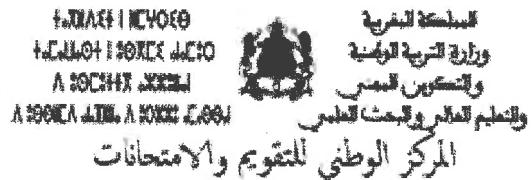


**الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا**  
**المسالك الدولية**  
**الدورة الاستدراكية 2021**  
**- الموضوع -**

SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS

RS 22F



3 مدة الإنجاز

**الرياضيات**

المادة

7 المعامل

شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية  
**(خيار فرنسية)**

الشعبة أو المسار

## INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

## COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

<b>Exercice 1</b>	<b>Suites numériques</b>	<b>4 points</b>
<b>Exercice 2</b>	<b>Nombres complexes</b>	<b>5 points</b>
<b>Exercice 3</b>	<b>fonctions numériques</b>	<b>3 points</b>
<b>Problème</b>	<b>Etude de fonctions numériques et calcul intégral</b>	<b>8 points</b>

- ✓  $\ln$  désigne la fonction logarithme népérien

**Exercice 1 : (4 points )**

Soit  $(u_n)$  la suite numérique définie par :  $u_0 = \frac{1}{3}$  et  $u_{n+1} = \frac{1+u_n}{3-u_n}$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$

**0.5** 1) Montrer que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$ ,  $0 < u_n < 1$

**0.5** 2) a) Montrer que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$   $u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 1)^2}{3 - u_n}$

b) Montrer que la suite  $(u_n)$  est convergente.

3) On pose  $v_n = \frac{1}{1 - u_n}$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$

**0.75** a) Montrer que  $(v_n)$  est une suite arithmétique et déterminer sa raison et son premier terme.

**0.75** b) Déterminer  $v_n$  en fonction de  $n$  et en déduire que  $u_n = \frac{n+1}{n+3}$ , pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$

**0.5** c) Calculer la limite de la suite  $(u_n)$

**0.5** 4) A partir de quelle valeur de  $n$ , a-t-on  $u_n \geq \frac{1011}{1012}$  ?

**Exercice 2 : (5 points )**

**0.75** 1) Résoudre dans l'ensemble  $\mathbb{C}$  des nombres complexes l'équation :  $z^2 - 6z + 13 = 0$

**2)** Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ , on considère les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  d'affixes respectives  $a$ ,  $b$  et  $c$  telles que:  $a = 3 + 2i$ ;  $b = 3 - 2i$  et  $c = -1 - 2i$

**0.5** a) Ecrire  $\frac{c-b}{a-b}$  sous forme trigonométrique.

**0.5** b) En déduire la nature du triangle  $ABC$

**3)** Soit  $R$  la rotation de centre  $B$  et d'angle  $\frac{\pi}{2}$ . Soit  $M$  un point du plan d'affixe  $z$  et le point  $M'$  d'affixe  $z'$  l'image de  $M$  par  $R$ , et soit  $D$  le point d'affixe  $d = -3 - 4i$

**0.5** a) Ecrire  $z'$  en fonction de  $z$

**0.25** b) Vérifier que  $C$  est l'image de  $A$  par  $R$

**0.5** 4) a) Montrer que les points  $A, C$  et  $D$  sont alignés.

**0.5** b) Déterminer le rapport de l'homothétie  $h$  de centre  $C$  et qui transforme  $A$  en  $D$

**0.5** c) Déterminer l'affixe  $m$  du point  $E$  pour que le quadrilatère  $BCDE$  soit un parallélogramme

**0.5** 5) a) Montrer que  $\frac{d-a}{m-b}$  est un nombre réel.

**0.5** b) En déduire que le quadrilatère  $ABED$  est un trapèze isocèle.

**Exercice 3 : (3 points )**

On considère la fonction numérique  $h$  définie sur  $]0; +\infty[$  par :  $h(x) = x + \ln x$

**0.5** 1) Montrer que la fonction  $h$  est strictement croissante sur  $]0; +\infty[$

**0.5** 2) Déterminer  $h(]0; +\infty[)$

**0.5** 3) a) En déduire que l'équation  $h(x) = 0$  admet une solution unique  $\alpha$  sur  $]0; +\infty[$

b) Montrer que  $0 < \alpha < 1$

**0.5** 4) a) Vérifier que  $h\left(\frac{1}{\alpha}\right) = \alpha + \frac{1}{\alpha}$

**0.5** b) En déduire que  $h\left(\frac{1}{\alpha}\right) > 2$

**Problème : (8 points )**

Soit  $f$  la fonction numérique définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = 2 - xe^{-x+1}$

et  $(C)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (unité : 1 cm)

**0.5** 1) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et interpréter le résultat géométriquement.

**0.5** 2) a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

**0.75** b) Montrer que  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$  et interpréter le résultat géométriquement.

**0.75** 3) a) Montrer que pour tout  $x$  de  $\mathbb{R}$  :  $f'(x) = (x-1)e^{-x+1}$

b) Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$

**0.5** 4) a) Calculer  $f''(x)$  pour tout  $x$  de  $\mathbb{R}$

b) Montrer que la courbe  $(C)$  admet un point d'inflexion d'abscisse 2

**1** 5) Construire la courbe  $(C)$  dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (on prend :  $f(2) \approx 1,25$ )

**0.5** 6) Déterminer la valeur minimale de la fonction  $f$  et en déduire que pour tout  $x$  de  $\mathbb{R}$ ,  $e^{x-1} \geq x$

**0.5** 7) a) En utilisant une intégration par parties, calculer :  $\int_0^2 xe^{-x} dx$

b) En déduire que  $\int_0^2 f(x) dx = 4 - e + 3e^{-1}$

8) Soit  $g$  la restriction de  $f$  à l'intervalle  $]-\infty, 1]$

**0.5** a) Montrer que  $g$  admet une fonction réciproque  $g^{-1}$  définie sur un intervalle  $J$  à déterminer.

**0.75** b) Construire la courbe représentative de  $g^{-1}$  dans le même repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

**0.25** c) A partir de la courbe représentative de  $g^{-1}$ , déterminer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{g^{-1}(x)}{x} \right)$