



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA
Segundo semestre 2022

EYP2127 Inferencia Estadística
Ayudantía 7: Test de hipótesis UMP

Profesora: Inés M. Varas

Ayudante: Borja Márquez de la Plata

Ejercicio 1

Para cuidar los niveles de contaminación atmosférica en una ciudad existen normativas que restringen el nivel de estas emisiones. Sin embargo, una junta de vecinos de la zona asegura que han registrado valores mayores a los permitidos. Para investigar el asunto el gobierno contrata a un grupo de expertos, quienes proponen comparar que tan rápido disminuye la concentración de los compuestos en el aire. Lo anterior se puede modelar utilizando una distribución exponencial de la forma:

$$f(x|\theta) = \frac{1}{\theta} \exp\left\{-\frac{x}{\theta}\right\}; \quad x > 0$$

donde θ representa el tiempo medio que se demora la concentración de los gases en disminuir a la mitad. Si los vecinos reclaman que este valor circula los dos mil minutos mientras que la fábrica asegura que es realmente cerca de mil quinientos minutos.

- Postule dos hipótesis y encuentre la región de rechazo utilizando el lema de Neyman-Pearson para un nivel de significancia de 0.05.
- Si se toma una muestra el primer día del mes durante un año, y se obtiene un promedio de $\bar{x} = 1.820$. Asumiendo que estas mediciones son independientes ¿Qué decisión tomarán los expertos?

Ejercicio 2

Sea una muestra iid de tamaño n desde una distribución $N(\mu, \sigma^2)$:

- Verifique que la fdp de la muestra tiene razón de verosimilitud monótona en $T = \sum_{i=1}^n X_i$.
- Usando Karlin-Rubin, encuentre un test UMP para comparar las hipótesis:

$$H_0 : \mu \leq \mu_0 \text{ vs } H_1 : \mu > \mu_1$$

Ejercicio 3

Una empresa de automóviles afirma que sus autos gastan como mucho 5 litros de gasolina por cada 100km recorridos, con una desviación estándar de 2.4 (el gasto sigue una distribución normal). En un estudio, 20 autos hacen un viaje de 100km, donde se registra que los autos gastaron en promedio 5.2 litros de gasolina.

- a) ¿Cuál sería una buena hipótesis H_0 para eventualmente rechazar la afirmación de la empresa?
- b) Calcule la región de rechazo, del test asociado a la hipótesis anterior, UMP para una significancia α dada.
- c) Si se exige un nivel de significancia de 0.05. ¿Qué se concluye respecto del estudio?
- d) Suponga que el gasto real medio es de 5.5 litros por 100 kms. ¿Cuál es la potencia del test?