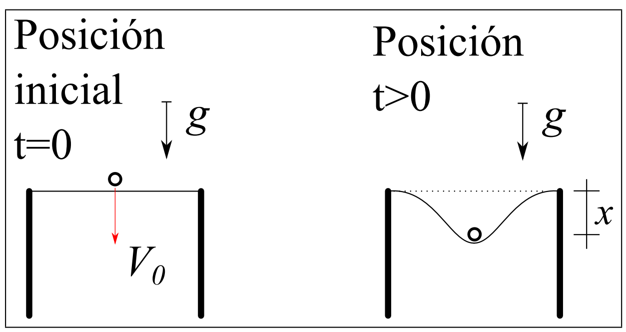
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA ESTRUCTURAL Y GEOTECNICA

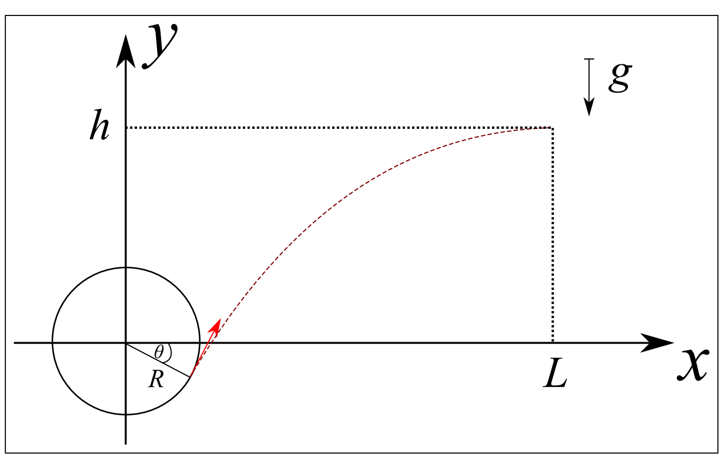
Control 1, ICE1514 Dinámica

Desarrollo hasta 12.50. Escaneo y envío: 12.50 - 13.00. Entrega por canvas hasta las 13:00 hrs. de hoy viernes 3 de septiembre.

1.- (3 pts.) Una partícula cae sobre a una membrana deformable y queda en contacto con ella por un tiempo. La membrana frena la caída de la partícula, pues cuando el punto de contacto entre la partícula y la membrana ha descendido una distancia x, la membrana imprime sobre la partícula una aceleración de magnitud $k\,x$, en dirección opuesta a la del desplazamiento x y donde k es una constante positiva, que suponemos conocida.
Si $t = 0$ es el instante en que la partícula entra en contacto con la membrana y en ese instante la partícula tiene una velocidad V_o hacia abajo, determine el máximo descenso que alcanza la partícula si solo está sujeta a la aceleración de la gravedad g, hacia abajo, y a la resistencia de la membrana.

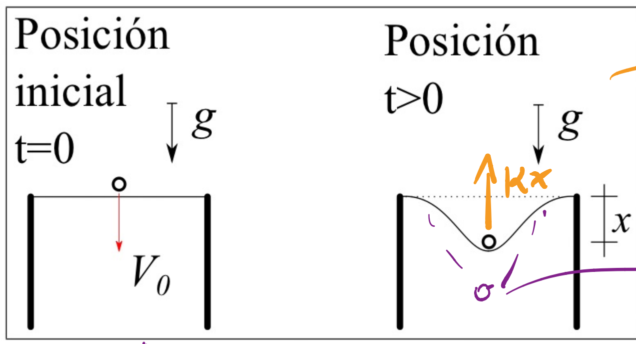


2.- (3 pts.) Un círculo de radio R y centrado en el origen, gira con velocidad angular constante ω, en sentido antihorario. En el borde del círculo hay una partícula, que sale despedida tangencialmente al círculo, en un momento en que la posición de la partícula hace un ángulo θ por debajo de la horizontal.
Determine ecuaciones, lo más simples que pueda, que permitan calcular θ y ω, de forma que cuando la partícula se encuentra en la posición (L, h), con $L, h > R$, su velocidad es puramente horizontal.



1.- (3 pts.) Una partícula cae sobre a una membrana deformable y queda en contacto con ella por un tiempo. La membrana frena la caída de la partícula, pues cuando el punto de contacto entre la partícula y la membrana ha descendido una distancia x, la membrana imprime sobre la partícula una aceleración de magnitud $k\,x$, en dirección opuesta a la del desplazamiento x y donde k es una constante positiva, que suponemos conocida.
Si $t = 0$ es el instante en que la partícula entra en contacto con la membrana y en ese instante la partícula tiene una velocidad V_o hacia abajo, determine el máximo descenso que alcanza la partícula si solo está sujeta a la aceleración de la gravedad g, hacia abajo, y a la resistencia de la membrana.

$\downarrow x$



$\to t^*$

Tiempo T

y

$d\,u(t^*)$?

$v(t^*) = 0$

$v(0) = V_0$

$x(0) = 0$

$\dot{x}(0) = V_0$

$x(T) \Rightarrow$ Máxima deformación

$\Rightarrow \dot{x}(T) = 0$

$$\ddot{x} = g - kx(t)$$

$$\frac{d\dot{x}}{dx}\frac{dx}{dt} = g - kx(t)$$

$$\dot{x}\,d\dot{x} = g - kx(t)\ dx \ / \int$$

$$\frac{(\dot{x})^2}{2} = gx - \frac{kx^2}{2} + C$$

en $x=0 \rightarrow \dot{x} = V_0$

$$\Rightarrow \quad C = \frac{(V_0)^2}{2}$$

$$\Rightarrow \dot{x} = \sqrt{2gx - kx^2 + (V_0)^2}$$

$\dot{x}(T) = 0$ ¿ x ?

$$0 = \sqrt{2gx - kx^2 + V_0^2}$$

$$= -kx^2 + 2gx + V_0^2$$

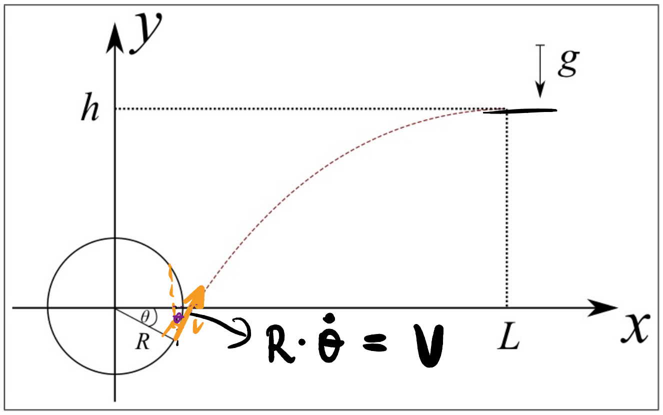
$$\Rightarrow x = \frac{-2g \pm \sqrt{4g^2 + 4 \cdot k \cdot V_0^2}}{-2k}$$

$$= \frac{g \mp \sqrt{g^2 + k(V_0)^2}}{k}$$

$$= \frac{g + \sqrt{g^2 + k(V_0)^2}}{k}$$

2.- (3 pts.) Un círculo de radio R y centrado en el origen, gira con velocidad angular constante ω, en sentido antihorario. En el borde del círculo hay una partícula, que sale despedida tangencialmente al círculo, en un momento en que la posición de la partícula hace un ángulo θ por debajo de la horizontal.
Determine ecuaciones, lo más simples que pueda, que permitan calcular θ y ω, de forma que cuando la partícula se encuentra en la posición (L, h), con $L, h > R$, su velocidad es puramente horizontal. $\rightarrow V_y = 0$

FOTO



$\dot\theta = w$

$V_y(t^*) = 0$ V_x siempre es igual

$u_x(t^*) = L$

$u_y(t^*) = h$

$\ddot{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix}$ $\dot{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix} t + C$

$$\dot{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix} t + V_0 \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \operatorname{sen}\theta \end{pmatrix}$$

$$u = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix} \frac{t^2}{2} + V_0 \cdot t \begin{pmatrix} \operatorname{sen}\theta \\ \cos\theta \end{pmatrix} + R \begin{pmatrix} \cos\theta \\ -\sin\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L \\ h \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow V_0 \cdot \operatorname{sen}\theta - g t^* = 0$$

$$V_0 \cdot t^* \cdot \operatorname{sen}\theta + R\cos\theta = L$$

$$-\frac{g t^{*2}}{2} + V_0 \cdot \cos\theta \cdot t^* - R\sin\theta = h$$

$$V_0 = \dot{\theta}_0 \cdot R \Rightarrow V_0 = w \cdot r$$

$$\Rightarrow \dot{\theta}_0 \text{ es cte}$$

$$t = \frac{w \cdot r \cdot \operatorname{sen}\theta}{g}$$

$$\Rightarrow W \cdot R \cdot \cos\theta \cdot \frac{w \cdot r \cdot \operatorname{sen}\theta}{g} + R\cos\theta = L$$