PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS / DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA

ELM2400 Métodos Estadísticos

Intervalos de Confianza

Profesor: Alexis Peña
Ayudante: Reinaldo González S.

1. Introducción

La idea de la estimación por intervalos, es incorporar en forma explícita, la variabilidad inherente al proceso de estimación.

la idea es obtener valores $\underline{\ell}$ y $\overline{\ell}$ tales que la probabilidad (valor) del verdadero parámetro se encuentre contenido en el intervalo $(\underline{\ell}, \overline{\ell})$ con una alta probabilidad.

Definición: Sea $\underline{\ell} = \underline{\ell}(x)$, y $\overline{\ell} = \overline{\ell}(x)$ dos estadísticos con $\underline{\ell} \leq \overline{\ell}$. El intervalo de confianza con nivel de significancía α, esta dado por $(\underline{\ell}, \overline{\ell})$ de tal manera que la probabilidad:

$$P(\underline{\ell} \leq \theta \leq \overline{\ell}) = 1 - \alpha \qquad (1)$$

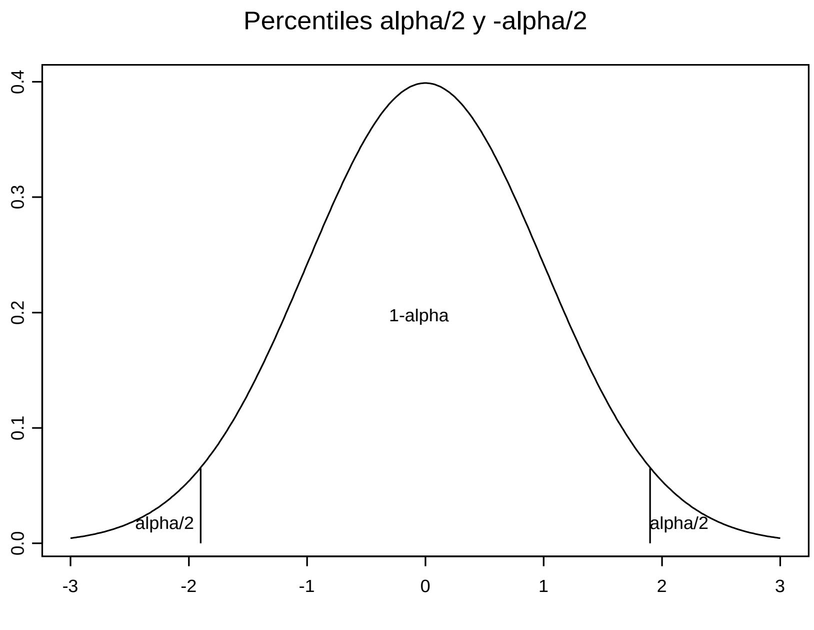

Figura 1: Percentiles $\alpha/2$ y $-\alpha/2$

Donde α es el nivel de significancía y $(1-\alpha)$ es la confianza.

El punto es que dado un α (pequeño) debemos determinar estadísticos que satisfagan la ecuación (1).

2. Método del Pivote

El procedimiento que se describe a continuación se conoce como el **"Método del Pivote"**.

1. Encontrar un estadístico $t(x)$, por ejemplo el estadístico suficiente o el estimador de θ.

   - Ejemplo

Parámetro	Estimador
μ	$\bar{X}$
σ^2	S^2
proporción (p)	$\hat{p}=\bar{X}$

2. Construir una función $\phi(t(x),\theta)$, cuya distribución no dependa de θ y sea conocida (idealmente Tabulada).

   - Ejemplo

   $$\begin{aligned} \frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} &= \phi(t(x)=\bar{X},\theta=\mu) \qquad \text{, con } \sigma \text{ conocido} \\ \frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} &= \phi(t(x)=\bar{X},\theta=\mu) \qquad \text{, con } \sigma \text{ desconocido} \end{aligned}$$

   Nota: $\phi(t(x),\theta)$ se conoce como Pivote.

3. Determinar un k_1 y k_2 tales que la probabilidad:

   $$P(k_1 \leq \phi(t(x),\theta) \leq k_2) = 1-\alpha$$

   Es decir, k_1 y k_2 corresponden a los percentiles $\alpha/2$ y $1-\alpha/2$ de una distribución $\mathcal{D}$, donde:

   $$\phi(t(x),\theta) \sim \mathcal{D} \rightarrow \text{Distribucion cualquiera}$$

4. Despejar θ