



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
FACULTAD DE MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA  
Segundo semestre 2022

**EYP2127 Inferencia Estadística**  
**Ayudantía 10: Construcción de Intervalos de Confianza**

**Profesora:** Inés M. Varas  
**Ayudante:** Borja Márquez de la Plata

**Ejercicio 1**

Sea  $Y_1, \dots, Y_n$  una m.a. de tamaño  $n$  desde una distribución  $f$  tal que

$$f(y|\theta) = \frac{1}{\theta}(y+1)^{-1-1/\theta} \quad 0 < y; 0 < \theta < 0.5$$

- a) Considerando la transformación  $X = \ln(Y+1)$ , demuestre que  $X \sim \text{Exp}(\theta)$ .
- b) Encuentre un intervalo de  $100(1-\alpha)\%$  de confianza para  $\theta$  con colas iguales.

**Ejercicio 2**

Un grupo de investigadores quiere estudiar como el ecosistema puede afectar en el crecimiento de un ser vivo. Para esto, plantaron  $n_1$  pinos en el norte de Chile y  $n_2$  en el sur. 5 años después, midieron las alturas de los árboles plantados. Si  $X$  representa la altura de un pino del norte e  $Y$  la de uno del sur, y se conoce que la altura de un pino distribuye normal con parámetros  $\mu_1, \sigma_1^2$  en el norte y  $\mu_2, \sigma_2^2$  en el sur:

- a) Construya un intervalo de  $100(1-\alpha)\%$  de confianza para  $\mu_1 - \mu_2$ , asumiendo que  $\sigma_1^2$  y  $\sigma_2^2$  son conocidos.
- b) Suponga que  $\mu_1, \sigma_1^2, \mu_2, \sigma_2^2$  son desconocidos. Construya un intervalo de  $100(1-\alpha)\%$  de confianza para  $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ .  
Hint:  $V_i = \frac{(n_i-1)S_i^2}{\sigma_i^2} \sim \chi_{n_i-1}^2$ , donde  $S_i^2$  es la varianza muestral de la distribución  $i = 1, 2$ . Además, existe una relación entre la distribución chi cuadrado y la F, donde si  $X_i \sim \chi_{n_i}^2$ , entonces  $\frac{X_1/n_1}{X_2/n_2} \sim F_{n_1, n_2}$ .
- c) Si en el norte, de una muestra de 35 pinos, se encontró un promedio de 6 metros y la varianza de 0.5 metros<sup>2</sup>. En cambio, en el sur de Chile, de una muestra de 31 árboles, se obtuvo un promedio de 6.6 metros y una varianza de 0.2 metros<sup>2</sup>. Encuentre un intervalo de confianza del 95% para la diferencia de medias y para la razón de varianzas.