$P(A) = \frac{\#A}{\#\Omega}$ $\quad P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

Independencia

$P(A/B) = P(A)$

$\hookrightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B)}{P(B)} = P(A)$

Ej: $\Omega = \{1, 2, 3, 4\}$ $\quad P(\{w\}) = 1/2$

$A = \{1, 2\}$ $\quad B = \{2, 3\}$

$C = \{1, 3\}$

$P(A) = 1/2$

$P(B) = 1/2$

$P(C) = 1/2$

$P(A \cap B) = 1/4$

$P(A \cap C) = 1/4$

$P(B \cap C) = 1/4$

$P(A \cap B \cap C) = 0$

$P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) = 1/8$

$\Big\}$ no son independiente

Independencia

$\{A_i\} \in I$ $\quad \#I = |I| = n$

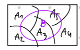
$\forall \{A_j\} \quad j \in J$

$\{A_1, \ldots, A_5\}$

$P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_5) = \prod_{i=1}^{5} P(A_i)$

$P(A_{j_1} \cap A_{j_2} \cap \ldots \cap A_{j_J}) = \prod_{j=1}^{(5)} P(A_j)$

Teorema de probabilidades totales



$U.A. = \Omega$

$B = B \cap \Omega$

$= B \cap (\bigcup A_i)$

$= B \cap A_1 \cup B \cap A_2 \cup B \cap A_3 \cdots \cup B \cap A_5$

$\boxed{P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(B \cap A_i) = \sum_{i=1}^{n} P(B|A_i) \cdot P(A_i)}$

Teorema de Bayes

$P(A|E) = \frac{P(A \cap E)}{P(E)} = \frac{P(E|A) \cdot P(A)}{P(E)}$

$P(E|A) = \frac{P(A \cap E)}{P(A)}$

Dado A:

$P(E|A) = 1 - P(E^c|A)$

$P(A \cap E) = P(A|E) \cdot P(E)$

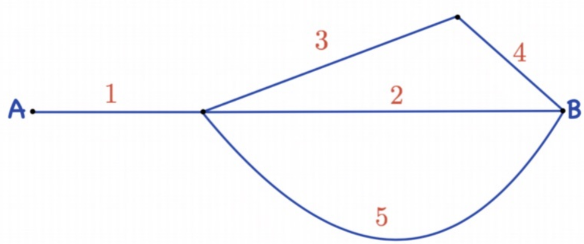
$P(A \cap B \cap C) = P((A \cap B) \cap C) = P(A \cap B | C) \cdot P(C)$

$= P(A | B \cap C) \cdot P(B \cap C) = P(A | B \cap C) \cdot P(B|C) \cdot P(C)$

Problema 1

Usted ha comprado recientemente un producto por e-commerce. El delivery que lleva el producto tiene 3 posibles rutas con identifico tiempo de entrega entre A y B. Si él elige una ruta al azar entre: 1-3-4, 1-2 o 1-5, y en cada uno de los 5 tramo que componen estas las rutas, hay un probabilidad p de retrasarse, ¿cuál es la probabilidad que no cumpla con el tiempo de entrega? Suponga que los retrasos en cada tramo ocurren de manera independiente.

La siguiente Figura ilustra las tres rutas posibles:



A: Que no cumpla tiempo entrega

T_i: no se retrasa en tramo i $\forall i \in \{1, \ldots, 5\}$

C: Escojo trayecto al azar

$P(C) = 1/3$; $P(T_i) = 1 - p$ $\wedge$ $P(T_i^c) = p$

$\forall i \in \{1, \ldots, 5\}$

$P(A) = 1 - P(A^c)$

$A^c = \underbrace{C \cap}_{\text{por independientes}} [(T_1 \cap T_3 \cap T_4) \cup (T_1 \cap T_2) \cup (T_1 \cap T_3)]$

$P(A^c) = P(C) \cdot P(\underbrace{(T_1 \cap T_3 \cap T_4) \cup (T_1 \cap T_2)}_{\text{por disjuntos}} \cup (T_1 \cap T_3))$

$= P(C) (P(T_1 \cap T_3 \cap T_4) + P(T_1 \cap T_2) + P(T_1 \cap T_3)$

$= P(C)\left(P(T_1)\cdot P(T_3)\cdot P(T_4) + P(T_1)\cdot P(T_2) + P(T_1)\cdot P(T_3)\right)$

$= \frac{1}{3}\left((1-p)^3 + 2(1-p)^2\right) = \frac{1}{3}(1-p)^2(1-p-2) = \frac{(1-p)^2}{3}(3-p)$

Según datos recogidos en la fabricación de vigas, el 80% de éstas tienen la resistencia mínima que se requiere para su utilización. Diariamente se selecciona una muestra de vigas para ser evaluadas con un método de ensayo que mide la resistencia y da el visto de buena calidad para su venta. El método no es perfecto dado que, solo el 90% de las vigas que cumplen con la resistencia mínima, les da el visto de buena calidad. Se sabe además que, la probabilidad que una viga cualquiera reciba el visto bueno de calidad es de 73%.

¿Cuál es la probabilidad que una viga no cumpla con la resistencia mínima y reciba el visto bueno de calidad?

R: Cumple la resistencia mínima

B: Recibe visto bueno.

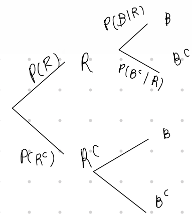
$P(R) = 0.8$; $P(B|R) = 0.9$; $P(B) = 0.73$

$P(R^c \cap B) + P(R \cap B) = P(B)$

$P(R^c \cap B) = P(B) - P(B|R)\cdot P(R) = 0.73 - 0.9\cdot 0.8 = 0{,}01$

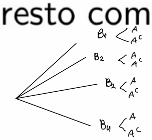
$B = \underbrace{(A \cap B) \cup (A^c \cap B)}_{\text{disjuntos}}$

$\boxed{P(B) = P(A\cap B) + P(A^c \cap B)}$



Diversos rumores en el congreso nacional apuntan a una nueva posible colusión del gas debido a las fuertes alzas en el periodo de pandemia.

La encuesta presupuestaria indica que de las personas que consume gas licuado, el 40% prefiere el cilindro de 11 kg, un 35% utiliza el de 15 kg, mientras que un 20% utiliza el de 45 kg y el resto compra el de 5 kg.



A: Cliente se vio afectado por alza

B_1: Cliente prefiere cilindro de 11 Kg

B_2: " " " " 15 Kg

B_3: " " " " 45 Kg

B_4: " " " 5 Kg

$P(B_1) = 0.4$

$P(B_2) = 0{,}35$

$P(B_3) = 0{,}2$

$P(B_4) = 0.05$

$P(B_2|A)$?

$= \frac{P(B_2 \cap A)}{P(A)} \Rightarrow \frac{P(A|B_2)\cdot P(B_2)}{P(A|B_1)P(B_1) + P(A|B_2)\cdot P(B_2) + P(A|B_3)\cdot P(B_3) + \cdots}$

$P(A|B_1) = 0{,}2$ $P(A|B_3) = 0$

$P(A|B_2) = 0.3$ $P(A|B_4) = 0.15$

$= \frac{0.3\cdot 0.35}{0.3\cdot 0.35 + 0.2\cdot 0.4 + 0{,}15\cdot 0{,}05} = 0{,}43$

$P(B_1/A)$ $P(B_1)$

Al analizar precios, un proveedor grande de Chile indica que en el último mes los formatos de 11 y 15 kg han aumentado sus costos en el 20% y 30% de los distribuidores asociados, respectivamente, mientras que en los de 5 kg el 85% de los distribuidores no subió sus precios, y finalmente en 45 kg todas las distribuidoras mantuvieron sus precios.

¿Cuál es la probabilidad que un cliente que se vio afectado con el alza de precios, sea un consumidor habitual de 15 kg?

Hoy en día un gran porcentaje de las compras se realizar utilizando tarjeta.

Estudios de un banco muestran que 1/3 de las compras que se realizan con tarjeta, son de débito, mientras que el resto de las compras son con tarjeta de crédito. Entre las compras con tarjeta de crédito, un 66% son de una cuota y el resto elige pagar en dos o más cuotas (con posibles intereses).

A: Compra supera los 100
B: Que sea solo 1 cuota
C: Tarjeta de crédito
$P(B \cap C \mid A)$

$P(C) = 2/3$ $\quad P(C^c) = 1/3$

$P(B \mid C) = 0.66$, $\quad P(B^c \mid C) = 0.34$

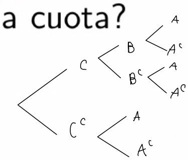
$P(A^c \mid C^c) = 0.7 \Rightarrow P(A \mid C^c) = 0.3$

$P(A \mid B \cap C) = 0.5 \Rightarrow P(A^c \mid B \cap C) = 0,5$

$P(A^c \mid B^c \cap C) = 0,2 \Rightarrow P(A \mid B^c \cap C) = 0,8$

Respecto a los montos, el 70% de los pagos con débito son inferiores a M$100. En cambio, los pagos con crédito a una cuota la mitad es inferior a M$100, mientras que sólo el 20% de los pagos en dos o más cuotas son inferiores a M$100.

Usted realiza una compra que supera los M$100, ¿cuál es la probabilidad que sea con crédito y en una sola cuota?



$$P(B \cap C \mid A) = \frac{P(B \cap C \cap A)}{P(A)}$$

$$= \frac{\overbrace{P(A \mid B \cap C)\, P(B \cap C)}^{x}\; P(C)}{x + P(A \mid B^c \cap C)\, P(B^c \mid C) \cdot P(C) + P(A \mid C^c)\, P(C^c)}$$

$$= \frac{0,5 \cdot 0,66 \cdot 2/3}{0.5 \cdot 0,666 \cdot \frac{2}{3} + 0.8 \cdot 0,34 \cdot \frac{2}{3} + 0,3 \cdot \frac{1}{3}} =$$

M$: Miles de pesos.