المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
المسالك الدولية - خيار فرنسية
الدورة الاستدراكية 2017
- الموضوع -

RS 22F

★★

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية – خيار فرنسية	المعامل	7

INSTRUCTIONS GENERALES

- **L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;**
- **Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;**
- **L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.**

COMPOSANTES DU SUJET

- L'épreuve est composée de quatre exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Calcul de probabilités	3 points
Exercice 3	Nombres complexes	3 points
Exercice 4	Suites numériques	2.5 points
Problème	Etude d'une fonction numérique et calcul intégral	8.5 points

Exercice 1 (3 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

On considère la sphère (S) d'équation $x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-1=0$ et le plan (P) d'équation $y-z=0$

0.5 **1) a) Montrer que la sphère (S) a pour centre le point $\Omega(1\ ,\ 1\ ,\ 1)$ et pour rayon 2**

0.5 **b) Calculer $d\left(\Omega,(P)\right)$ et en déduire que le plan (P) coupe la sphère (S) suivant un cercle (C)**

0.5 **c) Déterminer le centre et le rayon du cercle (C)**

2) Soit (Δ) la droite passant par le point $A(1\ ,-2\ ,\ 2)$ et orthogonale au plan (P)

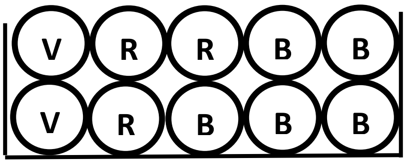
0.25 **a) Montrer que $\vec{u}(0\ ,1\ ,-1)$ est un vecteur directeur de la droite (Δ)**

0.75 **b) Montrer que $\left\|\overrightarrow{\Omega A}\wedge\vec{u}\right\|=\sqrt{2}\left\|\vec{u}\right\|$ et en déduire que la droite (Δ) coupe la sphère (S) en deux points.**

0.5 **c) Déterminer les coordonnées de chaque point d'intersection de la droite (Δ) et de la sphère (S)**

Exercice 2 (3 points)

**Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher :
Cinq boules blanches , trois boules rouges et deux boules vertes (Voir figure ci-contre)
On tire au hasard, simultanément, quatre boules de l'urne.**



1.5 **1) Soit A l'événement :'' Parmi les quatre boules tirées, une seule boule est verte ''.
et B l'événement :'' Parmi les quatre boules tirées, il y a exactement trois boules de même couleur ''.**

Montrer que $p(A)=\dfrac{8}{15}$ et que $p(B)=\dfrac{19}{70}$

2) Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de boules vertes tirées.

0.5 **a) Montrer que $p(X=2)=\dfrac{2}{15}$**

1 **b) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X et montrer que l'espérance mathématique $E(X)$ est égale à $\dfrac{4}{5}$**

Exercice 3 (3 points)

0.75 **1) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation :** $z^2+4z+8=0$

2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$ **, on considère les points** A **,** B **et** C **d'affixes respectives** a **,** b **et** c **telles que** $a=-2+2i$ **,** $b=4-4i$ **et** $c=4+8i$

0.5 **a) Soit** z **l'affixe d'un point** M **du plan et** z' **l'affixe du point** M' **, image de** M **par la rotation** R **de centre** A **et d'angle** $-\frac{\pi}{2}$

Montrer que $z'=-iz-4$

0.75 **b) Vérifier que le point** B **est l'image du point** C **par la rotation** R **et en déduire la nature du triangle** ABC

3) Soit ω **l'affixe du point** Ω **, milieu du segment** $[BC]$

0.5 **a) Montrer que** $|c-\omega|=6$

0.5 **b) Montrer que l'ensemble des points** M **d'affixe** z **tels que** $|z-\omega|=6$ **est le cercle circonscrit au triangle** ABC

Exercice 4 (2.5 points)

On considère la suite numérique (u_n) **définie par :**

$$u_0=17 \quad \text{et} \quad u_{n+1}=\frac{1}{4}u_n+12 \quad \text{pour tout entier naturel } n$$

0.5 **1) a) Montrer par récurrence que** $u_n>16$ **pour tout entier naturel** n

0.5 **b) Montrer que la suite** (u_n) **est décroissante et en déduire que la suite** (u_n) **est convergente.**

2) Soit (v_n) **la suite numérique telle que** $v_n=u_n-16$ **pour tout entier naturel** n

0.5 **a) Montrer que** (v_n) **est une suite géométrique.**

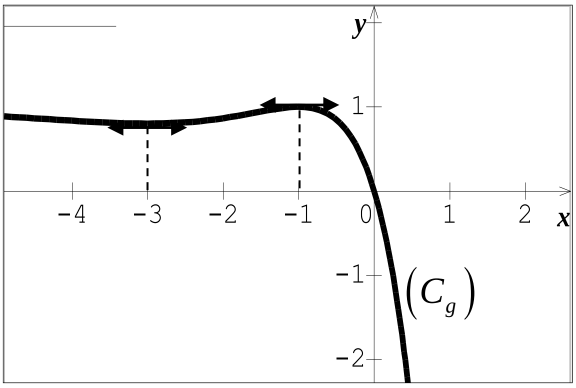
0.5 **b) En déduire que** $u_n=16+\left(\frac{1}{4}\right)^n$ **pour tout entier naturel** n**, puis déterminer la limite de la suite** (u_n)

0.5 **c) Déterminer la plus petite valeur de l'entier naturel** n **pour laquelle** $u_n<16{,}0001$

Problème (8.5 points)

I- Soit g la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x)=1-(x+1)^2e^x$$



0.25 **1) Vérifier que** $g(0)=0$

1 **2) A partir de la courbe représentative (C_g) de la fonction g (voir figure ci-contre) Montrer que :**

$g(x)\geq 0$ **pour tout x appartenant à** $]-\infty,0]$

et que $g(x)\leq 0$ **pour tout x appartenant à** $[0,+\infty[$

II- On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x+1-(x^2+1)e^x$

Soit (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ (unité : $2\,cm$)

0.75 **1) a) Vérifier que** $f(x)=x+1-4\left(\frac{x}{2}e^{\frac{x}{2}}\right)^2-e^x$ **pour tout x appartenant à $\mathbb{R}$ puis en déduire que** $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$

0.5 **b) Calculer** $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(x+1)\right]$ **et en déduire que la droite (D) d'équation $y=x+1$ est asymptote à la courbe (C_f) au voisinage de $-\infty$**

0.25 **c) Montrer que la courbe (C_f) est en dessous de la droite (D)**

0.5 **2) a) Montrer que** $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$ **(on pourra écrire $f(x)$ sous la forme** $x\left[1+\frac{1}{x}-\left(x+\frac{1}{x}\right)e^x\right]$ **)**

0.25 **b) Montrer que la courbe (C_f) admet , au voisinage de $+\infty$, une branche parabolique dont on déterminera la direction.**

0.75 **3) a) Montrer que** $f'(x)=g(x)$ **pour tout x appartenant à $\mathbb{R}$**

0.75 **b) Montrer que la fonction f est croissante sur $]-\infty\,,\,0]$ et décroissante sur $[0,+\infty[$ puis dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$**

0.75 **c) Montrer que la courbe (C_f) admet deux points d'inflexion d'abscisses -3 et -1**

1 **4) Construire, dans le même repère $(O,\vec{i},\vec{j})$, la droite (D) et la courbe (C_f)**

(On prendra $f(-3)\approx-2{,}5$ et $f(-1)\approx-0{,}75$)

0.5 **5) a) Vérifier que $H:x\mapsto(x-1)e^x$ est une fonction primitive de la fonction $h:x\mapsto xe^x$ sur $\mathbb{R}$**

puis montrer que $\int_{-1}^{0}xe^x\,dx=\frac{2}{e}-1$

0.75 **b) Montrer, à l'aide d'une intégration par parties, que :** $\int_{-1}^{0}(x^2+1)e^x\,dx=3\left(1-\frac{2}{e}\right)$

0.5 **c) Calculer, en cm^2, l'aire du domaine plan limité par la courbe (C_f), la droite (D) , l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x=-1$**