TAREA 2

Fecha de entrega: 4/10/2018 23:59 hrs

Problema 1 (50 %)

Ud. trabaja para una compañia eléctrica cableando torres de tensión. Suponga que las torres de tensión están separadas por 20 metros y que la compañia tiene una política estricta: el cable debe caer 7.5 metros en el punto medio entre dos torres consecutivas. La compañia le ha pedido a Ud. que calcule el largo que debe tener el cable necesario.

Tras investigar un poco Ud. encuentra que la función que describe la forma del cable colgado de dos extremos se llama catenaria y tiene la siguiente forma:

$$f(x) = \frac{a}{2}\left(e^{(x-x_0)/2} + e^{(x-x_0)/2}\right)$$

donde x_0 es el punto mínimo de la catenaria (el punto medio entre las dos torres en este caso) y a es un parámetro que controla cuanto se "abre" la catenaria.

> **Ayuda.** Recuerde que el largo de una curva entre los puntos x_1 y x_2 está dado por:
>
> $$l = \int_{x_1}^{x_2} dx\sqrt{1 + f'(x)^2}$$

Para este problema se pide que Ud. implemente su propio algoritmo para encontrar raíces de una función (lo necesitará para determinar el parámetro a de la catenaria). Justifique su elección de algoritmo. Para la integral puede utilizar cualquier algoritmo que estime conveniente y no es necesario que escriba uno Ud. mismo (puede usar uno de `scipy`, por ejemplo).

Problema 2 (50 %)

Considere las siguientes funciones:

$$F_1(x, y) = x^4 + y^4 - 15 \qquad (1)$$

$$F_2(x, y) = x^3y - xy^3 - y/2 - 1.RRR \qquad (2)$$

donde RRR representa los últimos 3 dígitos de su RUT (antes del dígito verificador). Encuentre todos los puntos (x, y) para los cuales las funciones se hacen simultáneamente cero.

> **Ayuda.**
>
> Se recomienda partir graficando las funciones. Para visualizar estas funciones se requiere alguna forma de gráfico 3D. Una forma efectiva de visualización para este caso es un plot de superficie en que la tercera dimensión está representada por un mapa de colores combinada con un mapa de contornos (ver ejemplo adjunto `contourplot.py`). En particular, en este caso estamos interesados en el contorno al nivel cero pues este representa todos los puntos en que una determinada función se hace cero .
>
> Al hacer lo anterior se dará cuenta que el nivel cero de F_1 es una curva cerrada. Una idea que le puede servir, es intentar recorrer esa curva cerrada buscando los puntos en que la otra función, F_2, se hace cero. Es decir, Ud. puede implementar un algoritmo similar al visto en clase para la bisección, pero que en vez de acercar los puntos a y b en 1D, lo haga a lo largo de la curva determinada por $F_1(x, y) = 0$. Para eso necesitará encontrar una forma paramétrica de dicha curva (hint: $x(t) \propto sign(sin(t)) * \sqrt[4]{sin^2(t)}$; piense en $y(t)$ y el dominio de t).

Para esta pregunta no es necesario que implemente su propio algoritmo para la búsqueda de raíces, puede usar alguno de `scipy` u otro que Ud. estime conveniente (o programar el suyo propio si lo desea). Explique su elección.

Es importante que describa la estrategia utilizada para resolver el problema. En particular, explique cómo eligió los valores iniciales de a y b para el método de la bisección para cada uno de los ceros.