

### PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE

FACULTAD DE MATEMÁTICAS DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA Segundo semestre 2022

# EYP2127 Inferencia Estadística Ayudantía 9: Valor-p e Introducción a Intervalos de Confianza

Profesora: Inés M. Varas

Ayudante: Borja Márquez de la Plata

### Ejercicio 1

Para los siguientes casos, encuentre un estadístico de prueba, la región de rechazo y obtenga el valor-p de esta. En base a la información muestral, concluya usando este valor.

a) Sean  $X_1, ..., X_{25} \stackrel{iid}{\sim} \text{Pois}(\theta)$ , se quiere probar la hipótesis

$$H_0: \theta \le 6 \text{ vs } H_1: \theta > 6$$

Si  $\sum_{i=1}^{25} x_i = 188$  ¿Qué concluye con  $\alpha = 0.049?.$ 

b) Sean  $X_1,...,X_{20}\stackrel{iid}{\sim} \mathrm{N}(\mu,\sigma^2)$  con sigma conocido igual a 0.1, para la hipótesis

$$H_0: \mu \geq 5 \text{ vs } H_1: \mu < 5$$

¿Qué se puede concluir? Considere que  $\alpha = 0.05$  y  $\overline{x} = 5.2$ .

#### Ejercicio 2

Sea  $X_1,...,X_n$  una m.a. de tamaño n desde una distribución normal con  $\mu=0$  y  $\sigma^2$  desconocido. Considere la hipótesis

$$H_0: \sigma^2 \le 25 \text{ vs } H_1: \sigma^2 > 25$$

- a) Verifique que la fdp de la muestra tiene razón de verosimilitud monótona en  $T = \sum_{i=1}^{n} X_i^2$ .
- b) Determine el test UMP de tamaño  $\alpha$  para contrastar las hipótesis.
- c) Suponga que n=10 y T=300. Para un nivel de significancia de  $\alpha=0.05$ ,
  - i) ¿Que decisión se debería tomar?
  - ii) Encuentre el valor-p del test y concluya. ¿Cambia la decisión si  $\alpha = 0.1$ ?
  - iii) Encuentre la potencia del test si  $\sigma^2 = 30$ .

## Ejercicio 3

Considere una muestra aleatoria de tamaño n de una distribución normal  $N(\mu, \sigma^2)$ . Un intervalo de confianza para esta muestra, de tamaño  $(1 - \alpha)$ , es  $(\overline{x} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ , donde  $z_{\alpha/2}$  es tal que  $P(Z \ge z_{\alpha/2}) = \alpha/2$  si Z distribuye como normal estándar.

- a) Asumiendo que la temperatura del cuerpo humano sigue una distribución normal, se quiere evaluar si la temperatura media de este es  $38.2^{\circ}$ C. Para una muestra de 10 personas, el promedio fue de  $37^{\circ}$ C. Considerando  $\sigma = 0.11$  y  $\alpha = 0.05$ , obtenga el I.C. para concluir sobre la hipótesis.
- b) Si ahora se quiere comparar con una hipótesis de 37.05 grados, con una muestra n=20. Si se obtienen los mismos estadísticos muestrales, obtenga el I.C. de nivel  $\alpha=0.1$  para concluir sobre la hipótesis.