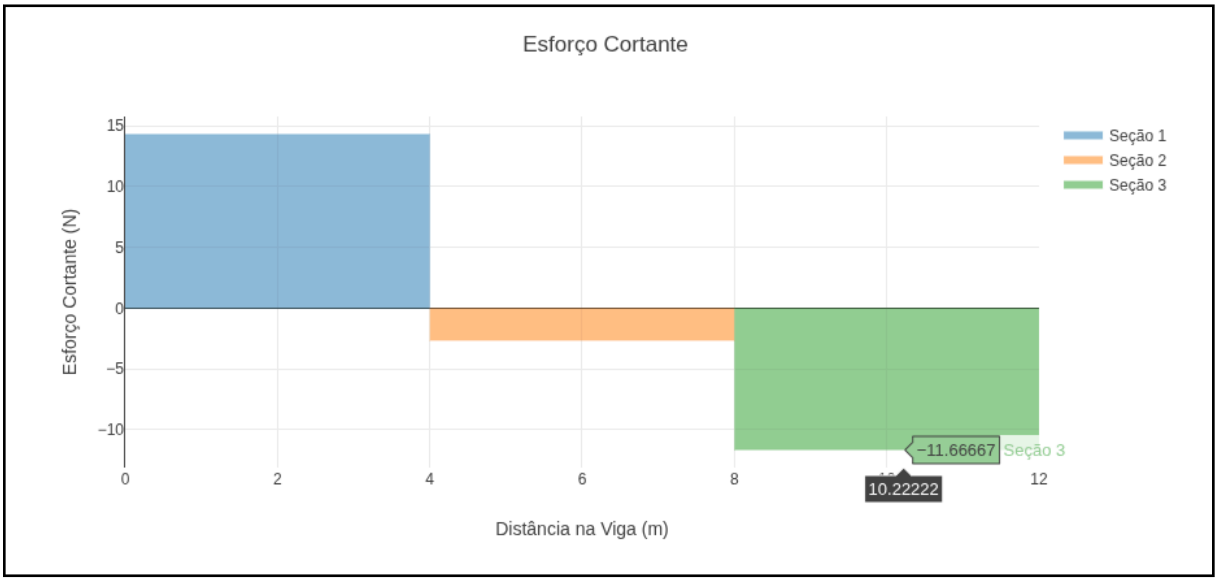


Gráfico de esforço cortante da Questão 1

Figura 4: Elaborada pelo Autor

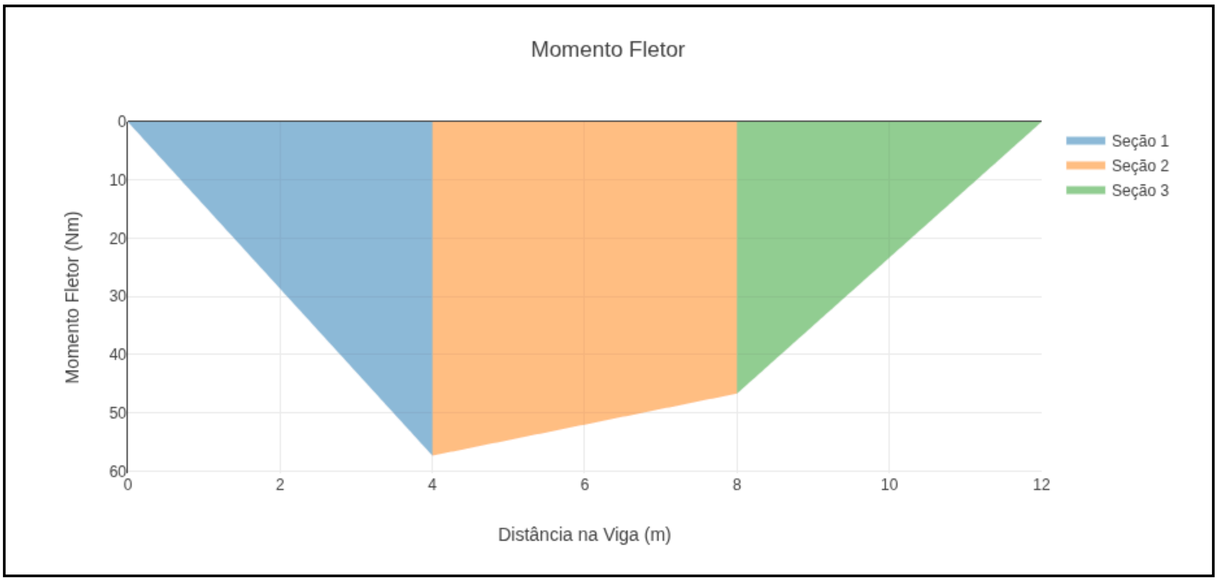


Gráfico de momento fletor da Questão 1

3.2. Tensão máxima de flexão

Primeiramente, calculamos o centro de gravidade c na secção transversal da viga:

$$c = \frac{h}{2} = \frac{30}{2} = 15cm \therefore c = 0,15\text{m} \tag{20}$$

Agora fazemos o cálculo do momento de inércia da viga utilizando os valores de largura e altura:

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{0,12 \cdot (0,3)^3}{12} = \frac{0,12 \cdot (0,027)}{12} = 0,00027\ \text{kg·m}^2 \tag{21}$$

Para calcular a tensão máxima de flexão, utilizamos a seguinte fórmula:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max} \cdot c}{I} \tag{22}$$

O valor da variável $M_{\max}$ é conhecido do cálculo de momentos de flexão, sendo $M_{\max} = 57,32kN$.

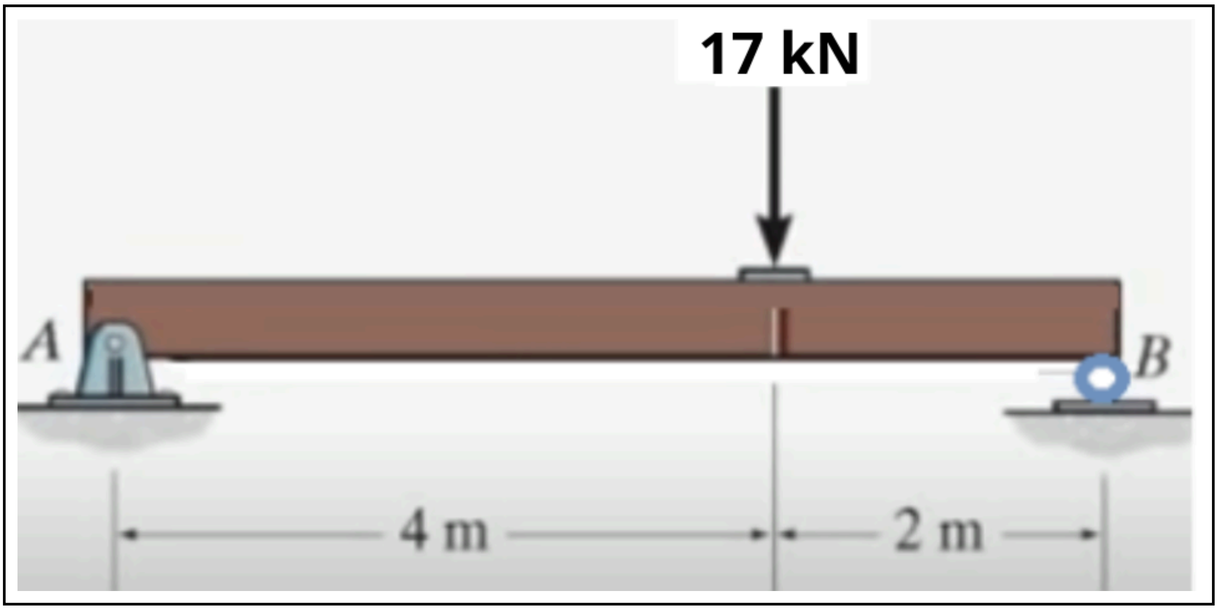
Substituindo os valores na equação, temos:

$$\sigma_{\max} = \frac{57320 \cdot 0,15}{0,00027} = 31,85\ \text{MPa} \tag{23}$$

4. Questão 2

Desenhe os diagramas de esforço cortante e momento fletor para a viga bi-apoiada. A viga tem perfil retangular com medidas de 8cm x 25cm. Determine também qual é a tensão máxima de flexão.

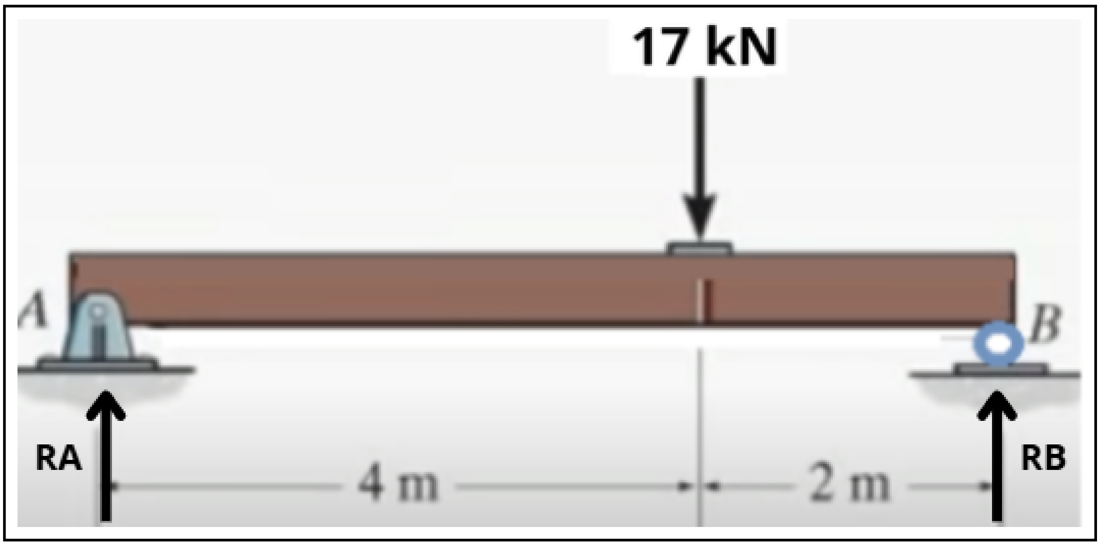
Figura 5: Elaborada pelo Autor



Questão 2

Inicialmente, temos que o somatório das forças no eixo y é zero, considerando as forças de reação R_A e R_B na viga:

Figura 6: Elaborada pelo Autor



Reações na viga bi-apoiada - Questão 2

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_A - 17kN + R_B = 0 \quad (24)$$

Desta forma, temos a seguintes relação:

$$R_A + R_B = 17 \text{ kN} \quad (25)$$

Em seguida, temos que o somatório dos momentos no ponto A é zero:

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow R_B \cdot 6 - 17 \text{ kN} \cdot 4 = 0 \quad (26)$$

Resolvendo, temos que:

$$R_B = \frac{17 \cdot 4}{6} = \frac{68kN}{6} \therefore R_B = 11,34 \text{ kN} \quad (27)$$

Substituindo o valor de R_B na relação $R_A + R_B = 17$ kN, temos que:

$$R_A + R_B = 17kN \Rightarrow R_A = 17 - R_B \Rightarrow R_A = 17 - 11,34 \therefore R_A = 5,67 \text{ kN} \quad (28)$$

4.1. Cálculo do esforço cortante e momento fletor

4.1.1. Seção 1 ($0 \leq x \leq 4$):

Para o cálculo do esforço cortante, temos a seguinte relação ao resolver o balanço de forças presente na viga:

$$V(x) = R_A \therefore V(x) = 5,67 \text{ kN} \quad (29)$$

Para o cálculo do momento fletor, temos

$$M(x) = R_A \cdot x \Rightarrow M(x) = 5,67x \tag{30}$$

Substituindo os valores do intervalo:

Para $x = 0$:

$$M(0) = 5,67kN \cdot 0 = 0 \tag{31}$$

Para $x = 4$:

$$M(4) = 5,67kN \cdot 4 = 22,68 \text{ kN·m} \tag{32}$$

4.1.2. Seção 2 ($4 \leq x \leq 6$):

Para o cálculo do esforço cortante, temos a seguinte relação ao resolver o balanço de forças presente na viga:

$$V(x) = R_A - 17 \Rightarrow V_x = 5,67 - 17 \therefore V(x) = -11,33 \text{ kN} \tag{33}$$

Para o cálculo do momento fletor, temos

$$M(x) = R_A \cdot x - 17(x - 4) \tag{34}$$

Resolvendo, temos que:

$$M(x) = 5,67x - 17x + 68 \Rightarrow M(x) = -11,33x + 68 \tag{35}$$

Substituindo os valores do intervalo:

Para $x = 4$:

$$M(4) = -11,33 \cdot 4 + 68 = 22,68 \text{ kN·m} \tag{36}$$

Para $x = 8$:

$$M(8) = -11,33 \cdot 8 + 68 = -22,64 \text{ kN·m} \tag{37}$$

Com isso, finaliza-se a análise de cada secção da viga bi-apoiada. Nota-se que temos o valor de momento fletor máximo $22,68$ kN·m atingido no ponto $x = 4$. Utilizaremos o valor de M_{max} para calcular a tensão máxima de flexão.

4.1.3. Diagramas de momento fletor e esforço cortante

Uma vez calculados os valores de momento fletor e esforço cortante, temos os seguintes gráficos:

Figura 7: Elaborada pelo Autor

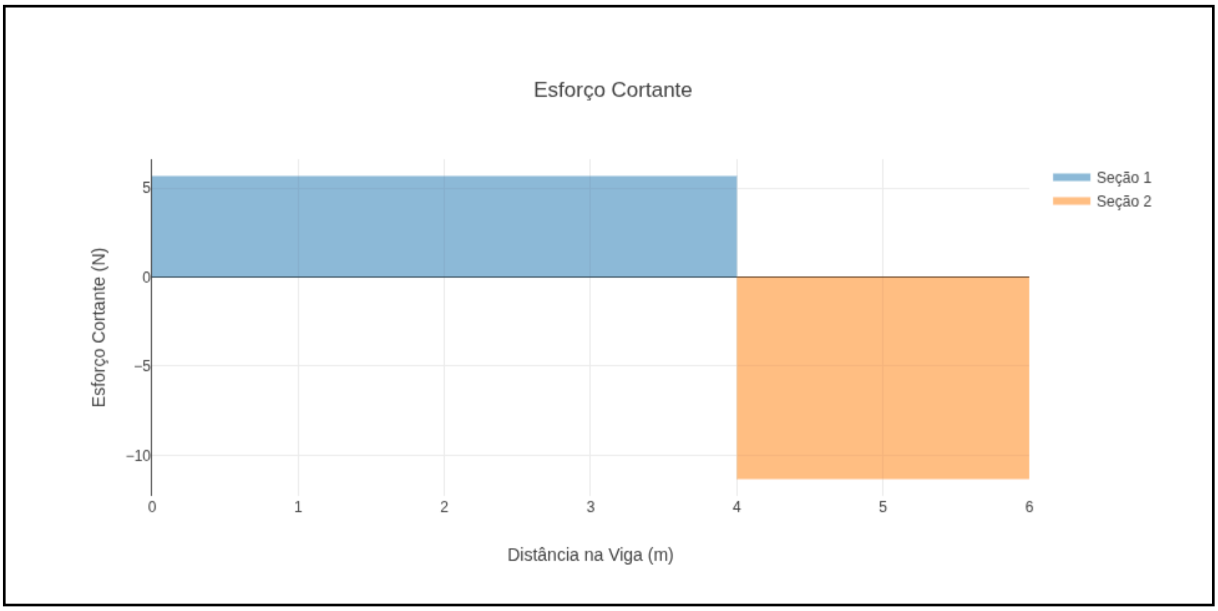


Gráfico de esforço cortante da Questão 2

Figura 8: Elaborada pelo Autor

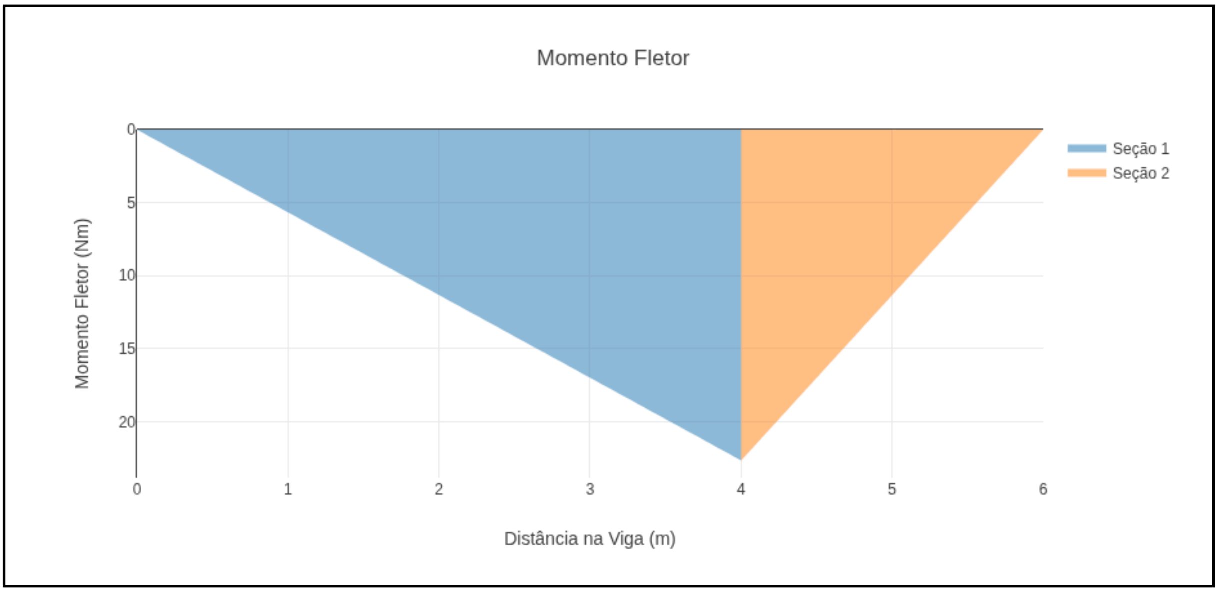


Gráfico de momento fletor da Questão 2

4.2. Tensão máxima de flexão

Primeiramente, calculamos o centro de gravidade c na secção transversal da viga:

$$c = \frac{h}{2} = \frac{25}{2} = 12,5 \text{ cm} \therefore c = 0,15\text{m} \tag{38}$$

Agora fazemos o cálculo do momento de inércia da viga utilizando os valores de largura e altura:

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{0,08 \cdot (0,25)^3}{12} = \frac{0,08 \cdot (0,015625)}{12} = 0,010416 \text{ kg·m}^2 \tag{39}$$

Para calcular a tensão máxima de flexão, utilizamos a seguinte fórmula:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max} \cdot c}{I} \tag{40}$$

O valor da variável $M_{\max}$ é conhecido do cálculo de momentos de flexão, sendo $M_{\max} = 22,68$ kN.

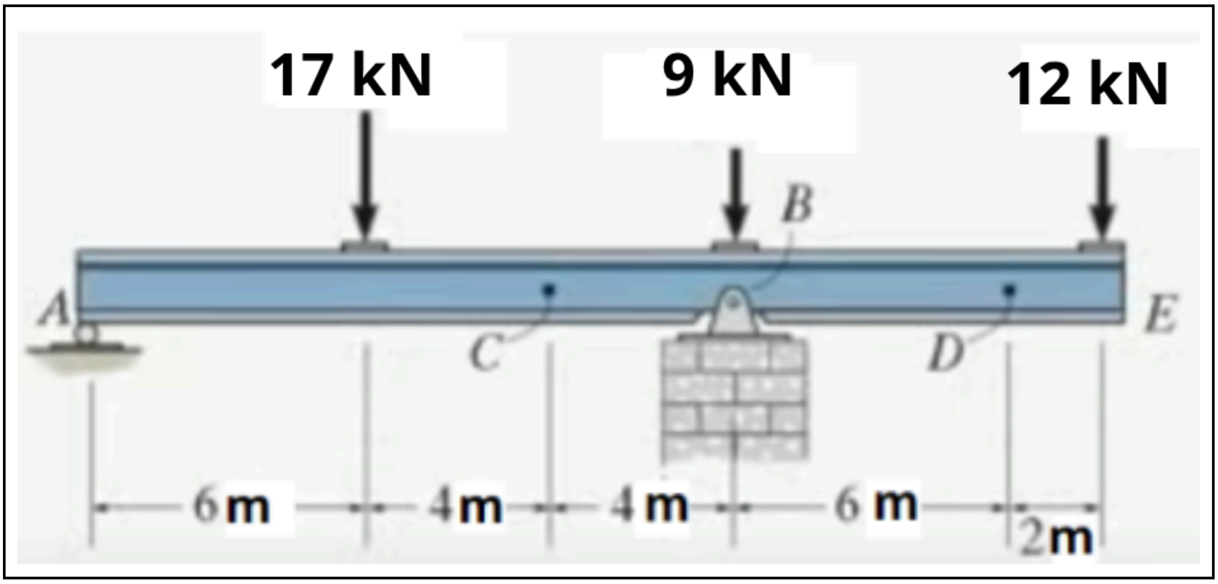
Substituindo os valores na equação, temos:

$$\sigma_{\max} = \frac{22680 \cdot 0,125}{0,010416} = 27,2 \text{ MPa} \tag{41}$$

5. Questão 3

Desenhe os diagramas de esforço cortante e momento fletor para a viga mostrada abaixo:

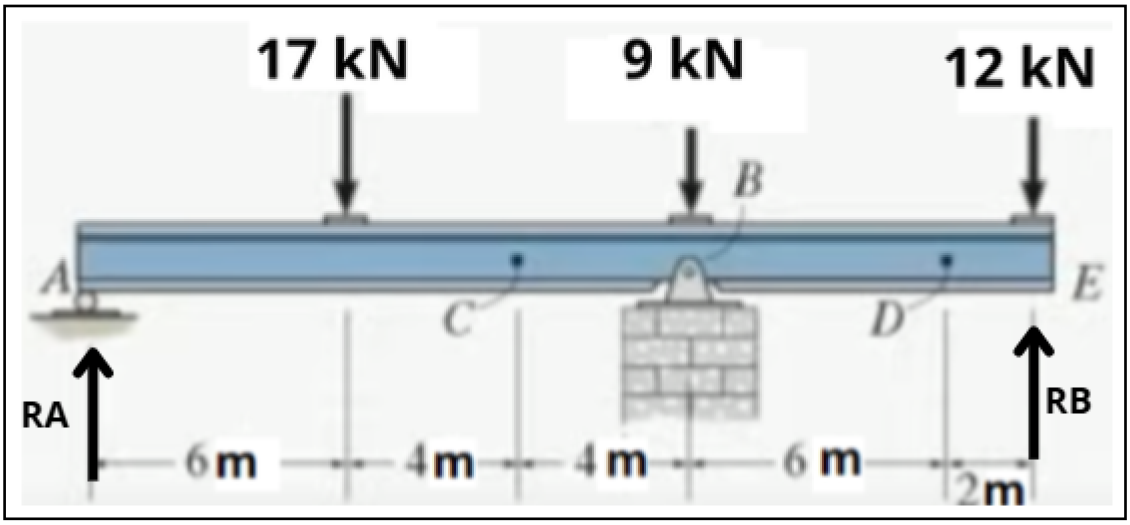
Figura 9: Elaborada pelo Autor



Questão 3

Inicialmente, temos que o somatório das forças no eixo y é zero, considerando as forças de reação R_A e R_B na viga:

Figura 10: Elaborada pelo Autor



Questão 3

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_A - 17kN - 9kN - 12kN + R_B = 0 \tag{42}$$

Desta forma, temos a seguinte relação:

$$R_A + R_B = 38 \text{ kN} \tag{43}$$

Em seguida, temos que o somatório dos momentos no ponto A é zero:

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow R_B \cdot 14 - 17kN \cdot 6 - 9kN \cdot 14 - 22 \cdot 12kN = 0 \tag{44}$$

Resolvendo, temos que:

$$R_B = \frac{264 + 126 + 102}{12} = \frac{492kN}{14} \therefore R_B = 35,14 \text{ kN} \tag{45}$$

Substituindo o valor de R_B na relação $R_A + R_B = 38kN$, temos que:

$$R_A + R_B = 38kN \Rightarrow R_A = 38 - R_B \Rightarrow R_A = 38 - 35,14 \therefore R_A = 2,85 \ \text{ kN} \tag{46}$$

5.1. Cálculo do esforço cortante e momento fletor

5.1.1. Seção 1 ($0 \leq x \leq 6$):

Para o cálculo do esforço cortante, temos a seguinte relação ao fazer o balanço de forças:

$$-R_A + V(x) = 0 \Rightarrow V(x) = R_A \tag{47}$$

Logo:

$$V(x) = 2,85 \text{ kN} \tag{48}$$

Para o cálculo do momento fletor, temos

$$M(x) = R_A \cdot x \Rightarrow M(x) = 2,85x \tag{49}$$

Substituindo os valores do intervalo:

Para $x = 0$:

$$M(0) = 2,85kN \cdot 0 = 0 \tag{50}$$

Para $x = 6$:

$$M(6) = 2,85kN \cdot 6 = 17,1 \text{ kN·m} \tag{51}$$

5.1.2. Seção 2 ($6 \leq x \leq 14$):

Para o cálculo do esforço cortante, temos a seguinte relação ao fazer o balanço de forças:

$$17kN - R_A + V(x) = 0 \Rightarrow V(x) = R_A - 17 \text{ kN} \tag{52}$$

Logo:

$$V(x) = 2,85 - 17 \therefore V(x) = -14,15 \text{ kN} \tag{53}$$

Para o cálculo do momento fletor, temos

$$M(x) = R_A \cdot x - 17(x - 6) \tag{54}$$

Resolvendo, temos que:

$$M(x) = 2,85x - 17x + 102 \Rightarrow M(x) = -14,15x + 102 \quad \text{kN} \tag{55}$$

Substituindo os valores do intervalo:

Para $x = 6$:

$$M(6) = -14,15 \cdot 6 + 102 = 17,1 \text{ kN·m} \tag{56}$$

Para $x = 14$:

$$M(14) = -14,15 \cdot 14 + 102 = -96,1 \text{ kN·m} \tag{57}$$

5.1.3. Seção 3 ($14 \leq x \leq 22$):

Para o cálculo do esforço cortante, temos a seguinte relação ao fazer o balanço de forças:

$$17kN + 9kN - R_A - R_B + V(x) = 0 \Rightarrow V(x) = R_A + R_B - 17kN - 9kN \tag{58}$$

Logo:

$$V(x) = 2,85 + 35,14 - 17 - 9 \therefore V(x) = 12 \text{ kN} \tag{59}$$

Para o cálculo do momento fletor, temos

$$M(x) = -17(x - 6) - 9(x - 14) + R_B(x - 14) + R_A x \tag{60}$$

Resolvendo, temos que:

$$M(x) = -17x + 102 - 9x + 126 + 35,15x - 492 + 2,85x \tag{61}$$

Portanto:

$$M(x) = 12x - 264 \text{ kN} \tag{62}$$

Substituindo os valores do intervalo:

Para $x = 14$:

$$M(14) = 12 \cdot 14 - 264 = -96 \text{ kN·m} \tag{63}$$

Para $x = 22$:

$$M(22) = 12 \cdot 22 - 264 = 0 \tag{64}$$

5.2. Diagrama de momento fletor e esforço cortante

Uma vez calculados os valores de momento fletor e esforço cortante, temos os seguintes gráficos:

Figura 11: Elaborada pelo Autor

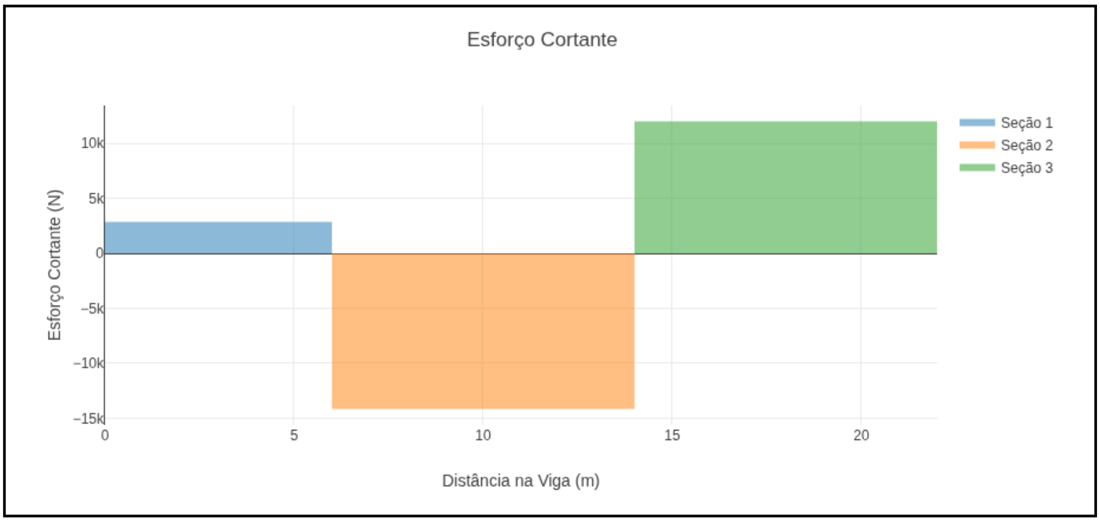


Gráfico de esforço cortante da Questão 3

Figura 12: Elaborada pelo Autor

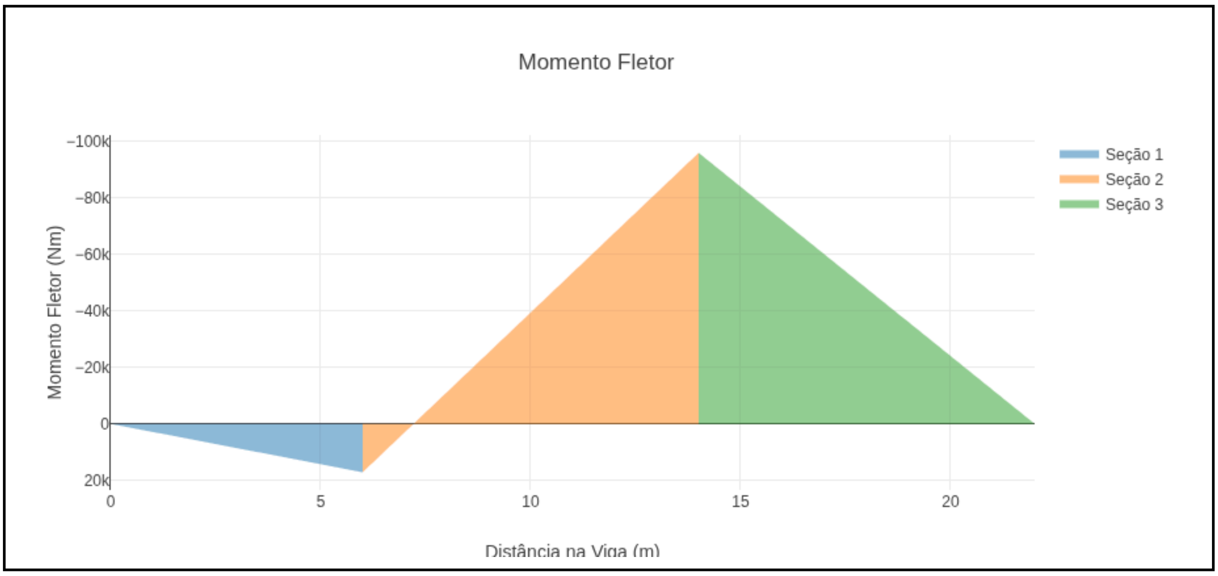


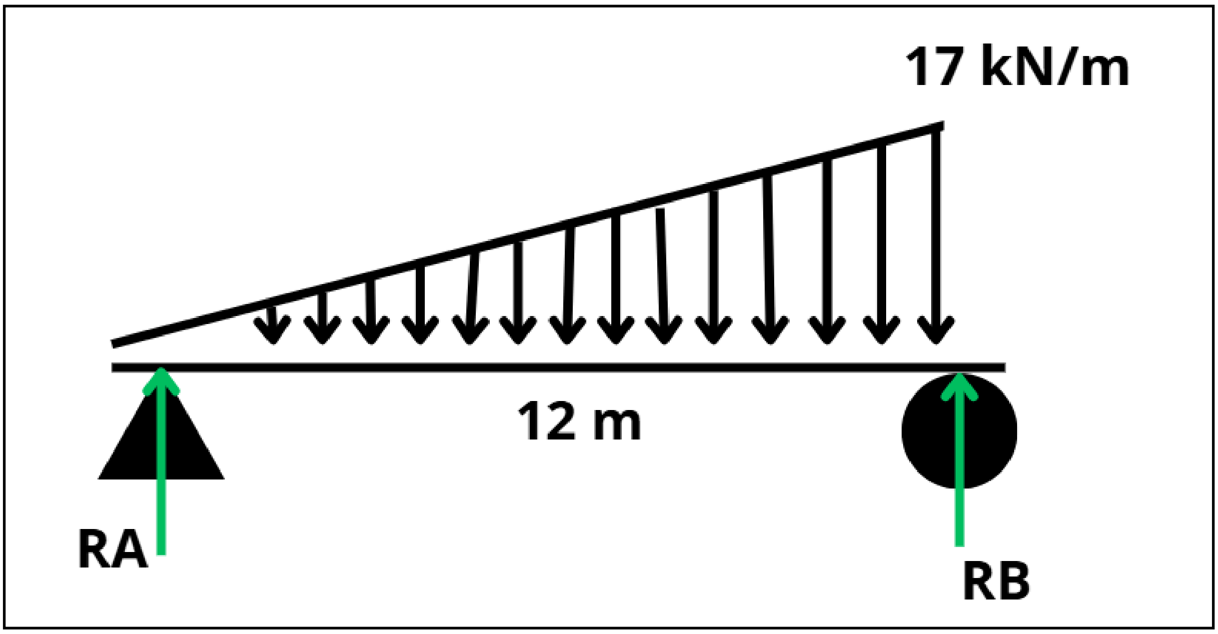
Gráfico de momento fletor da Questão 3

6. Questão 4

Considere uma viga bi-apoiada com 12m de comprimento submetida a uma força distribuída triangular que começa em zero no apoio tipo vínculo e termina com valor F1 no segundo apoio de rolete. A viga tem secção com medidas de 12cm x 60cm. Determine qual é o Momento Fletor máximo dessa viga e desenhe o diagrama de momento fletor. Qual a Tensão máxima de Flexão?

Com base nas informações fornecidas, foi elaborado um desenho esquemático para representar o cenário analisado:

Figura 13: Elaborada pelo Autor



Questão 4

Inicialmente, temos que o somatório das forças no eixo y é zero, considerando as forças de reação R_A e R_B e a força W, representando força total distribuida na viga:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_A - W + R_B = 0 \tag{65}$$

Desta forma, temos a seguinte relação:

$$R_A + R_B = W \tag{66}$$

Para calcular a força total distribuída W, usamos a seguinte fórmula:

$$W = \frac{w_f}{2}\left(x_f - x_i\right) \tag{67}$$

Onde:
- w_f: Força no ponto final da viga
- x_f: Pontoo final de aplicação da força
- x_i: Ponto inicial de aplicação da força

Utilizamos a força dividida por dois pois estamos lidando com uma força distribuída no formato de triângulo. Neste caso, W seria a área total do triângulo, que pode ser calculada pelo produto da base pela altura dividido por 2. A base neste seria a diferença entre os pontos inicial e final e a altura a força distribuída.

De acordo com o cenário analisado temos que: $w_f = 17$ kN, $x_f = 12$m e $x_i = 0$.

Substituindo os valores conhecidos na equação, temos:

$$W = \frac{17}{2}(12 - 0) \Rightarrow \frac{204}{2} = 102 \text{ kN} \tag{68}$$

Substituindo na relação $R_A + R_B = W$, temos que:

$$R_A + R_B = 102 \text{ kN} \tag{69}$$

O centro da viga é dado por:

$$x = \frac{2}{3}L = \frac{2}{3}(12) = 8\text{m} \tag{70}$$

Em seguida, temos que o somatório dos momentos no ponto A é zero, com a força equivalente agindo no centro da viga: :

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow R_B \cdot 12 - 102 \cdot 8 = 0 \tag{71}$$

Resolvendo, temos que:

$$R_B = \frac{102 \cdot 8}{12} \therefore R_B = 68 \ \text{ kN} \tag{72}$$

Substituindo o valor de R_B na relação $R_A + R_B = 102$ kN, temos que:

$$R_A = 102 - R_B \Rightarrow R_A = 102 - 68 \therefore R_A = 34 \ \text{ kN} \tag{73}$$

6.1. Cálculo do esforço cortante e momento fletor

6.1.1. Seção 1 ($0 \leq x \leq 12$):

Para o cálculo do esforço cortante, temos a seguinte relação ao resolver o balanço de forças presente na viga:

$$W - R_A + V(x) = 0 \Rightarrow V(x) = R_A - W \tag{74}$$

Através da fórmula abaixo é possível verificar o valor de carga distribuída na secção da viga:

$$W = \frac{w_f}{2(x_f - x_i)}(x - x_i)^2 \tag{75}$$

Substituindo os valores conhecidos, temos que:

$$W = \frac{17000}{2(12 - 0)}(x - 0)^2 = \frac{17000x^2}{24} \therefore W = 708,333x^2 \tag{76}$$

Uma vez verificado o valor da carga, substituímos os valores conhecidos de W e R_A para encontrar a função do esforço cortante:

$$V(x) = 34000 - 708,333x^2 \tag{77}$$

Verificando os valores da função para o intervalo analisado, temos que:

Para $x = 0$:

$$V(0) = 34 \text{ kN} \tag{78}$$

Para $x = 12$:

$$V(12) = 34000 - 708,333(12)^2 = -68 \text{ kN} \tag{79}$$

Para o cálculo do momento fletor no mesmo intervalo analisado, temos que:

$$W(x - x_c) - R_A x + M(x) = 0 \Rightarrow M(x) = R_A x - W(x - x_c) \tag{80}$$

Da solução anterior, temos que $W = 708,333x^2$ e o valor de x_c é dado por:

$$x_c = \frac{2}{3}x \tag{81}$$

O valor de x_c é determinado pois temos uma força que cresce da esquerda para a direita formando um triângulo retângulo (ver figura 13). Da geometria, tem-se que o centro de gravidade de um triângulo está localizado a 2/3 da base a partir da parte mais baixa.

Substituindo os valores temos que:

$$M(x) = 34000x - 708,333x^2\left(x - \frac{2}{3}x\right) = 34000x - 708,333x^3 + \frac{708,33x^3 \cdot 2}{3}$$
$$= 34000x - 708,333x^3 + 472,22x^3 \therefore M(x) = 34000x - 236,111x^3 \quad (82)$$

Verificando os valores da função para o intervalo analisado, temos que:

Para $x = 0$:

$$M(0) = 0 \text{ kN} \quad (83)$$

Para $x = 12$:

$$M(12) = 34000 \cdot 12 - 236,11(12)^2 = 374 \text{ kN} \quad (84)$$

6.1.2. Diagramas de momento fletor e esforço cortante

Uma vez calculados os valores de momento fletor e esforço cortante, temos os seguintes gráficos:

Figura 14: Elaborada pelo Autor

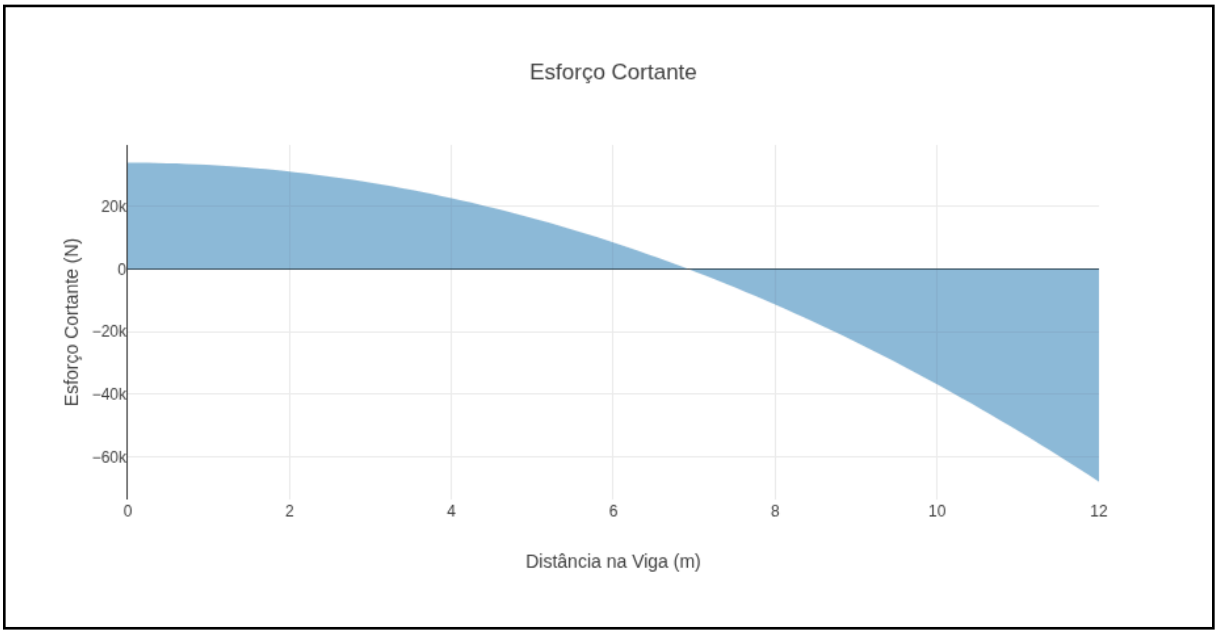


Gráfico de esforço cortante da Questão 4

Figura 15: Elaborada pelo Autor

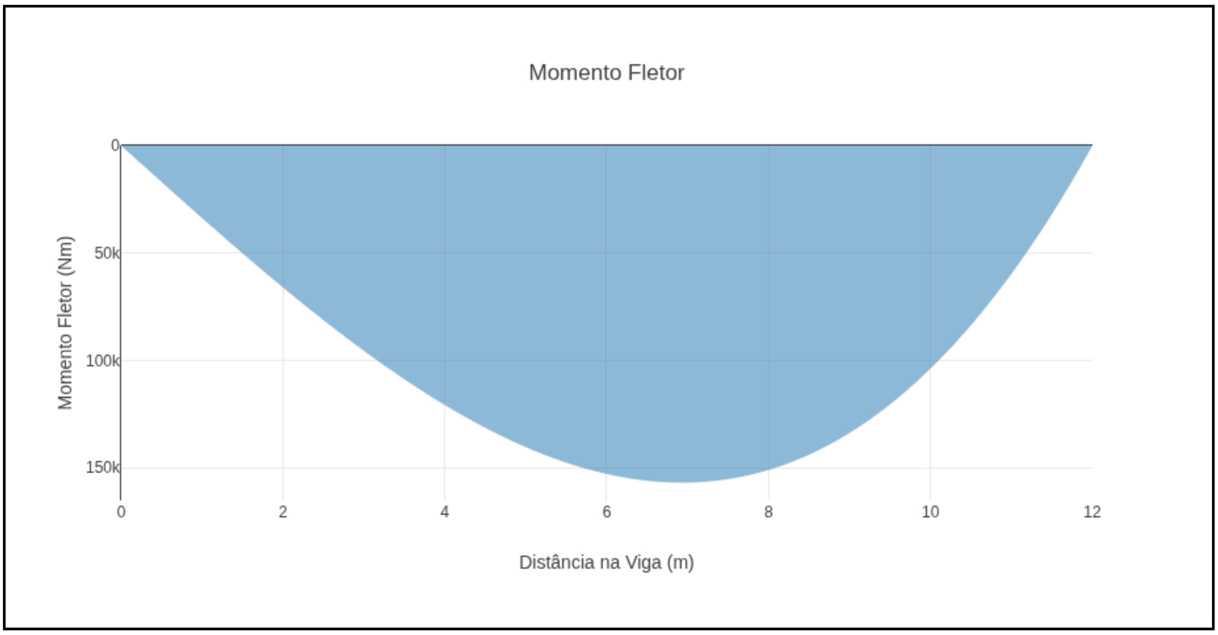


Gráfico de momento fletor da Questão 4

6.2. Tensão máxima de flexão

Inicialmente calculamos o ponto de valor máximo da função de momento fletor, para isso, derivamos a função igualamos a mesma a zero:

$$M(x) = 34000x - 236,111x^3 \Rightarrow \frac{dM}{dx} = 34000 - 708,333x^2 \tag{85}$$

Igualando a zero:

$$M'(x) = 0 \Rightarrow 34000 - 708,333x^2 = 0 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{34000}{708,333}} \therefore x = 6,928\text{m} \tag{86}$$

Uma vez verificado o ponto de máximo a função de momento de flexão, calculamos a função de momento fletor avaliada neste ponto:

$$M(6,928) = 34000 \cdot 6,928 - 236,111(6,928)^3 = 235563 - 78512 = 157,05 \quad \text{kN} \tag{87}$$

Portanto, temos que:

$$M_{\text{max}} = 157,05 \quad \text{kN} \tag{88}$$

Posteriormente, calculamos o centro de gravidade c na secção transversal da viga:

$$c = \frac{h}{2} = \frac{60}{2} = 30cm \therefore c = 0,30\text{m} \tag{89}$$

Agora fazemos o cálculo do momento de inércia da viga utilizando os valores de largura e altura:

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{0,12 \cdot (0,6)^3}{12} = 0,001728 \text{ kg·m}^2 \tag{90}$$

Para calcular a tensão máxima de flexão, utilizamos a seguinte fórmula:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max} \cdot c}{I} \tag{91}$$

Substituindo os valores na equação, temos:

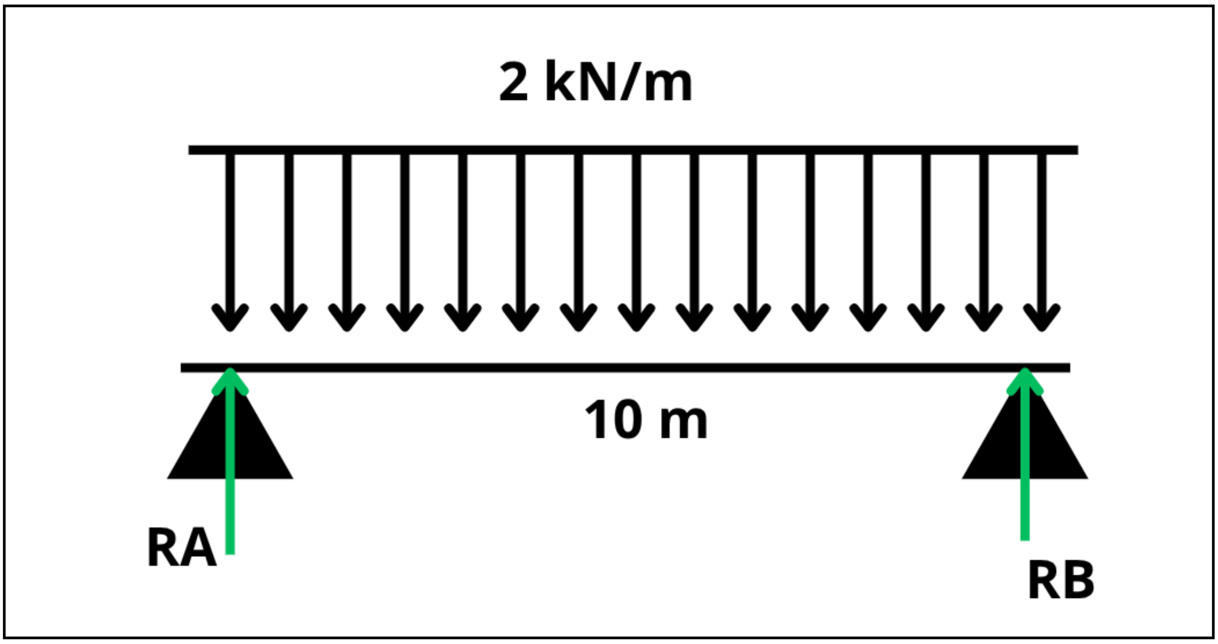
$$\sigma_{\max} = \frac{157,05 \cdot 0,30}{0,001728} = 27,3 \text{ MPa} \tag{92}$$

7. Questão 5

Considere uma viga retangular bi-apoiada com 10m de comprimento submetida a uma força uniformemente distribuída de 2kN/m. A viga tem secção com medidas de 15cm x 40cm. Desenhe o diagrama de Momento Fletor e de Esforço cortante. Determine qual é a Tensão máxima de Flexão.

Com base nas informações fornecidas, foi elaborado um desenho esquemático para representar o cenário analisado:

Figura 16: Elaborada pelo Autor



Questão 5

Inicialmente, temos que o somatório das forças no eixo y é zero, considerando as forças de reação R_A e R_B e a força W, representando força total distribuida na viga:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_A - W + R_B = 0 \tag{93}$$

Desta forma, temos a seguinte relação:

$$R_A + R_B = W \tag{94}$$

Para calcular a força total distribuída W, usamos a seguinte fórmula:

$$W = w_f(x_f - x_i) \tag{95}$$

Onde:

- w_f: Força no ponto final da viga
- x_f: Pontoo final de aplicação da força
- x_i: Ponto inicial de aplicação da força

Neste caso não utilizamos a força distribuída dividida por 2, pois estamos tratando uma área de um triângulo retângulo, que pode ser calculada pelo produto da base pela altura. A base neste caso seria a diferença dos pontos inicial e final e a altura a força distribuída.

De acordo com o cenário analisado temos que: $w_f = 2$ kN, $x_f = 10$m e $x_i = 0$.

Substituindo os valores conhecidos na equação, temos:

$$W = 2(10 - 0) = 20 \text{ kN} \tag{96}$$

Substituindo na relação $R_A + R_B = W$, temos que:

$$R_A + R_B = 20 \text{ kN} \tag{97}$$

O centro da viga é dado por:

$$x = \frac{L}{2} = \frac{10}{2} = 5\text{m} \tag{98}$$

Em seguida, temos que o somatório dos momentos no ponto A é zero, com a força equivalente agindo no centro da viga:

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow R_B \cdot 10 - 20 \cdot 5 = 0 \tag{99}$$

Resolvendo, temos que:

$$R_B = \frac{20 \cdot 5}{10} \therefore R_B = 10 \ \text{ kN} \tag{100}$$

Substituindo o valor de R_B na relação $R_A + R_B = 20$ kN, temos que:

$$R_A = 20 - R_B \Rightarrow R_A = 20 - 10 \therefore R_A = 10 \ \text{ kN} \tag{101}$$

7.1. Cálculo do esforço cortante e momento fletor

7.1.1. Seção 1 ($0 \leq x \leq 10$):

Para o cálculo do esforço cortante, temos a seguinte relação ao resolver o balanço de forças presente na viga:

$$W - R_A + V(x) = 0 \Rightarrow V(x) = R_A - W \tag{102}$$

Através da fórmula abaixo é possível verificar o valor de carga distribuída na secção da viga:

$$W = w_f(x - x_i) \tag{103}$$

Substituindo os valores conhecidos, temos que:

$$W = 2000(x - 0) \therefore W = 2000x \tag{104}$$

Uma vez verificado o valor da carga, substituímos os valores conhecidos de W e R_A para encontrar a função do esforço cortante:

$$V(x) = 10000 - 2000x \tag{105}$$

Verificando os valores da função para o intervalo analisado, temos que:

Para $x = 0$:

$$V(0) = 10 \text{ kN} \tag{106}$$

Para $x = 10$:

$$V(10) = 10000 - 2000(10) = -10 \text{ kN} \tag{107}$$

Para o cálculo do momento fletor no mesmo intervalo analisado, temos que:

$$W(x - x_c) - R_A x + M(x) = 0 \Rightarrow M(x) = R_A x - W(x - x_c) \tag{108}$$

Da solução anterior, temos que $W = 2000x$ e o valor de x_c é dado por:

$$x_c = \frac{x}{2} \tag{109}$$

O valor de x_c é determinado pois temos uma força uniforme formando retângulo (ver figura 16). De maneira direta, tem-se que o centro de um retângulo é o lado dividido por 2.

Substituindo os valores temos que:

$$\begin{aligned} M(x) &= 10000x - 2000x\left(x - \frac{x}{2}\right) = 10000x - 2000x^2 + \frac{2000x^2}{2} \\ &= 10000x - 2000x^2 + 1000x^2 \therefore M(x) = 10000x - 1000x^2 \end{aligned} \tag{110}$$

Verificando os valores da função para o intervalo analisado, temos que:

Para $x = 0$:

$$M(0) = 0 \text{ kN} \tag{111}$$

Para $x = 10$:

$$M(10) = 10000 \cdot 10 - 1000(10)^2 = 0 \text{ kN} \tag{112}$$

7.1.2. Diagramas de momento fletor e esforço cortante

Uma vez calculados os valores de momento fletor e esforço cortante, temos os seguintes gráficos:

Figura 17: Elaborada pelo Autor

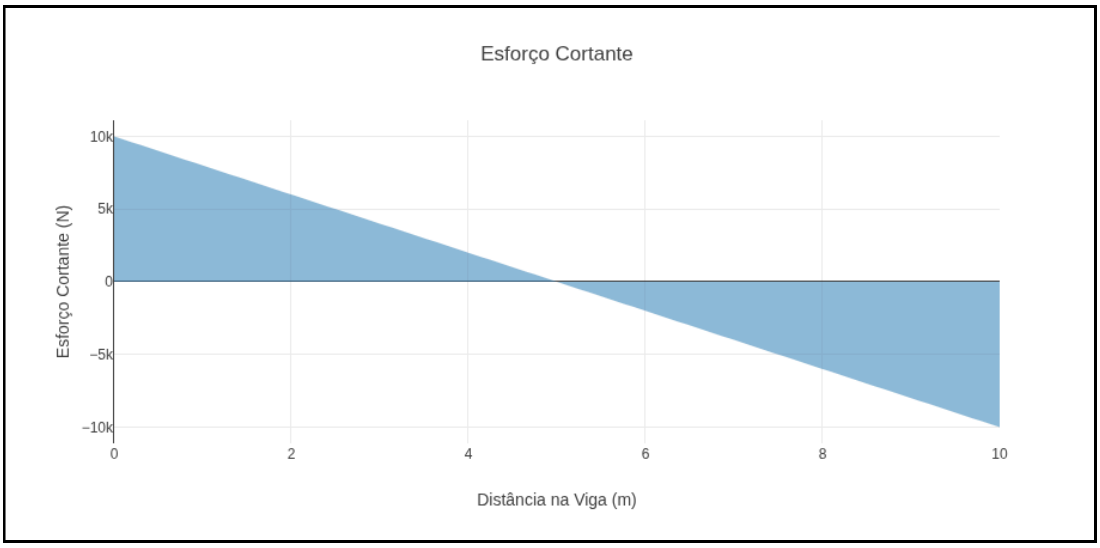


Gráfico de esforço cortante da Questão 5

Figura 18: Elaborada pelo Autor

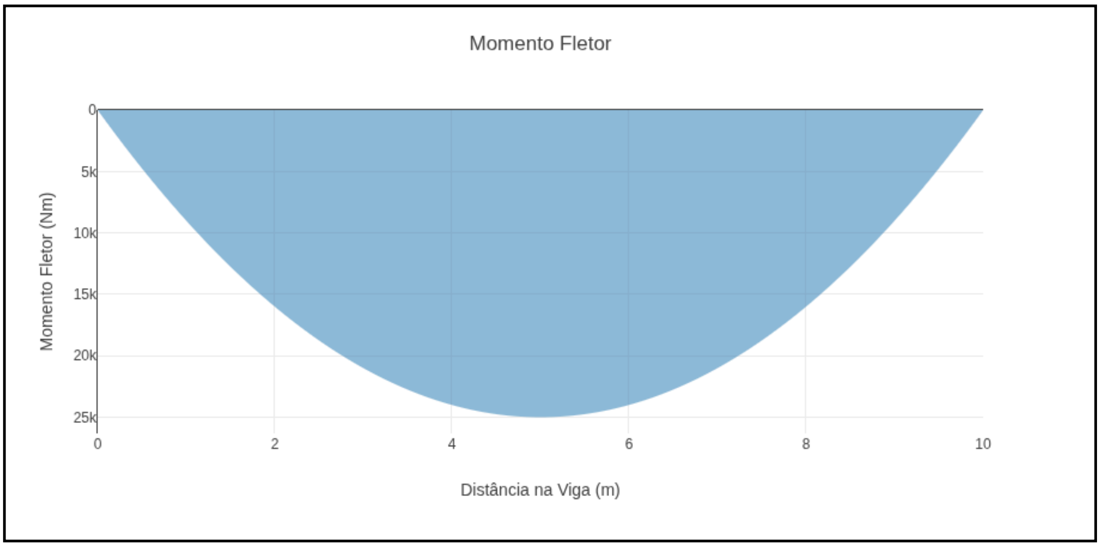


Gráfico de momento fletor da Questão 5

7.2. Tensão máxima de flexão

Inicialmente calculamos o valor do momento fletor máximo pela fórmula conhecida para força uniforme:

$$M_{\max} = \frac{wL^2}{8} \tag{113}$$

Substituindo os valores, temos que:

$$M_{\max} = \frac{2000 \cdot (10)^2}{8} = \frac{2000 \cdot 100}{8} = 25 \ \ \mathrm{kN} \tag{114}$$

Portanto, temos que:

$$M_{\max} = 25 \ \ \mathrm{kN} \tag{115}$$

Posteriormente, calculamos o centro de gravidade c na secção transversal da viga:

$$c = \frac{h}{2} = \frac{40}{2} = 20cm \therefore c = 0,20\mathrm{m} \tag{116}$$

Agora fazemos o cálculo do momento de inércia da viga utilizando os valores de largura e altura:

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{0,15 \cdot (0,4)^3}{12} = 0,0008 \ \mathrm{kg{\cdot}m^2} \tag{117}$$

Para calcular a tensão máxima de flexão, utilizamos a seguinte fórmula:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max} \cdot c}{I} \tag{118}$$

Substituindo os valores na equação, temos:

$$\sigma_{\max} = \frac{25000 \cdot 0,20}{0,0008} = 6,25 \ \mathrm{MPa} \tag{119}$$

8. Tabelas de resultados gerais

Com o objetivo de organizar melhor os resultados, foi montado uma tabela de valores.

8.1. Questão 1

Secção	Esforço cortante (kN)	Momento fletor (kN)
$0 \le x \le 4$	14,33	$14,33x$
$4 \le x \le 8$	−2,67	$-2,67x + 68$
$8 \le x \le 12$	−11,67	$-11,67x + 140$

Tensão máxima de flexão: $\sigma_{\max} = 31,85 \ \text{ MPa}$

8.2. Questão 2

Secção	Esforço cortante (kN)	Momento fletor (kN)
$0 \le x \le 4$	5,67	$5,67x$
$4 \le x \le 6$	−11,33	$-11,33x + 68$

Tensão máxima de flexão: $\sigma_{\max} = 27,2 \ \text{ MPa}$

8.3. Questão 3

Secção	Esforço cortante (kN)	Momento fletor (kN)
$0 \le x \le 6$	2,85	$2,85x$
$6 \le x \le 14$	−14,15	$-14,15x + 102$
$14 \le x \le 22$	12	$12x - 264$

8.4. Questão 4

Secção	Esforço cortante	Momento fletor
$0 \le x \le 12$	$34000 - 708,333x^2$	$34000x - 236,111x^3$

Tensão máxima de flexão: $\sigma_{\max} = 27,3 \ \text{ MPa}$

8.5. Questão 5

Secção	Esforço cortante	Momento fletor
$0 \le x \le 10$	$10000 - 2000x$	$10000x - 1000x^2$

Tensão máxima de flexão: $\sigma_{\max} = 6,25 \ \text{ MPa}$

9. Conclusão

A partir dos resultados obtidos e dos conceitos estudados em relação aos conteúdos de momento de flexão, esforço cortante e tensão máxima de flexão, foi possível verificar que o cálculo de cada componente é importante para entender o comportamento de determinadas estruturas e como são suas reações em vista de diferentes forças.

10. Referências

- Jesué Graciliano da Silva. Momento fletor. Youtube - JESUE REFRIGERACAO CLIMATIZACAO, 2018.
- Jesué Graciliano da Silva. Tensão de flexão. Youtube - JESUE REFRIGERACAO CLIMATIZACAO, 2024.
- Jesué Graciliano da Silva. Centro de Gravidade de uma viga. Youtube - JESUE REFRIGERACAO CLIMATIZACAO, 2018.