



**الأمتحان الوطني الموحد للبكالوريا**  
**المسالك الدولية - خيار فرنسيّة**  
**الدورة العادلة 2018**  
**-الموضوع-**

NS 22F

+٢٣٦٨٤٤١ ٩٦٥٤٠٤  
+٢٣٦٦٥٥٤ ٩٦٥٨٠  
٨ ٩٣٤٤٤٧ ٩٦٥٣٩٦  
٨ ٩٣٥١٨ ٩٦٥٣٩٦



المملكة المغربية  
وزارة التربية الوطنية  
والتكوين المهني  
والتعليم العالي والبحث العلمي

**المركز الوطني للتقويم والامتحانات**  
**والتوجيه**

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية - خيار فرنسيّة	الشعبة أو المسلك

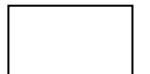
## INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

## COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	3 points
Problème	Etude d'une fonction numérique, calcul intégral et suites numériques	11 points

**Exercice 1 : (3 points )**

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère les points  $A(0, -2, -2)$ ,  $B(1, -2, -4)$  et  $C(-3, -1, 2)$

**1** 1) Montrer que  $\overline{AB} \wedge \overline{AC} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$  et en déduire que  $2x + 2y + z + 6 = 0$  est une équation cartésienne du plan  $(ABC)$

2) On considère la sphère  $(S)$  dont une équation est  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 23 = 0$

**0.5** Vérifier que la sphère  $(S)$  a pour centre  $\Omega(1, 0, 1)$  et pour rayon  $R = 5$

**0.25** 3) a) Vérifier que  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 1 + t \end{cases}; (t \in \mathbb{R})$  est une représentation paramétrique de la droite  $(\Delta)$  passant par le point  $\Omega$  et orthogonale au plan  $(ABC)$

b) Déterminer les coordonnées de  $H$  point d'intersection de la droite  $(\Delta)$  et du plan  $(ABC)$

**0.75** 4) Vérifier que  $d(\Omega, (ABC)) = 3$ , puis montrer que le plan  $(ABC)$  coupe la sphère  $(S)$  selon un cercle de rayon 4, dont on déterminera le centre.

**Exercice 2 : (3 points )**

**0.75** 1) Résoudre dans l'ensemble  $\mathbb{C}$  des nombres complexes l'équation :  $2z^2 + 2z + 5 = 0$

2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ , on considère la rotation  $R$  de centre  $O$  et d'angle  $\frac{2\pi}{3}$

a) Ecrire sous forme trigonométrique le nombre complexe  $d = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

**0.5** b) On considère le point  $A$  d'affixe  $a = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$  et le point  $B$  image du point  $A$  par la rotation  $R$ . Soit  $b$  l'affixe du point  $B$ , montrer que  $b = d.a$

3) Soit  $t$  la translation de vecteur  $\overrightarrow{OA}$  et  $C$  l'image de  $B$  par la translation  $t$  et  $c$  l'affixe de  $C$

a) Vérifier que  $c = b + a$  et en déduire que  $c = a\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$  (on pourra utiliser la question 2)b))

**0.75** b) Déterminer  $\arg\left(\frac{c}{a}\right)$  puis en déduire que le triangle  $OAC$  est équilatéral.

**Exercice 3 : (3 points )**

Une urne contient 9 boules indiscernables au toucher : cinq boules rouges portant les nombres 1 ; 1 ; 2 ; 2 ; 2 et quatre boules blanches portant les nombres 1 ; 2 ; 2 ; 2

On considère l'expérience suivante : on tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne .

Soient les événements :

A : "les trois boules tirées sont de même couleur "

B : "les trois boules tirées portent le même nombre "

C : "les trois boules tirées sont de même couleur et portent le même nombre "

1.5 1) Montrer que  $p(A) = \frac{1}{6}$ ,  $p(B) = \frac{1}{4}$  et  $p(C) = \frac{1}{42}$

2) On répète l'expérience précédente trois fois avec remise dans l'urne des trois boules tirées après chaque tirage, et on considère la variable aléatoire  $X$  qui est égale au nombre de fois de réalisation de l'événement A

0.5 a) Déterminer les paramètres de la variable aléatoire binomiale  $X$

1 b) Montrer que  $p(X=1) = \frac{25}{72}$  et calculer  $p(X=2)$

**Problème : (11 points )**

I) Soit  $g$  la fonction numérique définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$g(x) = e^x - x^2 + 3x - 1$$

Le tableau ci-contre est le tableau de variations de la fonction g

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$g'(x)$	+	
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

0.25 1) Vérifier que  $g(0) = 0$

0.5 2) Déterminer le signe de  $g(x)$  sur chacun des intervalles  $]-\infty, 0]$  et  $[0, +\infty[$

II) Soit  $f$  la fonction numérique définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = (x^2 - x) e^{-x} + x$

et ( $C$ ) sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ( unité : 1 cm )

0.5 1) a) Vérifier que  $f(x) = \frac{x^2}{e^x} - \frac{x}{e^x} + x$  pour tout  $x$  de  $\mathbb{R}$  puis montrer que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

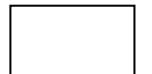
0.75 b) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$  puis en déduire que ( $C$ ) admet une asymptote ( $D$ ) au voisinage de  $+\infty$  d'équation  $y = x$

0.5 c) Vérifier que:  $f(x) = \frac{x^2 - x + xe^x}{e^x}$  pour tout  $x$  de  $\mathbb{R}$  puis calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

0.5 d) Montrer que  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$  et interpréter le résultat géométriquement .

0.25 2) a) Montrer  $f(x) - x$  et  $x^2 - x$  ont le même signe pour tout  $x$  de  $\mathbb{R}$

0.5 b) En déduire que ( $C$ ) est au dessus de ( $D$ ) sur chacun des intervalles  $]-\infty, 0]$  et  $[1, +\infty[$  , et en dessous de ( $D$ ) sur l'intervalle  $[0, 1]$



0.75	3)a) Montrer que $f'(x) = g(x) e^{-x}$ pour tout $x$ de $\text{IR}$
0.5	b) En déduire que la fonction $f$ est décroissante sur $]-\infty, 0]$ et croissante sur $[0, +\infty[$
0.25	c) Dresser le tableau de variations de la fonction $f$
0.25	4)a) Vérifier que $f''(x) = (x^2 - 5x + 4)e^{-x}$ pour tout $x$ de $\text{IR}$
0.5	b) En déduire que la courbe $(C)$ admet deux points d'inflexion d'abscisses respectives 1 et 4
1	5) Construire $(D)$ et $(C)$ dans le même repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (on prend : $f(4) \approx 4.2$ )
0.5	6)a) Montrer que la fonction $H : x \mapsto (x^2 + 2x + 2)e^{-x}$ est une primitive de la fonction $h : x \mapsto -x^2 e^{-x}$ sur $\text{IR}$ puis en déduire que $\int_0^1 x^2 e^{-x} dx = \frac{2e - 5}{e}$
0.75	b) A l'aide d'une intégration par parties montrer que $\int_0^1 x e^{-x} dx = \frac{e - 2}{e}$
0.75	c) Calculer en $\text{cm}^2$ l'aire du domaine plan limité par $(C)$ et $(D)$ et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$
	III) Soit $(u_n)$ la suite numérique définie par : $u_0 = \frac{1}{2}$ et $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout $n$ de $\text{IN}$
0.75	1) Montrer que $0 \leq u_n \leq 1$ pour tout $n$ de $\text{IN}$ (on pourra utiliser le résultat de la question II)3)b))
0.5	2) Montrer que la suite $(u_n)$ est décroissante .
0.75	3) En déduire que $(u_n)$ est convergente et déterminer sa limite.