1. Sean $=$ un predicado binario que se interpreta siempre como igualdad y $<$ un símbolo de predicado binario. Considere $\Sigma = \{\alpha, \beta, \gamma\}$ donde

$$\begin{aligned} \alpha &:= \forall x. \neg(x < x), \\ \beta &:= \forall x.\exists y.\forall z. ((\overbrace{x < y \wedge y < z}) \to x < z) \text{ y} \\ \gamma &:= \exists x.\forall y. (x < y \vee y < x \vee x = y). \end{aligned}$$

Falso (algo falso siempre implica algo verdadero

siempre va a cumplir con una.

Si

$$\mathcal{I}(dom) := \boxed{\mathbb{Z}} \text{ y}$$
$$\mathcal{I}(<) := x \text{ es menor a } y.$$

¿es cierto que $\mathcal{I} \models \Sigma$? Demuestre su respuesta. Falso.

2. Sea F un predicado ternario. Demuestre o de un contraejemplo de la siguiente equivalencia lógica

$$\exists x.\forall y.\forall z.F(x, y, z) \equiv \forall x.\exists y.\forall z.\neg F(x, y, z)$$

$$(\underbrace{\underbrace{x = y}_{0} \to y \leq z}_{1}) \equiv \underbrace{\neg(\underbrace{\underbrace{x = y}_{1} \to \underbrace{y \leq z}_{1}}_{1})}_{0}$$

$\mathbb{N}$

Pregunta 2

Los mobs son entidades que simulan criaturas en el juego Discreticraft. Estos poseen diferentes naturalezas e interactúan entre sí de acuerdo con ellas. Para modelar estas interacciones, considere solamente los símbolos de predicado $P(x), N(x), H(x), A(x, y), M(x, y)$ y $x = y$. Además considere la interpretación $\mathcal{I}$:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{I}(dom) &:= \text{mobs de Discreticraft.} \\
\mathcal{I}(P(x)) &:= x \text{ es de naturaleza pacífica.} \\
\mathcal{I}(N(x)) &:= x \text{ es de naturaleza neutral.} \\
\mathcal{I}(H(x)) &:= x \text{ es de naturaleza hostil.} \\
\mathcal{I}(A(x, y)) &:= x \text{ ataca a } y. \\
\mathcal{I}(M(x, y)) &:= x \text{ le tiene miedo a } y. \\
\mathcal{I}(x = y) &:= x \text{ es el mismo mob que } y.
\end{aligned}
$$

En otras palabras, para algún mob $m \in \mathcal{I}(dom)$ se tiene que $\mathcal{I} \models P(m)$ si, y solo si, m es pacífico. Análogamente se definen los otros predicados. En el caso de la igualdad, esta siempre funciona como la igualdad y no tiene otra interpretación. Es decir, para todo $m_1, m_2 \in \mathcal{I}(dom)$ se tiene que $\mathcal{I} \models (m_1 = m_2)$ si, y solo si, m_1 y m_2 son exactamente el mismo mob. Además, diremos que la naturaleza de un mob corresponde a si este es pacífico, neutral u hostil.

Defina las siguientes afirmaciones en lógica de predicados, explicando brevemente su correctitud.

1. Todo mob tiene una y solo una naturaleza. $\forall x. ((P(x) \wedge \neg N(x) \wedge \neg H(x)) \vee (\neg P(x) \wedge N(x) \wedge \neg H(x)) \vee (\neg P(x) \wedge \neg N(x) \wedge H(x)$
2. Todo mob pacífico le tiene miedo a los mobs que lo atacan. $\forall x. \forall y. P(x) \wedge A(y, x) \longrightarrow M(x, y)$
3. Existe un mob hostil tal que todos los mobs a los que él les tiene miedo, le tienen miedo a algún mob pacífico en común. $\exists x\ \forall y\ (M(x, y) \wedge H(x)) \Rightarrow \exists z. (P(z) \wedge M(y, z) \wedge M(x, z))$
4. Existen exactamente dos mobs hostiles que le tienen miedo a exactamente los mismos mobs.

$\exists x. \exists y. \forall z\ (\neg(x = y) \wedge (M(x, z) \Leftrightarrow M(y, z)) \wedge H(x) \wedge H(y) \wedge \neg(x = u) \wedge \neg(y = u)$

IDK si es legal

yo creo que sí.

$\forall u \neg(v = x)$

$\wedge \neg(u = v) \wedge \neg(x = v) \wedge \neg(y = v) \wedge H(u) \wedge H(v)$ $(M(x, z) \Leftrightarrow M(u, z))$ $\Rightarrow u = x \vee y$

$\forall v$ $H(u)$ $\Rightarrow v = (y \vee x)$

$\wedge (M(u, z) \Leftrightarrow M(v, z) \vee (\underbrace{M(v, z) \Leftrightarrow M(x, z) \vee M(v, z) \Leftrightarrow M(x, z)}))$

No es necesario poner los de y porque para tal x, M(x, z) = M(y, z)

$x < x + \delta$

$x + \delta < z$

$x + x + \delta < x + \delta + z$

$x < z$

$\exists x\ H(x)\ \exists P(z)\ \forall y\ (M(x, y) \rightarrow M(y, z))$