★★

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
المسالك الدولية - خيار فرنسية
الدورة العادية 2016
- الموضوع -

NS22F

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴷ ⵓⵙⵏⴼⵍⵓⵍ ⴰⵣⵓⵔⴰⵏ
المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

3	مدة الإنجاز	الرياضيات		المادة	
7	المعامل	مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسية)		الشعبة أو المسلك	

INSTRUCTIONS GENERALES

- **Nombre de pages : 4 (La première page contient des instructions générales et les composantes du sujet ; les trois autres pages contiennent le sujet de l'examen) ;**
- **L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;**
- **Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;**
- **L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;**
- **Certaines notations sont utilisées dans différents exercices, toutefois chaque notation ne concerne que l'exercice où elle est utilisée et ne dépend ni des exercices précédents ni des exercices suivants.**

COMPOSANTES DU SUJET

- L'épreuve est composée de quatre exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Suites numériques	2.5 points
Exercice 2	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 3	Nombres complexes	3 points
Exercice 4	Calcul de probabilités	3 points
Problème	Etude d'une fonction numérique et calcul intégral	8.5 points

- Concernant le problème, ln désigne la fonction logarithme népérien.

Exercice 1 (2.5 points)

On considère la suite numérique (u_n) définie par :

$u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \dfrac{3+u_n}{5-u_n}$ pour tout entier naturel n

0.75 1) Vérifier que $u_{n+1} - 3 = \dfrac{4(u_n - 3)}{2+(3-u_n)}$ pour tout entier naturel n puis montrer par récurrence que $u_n < 3$ pour tout entier naturel n

2)Soit (v_n) la suite numérique définie par : $v_n = \dfrac{u_n - 1}{3 - u_n}$ pour tout entier naturel n

0.75 a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{2}$ puis en déduire que $v_n = \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$ pour tout entier naturel n

0.5 b) Montrer que $u_n = \dfrac{1 + 3v_n}{1 + v_n}$ pour tout entier naturel n puis écrire u_n en fonction de n

0.5 c) Déterminer la limite de la suite (u_n)

Exercice 2 (3 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les points $A(2,1,3), B(3,1,1), C(2,2,1)$ et la sphère (S) d'équation :

$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 34 = 0$

0.5 1)a) Montrer que $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$

0.5 b)En déduire que $2x + 2y + z - 9 = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABC)

0.5 2)a) Montrer que la sphère (S) a pour centre le point $\Omega(1,-1,0)$ et pour rayon 6

0.5 b) Montrer que $d(\Omega,(ABC)) = 3$ et en déduire que le plan (ABC) coupe la sphère (S) suivant un cercle (Γ)

0.5 3)a)Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par le point Ω et orthogonale au plan (ABC)

0.5 b) Montrer que le point B est le centre du cercle (Γ)

Exercice 3 (3 points)

0.75 1) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 4z + 29 = 0$

2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{e_1}, \vec{e_2}\right)$, on considère les points Ω , A et B d'affixes respectives ω , a et b telles que $\omega = 2+5i$, $a = 5+2i$ et $b = 5+8i$

0.75 a)Soit u le nombre complexe tel que $u = b - \omega$

Vérifier que $u = 3+3i$ puis montrer que $\arg u \equiv \frac{\pi}{4}[2\pi]$

0.25 b) Déterminer un argument du nombre complexe $\overline{u}$ ($\overline{u}$ étant le conjugué de u)

0.75 c) Vérifier que $a - \omega = \overline{u}$ puis en déduire que $\Omega A = \Omega B$ et que $\arg\left(\frac{b-\omega}{a-\omega}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

0.5 d) On considère la rotation R de centre Ω et d'angle $\frac{\pi}{2}$

Déterminer l'image du point A par la rotation R

Exercice 4 (3 points)

Une urne contient 10 boules : quatre boules rouges et six boules vertes.

(Les boules sont indiscernables au toucher)

On tire au hasard , simultanément , deux boules de l'urne.

1 1) Soit A l'évènement : « Les deux boules tirées sont rouges » .

Montrer que $p(A) = \frac{2}{15}$

2) Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de boules rouges restantes dans l'urne après le tirage des deux boules.

0.5 a) Montrer que l'ensemble des valeurs prises par X est $\{2, 3, 4\}$

1.5 b) Montrer que $p(X=3) = \frac{8}{15}$ puis déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X

Problème (8.5 points)

On considère la fonction numérique f définie sur IR par : $f(x)=2x-2+e^{2x}-4e^{x}$

Soit (C_f) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ (unité: $1cm$)

0.25 I-1)a)Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

0.5 b)Montrer que la droite (D) d'équation $y=2x-2$ est asymptote à la courbe (C_f) au voisinage de $-\infty$

0.5 2)a)Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

0.5 b)Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=+\infty$ puis interpréter géométriquement ce résultat.

0.5 3)a)Montrer que $f'(x)=2\left(e^{x}-1\right)^{2}$ pour tout nombre réel x

0.25 b) Donner le tableau de variations de la fonction f sur IR (Remarquer que $f'(0)=0$)

0.75 c) Montrer qu'il existe un réel unique α de l'intervalle $]1,\ln 4[$ tel que $f(\alpha)=0$

0.5 4)a)Montrer que la courbe (C_f) est située au dessus de la droite (D) sur l'intervalle $]\ln 4,+\infty[$ et en dessous de la droite (D) sur l'intervalle $]-\infty,\ln 4[$

0.5 b) Montrer que la courbe (C_f) admet un point d'inflexion unique de coordonnées $(0,-5)$

0.75 c)Construire la droite (D) et la courbe (C_f) dans le même repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ (on prendra $\ln 4\approx 1,4$ et $\alpha\approx 1,3$)

0.5 5)a) Montrer que $\displaystyle\int_0^{\ln 4}\left(e^{2x}-4e^{x}\right)dx=-\frac{9}{2}$

0.5 b) Calculer , en cm^2, l'aire du domaine plan limité par la courbe (C_f), la droite (D), l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x=\ln 4$

0.5 II-1)a) Résoudre l'équation différentielle (E) : $y''-3y'+2y=0$

0.5 b) Déterminer la solution g de l'équation (E) vérifiant $g(0)=-3$ et $g'(0)=-2$

2)Soit h la fonction numérique définie sur l'intervalle $]\ln 4,+\infty[$ par : $h(x)=\ln\left(e^{2x}-4e^{x}\right)$

0.75 a) Montrer que la fonction h admet une fonction réciproque h^{-1} et que h^{-1} est définie sur IR

0.75 b) Vérifier que $h(\ln 5)=\ln 5$ puis déterminer $\left(h^{-1}\right)'(\ln 5)$