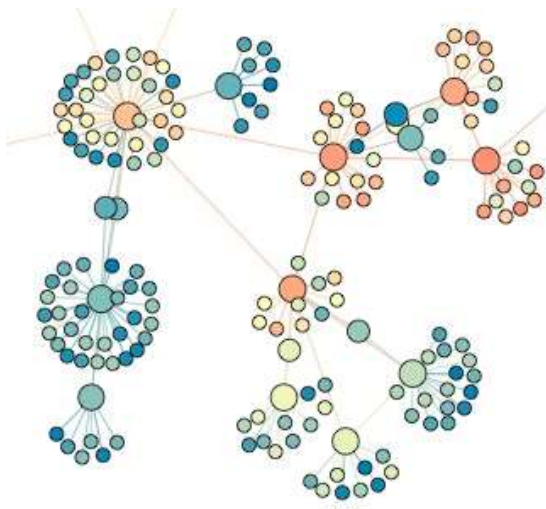


Conceptos básicos de grafos

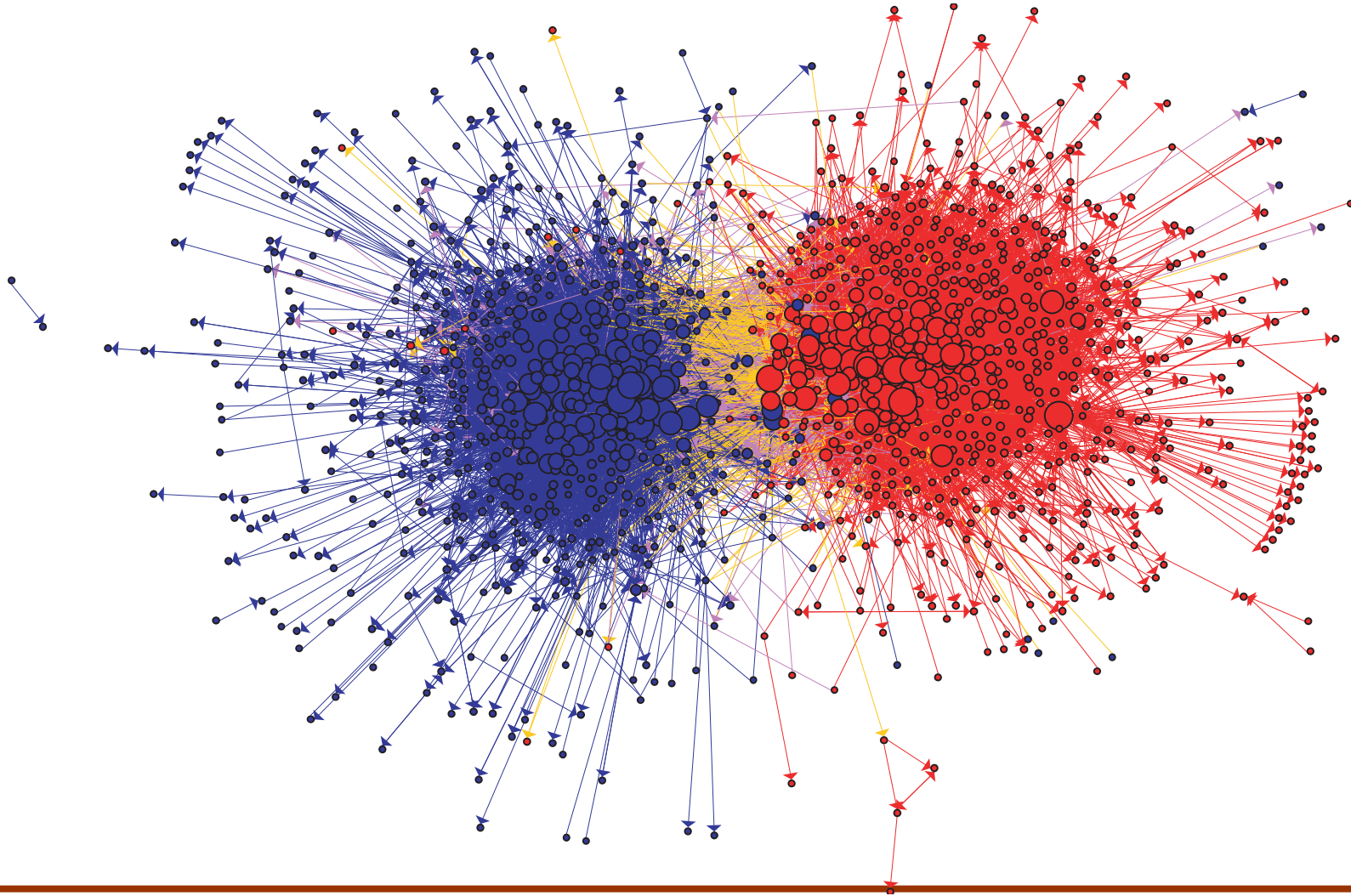


Redes sociales

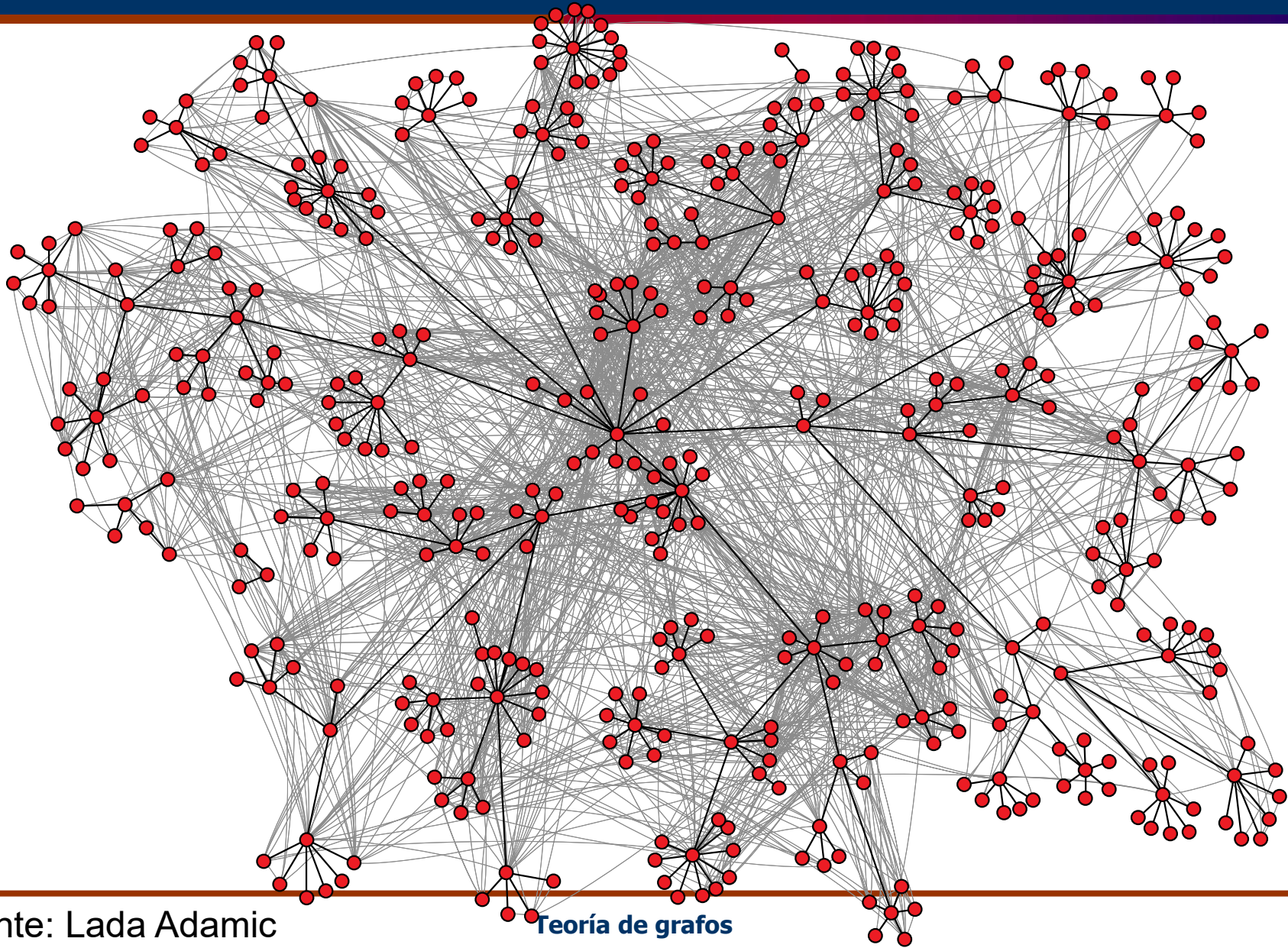
Introducción

- Es impresionante la ubicuidad de las redes
 - Interconexiones neuronales
 - Reacciones bioquímicas
 - Publicación de artículos
 - Redes de computadoras
 - Infraestructura de transporte
 - Vínculos sociales
 - Cadenas de alimentación
 - Propagación de enfermedades/rumores
 - Cadenas de suministro
- Es mucho más impresionante observar que prácticamente todas siguen las mismas leyes

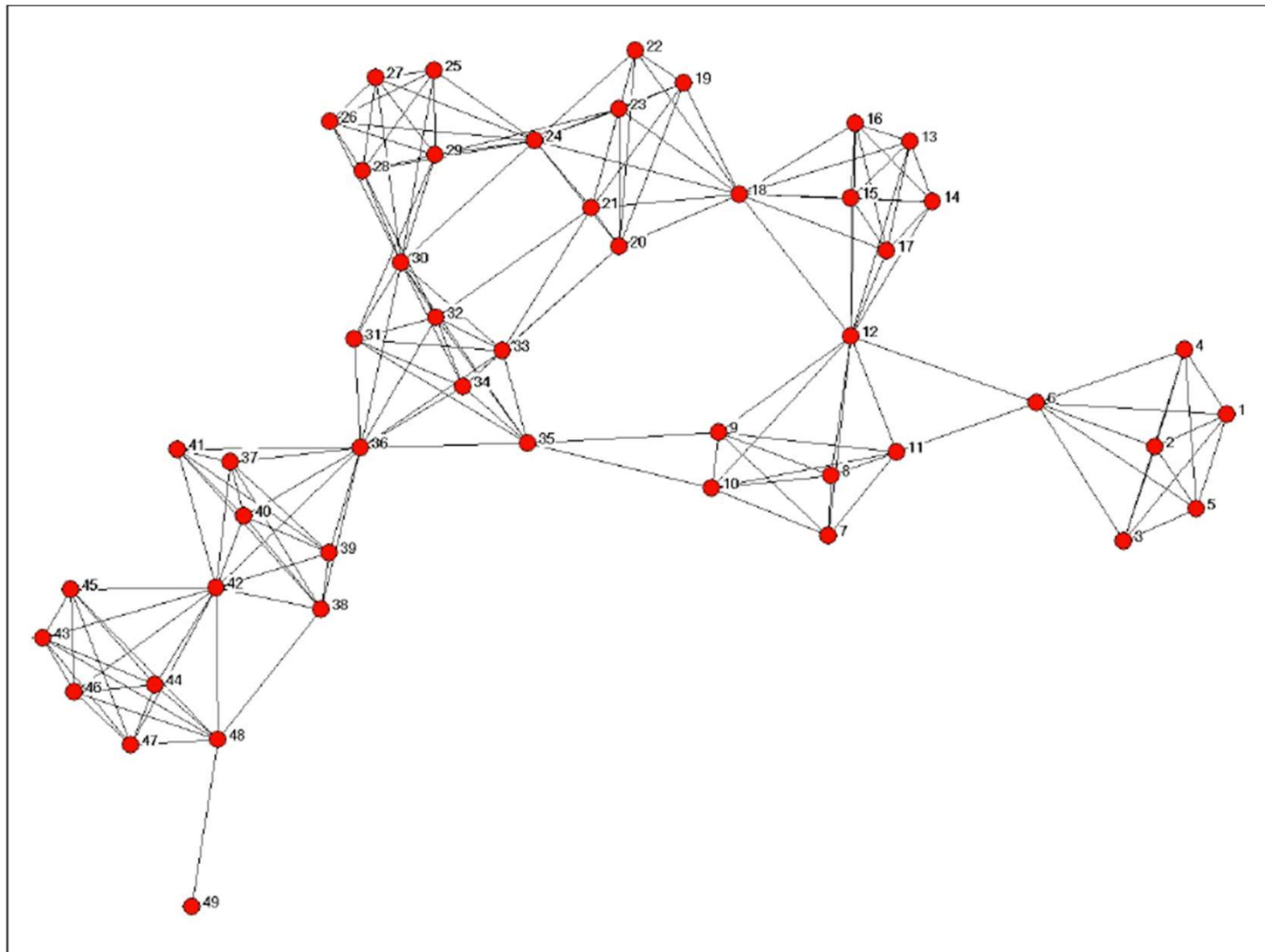
Blogs políticos – Campaña electoral B. Obama



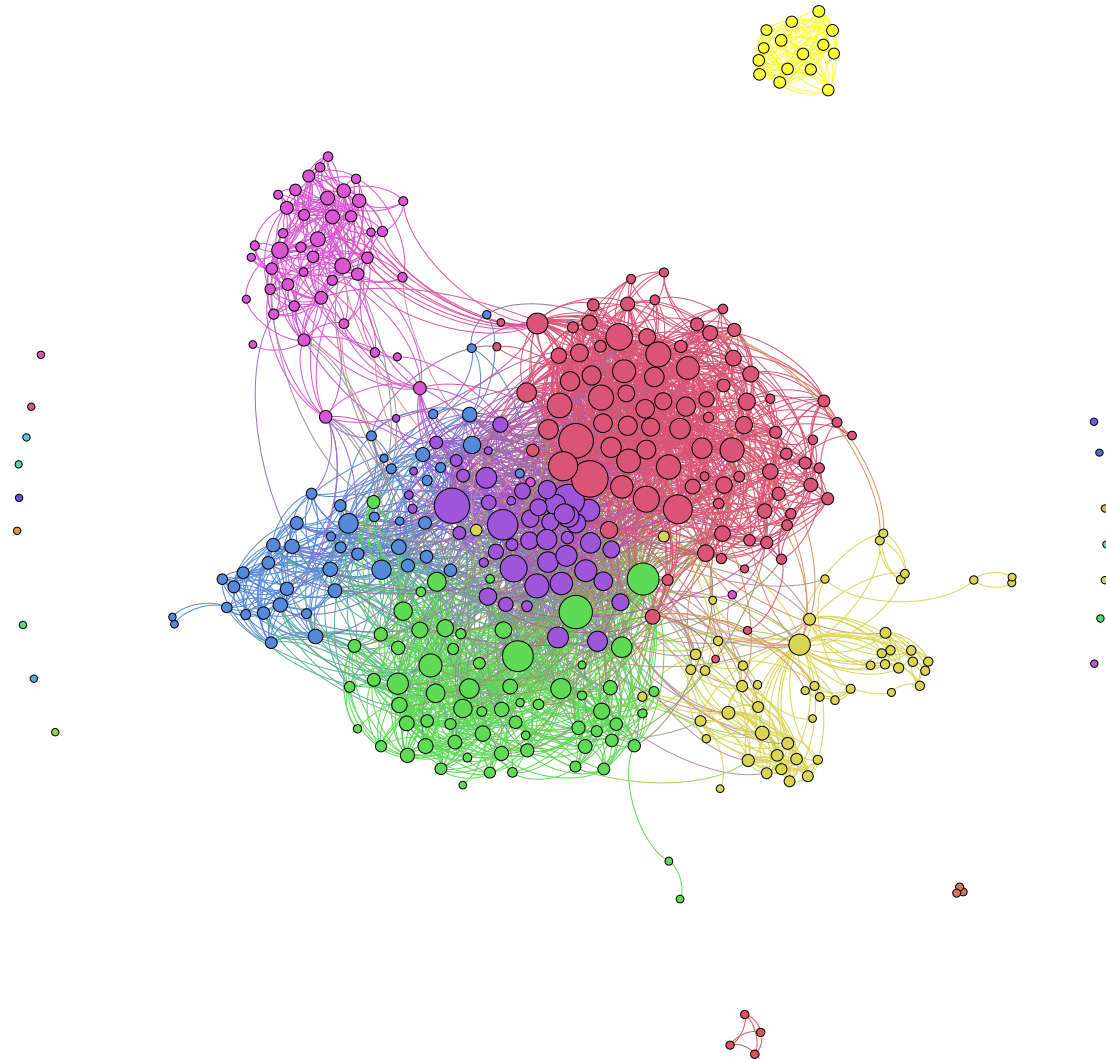
Organizaciones



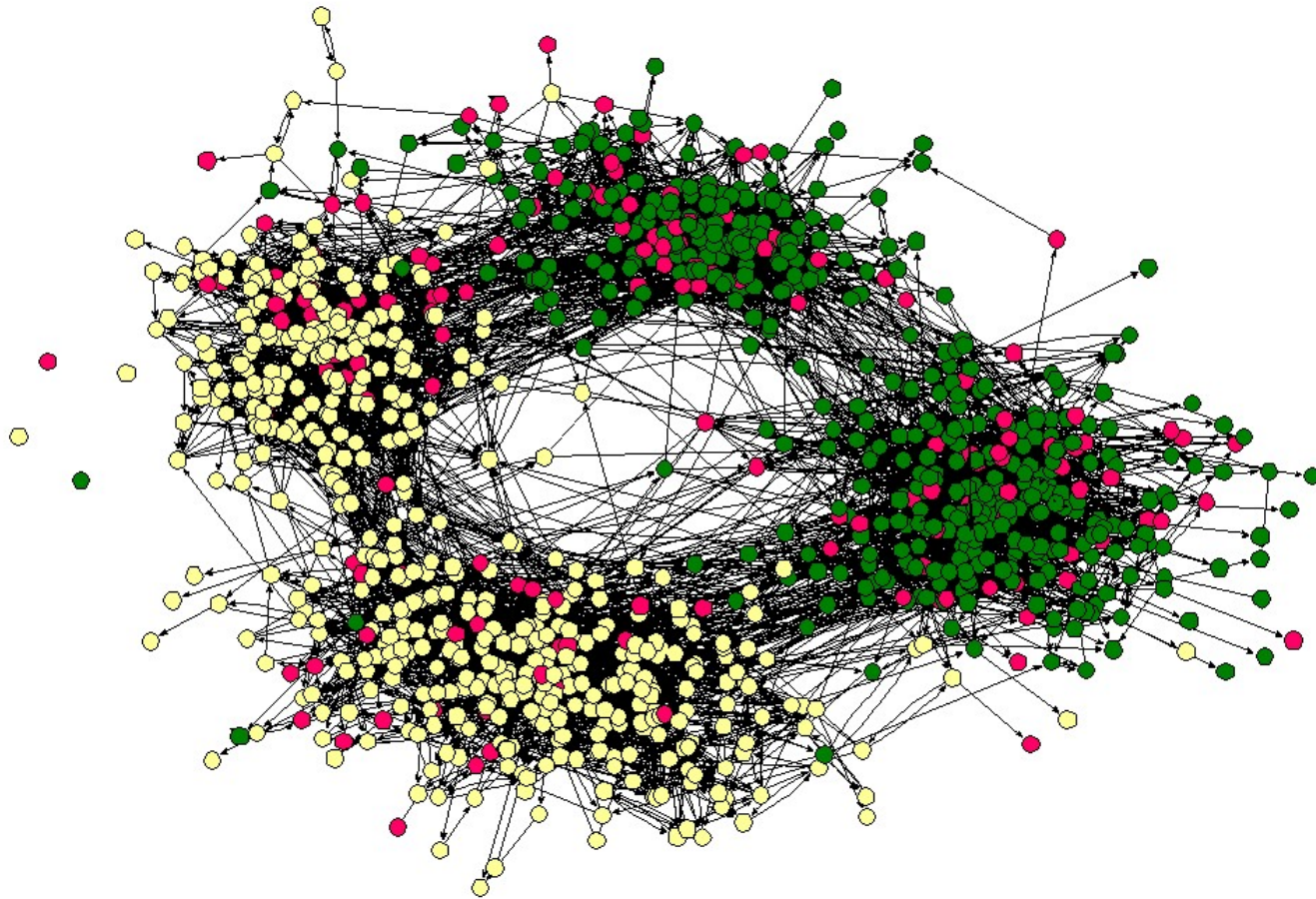
Células terroristas



Facebook

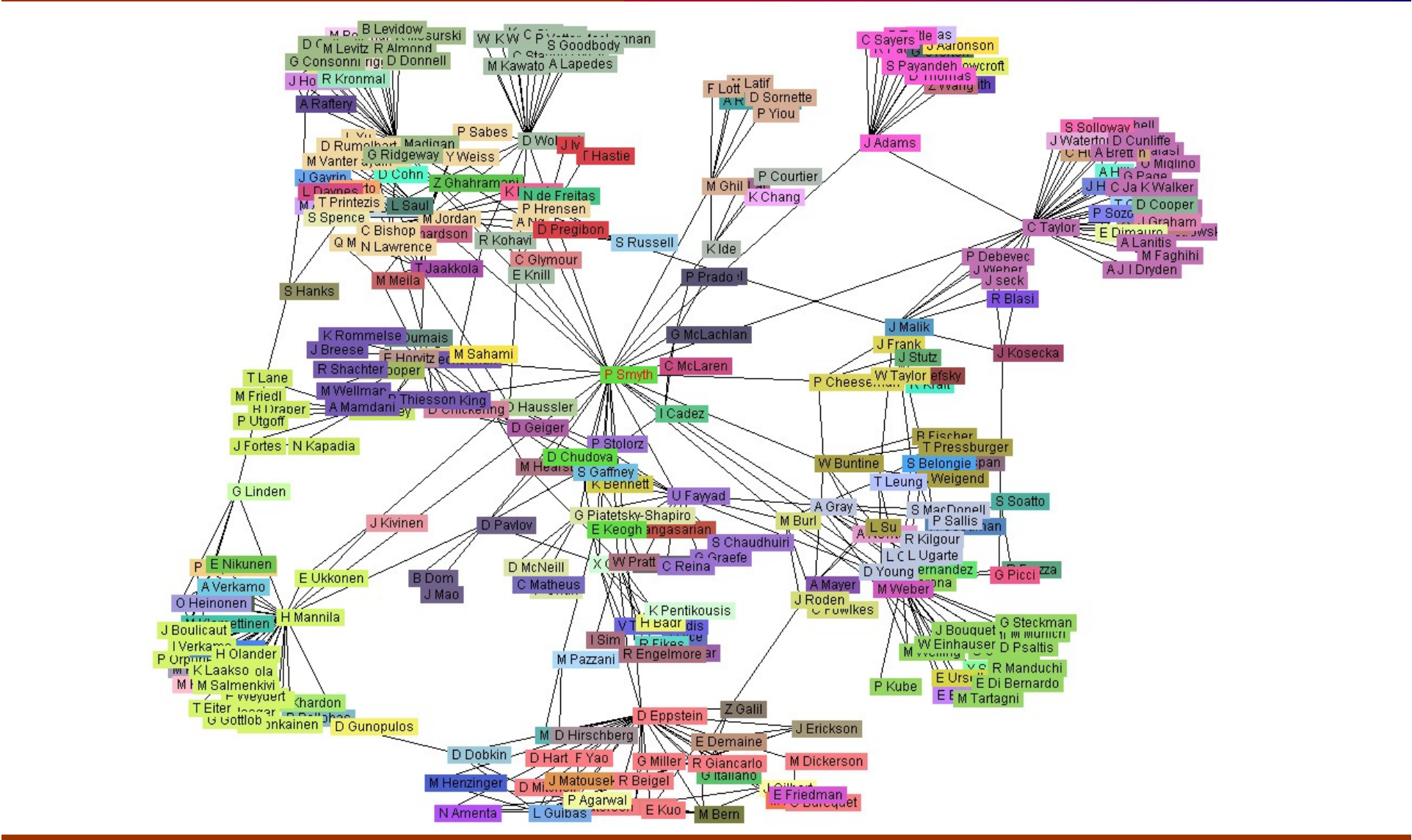


Vínculos de amistad



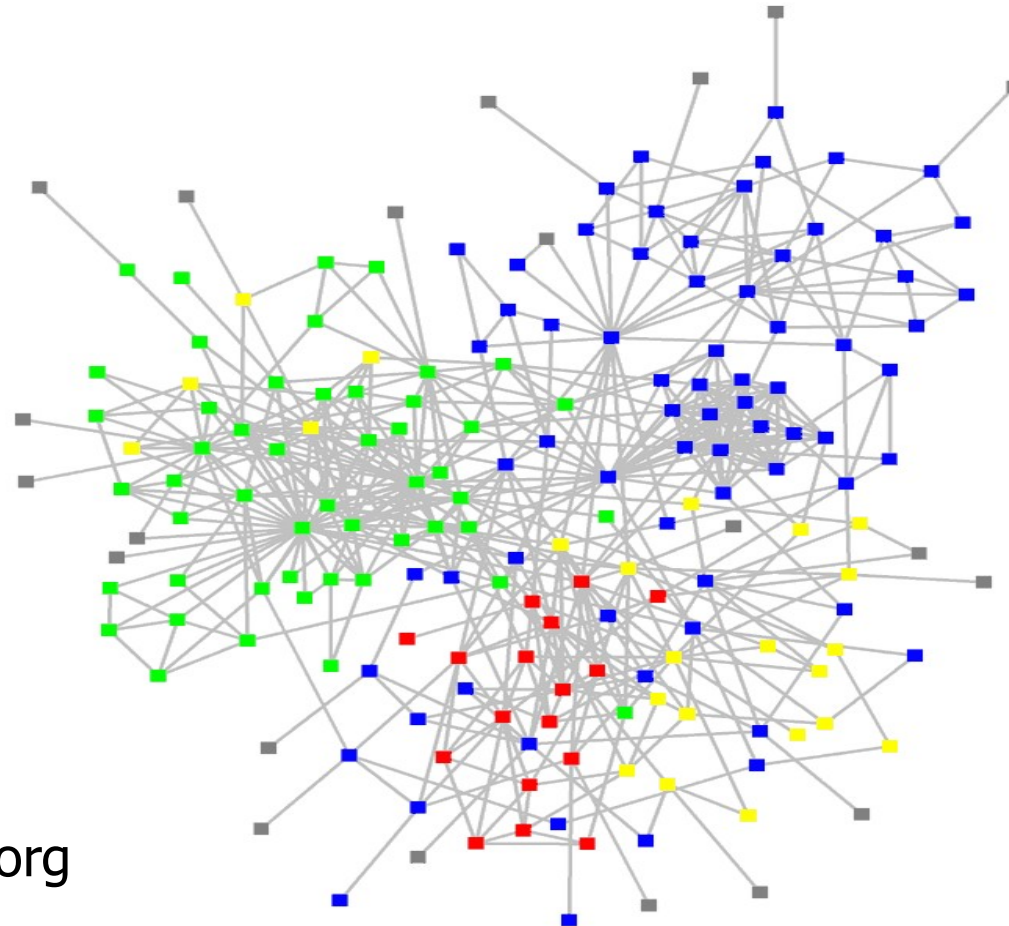
Amigos de mis amigos

Coautores



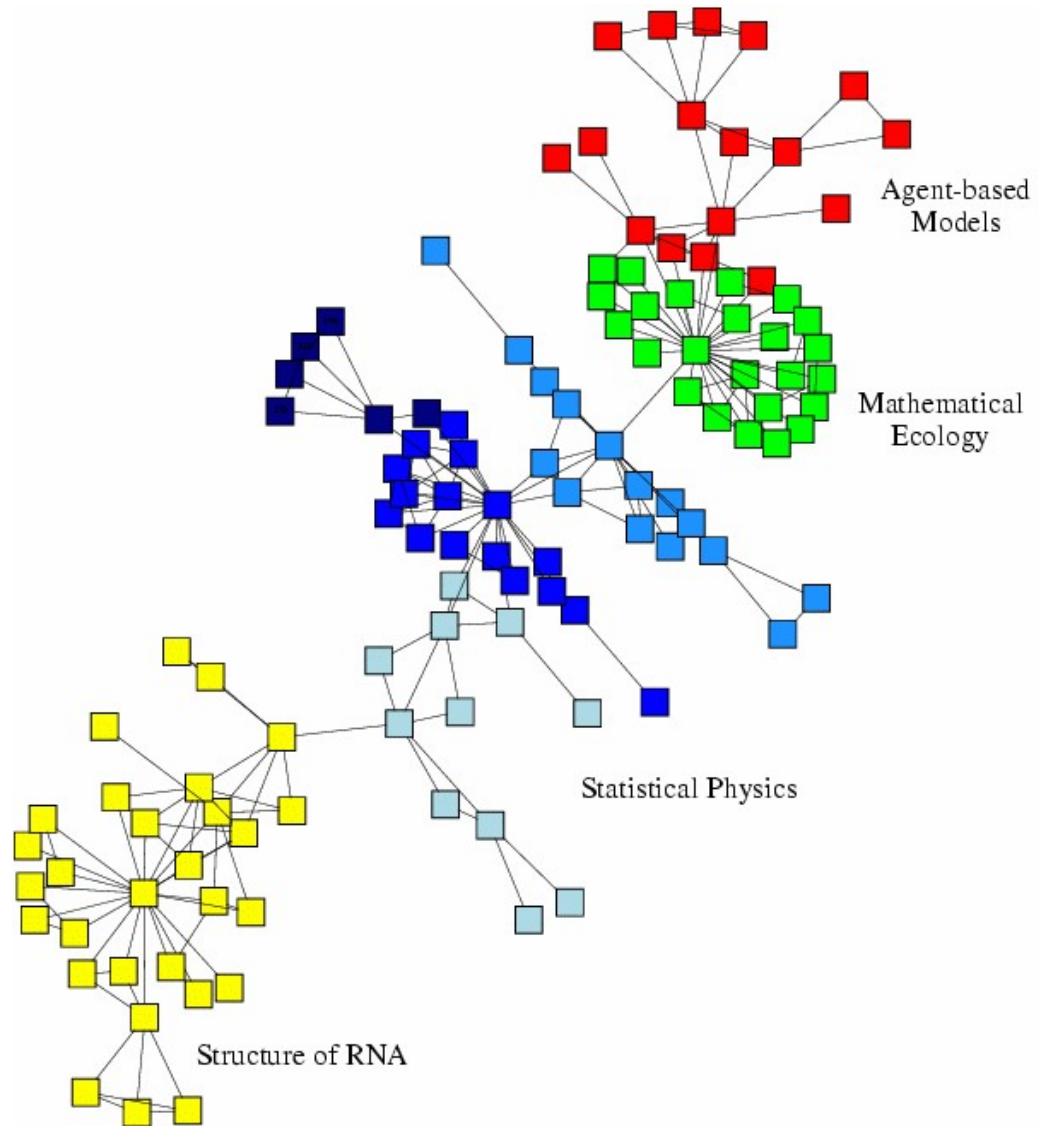
Redes

Red social: Estructura de una organización



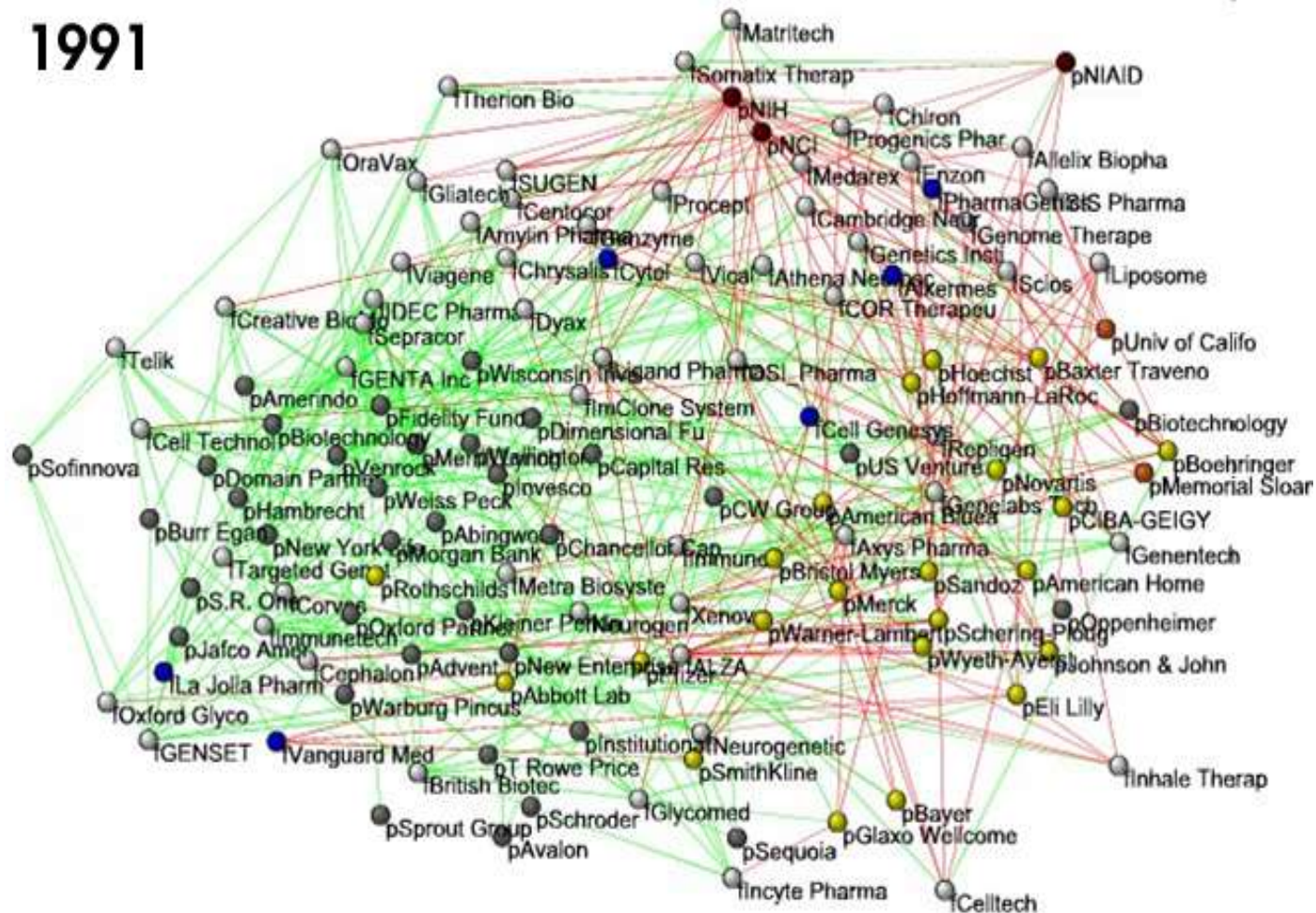
www.orgnet.org

Redes de colaboración científica



Vínculos empresariales biotech- EUA

1991



Redes de transporte

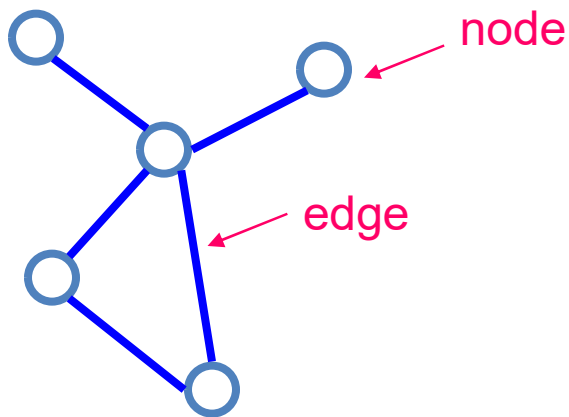


Una red es un grafo

- Nodos conectados por enlaces
- Los grafos tienen propiedades
 - Generación
 - Distancia entre nodos
 - Alcanzabilidad
 - Conectividad
 - Difusión de información
 - Cooperación/colaboración
 - Tolerancia a fallas
- Entender esas propiedades es entender buena parte de nuestro universo

Grafos

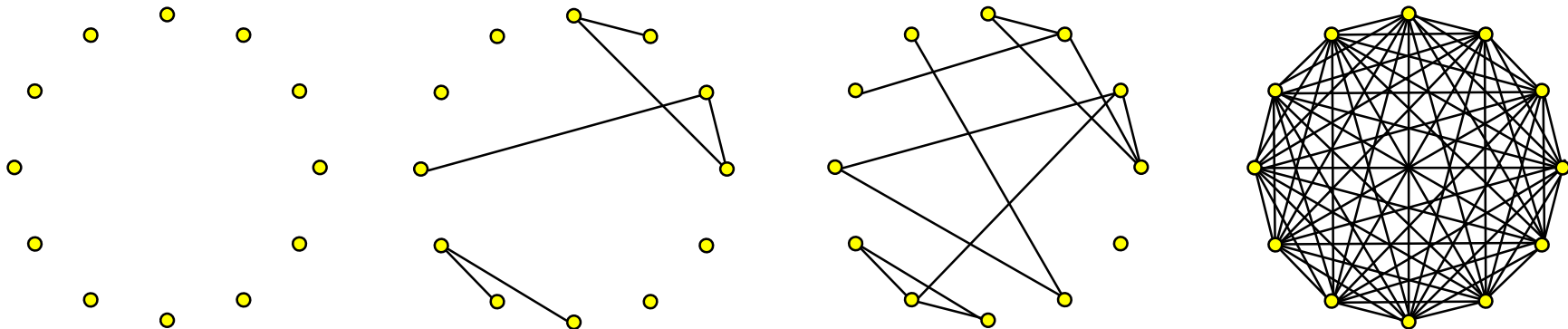
- Redes/Grafos son un conjunto de nodos conectados



| Puntos | Líneas | Contexto |
|----------|------------------------|-------------|
| Vértices | Orillas, arcos | Matemáticas |
| Nodos | Enlaces, ligas | Computación |
| Sitios | Enlaces | Física |
| Actores | Relaciones, conexiones | Sociología |

¿Cómo se forman las redes?

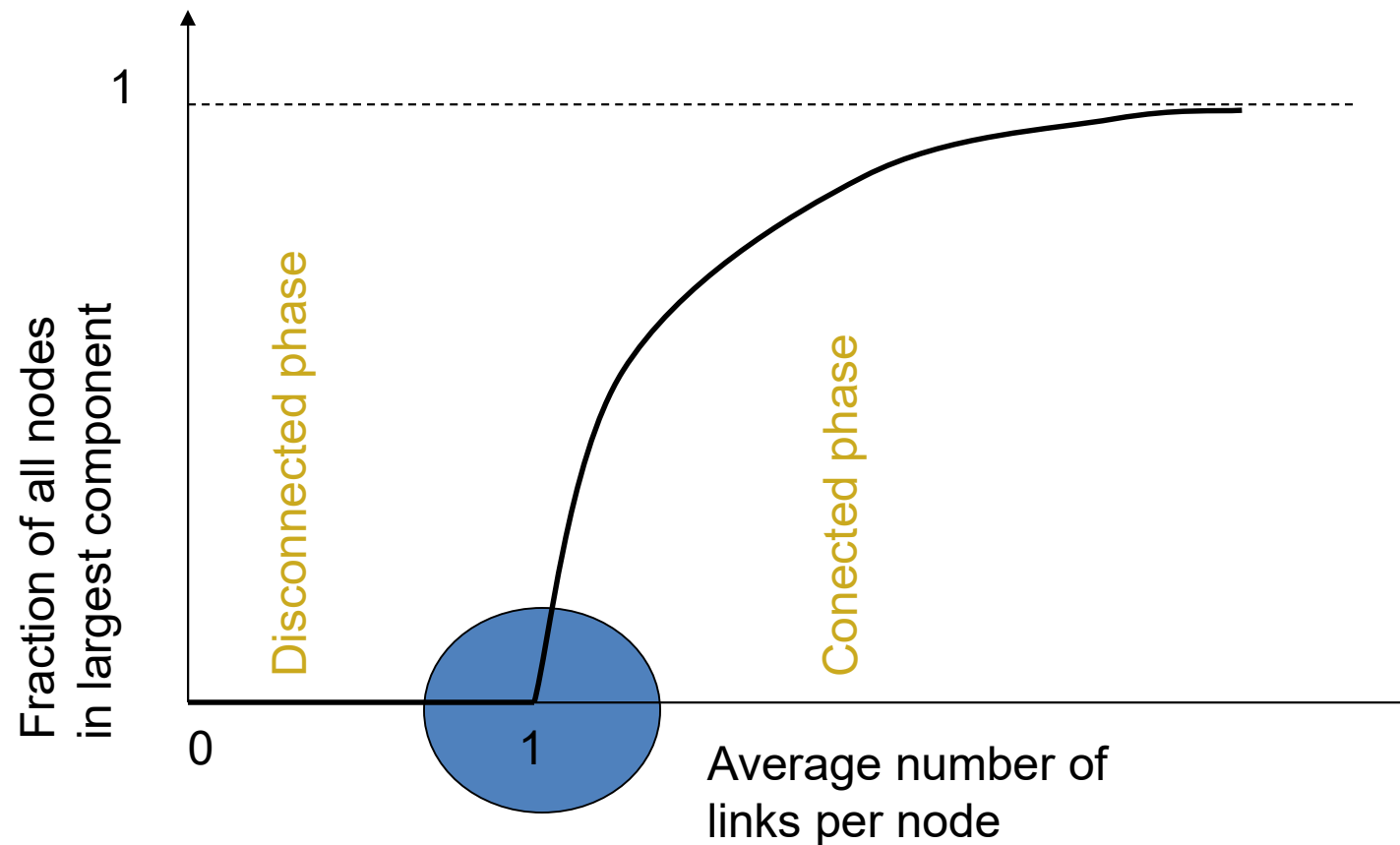
- Erdős y Rényi: Random networks (1959)



Redes aleatorias

- Pocas componentes conexas (típicamente una)
- Bajo coeficiente de agrupamiento
- Magia cuando L (número de enlaces) es del orden de N (número de nodos): Aparece un componente gigante
- Muy útil pero insuficiente

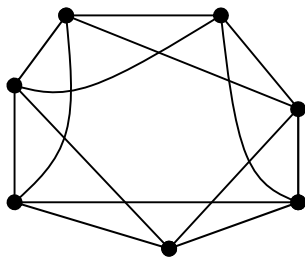
Conectividad de una random network



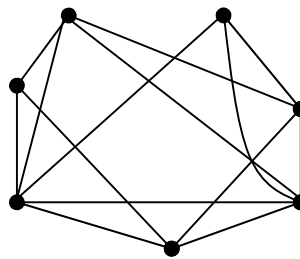
Small worlds – Watts & Strogatz

- Seis grados
- Nuestra sociedad es muy densa
- Si en vez de una liga, cada nodo tiene, en promedio k :

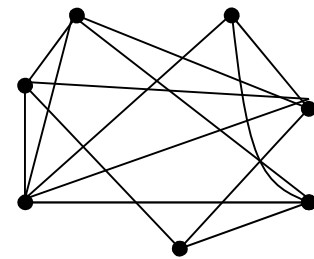
$$d = \log N / \log k$$



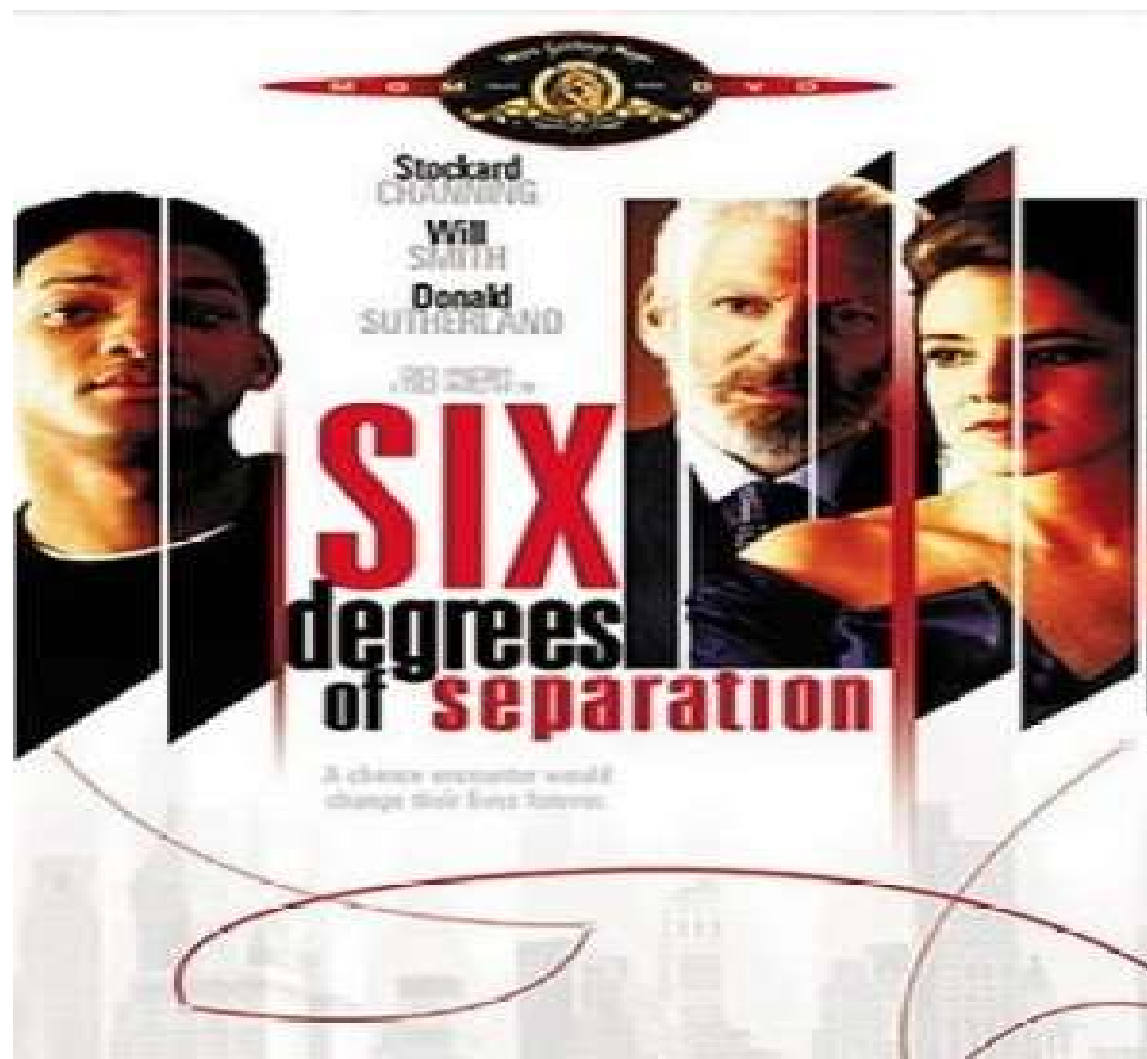
$p=0$



p small



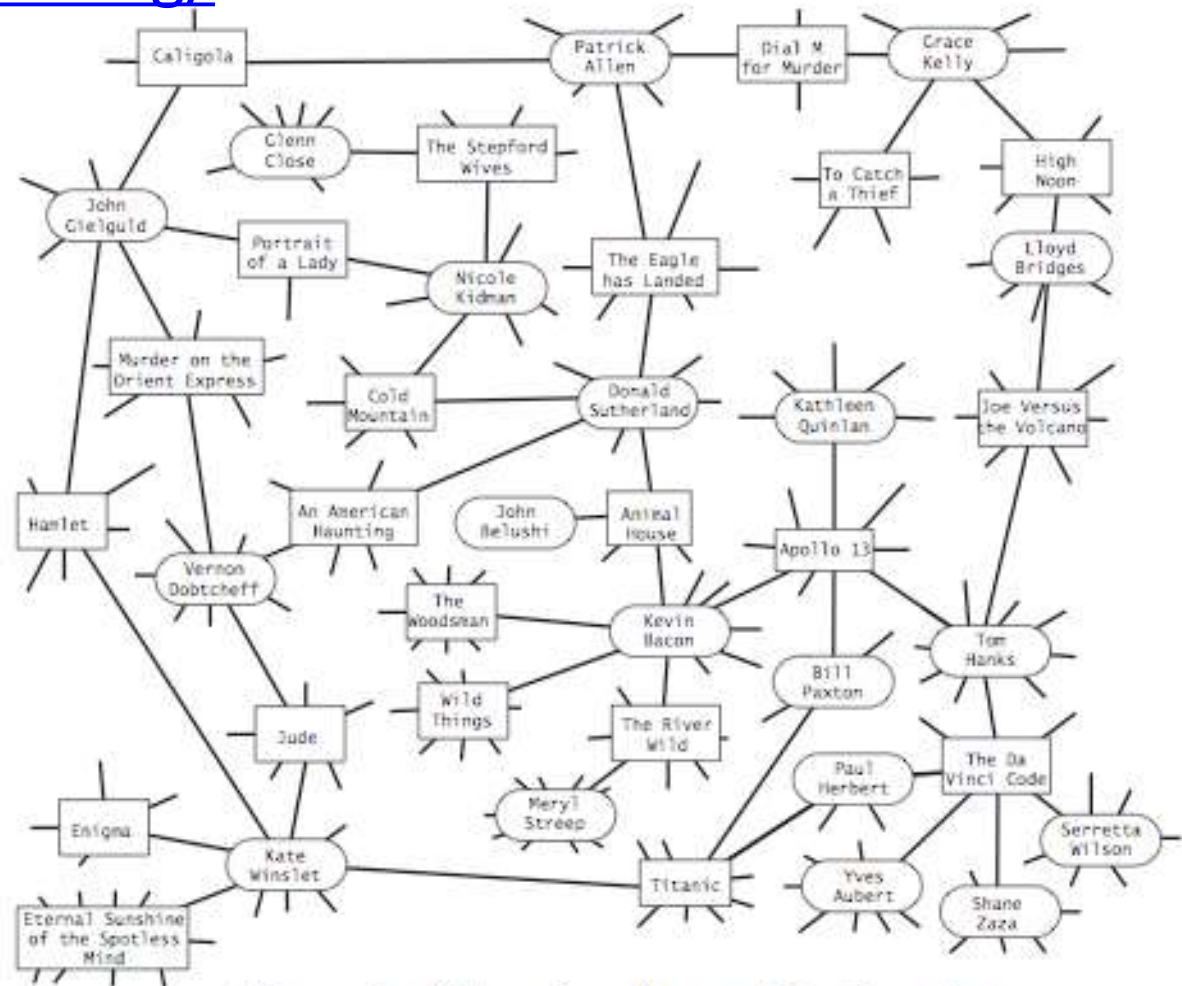
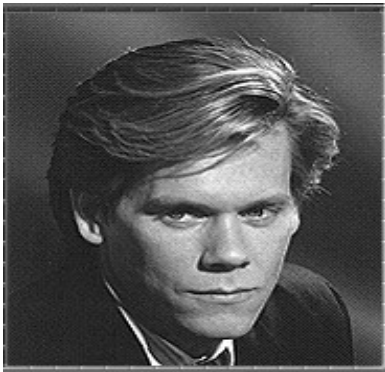
p large



“Bacon number”

- <http://oracleofbacon.org/>

*En matemáticas,
Erdős number*



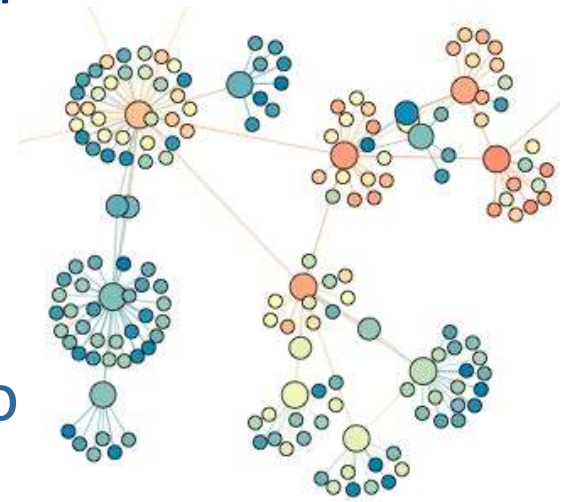
A tiny portion of the movie-performer relationship graph

Small worlds

- Lo común en casi todo tipo de redes, es tener una pequeña separación
- 1998. ¿Distancia entre dos documentos?
 - En promedio, 19. $d = 0.35 + 2\log N$
 - ... la distancia más larga en las redes estudiadas (hasta 2005)
 - Lo difícil en internet no es la distancia, sino encontrar el documento

El poder de los enlaces débiles - Granovetter

- Para conseguir un empleo, para diseminar un rumor, para crear una epidemia, los enlaces débiles son mucho más importantes que los vínculos fuertes
 - Nuestros contactos están en el mismo grupo fuertemente interrelacionado
 - Son enlaces débiles los que llevan a otras áreas



Hubs y conectores – Ley Pareto

- Unas personas tienen muchos más conocidos que otras
 - Crean tendencias, cierran negocios, difunden noticias y rumores
- Hubs existen en cualquier sistema complejo
 - 80% de enlaces en 15% de las páginas
- Dominan la estructura de las redes y las hacen ver como “small worlds”

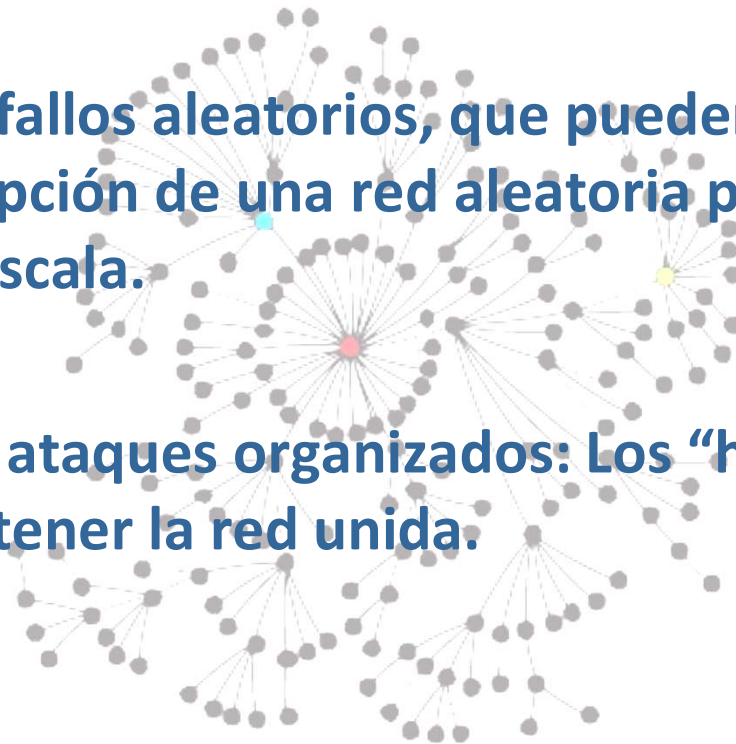
Modelos de redes

Las redes “naturales” suelen tener...

- Una (o muy pocas) componentes conexas
 - Independientemente del tamaño de la red
 - Un diámetro pequeño (“6 grados de separación”)
 - Constante, que crece logarítmicamente o que incluso decrece con el tamaño de la red
 - Un alto grado de agrupamiento (comunidades)
 - Mucho mayor que el que resultaría de una red aleatoria (y, aún así, con un pequeño diámetro)
 - Mezcla de conexiones
 - Conexiones locales y de larga “distancia”
- ¿ comparten características “universales” ?

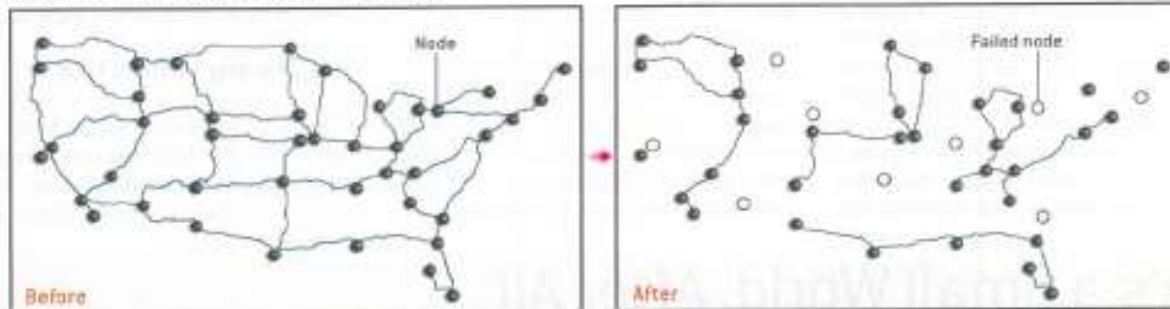
Scale-free networks

- Muestran rasgos de auto-organización en sistemas complejos: Los enlaces no son aleatorios
- Resistentes frente a fallos aleatorios, que pueden causar con facilidad la disrupción de una red aleatoria pero no la de una red libre de escala.
- Vulnerables frente a ataques organizados: Los “hubs” son esenciales para mantener la red unida.

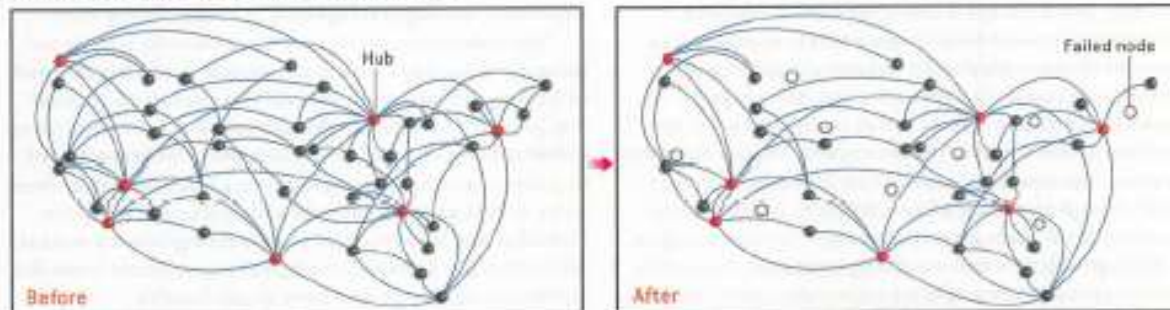


Tolerancia a fallos

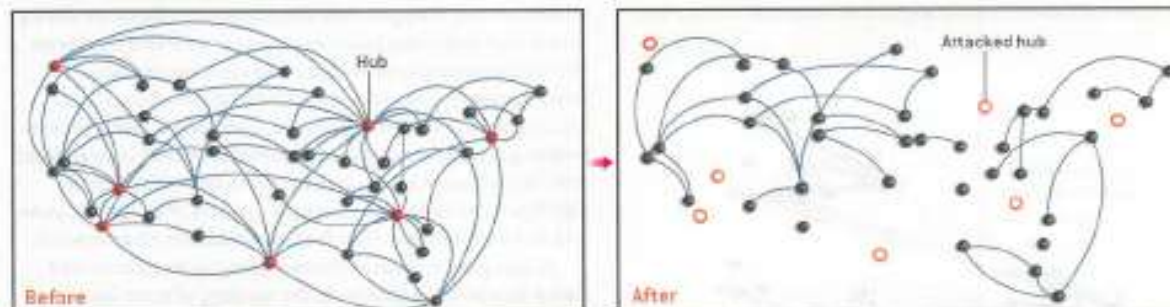
Random Network, Accidental Node Failure



Scale-Free Network, Accidental Node Failure



Scale-Free Network, Attack on Hubs



Propiedades de las redes

Propiedades de interés

- Componentes conectados:
¿cuántos? ¿de qué tamaño?
- Diámetro de la red:
Distancia media, peor caso...
- Grado de los nodos (*degree distribution*)
y existencia de “hubs” (vértices muy conectados)
- Agrupamiento
(balance entre conexiones locales y de larga distancia;
roles de ambos tipos de conexiones)

Propiedades de las redes

Coeficiente de agrupamiento

$\text{nbr}(u)$ Vecinos de u en el grafo

k Número de vecinos de u (i.e. $|\text{nbr}(u)|$)

$\text{max}(u)$ Número máximo de aristas entre los
vecinos de u , p.ej. $k*(k-1)/2$

Coeficiente de agrupamiento del nodo u :

$$c(u) = (\text{\#aristas entre vecinos de } u) / \text{max}(u)$$

Coeficiente de agrupamiento del grafo G :

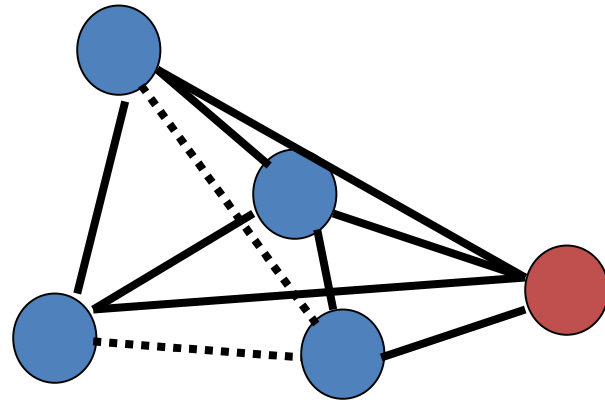
C = Promedio de $c(u)$ para todos los nodos de G

Coeficiente de agrupamiento

$$k = 4$$

$$m = 6$$

$$c(u) = 4/6 = 0.66$$



$$0 \leq c(u) \leq 1$$

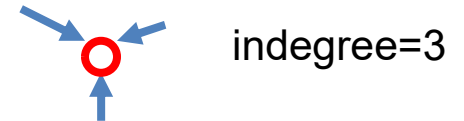
Nodos

- Propiedades

- De conexiones inmediatas

- indegree

- Cuántos enlaces dirigidos inciden en el nodo



- outdegree

- Cuántos enlaces dirigidos salen del nodo



- degree (in or out)

- Número de enlaces vinculados al nodo



- Del grafo

- Centralidad (cercanía, interrelación)

Enlaces

- Dirigidos
 - $A \rightarrow B$
 - A le dio un regalo a B, A es hijo de B, A va a B
- No dirigidos
 - $A \leftrightarrow B$ or $A - B$
 - A y B publicaron un artículo
 - A y B son hermanos
 - A y B son amigos

Atributos de enlaces

- Ejemplos:
 - Peso (e.g. frecuencia de comunicación)
 - ranking (mejor amigo, segundo mejor, ...)
 - Tipo (amigo, pariente, compañero de trabajo)
 - Propiedades que dependen de la estructura del resto del grafo, por ejemplo, intermediación (betweenness)