V. KETIDAKPASTIAN

Dalam kenyataan sehari-hari banyak masalah didunia ini tidak dapat dimodelkan secara lengkap dan konsisten. Suatu penalaran dimana adanya penambahan fakta baru mengakibatkan ketidakkonsistenan, dengan ciri-ciri penalaran sebagai berikut :

- adanya ketidakpastian
- adanya perubahan pada pengetahuan
- adanya penambahan fakta baru dapat mengubah konklusi yang sudah terbentuk

contoh :

Premis -1 : Aljabar adalah pelajaran yang sulit
Premis -2 : Geometri adalah pelajaran yang sulit
Premis -3 : Kalkulus adalah pelajaran yang sulit
Konklusi : Matematika adalah pelajaran yang sulit
Munculnya premis baru bisa mengakibatkan gugurnya konklusi yang sudah diperoleh, misal :
Premis -4 : Kinematika adalah pelajaran yang sulit
Premis tersebut menyebabkan konklusi : "Matematika adalah pelajaran yang sulit", menjadi salah, karena Kinematika bukan merupakan bagian dari Matematika, sehingga bila menggunakan penalaran induktif sangat dimungkinkan adanya ketidakpastian.

Untuk mengatasi ketidakpastian maka digunakan penalaran statistik.

PROBABILITAS & TEOREMA BAYES
PROBABILITAS
Probabilitas menunjukkan kemungkinan sesuatu akan terjadi atau tidak.

$$p(x) = \frac{\text{jumlah kejadian berhasil}}{\text{jumlah semua kejadian}}$$

Misal dari 10 orang sarjana , 3 orang menguasai cisco, sehingga peluang untuk memilih sarjana yang menguasai cisco adalah :

p(cisco) = 3/10 = 0.3

TEOREMA BAYES

$$p(H_i \mid E) = \frac{p(E \mid H_i) * (p(H_i)}{\sum_{k=1}^{n} p(E \mid H_k) * (p(H_k)}$$

dengan:

$p(H_i \mid E)$ = probabilitas hipotesis H_i benar jika diberikan evidence (fakta) E

$p(E \mid H_i)$ = probabilitas munculnya evidence(fakta) E jika diketahui hipotesis H_i benar

$p(H_i)$ = probabilitas hipotesis H_i (menurut hasil sebelumnya) tanpa memandang evidence(fakta) apapun

n = jumlah hipotesis yang mungkin

Contoh :
Asih mengalami gejala ada bintik-bintik di wajahnya. Dokter menduga bahwa Asih terkena cacar dengan :

- probabilitas munculnya bintik-bintik di wajah, jika Asih terkena cacar → p(bintik | cacar) = 0.8
- probabilitas Asih terkena cacar tanpa memandang gejala apapun → p(cacar) = 0.4
- probabilitas munculnya bintik-bintik di wajah, jika Asih terkena alergi → p(bintik | alergi) = 0.3
- probabilitas Asih terkena alergi tanpa memandang gejala apapun → p(alergi) = 0.7
- probabilitas munculnya bintik-bintik di wajah, jika Asih jerawatan → p(bintik | jerawatan) = 0.9
- probabilitas Asih jerawatan tanpa memandang gejala apapun → p(jerawatan) = 0.5

Maka :

- probabilitas Asih terkena cacar karena ada bintik-bintik di wajahnya :

$$p(H_i \mid E) = \frac{p(E \mid H_i) * (p(H_i)}{\sum_{k=1}^{n} p(E \mid H_k) * (p(H_k)}$$

$$p\,(\text{cacar}\,|\,\text{bintik}) = \frac{p\,(\text{bintik}\,|\,\text{cacar}) * p\,(\text{cacar})}{p\,(\text{bintik}\,|\,\text{cacar}) * p\,(\text{cacar}) + p\,(\text{bintik}\,|\,\text{alergi}) * p\,(\text{alergi}) + p\,(\text{bintik}\,|\,\text{jerawat}) * p\,(\text{jerawat})}$$

$$p\,(\text{cacar}\,|\,\text{bintik}) = \frac{(0.8)*(0.4)}{(0.8)*(0.4)+(0.3)*(0.7)+(0.9)*(0.5)} = \frac{0.32}{0.98} = 0.327$$

- probabilitas Asih terkena alergi karena ada bintik-bintik di wajahnya :

$$p\,(\text{alergi}\,|\,\text{bintik}) = \frac{p\,(\text{bintik}\,|\,\text{alergi}) * p\,(\text{alergi})}{p\,(\text{bintik}\,|\,\text{cacar}) * p\,(\text{cacar}) + p\,(\text{bintik}\,|\,\text{alergi}) * p\,(\text{alergi}) + p\,(\text{bintik}\,|\,\text{jerawat}) * p\,(\text{jerawat})}$$

$$p\,(\text{alergi}\,|\,\text{bintik}) = \frac{(0.3)*(0.7)}{(0.8)*(0.4)+(0.3)*(0.7)+(0.9)*(0.5)} = \frac{0.21}{0.98} = 0.214$$

- probabilitas Asih jerawatan karena ada bintik-bintik di wajahnya :

$$p\,(\text{jerawat}\,|\,\text{bintik}) = \frac{p\,(\text{bintik}\,|\,\text{jerawat}) * p\,(\text{jerawat})}{p\,(\text{bintik}\,|\,\text{cacar}) * p\,(\text{cacar}) + p\,(\text{bintik}\,|\,\text{alergi}) * p\,(\text{alergi}) + p\,(\text{bintik}\,|\,\text{jerawat}) * p\,(\text{jerawat})}$$

$$p\,(\text{jerawat}\,|\,\text{bintik}) = \frac{(0.9)*(0.5)}{(0.8)*(0.4)+(0.3)*(0.7)+(0.9)*(0.5)} = \frac{0.45}{0.98} = 0.459$$

Jika setelah dilakukan pengujian terhadap hipotesis muncul satu atau lebih evidence (fakta) atau observasi baru maka :

$$p(H\,|\,E,e) = p(H\,|\,E) * \frac{p(e\,|\,E,H)}{p(e\,|\,E)}$$

dengan:

e = evidence lama

E = evidence atau observasi baru

$p(H\,|\,E,e)$ = probabilitas hipotesis H benar jika muncul evidence baru E dari evidence lama e

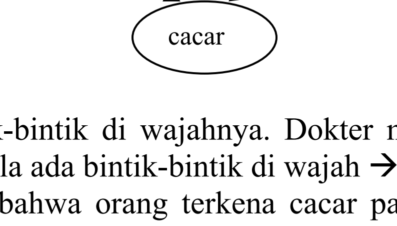
$p(H\,|\,E)$ = probabilitas hipotesis H benar jika diberikan evidence E

$p(e\,|\,E,H)$ = kaitan antara e dan E jika hipotesis H benar

$p(e\,|\,E)$ = kaitan antara e dan E tanpa memandang hipotesis apapun

Misal :

Adanya bintik-bintik di wajah merupakan gejala seseorang terkena cacar. Observasi baru menunjukkan bahwa selain bintik-bintik di wajah, panas badan juga merupakan gejala orang kena cacar. Jadi antara munculnya bintik-bintik di wajah dan panas badan juga memiliki keterkaitan satu sama lain.



Asih ada bintik-bintik di wajahnya. Dokter menduga bahwa Asih terkena cacar dengan probabilitas terkena cacar bila ada bintik-bintik di wajah → p(cacar | bintik) = 0.8
Ada observasi bahwa orang terkena cacar pasti mengalami panas badan. Jika diketahui probabilitas orang terkena cacar bila panas badan → p(cacar | panas) = 0.5
Keterkaitan antara adanya bintik-bintik di wajah dan panas badan bila seseorang terkena cacar → p(bintik | panas, cacar) = 0.4

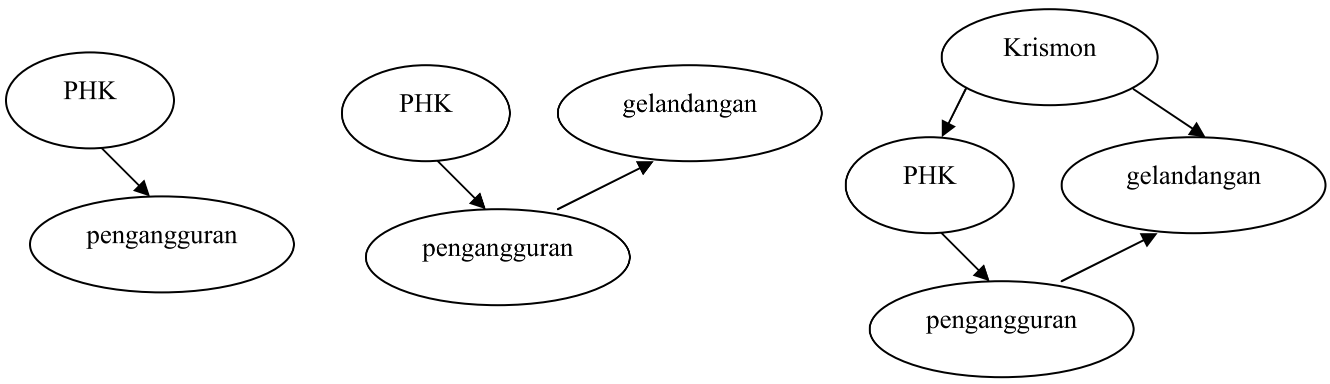
Keterkaitan antara adanya bintik-bintik di wajah dan panas badan → p(bintik | panas) = 0.6
Maka :

$$p(H \mid E,e) = p(H \mid E) * \frac{p(e \mid E,H)}{p(e \mid E)}$$

$$\text{p(cacar | panas, bintik)} = \text{p(cacar | panas)} * \frac{\text{p(bintik | panas, cacar)}}{\text{p(bintik | panas)}}$$

$$\text{p(cacar | panas, bintik)} = (0.5) * \frac{(0.4)}{(0.6)} = 0.33$$

Pengembangan lebih jauh dari Teorema Bayes adalah Jaringan Bayes.
Contoh : hubungan antara krismon, PHK, pengangguran, gelandangan dalam suatu jaringan.



Muculnya pengangguran disebabkan PHK	Muculnya pengangguran dapat digunakan sebagai evidence untuk membuktikan adanya gelandangan	Probabilitias terjadinya PHK jika terjadi krismon, probabilitas munculnya gelandangan jika terjadi krismon

Probabilitias untuk jaringan bayes

Atribut	**Prob**	**Keterangan**
p(pengangguran | PHK,gelandangan)	0.95	Keterkaitan antara pengangguran & PHK, jika muncul gelandangan
p(pengangguran | PHK,~gelandangan)	0.20	Keterkaitan antara pengangguran & PHK, jika tidak ada gelandangan
p(pengangguran |~PHK,gelandangan)	0.75	Keterkaitan antara pengangguran & tidak ada PHK, jika muncul gelandangan
p(pengangguran |~ PHK,~gelandangan)	0.40	Keterkaitan antara pengangguran & tidak ada PHK, jika tidak ada gelandangan
p(PHK | krismon)	0,50	Probabilitas orang diPHK jika terjadi krismon
p(PHK | ~krismon)	0.10	Probabilitas orang diPHK jika tidak terjadi krismon
p(pengangguran | krismon)	0.90	Probabilitas muncul pengangguran jika terjadi krismon
p(pengangguran |~ krismon)	0.30	Probabilitas muncul pengangguran jika tidak terjadi krismon
p(krismon)	0.80	

FAKTOR KEPASTIAN (CERTAINTY FACTOR)

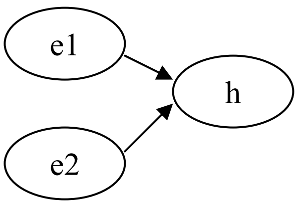
Certainty Factor (CF) menunjukkan ukuran kepastian terhadap suatu fakta atau aturan.

CF[h,e] = MB[h,e] – MD[h,e]

CF[h,e] = faktor kepastian
MB[h,e] = ukuran kepercayaan/tingkat keyakinan terhadap hipotesis h, jika diberikan/dipengaruhi evidence e (antara 0 dan 1)
MD[h,e] = ukuran ketidakpercayaan/tingkat ketidakyakinan terhadap hipotesis h, jika diberikan/dipenharuhi evidence e (antara 0 dan 1)

3 hal yang mungkin terjadi :

1. **Beberapa evidence dikombinasikan untuk menentukan CF dari suatu hipotesis.**
   Jika e1 dan e2 adalah observasi, maka :



$$MB[h, e1 \wedge e2] = \begin{cases} 0 & \text{jika } MD[h, e1 \wedge e2] = 1 \\ MB[h,e1] + MB[h,e2] * (1 - MB[h,e1]) & \textit{lainnya} \end{cases}$$

$$MD(h, e1 \wedge e2) = \begin{cases} 0 & \text{jika } MB(h, e1 \wedge e2) = 1 \\ MD[h,e1] + MD[h,e2] * (1 - MD[h,e1]) & \textit{lainnya} \end{cases}$$

Contoh :

- Misal suatu observasi memberikan kepercayaan terhadap h dengan MB[h,e1]=0,3 dan MD[h,e1]=0 maka :

  CF[h,e1] = 0,3 – 0 = 0,3

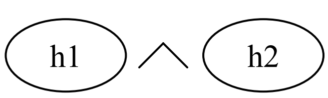
  Jika ada observasi baru dengan MB[h,e2]=0,2 dan MD[h,e2]=0, maka :
  MB[h,e1 ∧ e2] = 0,3 + 0,2 * (1 – 0,3)=0,44
  MD[h,e1 ∧ e2] = 0
  CF[h,e1 ∧ e2] = 0,44 – 0 = 0,44

- Asih menderita bintik-bintik di wajahnya. Dokter memperkirakan Asih terkena cacar dengan kepercayaan MB[cacar,bintik]=0,80 dan MD[cacar,bintik]=0,01 maka :

  CF[cacar,bintik] = 0,80 – 0,01=0,79

  Jika ada observasi baru bahwa Asih juga panas badan dengan kepercayaan, MB[cacar,panas]=0,7 dan MD[cacar,panas]=0,08 maka :
  MB[cacar,bintik ∧ panas] = 0,8 + 0,7 * (1 – 0,8)=0,94
  MD[cacar,bintik ∧ panas] = 0,01 + 0,08 * (1 – 0,01) = 0,0892
  CF[cacar,bintik ∧ panas] = 0,94 – 0,0892 = 0,8508

2. **CF dihitung dari kombinasi beberapa hipotesis**
   Jika h1 dan h2 adalah hipotesis maka :



MB[h1 ∧ h2,e] = min (MB[h1,e], MB[h2,e])
MB[h1 ∨ h2,e] = max (MB[h1,e], MB[h2,e])

MD[h1 ∧ h2,e] = min (MD[h1,e], MD[h2,e])
MD[h1 ∨ h2,e] = max (MD[h1,e], MD[h2,e])

Contoh :

- Misal suatu observasi memberikan kepercayaan terhadap h1 dengan MB[h1,e]=0,5 dan MD[h1,e]=0,2 maka :

  CF[h1,e] = 0,5 – 0,2 = 0,3

  Jika observasi tersebut juga memberikan kepercayaan terhadap h2 dengan MB[h2,e]=0,8 dan MD[h2,e]=0,1, maka :
  CF[h2,e] = 0,8 – 0,1= 0,7
  Untuk mencari CF[h1 ∧ h2,e] diperoleh dari
  MB[h1 ∧ h2,e] = min (0,5 ; 0,8) = 0,5
  MD[h1 ∧ h2,e] = min (0,2 ; 0,1) = 0,1
  CF[h1 ∧ h2,e] = 0,5 – 0,1 = 0,4
  Untuk mencari CF[h1∨ h2,e] diperoleh dari

MB[h1$\vee$ h2,e] = max (0,5 ; 0,8) = 0,8
MD[h1$\vee$ h2,e] = max (0,2 ; 0,1) = 0,2
CF[h1$\vee$ h2,e] = 0,8 – 0,2 = 0,6

- Asih menderita bintik-bintik di wajahnya. Dokter memperkirakan Asih terkena cacar dengan kepercayaan MB[cacar,bintik] = 0,80 dan MD[cacar,bintik]=0,01 maka
CF[cacar,bintik] = 0,80 – 0,01 = 0,79
Jika observasi tersebut juga memberikan kepercayaan bahwa Asih mungkin juga terkena alergi dengan kepercayaan MB[alergi,bintik] = 0,4 dan MD[alergi,bintik]=0,3 maka
CF[alergi,bintik] = 0,4 – 0,3 = 0,1
Untuk mencari CF[cacar $\wedge$ alergi, bintik] diperoleh dari
MB[cacar $\wedge$ alergi,bintik] = min (0,8 ; 0,4) = 0,4
MD[cacar $\wedge$ alergi,bintik] = min (0,01 ; 0,3) = 0,01
CF[cacar $\wedge$ alergi,bintik] = 0,4 – 0,01 = 0,39
Untuk mencari CF[cacar $\vee$ alergi, bintik] diperoleh dari
MB[cacar $\vee$ alergi,bintik] = max (0,8 ; 0,4) = 0,8
MD[cacar $\vee$ alergi,bintik] = max (0,01 ; 0,3) = 0,3
CF[cacar $\vee$ alergi,bintik] = 0,8 – 0,3 = 0,5
Kesimpulan : semula faktor kepercayaan bahwa Asih terkena cacar dari gejala munculnya bintik-bintik di wajahnya adalah 0,79. Demikian pula faktor kepercayaan bahwa Ani terkena alergi dari gejala munculnya bintik-bintik di wajah adalah 0,1. Dengan adanya gejala yang sama mempengaruhi 2 hipotesis yang berbeda ini memberikan faktor kepercayaan :
Asih menderita cacar dan alergi = 0,39
Asih menderita cacar atau alergi = 0,5

- Pertengahan tahun 2002, ada indikasi bahwa turunnya devisa Indonesia disebabkan oleh permasalahan TKI di Malaysia. Apabila diketahui MB[devisaturun,TKI]=0,8 dan MD[devisaturun,TKI]=0,3 maka CF[devisaturun,TKI] :
CF[devisaturun,TKI] = MB[devisaturun,TKI] – MD[devisaturun,TKI]
0,8 – 0,3 = 0,5
Akhir September 2002 kemarau berkepanjangan mengakibatkan gagal panen yang cukup serius, berdampak pada turunnya ekspor Indonesia. Bila diketahui MB[devisaturun,eksporturun] = 0,75 dan MD[devisaturun,eksporturun] = 0,1, maka CF[devisaturun,eksporturun] dan CF[devisaturun,TKI $\wedge$ eksporturun] :

CF[devisaturun,eksporturun] = MB[devisaturun,eksporturun] – MD[devisaturun,eksporturun]
= 0,75 – 0,1 = 0,65

MB[devisaturun, TKI $\wedge$ eksporturun] =
MB[devisaturun,TKI] + MB[devisaturun,eksporturun] * (1 – MB[devisaturun,TKI])
= 0,8 + 0,75 * (1 – 0,8) = 0,95

MD[devisaturun, TKI $\wedge$ eksporturun] =
MD[devisaturun,TKI] + MD[devisaturun,eksporturun] * (1 – MD[devisaturun,TKI])
= 0,3 + 0,1 * (1 – 0,3) = 0,37

CF[devisaturun,TKI $\wedge$ eksporturun] =
MB[devisaturun, TKI $\wedge$ eksporturun] – MD[devisaturun, TKI $\wedge$ eksporturun]
= 0,95 – 0,37 = 0,58

- Isu terorisme di Indonesia pasca bom bali tgl 12 Oktober 2002 ternyata juga ikut mempengaruhi turunnya devisa Indonesia sebagai akibat berkurangnya wisatawan asing. Bila diketahui MB[devisaturun,bombali] = 0,5 dan MD[devisaturun,bombali] = 0,3, maka CF[devisaturun,bombali] dan CF[devisaturun,TKI $\wedge$ eksporturun $\wedge$ bombali] :

CF[devisaturun,bombali] = MB[devisaturun,bombali] – MD[devisaturun,bombali]
= 0,5 – 0,3 = 0,2

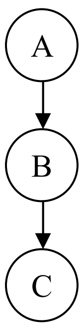
MB[devisaturun, TKI $\wedge$ eksporturun $\wedge$ bombali] =

MB[devisaturun,TKI ∧ eksporturun] + MB[devisaturun,bombali] * (1 – MB[devisaturun, TKI ∧ eksporturun])
= 0,95 + 0,5 * (1 – 0,95) = 0,975

MD[devisaturun, TKI ∧ eksporturun ∧ bombali] =
MD[devisaturun,TKI ∧ eksporturun] + MD[devisaturun,bombali] *
(1 – MD[devisaturun,TKI ∧ eksporturun])
= 0,37 + 0,3 * (1 – 0,37) = 0,559

CF[devisaturun,TKI ∧ eksporturun ∧ bombali] =
MB[devisaturun, TKI ∧ eksporturun ∧ bombali] – MD[devisaturun, TKI ∧ eksporturun ∧ bombali]
= 0,975 – 0,559 = 0,416

3. Beberapa aturan saling bergandengan, ketidakpastian dari suatu aturan menjadi input untuk aturan yang lainnya



Maka :

MB[h,s] = MB'[h,s] * max (0,CF[s,e])

MB'[h,s] = ukuran kepercayaan h berdasarkan keyakinan penuh terhadap validitas s

Contoh :

PHK = terjadi PHK
Pengangguran = muncul banyak pengangguran
Gelandangan = muncul banyak gelandangan

Aturan 1 :
IF terjadi PHK THEN muncul banyak pengangguran
CF[pengangguran, PHK] = 0,9

Aturan 2 :
IF muncul banyak pengangguran THEN muncul banyak gelandangan
MB[gelandangan, pengangguran] = 0,7

Maka =
MB[gelandangan, pengangguran] = [0,7] * [0,9] = 0,63