Logika Fuzzy

- Pengantar
- Algoritma
- Studi Kasus

Apa itu Logika Fuzzy

- Fuzzy merupakan sebuah logika yang menentukan nilai tidak hanya benar dan salah.
- Logika Fuzzy direpresentasikan dengan sautu derajat kebenaran.
- Logika Fuzzy merupakan logika matematika yang merepresentasikan nilai antara 0 dan 1.
- Logika Fuzzy merupakan logika dengan nilai banyak, menggantikan nilai kebenaran classic yaitu benar (=1) dan salah (=0).
- Fuzzy set, berdasarkan logika bernilai banyak, dapat digunakan untuk memodelkan ketidakjelasan linguistik yang secara intrinsik tersembunyi dalam atribut seperti "besar" dan "kecil" dan, khususnya, transisi bertahap antara kedua atribut tersebut.
- Penerapan dari logika fuzzy sama seperti manusia dalam melakukan penalaran dengan situasi yang tidak jelas, tidak lengkap dimana dilakukan sebuah pengambilan keputusan.

Kenapa Logika Fuzzy

 Teori himpunan fuzzy merupakan kerangka matematis yang digunakan untuk merepresentasikan ketidakpastian, ketidakjelasan, ketidakpastian, kekurangan informasi dan kebenaran parsial. (Tettamanzi, 2001)

Sistem Fuzzy

Variabel fuzzy.

 Merupakan variabel yang hendak dibahas dalam suatu sistem fuzzy. Contoh: umur, temperatur, permintaan, dsb.

• Himpunan fuzzy.

- Merupakan suatu grup yang mewakili suatu kondisi atau keadaan tertentu dalam suatu variabel *fuzzy*. Contoh :
 - Variabel umur, terbagi menjadi 3 himpunan *fuzzy*, yaitu MUDA, PAROBAYA, dan TUA.
 - Variabel temperatur, terbagi menjadi 5 himpunan *fuzzy*, yaitu DINGIN, SEJUK, NORMAL, HANGAT, dan PANAS.

Sistem Fuzzy (Lanjutan...)

- Himpunan fuzzy mempunyai 2 atribut, yaitu antara lain :
 - Linguistik, yaitu penamaan suatu grup yang mewakili suatu keadaan atau kondisi tertentu dengan menggunakan bahasa alami, seperti : MUDA, PAROBAYA, TUA.
 - Numeris, yaitu suatu nilai (angka) yang menunjukkan ukuran dari suatu variabel seperti: 4, 25, 50, dsb.

Sistem Fuzzy (Lanjutan...)

Semesta pembicaraan

- Semesta pembicaraan adalah keseluruhan nilai yang diperbolehkan untuk dioperasikan dalam suatu variabel *fuzzy*. Semesta pembicaraan merupakan himpunan bilangan *real* yang senantiasa naik (bertambah) secara monoton dari kiri ke kanan. Nilai semesta pembicaraan dapat berupa bilangan positif maupun negatif. Adakalanya nilai semesta pembicaraan ini tidak dibatasi batas atasnya. Contoh:
 - Semesta pembicaraan untuk variabel umur adalah [o $+\infty$].
 - Semesta pembicaraan untuk variabel temperatur adalah [0 40]...

Sistem Fuzzy (Lanjutan...)

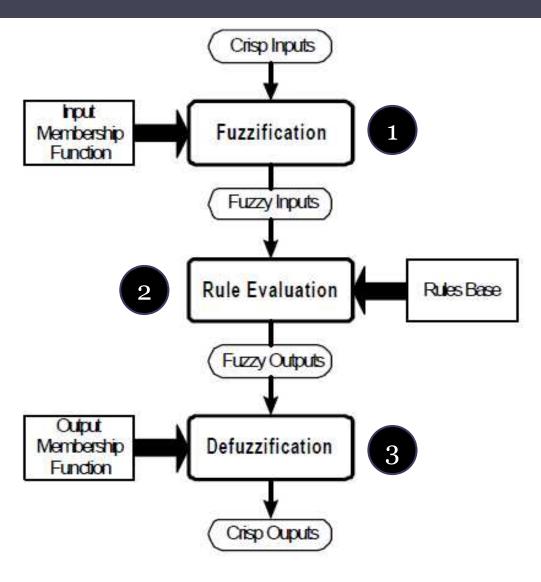
Domain

- Domain himpunan *fuzzy* adalah keseluruhan nilai yang diijinkan dalam semesta pembicaraan dan boleh dioperasikan dalam suatu himpunan *fuzzy*. Seperti halnya dengan semesta pembicaraan, *domain* merupakan himpunan bilangan *real* yang senantiasa naik (bertambah) secara monoton dari kiri ke kanan. Nilai *domain* dapat berupa bilangan positif maupun negatif. Contoh:
 - MUDA = [0, 45]
 - PAROBAYA = [35, 55]
 - TUA = $[45, +\infty]$
 - DINGIN = [0, 20]

Fungsi Keanggotaan

- Fungsi keanggotaan (*membership function*) adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik input data ke dalam nilai keanggotaannya (sering juga disebut dengan derajat keanggotaan) yang memiliki interval antara 0 sampai 1. Berikut beberapa fungsi yang dapat digunakan:
 - a. Representasi Linear Naik
 - b. Representasi Linear Turun
 - c. Representasi Kurva Segitiga
 - d. Representasi Kurva Trapesium

Algoritma



1. Fuzzifikasi

• Fuzzifikasi merupakan suatu proses untuk mengubah suatu masukan yang mempunyai bentuk tegas (crisp) menjadi bentuk fuzzy (variable linguistik) yang biasanya disajikan dalam bentuk himpunan-himpunan fuzzy dengan fungsi keanggotaannya masing-masing.

Contoh:

Nilai tegas **IPK = 2,99** dikonversi ke bentuk fuzzy menjadi **Bagus** dengan derajat keanggotaan yang bernilai **0,97**.

Tahapan dalam proses Fuzzifikasi

1. Menentukan variabel Fuzzy.

Contoh: IPK, Gaji

2. Menentukan himpunan fuzzy.

Contoh:

Himpunan fuzzy untuk variabel IPK dapat didefinisikan dengan tiga variabel linguistik yaitu : Buruk, Cukup dan Bagus.

3. Menentukan semesta pembicaraan.

Contoh:

IPK mempunyai semesta pembicaraan [o 4.00]

4. Menentukan domain

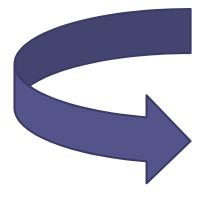
Contoh: domain untuk variabel IPK sbb

- Buruk = [0, 2.75]
- Cukup = [2.00, 3.25]
- Bagus = [2.75, 4.00]

5. Menentukan Fungsi Keanggotaan.

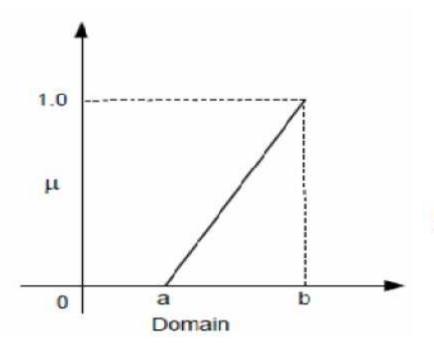
Terdapat beberapa fungsi, yaitu:

- Representasi Linear Naik
- Representasi Linear Turun
- Representasi Kurva Segitiga
- Representasi Kurva Trapesium



Representasi Linear Naik

Kenaikan himpunan dimulai pada nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan o bergerak ke kanan menuju ke nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan lebih tinggi.

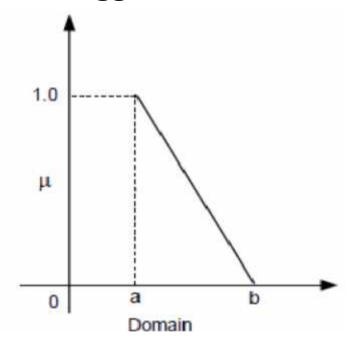


Fungsi Keanggotaan

$$\mu[x] - \begin{cases} 0; & x \le a \\ (x - a) / (b - a); & a < x < b \\ 1; & x \ge b \end{cases}$$

Representasi Linear Turun

Merupakan kebalikan dari representasi linear naik. Garis lurus dimulai dari nilai domain dengan derajat keanggotaan tertinggi (1)pada sisi kiri, kemudian bergerak menurun ke nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan lebih rendah (0).

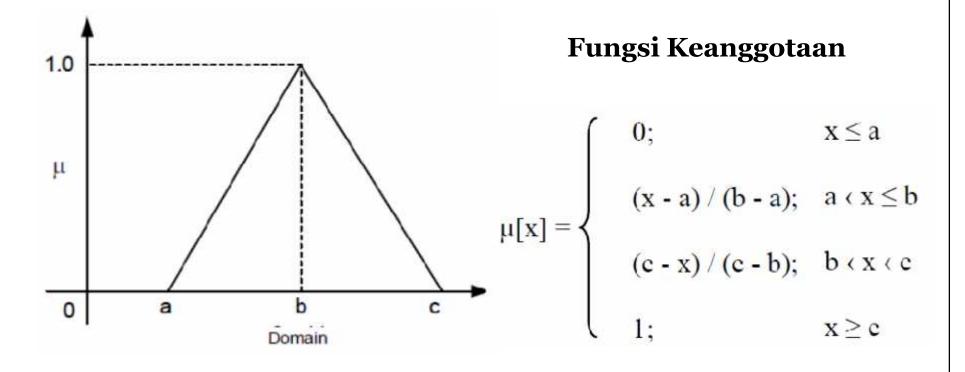


Fungsi Keanggotaan

$$\mu[x] = \begin{cases} & 1; & x \le a \\ & (b-x) \, / \, (b-a); & a < x < b \\ & 0; & x \ge b \end{cases}$$

Representasi Kurva Segitiga

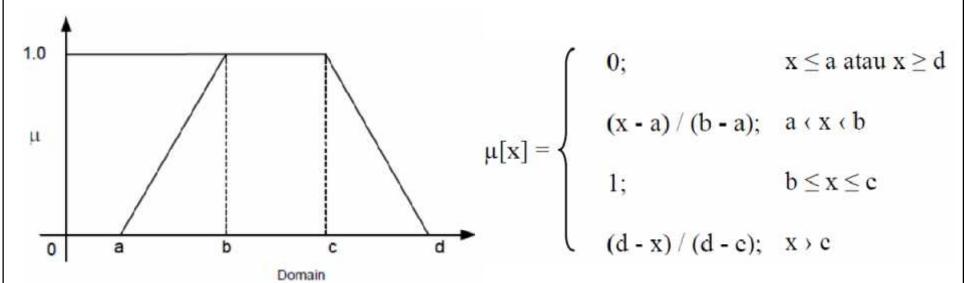
Kurva segitiga pada dasarnya merupakan gabungan antara 2 garis linear (naik dan turun).



Representasi Kurva Trapesium

Kurva trapesium pada dasarnya seperti bentuk segitiga, hanya saja ada beberapa titik yang memiliki nilai keanggotaan 1.

Fungsi Keanggotaan



2. Evaluasi Aturan

• Evaluasi aturan merupakan proses pengambilan keputusan (*inference*) yang berdasarkan aturan-aturan yang ditetapkan pada basis aturan (*rules base*) untuk menghubungkan antar nilai masukan fuzzy dan nilai keluaran fuzzy. Aturan -aturan ini berbentuk jika ... maka (*IF* ... *THEN*).

Tahapan dalam proses Evaluasi Aturan (Inference).

1. Menentukan aturan fuzzy

- Mengasosiasikan variabel output fuzzy dengan variabel input fuzzy.
- Jika jumlah nilai masukan fuzzy lebih dari satu maka operator fuzzy (AND & OR) digunakan untuk menghasilkan satu nilai.

Contoh:

Untuk penentuan kelayakan penerimaan beasiswa, mempunyai **variabel input fuzzy yaitu variable** IPK dan Gaji, sedang **variabel output fuzzy yaitu variabel Nilai Kelayakan**.

Contoh: Aturan Fuzzy

Gaji IPK	Kecil	Sedang	Besar	Sangat Besar
Buruk	Rendah	Rendah	Rendah	Rendah
Cukup	Tinggi	Rendah	Rendah	Rendah
Bagus	Tinggi	Tinggi	Tinggi	Rendah

Aturan Fuzzy untuk menentukan Nilai Kelayakan (NK) menerima beasiswa

Beberapa aturan fuzzy dari tabel diatas:

- IF IPK = Buruk AND Gaji = Kecil THEN NK = Rendah.
- IF IPK = Cukup AND Gaji = Kecil THEN NK = Tinggi.
- IF IPK = Bagus AND Gaji = Sangat Besar THEN NK = Rendah .

2. Evaluasi aturan (Implikasi)

- Untuk mengevaluasi disjunction dari aturan fuzzy, digunakan operator fuzzy $OR \rightarrow \mu_{A \cup B}(x) = \max \left[\mu_A(x), \mu_B(x) \right]$
- Untuk mengevaluasi conjuction dari aturan fuzzy, digunakan operator fuzzy AND $\rightarrow \mu_{A \cap B}(x) = \min \left[\mu_A(x), \mu_B(x) \right]$

Dalam metode mamdani fungsi implikasi yang digunakan adalah Min, sehingga derajat keanggotaan dari variabel output fuzzy dipilih dari derajat keanggotaan paling rendah diantara derajat keanggotaan variabel iinput fuzzy.

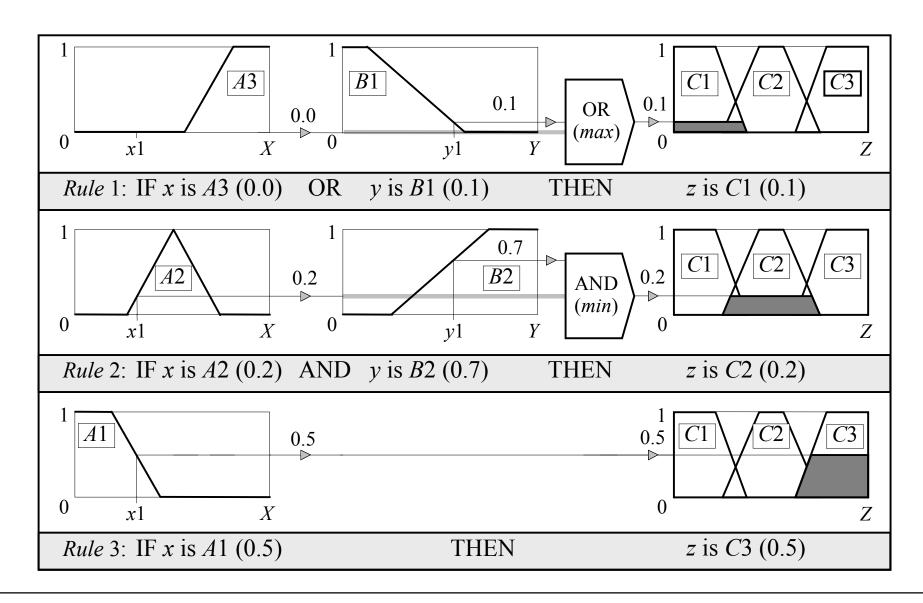
Contoh:

IF IPK = Cukup(0,5) AND Gaji = Besar(0,4) THEN NK = Rendah(0,4).

Keterangan:

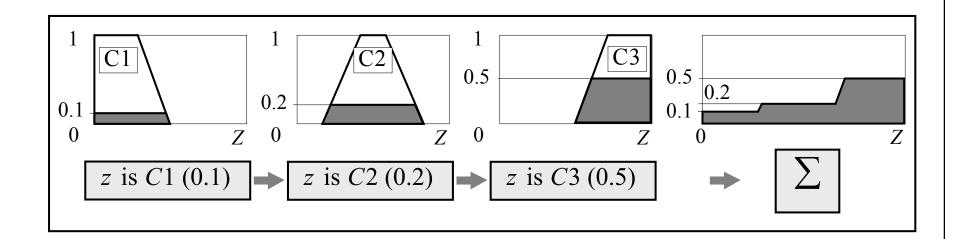
Variabel input fuzzy : IPK = Cukup(0,5), Gaji = Besar(0,4), mempunyai derajat keanggotaan paling rendah adalah 0,4. Oleh karena itu derajat keanggotaan untuk variabel output fuzzy NK sama dengan 0,4.

Contoh: Fungsi implikasi



3. Penggabungan hasil output evaluasi aturan

Semua hasil evaluasi aturan berupa nilai derajat keanggotaan dari variabel output fuzzy yang dipetakan ke dalam bentuk kurva fungsi keanggotaan, digabungkan dengan menggunakan metode CLIPPING.



3. Defuzzifikasi

• Defuzzifikasi merupakan proses pengubahan besaran fuzzy yang disajikan dalam bentuk himpunan-himpunan keluaran fuzzy dengan fungsi keanggotaannya untuk mendapatkan kembali bentuk nilai tegasnya.

Contoh:

Dengan menggunakan **model Mamdani**, Mahasiswa dengan Nilai **IPK = 3,00** dan **gaji orangtuanya sebesar 10 juta rupiah** mendapatkan nilai kelayakan untuk memperoleh beasiswa sebesar **52,39** • Terdapat beberapa metode defuzzifikasi, tapi yang paling populer digunakan adalah **centroid technique**. Metode ini mengambil titik pusat pada daerah fuzzy. Rumus matematika untuk metode centre of gravity (COG) sbb:

$$\mathbf{y} *= \frac{\sum \mathbf{y} \mu \mathbf{R} (\mathbf{y})}{\sum \mu \mathbf{R} (\mathbf{y})}$$

• metode defuzzifikasi Centroid menemukan titik yang mewakili pusat gravitasi dari himpunan agregasi fuzzy A, pada interval [a, b].

$$COG = \frac{(0+10+20)\times0.1 + (30+40+50+60)\times0.2 + (70+80+90+100)\times0.5}{0.1+0.1+0.1+0.2+0.2+0.2+0.2+0.5+0.5+0.5+0.5} = 67.4$$

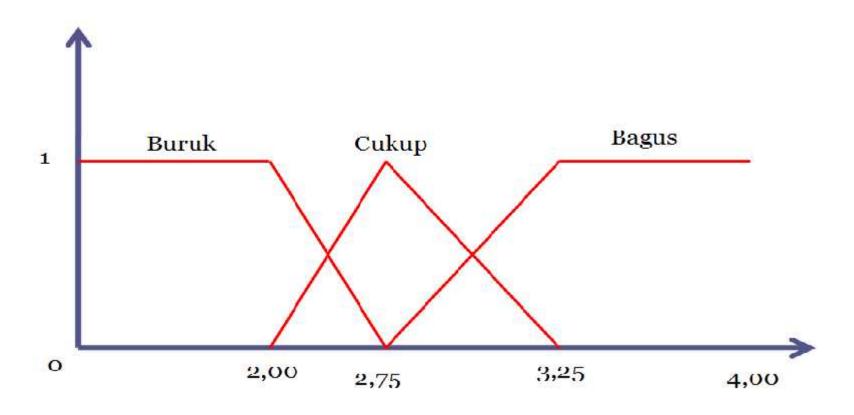
Studi Kasus

- Penentuan beasiswa, misalnya tersedia 100 beasiswa, tetapi jumlah mahasiswa kandidat penerima beasiswa adalah 5000 org. Bagaimana memilih 100 mahasiswa secara adil berdasarkan IPK dan Gaji orangtuanya per bulan. Misalkan:
 - Mahasiswa A , IPK = 3,00 dan Gaji orangtua = 10 juta.
 - Mahasiswa B, IPK =2,99 dan Gaji orangtua = 1 juta.

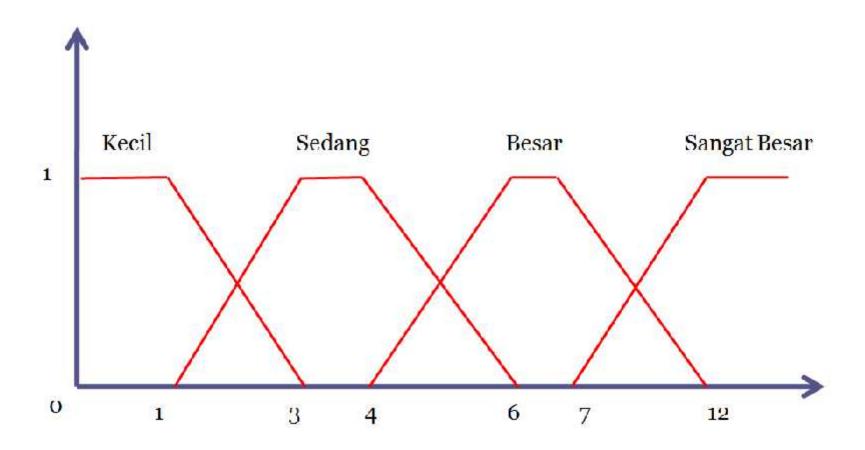
1. Fuzzification

Fungsi	Variabel	Himpunan Fuzzy	Semesta	Domain
Input	IPK	Buruk	0 – 4.00	0 - 2.75
		Cukup		2.00 - 3.25
		Bagus		2.75 - 4.00
	GAJI	Kecil	0 – 12	0 - 3
		Sedang		1 - 6
		Besar		4 - 12
		Sangat Besar		7 - 12
Output	NK	Rendah	0 – 100	0 – 80
		Tinggi		50 - 100

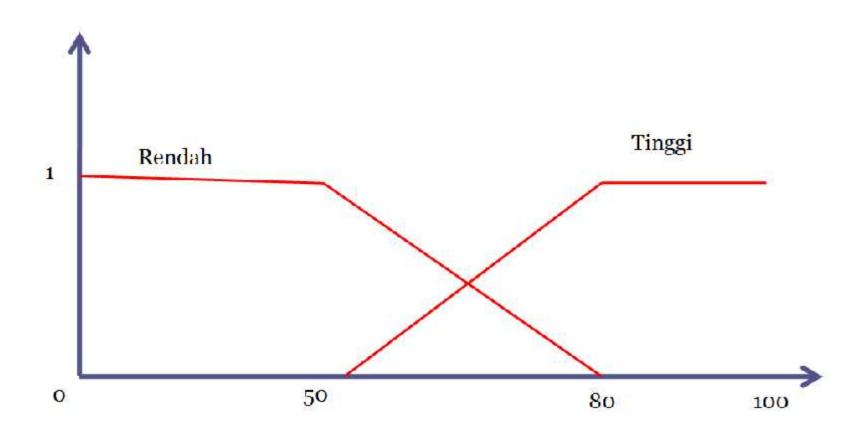
• Fungsi Keanggotaan Segitiga dan Trapesium untuk IPK dalam skala [0,4]



• Fungsi Keanggotaan Trapesium untuk Gaji dalam skala [0,12]

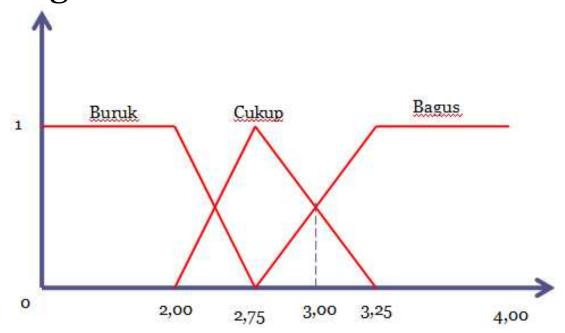


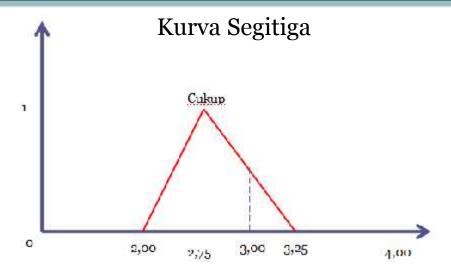
• Fungsi Keanggotaan Trapesium untuk Nilai Kelayakan dalam skala [0,100]



Mahasiswa A IPK = 3,00 dan Gaji orangtua = 10 juta.

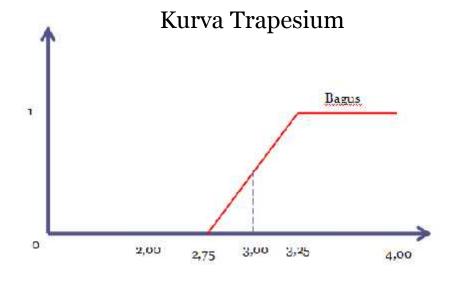
- IPK sebesar 3,00 di konversi ke nilai Fuzzy :
- IPK 3,00 berada pada nilai linguistik Cukup dan bagus.





Derajat keanggotaan untuk Cukup adalah :

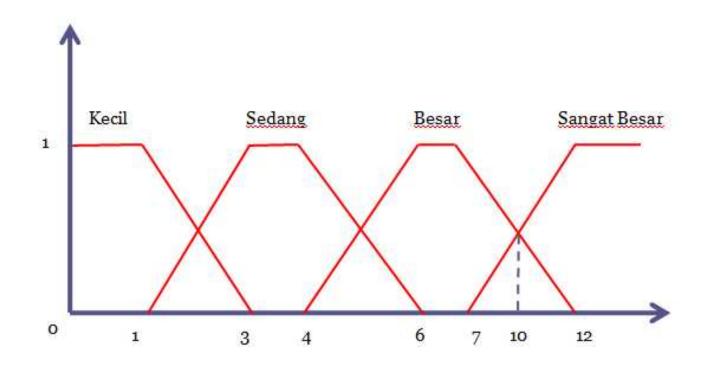
$$(c-x)/(c-b)$$
 dengan:
 $b = 2,75, c = 3,25, x = 3,00.$
 $(3,25-3,00)/(3,25-2,75)$
 $= 0,5$



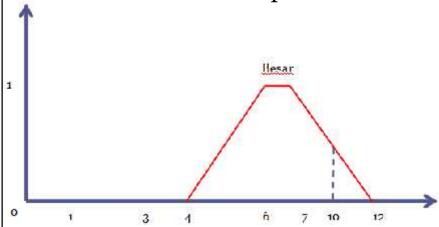
Derajat keanggotaan untuk Bagus adalah :

$$(x-a) / (b-a)$$
; dengan:
 $a = 2,75, b = 3,25, x = 3,00.$
 $(3,00-2,75) / (3,25-2,75)$
 $= 0,5$

- Gaji sebesar 10 juta di konversi ke nilai Fuzzy :
- Gaji 10 juta berada pada nilai linguistik besar dan sangat besar.

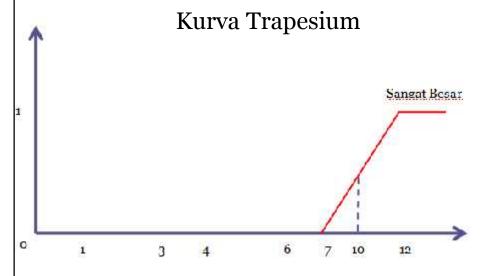


Kurva Trapesium



Derajat keanggotaan untuk Besar adalah :

$$(d-x)/(d-c)$$
; dengan
 $c = 7$, $d = 12$, $x = 10$.
 $(12-10)/(12-7) = 0.4$

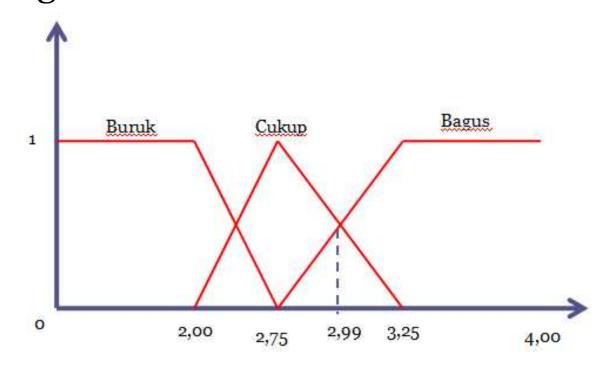


Derajat keanggotaan untuk Sangat Besar adalah:

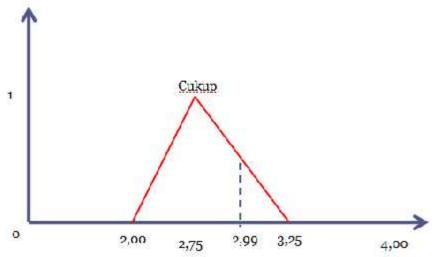
$$(x-a) / (b-a)$$
; dengan $a = 7, b = 12, x = 10.$ $(10-7) / (12-7) = 0,6$

Mahasiswa B IPK = 2,99 dan Gaji orangtua = 1 juta.

- IPK sebesar 2,99 di konversi ke nilai Fuzzy :
- IPK 2,99 berada pada nilai linguistik Cukup dan Bagus.



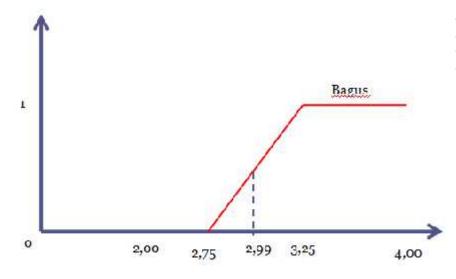
Kurva Segitiga



Derajat keanggotaan untuk Cukup adalah :

$$(c-x)/(c-b)$$
 dengan:
 $b = 2,75, c = 3,25, x = 2,99.$
 $(3,25-2,99)/(3,25-2,75)$
 $= 0,52$

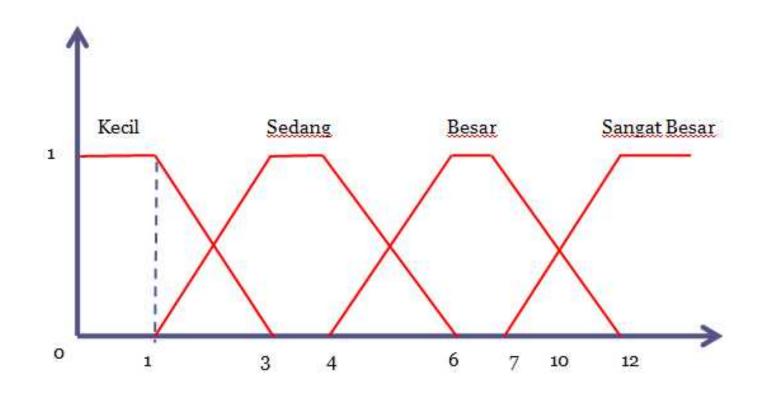
Kurva Trapesium



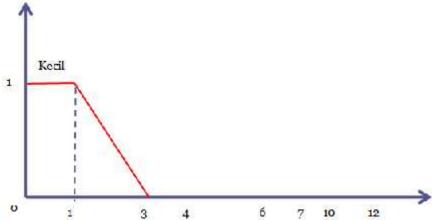
Derajat keanggotaan untuk Bagus adalah :

$$(x-a) / (b-a)$$
; dengan:
 $a = 2,75, b = 3,25, x = 2,99.$
 $(2,99-2,75) / (3,25-2,75)$
 $= 0,48$

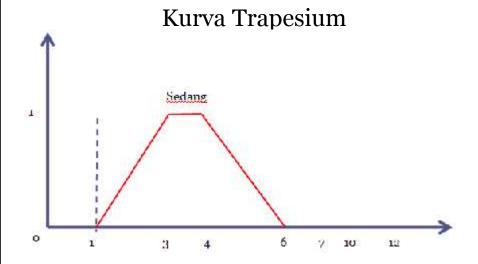
- Gaji sebesar 1 juta di konversi ke nilai Fuzzy :
- Gaji 1 juta berada pada nilai linguistik Kecil dan Sedang.



Kurva Trapesium



Derajat keanggotaan untuk Kecil adalah : 1



Derajat keanggotaan untuk Sedang adalah : 0

2. Evaluasi Aturan (inference)

Aturan Fuzzy yang baik berdasarkan pakar :

Gaji IPK	Kecil	Sedang	Besar	Sangat Besar
Buruk	Rendah	Rendah	Rendah	Rendah
Cukup	Tinggi	Rendah	Rendah	Rendah
Bagus	Tinggi	Tinggi	Tinggi	Rendah

- Dengan mendefinisikan aturan Fuzzy, terdapat $3 \times 4 = 12$ aturan fuzzy, yaitu :
 - 1. IF IPK = Buruk AND Gaji = Kecil THEN NK = Rendah
 - 2. IF IPK = Buruk AND Gaji = Sedang THEN NK = Rendah
 - 3. IF IPK = Buruk AND Gaji = Besar THEN NK = Rendah
 - 4. IF IPK = Buruk AND Gaji = Sangat Besar THEN NK = Rendah
 - 5. IF IPK = Cukup AND Gaji = Kecil THEN NK = Tinggi
 - 6. IF IPK = Cukup AND Gaji = Sedang THEN NK = Rendah
 - 7. IF IPK = Cukup AND Gaji = Besar THEN NK = Rendah
 - 8. IF IPK = Cukup AND Gaji = Sangat Besar THEN NK = Rendah
 - 9. IF IPK = Bagus AND Gaji = Kecil THEN NK = Tinggi
 - 10. IF IPK = Bagus AND Gaji = Sedang THEN NK = Tinggi
 - 11. IF IPK = Bagus AND Gaji = Besar THEN NK = Tinggi
 - 12. IF IPK = Bagus AND Gaji = Sangat Besar THEN NK = Rendah

Mahasiswa A IPK = 3,00 dan Gaji orangtua = 10 juta.

- Dari empat data fuzzy input berikut:
 - IPK = Cukup (0,5)
 - IPK = Bagus (0,5)
 - Gaji = Besar (0,4)
 - Gaji = Sangat Besar (0,6)
- Berarti hanya 4 (dari 12) aturan fuzzy yg dapat diaplikasikan, yaitu :
 - 7. IF IPK = Cukup AND Gaji = Besar THEN NK = Rendah
 - 8. IF IPK = Cukup AND Gaji = Sangat Besar THEN NK = Rendah
 - □ 11. IF IPK = Bagus AND Gaji = Besar THEN NK = Tinggi
 - 12.IF IPK = Bagus AND Gaji = Sangat Besar THEN NK = Rendah

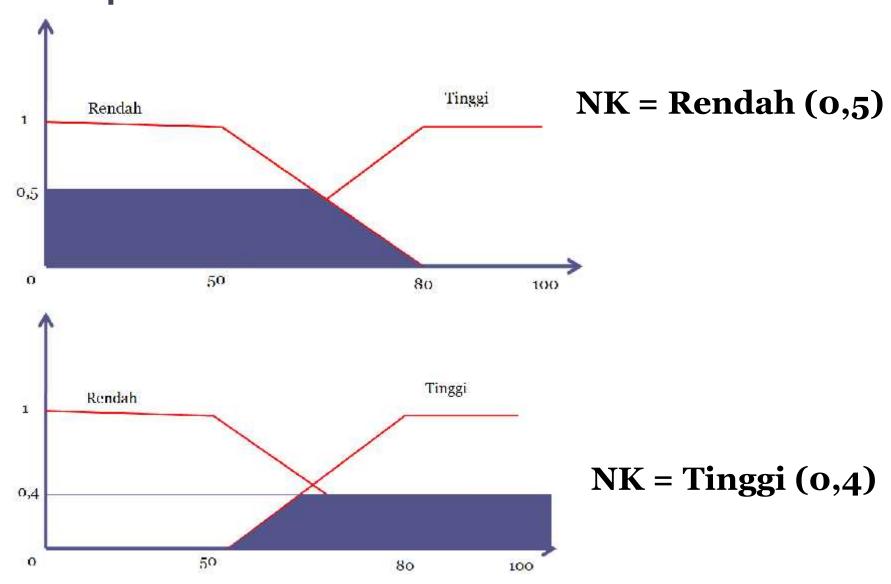
Dari empat aturan fuzzy dan empat fuzzy tersebut, maka proses inference yang terjadi sebagai berikut :

- Menggunakan aturan Conjuction (^) dengan memilih derajat keanggotaan minimum dari nilainilai linguistic yang dihubungkan oleh ^ dan lakukan clipping pada fungsi keanggotaan Trapesium untuk nilai kelayakan.
 - IF IPK = Cukup(0,5) AND Gaji = Besar(0,4) THEN NK = Rendah (0,4)
 - IF IPK = Cukup(0,5) AND Gaji = Sangat Besar(0,6) THEN NK = Rendah (0,5)
 - IF IPK = Bagus(0,5) AND Gaji = Besar(0,4) THEN NK = Tinggi (0,4)
 - IF IPK = Bagus(0,5) AND Gaji = Sangat Besar(0,6) THEN NK =
 Rendah (0,5)

- Pada persamaan sebelumnya, NK = tinggi hanya muncul satu kali, yaitu NK = Tinggi (0,4).
 Sedangkan NK= rendah muncul tiga kali.
- Gunakan aturan disjunction (V) dengan memilih derajat keanggotaan yang paling besar dari antara NK = Rendah yang muncul.

$$NK = \text{rendah } (0,4) \lor NK = \text{Rendah } (0,5) \lor NK = \text{Rendah } (0,5) \rightarrow NK = \text{Rendah } (0,5)$$

Representasi ke dalam Kurva



Mahasiswa B IPK = 2,99 dan Gaji orangtua = 1 juta.

- Dari empat data fuzzy input berikut:
 - IPK = Cukup (0,52)
 - IPK = Bagus (0,48)
 - Gaji = Kecil (1)
 - Gaji = Sedang (o)
- Berarti hanya 4 (dari 12) aturan fuzzy yg dapat diaplikasikan, yaitu :
 - 5. IF IPK = Cukup AND Gaji = Kecil THEN NK = Tinggi
 - 6. IF IPK = Cukup AND Gaji = Sedang THEN NK = Rendah
 - 9. IF IPK = Bagus AND Gaji = Kecil THEN NK = Tinggi
 - 10.IF IPK = Bagus AND Gaji = Sedang THEN NK = Tinggi

Dari empat aturan fuzzy dan empat fuzzy tersebut, maka proses inference yang terjadi sebagai berikut :

• Menggunakan aturan Conjuction (^) dengan memilih derajat keanggotaan minimum dari nilai-nilai linguistic yang dihubungkan oleh ^ dan lakukan clipping pada fungsi keanggotaan Trapesium untuk nilai kelayakan.

```
    IF IPK = Cukup(0,52) AND Gaji = Kecil(1) THEN NK = Tinggi
    (0,52)
```

- IF IPK = Cukup(0,52) AND Gaji = Sedang(0) THEN NK = Rendah
 (0)
- IF IPK = Bagus(0,48) AND Gaji = Kecil(1) THEN NK = Tinggi (0,48)
- IF IPK = Bagus(0,48) AND Gaji = Sedang(0) THEN NK = Tinggi(0)

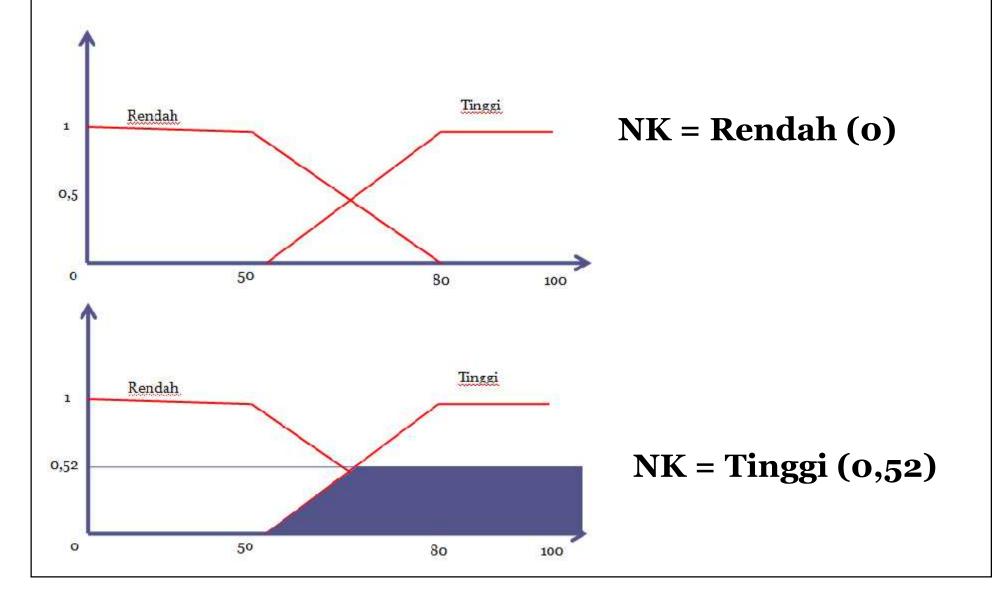
• Pada persamaan diatas, NK = tinggi muncul tiga kali, yaitu NK = Tinggi (0,52), NK = Tinggi (0,48), NK = Tinggi (0). Ambil derajat keanggotaan yang paling besar.

Hasil: NK = Tinggi (0,52).

 Dengan demikian, kita mempunyai dua nilai fuzzy, yaitu

> NK = Tinggi (0,52) NK = Rendah (0)

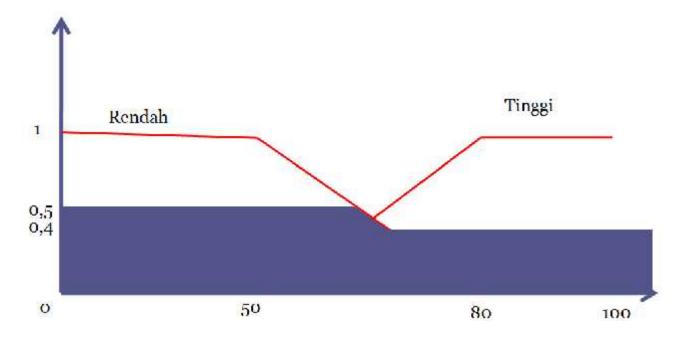
Representasi ke dalam Kurva



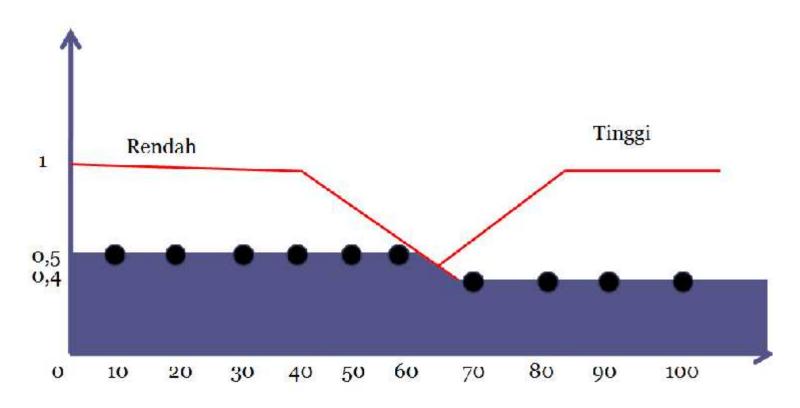
3. Defuzzifikasi

Mahasiswa A IPK = 3,00 dan Gaji orangtua = 10 juta.

• NK = Rendah (0,5) dan NK = Tinggi (0,4), menghasilkan satu fuzzy set tunggal seperti dibawah ini :



• Dalam proses defuzzyfikasi digunakan Centroid method (Center of Gravity) sebanyak 10 titik yang ditentukan secara acak pada area abu-abu yaitu: 10,20,30,40,50,60,70,80,90,100



 Dari sekumpulan titik pada slide sebelumnya dapat dilakukan perhitungan sebagai berikut :

$$y *= \frac{\sum y \mu R(y)}{\sum \mu R(y)}$$

$$y *= \frac{(10 + 20 + 30 + 40 + 50 + 60)0,5 + (70 + 80 + 90 + 100)0,4}{6(0,5) + 4(0,4)}$$

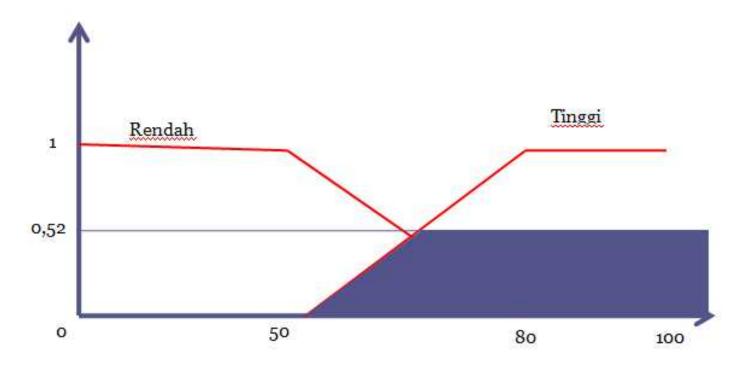
$$y *= \frac{105 + 136}{4,6}$$

$$y *= 52,39$$

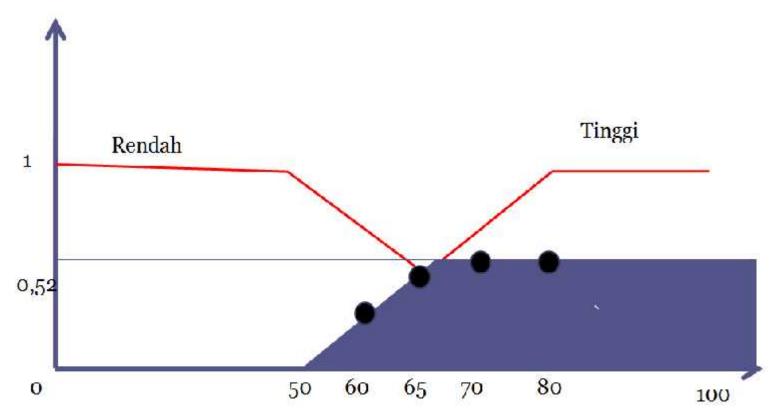
Jadi, mahasiswa A dengan IPK = 3,00 dan Gaji
 = 10 juta rupiah per bulan mendapatkan nilai kelayakan beasiswa sebesar 52,39

Mahasiswa B IPK = 2,99 dan Gaji orangtua = 1 juta.

• NK = Rendah (o) dan NK = Tinggi (0,52), menghasilkan satu fuzzy set tunggal seperti dibawah ini :



• Dalam proses defuzzyfication digunakan Centroid method (Center of Gravity) sebanyak 4 titik yang ditentukan secara acak pada area abu-abu vaitu: 60.65.70.80



 Dari sekumpulan titik pada slide sebelumnya dapat dilakukan perhitungan sebagai berikut :

$$y *= \frac{\sum y \mu R(y)}{\sum \mu R(y)}$$

$$y *= \frac{60(\frac{1}{3}) + 65(\frac{1}{2}) + (70 + 80)(0,52)}{(\frac{1}{3}) + (\frac{1}{2}) + (0,52)2}$$

$$y *= \frac{20 + 32,5 + 78}{2,87334}$$

$$y *= 69,66$$

Jadi, mahasiswa B dengan IPK = 2,99 dan Gaji = 1 juta rupiah per bulan mendapatkan nilai kelayakan beasiswa sebesar 69,66

Kesimpulan

Dari hasil tersebut maka dapat diambil kesimpulan bahwa mahasiswa yang layak mendapat beasiswa adalah mahasiswa B dengan nilai kelayakan sebesar 69,66.

Terima Kasih