

الصفحة <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; margin: 5px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> 1 </div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; margin: 5px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> 4 </div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; margin: 5px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> ♦♦ </div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; margin: 5px;"></div>	<h2 style="margin: 0;">الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا</h2> <h3 style="margin: 0;">المسالك الدولية – خيار فرنسية</h3> <h3 style="margin: 0;">الدورة العادية 2019</h3> <h3 style="margin: 0;">- الموضوع -</h3>	<div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: center;"> <div style="font-size: small;"> الجمهورية المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي </div> </div> <p style="text-align: center; margin-top: 10px;">المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه</p>
*****		NS22F

3	مدة الانجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية – خيار فرنسية	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	3 points
Problème	Etude d'une fonction numérique, calcul intégral et suites numériques	11 points

- ✓ \ln désigne la fonction logarithme népérien

Problème : (11 points)**Première partie :**

Soit f la fonction numérique définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = x + \frac{1}{2} - \ln x + \frac{1}{2}(\ln x)^2$

et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité : 1 cm)

0.5 1) Calculer $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$ puis interpréter le résultat géométriquement

0.25 2) a) Vérifier que pour tout x de $]0, +\infty[$, $f(x) = x + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} \ln x - 1\right) \ln x$

0.5 b) En déduire que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

0.5 c) Montrer que pour tout x de $]0, +\infty[$, $\frac{(\ln x)^2}{x} = 4 \left(\frac{\ln \sqrt{x}}{\sqrt{x}} \right)^2$

puis en déduire que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$

0.75 d) Montrer que (C) admet au voisinage de $+\infty$ une branche parabolique de direction asymptotique la droite (Δ) d'équation $y = x$

0.5 3) a) Montrer que pour tout x de $]0, 1]$: $(x - 1) + \ln x \leq 0$
et que pour tout x de $[1, +\infty[$: $(x - 1) + \ln x \geq 0$

1 b) Montrer que pour tout x de $]0, +\infty[$, $f'(x) = \frac{x-1+\ln x}{x}$

0.5 c) Dresser le tableau de variations de la fonction f

0.5 4) a) Montrer que $f''(x) = \frac{2-\ln x}{x^2}$ pour tout x de $]0, +\infty[$

0.5 b) En déduire que (C) admet un point d'inflexion dont on déterminera les coordonnées .

0.5 5) a) Montrer que pour tout x de $]0, +\infty[$, $f(x) - x = \frac{1}{2}(\ln x - 1)^2$ et déduire la position relative de (C) et (Δ)

1 b) Construire (Δ) et (C) dans le même repère (O, \vec{i}, \vec{j})

0.5 6) a) Montrer que la fonction $H : x \mapsto x \ln x - x$ est une primitive de la fonction $h : x \mapsto \ln x$ sur $]0, +\infty[$

0.75 b) A l'aide d'une intégration par parties , montrer que $\int_1^e (\ln x)^2 dx = e - 2$

0.5 c) Calculer en cm^2 l'aire du domaine plan limité par (C) et (Δ) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$

Deuxième partie :

Soit (u_n) la suite numérique définie par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout n de \mathbb{N}

0.5 1) a) Montrer par récurrence que $1 \leq u_n \leq e$ pour tout n de \mathbb{N}

0.5 b) Montrer que la suite (u_n) est croissante .

0.5 c) En déduire que la suite (u_n) est convergente .

0.75 2) Calculer la limite de la suite (u_n) .