Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Estadística

Primer semestre de 2019
Ayudante: Hernán Robledo (harobledo@uc.cl)

**Inferencia Estadística / Métodos Estadísticos - EYP2114/EYP2405**
**Ayudantía 1**

1. Determine el Modelo Estadístico para cada ejemplo, determine si corresponde a la clase Paramétrica o No-Paramétrica, y finalmente concluya determinando si el modelo es Identificado o no.

   a) Se obtienen 10 muestras del peso de una población de hombres. Asumamos que el peso de cada persona distribuye Normal($\mu, \sigma$) y las muestras son independientes entre sí.

   b) Se desea investigar si realmente existe una diferencia significativa entre el los costos entregados por los medidores de luz antiguos versus los medidores 'inteligentes'. Se toma una muestra aleatoria de $n$ casas y se recogen datos correspondientes a la diferencia de consumo entre ambos períodos. Asumamos que esta diferencia de consumo distribuye t-student($\eta$).

   c) Se tiene una muestra aleatoria $(x_1, x_2, ..., x_n)$, en que cada $x_i$ una distribuye Q, donde Q es una distribución de probabilidad.

   d) Se realiza un experimento en el cual se toma una muestra aleatoria $(x_1, x_2, ..., x_n)$, donde cada Variable distribuye independientemente Normal($\alpha + \beta$,0), con $\alpha$ y $\beta$ números reales positivos.

2. Reducción de Datos

   a) Sean $X_1, X_2, ..., X_n$ una muestra proveniente de una distribución Normal($\mu, \sigma^2$), con $\sigma^2$ conocido. Defina $T(X) = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$. Determine por definición si $T(X)$ es un estadístico suficiente para $\mu$.

   b) Sean $X_1, X_2, ..., X_n$ una muestra proveniente de una distribución exp($\lambda$), y sea $T(X) = \sum_{i=1}^{n} X_i$. Determine por definición si $T(X)$ es un estadístico suficiente para $\lambda$.

   c) Sean $X_1, X_2, ..., X_n$ una muestra proveniente de una distribución exp($\theta$). Determine si $T(X) = \text{mín}_i(X_1, X_2, ...X_n)$ es un estadístico suficiente para $\theta$.

   d) Sean $X_1, X_2, ..., X_n$ una muestra proveniente de una distribución Poisson($\lambda$). Determine vía definición y mediante el Teorema de Factorización si $T(X) = \sum_{i=1}^{n} X_i$ es un estadístico suficiente.

   e) Sea $X_1, X_2, ..., X_n$ una muestra proveniente de una distribución Uniforme($0, \theta$). Encuentre un estadístico suficiente para $\theta$.

f) Sea $X_1, X_2, ..., X_n$ una muestra de una población con densidad $f(x|\theta)$ dada por:

$$f(x|\theta) = \frac{1}{\sigma} \exp\{-(\frac{x-\mu}{\sigma})\}$$

donde $x \geqslant \mu, \mu \in \mathbb{R}, \sigma > 0$.

- Muestre que $T(X) = \text{mín}_i(X_1, X_2, ..., X_n)$ es suficiente para $\mu$ cuando $\sigma$ es conocido.
- Encuentre un estadístico suficiente para $\sigma$ cuando $\mu$ es conocido.
- Determine un estadístico de dos dimensiones para $\theta = (\mu, \sigma)$

g) Sea $X_1, X_2, ..., X_n$ una muestra de una población que distribuye Gamma$(k, \nu)$. Determine un estadístico de dos dimensiones para $\theta = (k, \nu)$