



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
FACULTAD DE MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA  
Primer semestre de 2019  
Ayudante: Hernán Robledo (harobledo@uc.cl)

**Inferencia Estadística / Métodos Estadísticos - EYP2114/EYP2405**  
**Ayudantía 1**

1. (Pregunta 1-II-2018-1) Una máquina produce artículos defectuosos en forma independiente con probabilidad  $\pi > 0,3$ . En la inspección de  $n$  artículos defectuosos se define la siguiente variable aleatoria:

$$Y_i = \begin{cases} 1, & \text{si el artículo } i \text{ es defectuoso} \\ 0, & \text{si el artículo } i \text{ no es defectuoso} \end{cases}$$

- a) Formule un modelo estadístico para esta situación.  
b) Encuentre un estadístico mínimo suficiente para el parámetro del modelo  
c) Determine si el estadístico mínimo suficiente es completo.
2. Sea  $X_1, \dots, X_n$  i.i.d. con función de densidad

$$f(x|\theta) = e^{-(x-\theta)} e^{-e^{-(x-\theta)}},$$

con  $x \in \mathbb{R}, \theta \in \mathbb{R}$ . Encuentre un estadístico ancilar y uno suficiente mínimo y completo

3. Muestre en los siguientes casos que el estadístico  $T(X)$  es suficiente y concluya si es completo o no:

- a)  $T(X) = (\sum_{i=1}^n X_i, \sum_{i=1}^n \log(1 - x))$ , donde  $X$  distribuye Beta( $\alpha, \beta$ )

$$f(x|\lambda, k) = \frac{1}{B(\alpha, \beta)} x^{(\alpha-1)} (1-x)^{(\beta-1)},$$

con  $0 < x < 1, \alpha, \beta > 0$ .

- b)  $T(X) = \min_i X_i$ , donde  $X$  distribuye Pareto( $\alpha$ ):

$$f(x|\alpha) = \frac{\beta \alpha^\beta}{x^{\beta+1}},$$

con  $x \geq \alpha$  y  $\beta > 0$  conocido.

4. Sea  $X_1, \dots, X_n$  i.i.d.  $N(\theta, \theta^2)$  donde  $\theta \in \mathbb{R}$ . Determine un estadístico mínimo suficiente.  
¿Es completo este estadístico?