



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
FACULTAD DE MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA  
Primer semestre de 2019  
Ayudante: Hernán Robledo (harobledo@uc.cl)

## Inferencia Estadística / Métodos Estadísticos

### EYP2114/EYP2405

### Ayudantía 8

#### Problema 1

Sea  $X_1, \dots, X_n$  una muestra iid perteneciente a una distribución Bernoulli( $p$ ).

- Defina el estimador  $T = X_1$  insesgado para  $p$ . Encuentre un mejor estimador que  $T$  para  $p$  y muéstrelo comparando los ECM.
- Determine el EIVUM para  $\tau(p) = p(1 - p)$  sin utilizar el EMV y sus propiedades.

#### Problema 2

Sea  $X_1, \dots, X_n$  una muestra iid perteneciente a una distribución Poisson( $\lambda$ ). Muestre que la Rao-Blackwellización del estimador insesgado  $T = X_1$  condicionado a  $U = \sum_{i=1}^n X_i$  entrega el estimador  $\phi(X) = \bar{X}$ .

#### Problema 3

Sean  $X_1, \dots, X_n$  iid  $\sim N(\mu, \sigma^2)$ , con  $\sigma^2$  conocido.

- Se desea hallar un estimador para  $\tau(\mu) = 2\mu$ . Considere el estimador  $T = X_1^2 + 2X_3 - X_4^2$ . Muestre que es insesgado y encuentre un mejor estimador que  $T$  para  $\tau(\mu)$ .
- Se desea hallar un estimador para  $\tau(\mu) = \mu^2$ . Considere el estimador  $T = X_1^2 - \sigma^2$ . Muestre que es insesgado y encuentre un mejor estimador que  $T$  para  $\tau(\mu)$ . Ayuda: Si  $U = \bar{X}$ , entonces  $T|U \sim N(u, \sigma^2(1 - 1/n))$ .
- Se desea hallar un estimador para  $\tau(\lambda) = 4\mu^2 + 2\sigma^2$ . Considere el estimador  $T = (X_1 + X_2)^2$ . Halle la expresión de  $E(T|\bar{X})$ .

#### Problema 4

Sea  $X_1, \dots, X_{10}$  una población proveniente de una distribución Gamma(3,  $v$ ). Determine un pivote y construya un intervalo de confianza al 90 %.

**Problema 5**

Sea  $X_1$  una observación perteneciente a una población exponencial de parámetro  $\beta$ .

- Muestre que la función  $Y = \sqrt{2\beta\bar{X}}$  es un pivote para esta distribución.
- Calcule el coeficiente de confianza para  $\beta$  en el intervalo  $[Y/3, 2Y]$ . Comente. Ayuda: Si  $Z \sim f(z) = z \exp(-z^2/2)$ , entonces  $F(z) = 1 - \exp(-z^2/2)$
- Construya un intervalo de confianza al  $100(1 - \alpha)\%$  para  $\beta$ .