Exercice 1 :

On considère la suite (U_n) définie par :

$$U_{n+1} = \frac{3+U_n}{5-U_n} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad \text{et} \quad U_0 = 2$$

1) Montrer que : $U_{n+1} - 3 = \dfrac{4(U_n - 3)}{2+(3-U_n)}$

$$U_{n+1} - 3 = \frac{3+U_n}{5-U_n} - 3 = \frac{3+U_n - 15 + 3U_n}{2+3-U_n}$$

$$= \frac{4U_n - 12}{2+3-U_n} = \frac{4(U_n-3)}{2+(3-U_n)}$$

Puis montrer que : $U_n < 3 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

On considère la suite (U_n) définie par :

Pour n = 0 on a $U_0 = 2$ donc $U_0 < 3$

Soit $n \in \mathbb{N}$ supposons que $U_n < 3$ et montrons que $U_{n+1} < 3$ c'est-à-dire $U_{n+1} - 3 < 0$

On a $U_{n+1} - 3 = \dfrac{4(U_n-3)}{2+(3-U_n)}$

Puisque $U_n < 3$ donc $U_n - 3 < 0$ et $3 - U_n > 0$

Donc $U_{n+1} - 3 = \dfrac{4(U_n-3)}{2+(3-U_n)} < 0$ donc $U_{n+1} < 3$

D'où $U_n < 3 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

2) On considère la suite (V_n) définie par :

$$V_n = \frac{U_n - 1}{3 - U_n} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

a – Montrons que $V_{n+1} = \dfrac{1}{2} V_n$?

$$V_{n+1} = \frac{U_{n+1}-1}{3-U_{n+1}} = \frac{\dfrac{3+U_n}{5-U_n} - 1}{\dfrac{4(U_n-3)}{5-U_n}} = \frac{\dfrac{3+U_n-5+U_n}{5-U_n}}{\dfrac{4(3-U_n)}{5-U_n}}$$

$$V_{n+1} = \frac{2(U_n-1)}{4(3-U_n)} = \frac{1}{2}\left(\frac{U_n-1}{3-U_n}\right) \quad \text{donc} \quad V_{n+1} = \frac{1}{2} V_n$$

D'où (V_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{2}$

$$V_0 = \frac{U_0 - 1}{3 - U_0} = 1 \quad \text{et} \quad V_n = V_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

D'où $V_n = \left(\dfrac{1}{2}\right)^n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

b – On a $V_n = \dfrac{U_n - 1}{2U_n - 1} \Leftrightarrow V_n(3 - U_n) = U_n - 1$

$$\Leftrightarrow 3V_n + 1 = U_n + V_n U_n \Leftrightarrow U_n(1+V_n) = 3V_n + 1$$

D'où $$U_n = \frac{1+3V_n}{1+V_n} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

D'où $$U_n = \frac{1+3\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1+\left(\frac{1}{2}\right)^n} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

c) $$\lim U_n = \lim \frac{1+3\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1+\left(\frac{1}{2}\right)^n} = 1$$

Car $-1 < \dfrac{1}{2} < 1$ et $\lim \left(\dfrac{1}{2}\right)^n = 0$

Exercice 2 :

C(2, 2,1) ; B(3, 1, 1) ; A(2, 1, 3),

1) a – Montrer que : $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\0\\-2\end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}0\\1\\-2\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix}0 & 1\\-2 & -2\end{vmatrix}\vec{i} - \begin{vmatrix}1 & 0\\-2 & -2\end{vmatrix}\vec{j} + \begin{vmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{vmatrix}\vec{k}$$

$$= 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$$

D'où $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$

b – En déduire que 2x + 2y + z – 9 = 0 est une équation cartésienne du plan (ABC).

Soit $M(x\,;y\,;z) \in (ABC)$

$$\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2\\2\\1\end{pmatrix}$$ est un vecteur normal à (ABC)

(ABC) : 2x + 2y + z + d = 0 or $A(2, 1, 3) \in (ABC)$

Donc $2 \times 2 + 2 \times 1 + 3 + d = 0$ donc $d = -9$

D'où (ABC) : 2x + 2y + z – 9 = 0

2) Soit (S) la sphère d'équation :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 34 = 0$$

a) Montrer que le centre de (S) est $\Omega(1,-1,0)$ et pour rayon 6.

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 34 = 0$$

$$a = \frac{-2}{-2} = 1 \ ; \ b = \frac{2}{-2} = -1 \ ; \ c = 0 \ ; \ d = -34$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - d = (1)^2 + (-1)^2 + 0^2 - (-34) = 36 > 0$$

Donc le centre de (S) est $\Omega(1;-1;0)$ et $R = \sqrt{36} = 6$

D'où $\Omega(1;-1;0)$ et rayon $R = 6$

b – Montrer que $\mathbf{d}(\Omega,(\mathbf{ABC}))=3$

(ABC) : 2x + 2y + z – 9 = 0 $\Omega(1;-1;0)$

$$\mathbf{d}(\Omega,(\mathbf{ABC}))=\frac{|2\times1+2\times(-1)+0-9|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}}=\frac{9}{3}=3$$

D'où $\mathbf{d}(\Omega,(\mathbf{ABC}))=3$

On a $\mathbf{d}(\Omega,(\mathbf{ABC}))=3$ et $\mathbf{R}=6$

Donc $\mathbf{d}(\Omega,(\mathbf{ABC}))<\mathbf{R}$

Donc le plan (ABC) coupe la sphère selon un cercle (Γ)

3) a - Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par Ω et Orthogonal au plan (ABC).

On a (Δ) est Orthogonal au plan (ABC)

On a $\overrightarrow{\mathbf{AB}}\wedge\overrightarrow{\mathbf{AC}}\begin{pmatrix}2\\2\\1\end{pmatrix}$ est un vecteur normal à (ABC)

Don c'est un vecteur directeur de la droite (Δ)

Soit M(x ;y ;z)∈ (Δ)

$$(\Delta):\begin{cases}\mathbf{x}=1+2\mathbf{t}\\ \mathbf{y}=-1+2\mathbf{t}\\ \mathbf{z}=0+\mathbf{t}\end{cases}\quad (t\in\mathbb{R})$$

b) B est le centre du cercle (Γ) $(\Delta)\cap(\mathbf{ABC})=\{\mathbf{B}\}$?

<u>Première méthode :</u>

M(x ;y ;z) $\mathbf{M}(\mathbf{x};\mathbf{y};\mathbf{z})\in(\Delta)\cap(\mathbf{ABC})$ équivaut à

$$\begin{cases}\mathbf{x}=1+2\mathbf{t}\\ \mathbf{y}=-1+2\mathbf{t}\\ \mathbf{z}=\mathbf{t}\\ 2\mathbf{x}+2\mathbf{y}+\mathbf{z}-9=0\end{cases}$$

$2(1+2\mathbf{t})+2(-1+2\mathbf{t})+\mathbf{t}-9=0$

Donc $2+4\mathbf{t}-2+4\mathbf{t}+\mathbf{t}-9=0\Leftrightarrow 9\mathbf{t}=9\Leftrightarrow\mathbf{t}=1$

$\begin{cases}\mathbf{x}=1+2\\ \mathbf{y}=-1+2\\ \mathbf{z}=1\end{cases}$ d'où B(3 ;1 ;1) est le centre du cercle (Γ)

<u>Deuxième méthode :</u>

On a $(\Delta)\cap(\mathbf{ABC})=\{\mathbf{B}\}$ et on sait que B ∈ (ABC) il suffit de montrer que B ∈ (Δ) B(3 ;1 ;1)

$\begin{cases}3=1+2\mathbf{t}\\ 1=-1+2\mathbf{t}\\ 1=\mathbf{t}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2=2\mathbf{t}\\ 2=+2\mathbf{t}\\ 1=\mathbf{t}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\mathbf{t}=1\\ \mathbf{t}=1\\ \mathbf{t}=1\end{cases}$ donc B ∈ (Δ)

D'où B(3 ;1 ;1) est le centre du cercle (Γ).

Exercice 3 :

1) Résoudre dans C : $\mathbf{z}^2-4\mathbf{z}+29=0$

$\Delta=(-4)^2-4\times1\times29=-100$

$=(10\mathbf{i})^2$

Donc l'équation admet deux solutions complexes conjuguées :

$\mathbf{z}_1=\dfrac{4+10\mathbf{i}}{2}=2+5\mathbf{i}$ et $\mathbf{z}_2=\overline{\mathbf{z}_1}=2-5\mathbf{i}$

D'où $\mathbf{S}=\{2-5\mathbf{i};2+5\mathbf{i}\}$

2) Ω, A et B d'affixes respectives ω = 2 + 5i ; a = 5+2i ; b = 5 + 8i

a) u = b – ω

Vérifier que u = 3 + 3i

u = b – ω = 5 + 8i – (2 + 5i) = 5 + 8i – 2 – 5i = 3 + 3i

d'où u = 3 + 3i

$|\mathbf{u}|=|3(1+\mathbf{i})|=3|1+\mathbf{i}|=3\sqrt{1^2+1^2}=3\sqrt{2}$

$\mathbf{u}=3(1+\mathbf{i})=3\sqrt{2}(\frac{1}{\sqrt{2}}+\mathbf{i}\frac{1}{\sqrt{2}})=3\sqrt{2}(\frac{\sqrt{2}}{2}+\mathbf{i}\frac{\sqrt{2}}{2})$

$\mathbf{u}=3\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4}+\mathbf{i}\sin\frac{\pi}{4})$

D'où $\arg(\mathbf{u})\equiv\frac{\pi}{4}[2\pi]$

b) Déterminer un argument de $\overline{\mathbf{u}}$ le conjugué de u

on sait que $\arg\overline{\mathbf{u}}\equiv-\arg\mathbf{u}[2\pi]$

d'où $\arg\overline{\mathbf{u}}\equiv-\frac{\pi}{4}[2\pi]$

c)) Vérifier que $\mathbf{a}-\omega=\overline{\mathbf{u}}$

$\mathbf{a}-\omega=5+2\mathbf{i}-(2+5\mathbf{i})=5+2\mathbf{i}-2-5\mathbf{i}=3-3\mathbf{i}$

$\mathbf{a}-\omega=3-3\mathbf{i}=\overline{\mathbf{u}}$

En déduire que $\Omega\mathbf{A}=\Omega\mathbf{B}$ et $\arg\left(\frac{\mathbf{b}-\omega}{\mathbf{a}-\omega}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$

On $\mathbf{a}-\omega=\overline{\mathbf{u}}$ et $\mathbf{u}=\mathbf{b}-\omega$

On sait que $|\mathbf{u}|=|\overline{\mathbf{u}}|$

Donc $|\mathbf{u}|=|\overline{\mathbf{u}}|\Leftrightarrow|\mathbf{b}-\omega|=|\mathbf{a}-\omega|\Leftrightarrow\Omega\mathbf{A}=\Omega\mathbf{B}$

$\arg\left(\frac{\mathbf{b}-\omega}{\mathbf{a}-\omega}\right)\equiv\arg(\mathbf{b}-\omega)-\arg(\mathbf{a}-\omega)[2\pi]$

$\equiv\arg(\mathbf{u})-\arg(\overline{\mathbf{u}})\frac{\pi}{2}[2\pi]\equiv\frac{\pi}{4}-(-\frac{\pi}{4})[2\pi]\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$

D'où $\arg\left(\frac{\mathbf{b}-\omega}{\mathbf{a}-\omega}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$

d) Soit R la rotation de centre Ω et d'angle $\frac{\pi}{2}$

Déterminer l'image du point A par la rotation R

$\mathbf{R}(\mathbf{A})$?

$\mathbf{R}(\mathbf{A})=A'\Leftrightarrow a'=e^{i\frac{\pi}{2}}(\mathbf{a}-\omega)+\omega\Leftrightarrow\mathbf{a}'=e^{i\frac{\pi}{2}}\overline{\mathbf{u}}+\omega$

$\Leftrightarrow\mathbf{a}'=\mathbf{i}(3-3\mathbf{i})+2+5\mathbf{i}\Leftrightarrow\mathbf{a}'=3\mathbf{i}+3+2+5\mathbf{i}$

$\Leftrightarrow\mathbf{a}'=5+8\mathbf{i}=\mathbf{b}$

D'où $\mathbf{R}(\mathbf{A})=\mathrm{B}$

Problème :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 2x - 2 + e^{2x} - 4e^{x}$$

(C_f) est la courbe représentative de f dans le repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ (unité : 1 cm)

1) a) Montrer que : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} 2x - 2 + e^{2x} - 4e^{x}$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} 2x - 2 + \left(e^{x}\right)^2 - 4e^{x} = -\infty$$

car $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{x} = 0$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} 2x - 2 = -\infty$

b) Montrer que la droite (D) d'équation $y = 2x - 2$ est asymptote à (C_f) au voisinage de $-\infty$.

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) - (2x-2) = \lim_{x\to-\infty} \left(e^{x}\right)^2 - 4e^{x} = 0$$

car $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{x} = 0$ donc la droite (D) d'équation $y = 2x - 2$ est asymptote à (C_f) au voisinage de $-\infty$.

2) a – Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} 2x - 2 + e^{x}(e^{x} - 4) = +\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} e^{x} = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{x\to+\infty} 2x - 2 = +\infty$$

b) $$\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{2x - 2 + e^{x}(e^{x} - 4)}{x}$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to+\infty} 2 - \frac{2}{x} + \frac{e^{x}}{x}(e^{x} - 4) = +\infty$$

Car **Erreur ! Signet non défini.** et

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{e^{x}}{x} = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{x\to+\infty} (e^{x} - 4) = +\infty$$

On a $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ d'où la courbe (C) admet au voisinage de $+\infty$ une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées.

3) a – Montrer que $f'(x) = 2(e^{x} - 1)^2 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

$$f(x) = 2x - 2 + e^{2x} - 4e^{x}$$

$$f'(x) = 2 + 2e^{2x} - 4e^{x} = 2((e^{x})^2 - 2e^{x} + 1)$$

D'où $f'(x) = 2(e^{x} - 1)^2 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

b) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$. (Remarquer que $f(0) = 0$)

On a $f'(x) = 2(e^{x} - 1)^2 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

Donc $f'(x) \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

Donc f est croissante sur R.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

c) Montrer qu'il existe un réel unique α dans l'intervalle $]1, \ln 4[$ tel que $f(\alpha) = 0$

f est continue et strictement croissante sur R en particulier sur $[1; \ln 4]$

$f(1) = e^2 - 4e < 0 \quad e^2 - 4e \approx -3,51$ donc $f(1) < 0$

$$f(\ln 4) = 2\ln 4 - 2 + e^{2\ln 4} - 4e^{\ln 4}$$

$$f(\ln 4) = 2\ln 4 - 2 + e^{\ln 4^2} - 4\times 4$$

$$f(\ln 4) = 2\ln 4 - 2 + 16 - 16 = 2\ln 4 - 2 > 0$$

$f(\ln 4) > 0$ donc $f(1)f(\ln 4) < 0$

D'où l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution α dans $]1; \ln 4[$

4) a) Montrer que (C_f) se trouve au-dessus de (D) sur $]\ln 4, +\infty[$ et en dessous de (D) sur $]-\infty, \ln 4[$

$$f(x) - (2x-2) = e^{2x} - 4e^{x} = e^{x}(e^{x} - 4)$$

$$f(x) - (2x-2) = 0 \Leftrightarrow e^{x}(e^{x} - 4) = 0$$

Or $\forall x \in \mathbb{R} \quad e^{x} > 0$

$$e^{x} - 4 = 0 \Leftrightarrow e^{x} = 4 \Leftrightarrow x = \ln 4$$

x	$-\infty$	ln4	$+\infty$
$e^{x} - 4$	$-$	0	+

(C_f) se trouve au-dessus de (D) sur $]\ln 4, +\infty[$ et en dessous de (D) sur $]-\infty, \ln 4[$

b – Montrer que (C_f) admet un point d'inflexion de coordonnées (0 ;5).

$$f''(x) = 4(e^{x} - 1)e^{x}$$

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow e^{x} - 1 = 0 \Leftrightarrow e^{x} = 1 \Leftrightarrow x = 0$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f''(x)$	$-$	0	+

C_f) admet un point d'inflexion de coordonnées (0 ;–5)

$f(0) = -5$

5) a) Montrer que $\int_0^{\ln 4} (e^{2x} - 4e^{x})dx = -\frac{9}{2}$

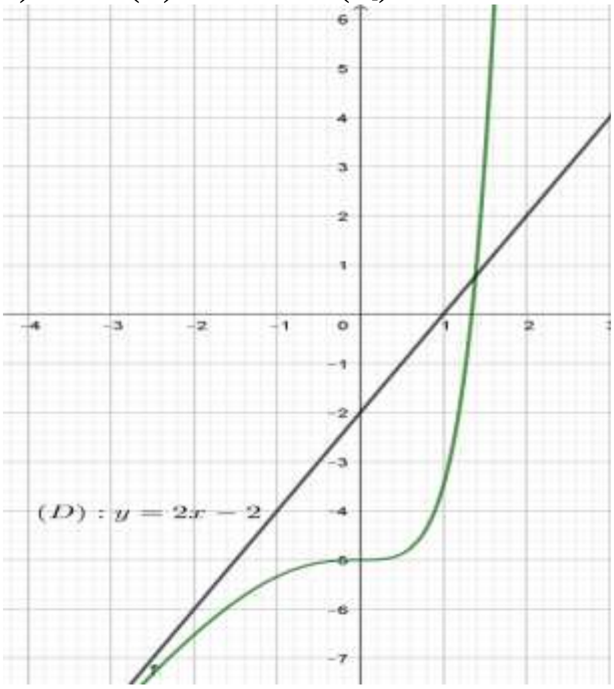
$$\int_0^{\ln 4} (e^{2x} - 4e^{x})dx = \left[\frac{1}{2}e^{2x} - 4e^{x}\right]_0^{\ln 4}$$

$$\int_0^{\ln 4} (e^{2x} - 4e^{x})dx = \frac{1}{2}e^{2\ln 4} - 4e^{\ln 4} - (\frac{1}{2} - 4)$$

$$\int_0^{\ln 4} (e^{2x} - 4e^{x})dx = 8 - 16 + \frac{7}{2} = -\frac{9}{2}$$

D'où $\int_0^{\ln 4} (e^{2x} - 4e^{x})dx = -\frac{9}{2}$

4) Tracer (D) et la courbe (C_f).



5) b) Calculer en cm^2 l'aire du domaine limité par (C), la droite (D), l'axe des ordonnées et la droite d'équation x = ln4

$$A = \int_0^{\ln 4} |f(x) - (2x-2)| dx 1cm \times 1cm$$

(C_f) se trouve en dessous de (D) sur $]-\infty, \ln 4]$

$$A = \int_0^{\ln 4} -(e^{2x} - 4e^x) dx (cm^2)$$

$$A = -\int_0^{\ln 4} (e^{2x} - 4e^x) dx (cm^2)$$

$$A = \frac{9}{2} (cm^2)$$

Partie II :

1) a) Résoudre l'équation différentielle

$(E) : y'' - 3y' + 2y = 0$

L'équation caractéristique de (E) est

$r^2 - 3r + 2 = 0$ donc $\Delta = 1$

Donc $r_1 = \frac{3+1}{2} = 2$ et $r_2 = \frac{3-1}{2} = 1$

Donc les solutions de (E) sont :

$x \to \alpha e^{2x} + \beta e^x$ où $(\alpha;\beta) \in \mathbb{R}^2$

b) Déterminer la solution g de (E) tels que g(0) = –3 et g′(0) = –2

g est une solution de de(E) donc: $g(x) = \alpha e^{2x} + \beta e^x$

$g(0) = -3 \Leftrightarrow \alpha e^{2\times 0} + \beta e^0 = -3$

$\Leftrightarrow \alpha + \beta = -3 \quad (1)$

$g'(x) = 2\alpha e^{2x} + \beta e^x$

$g'(0) = -2 \Leftrightarrow 2\alpha e^{2\times 0} + \beta e^0 = -2$

$\Leftrightarrow 2\alpha + \beta = -2 \quad (2)$

(1) – (2) $\Leftrightarrow 2\alpha + \beta - \alpha - \beta = -2 + 3 \Leftrightarrow \alpha = 1$

On a $\alpha + \beta = -3 \Leftrightarrow \beta = -3 - \alpha \Leftrightarrow \beta = -4$

D'où $g(x) = e^{2x} - 4e^x$

2) Soit h la fonction définie sur $]\ln 4; +\infty[$ par :

$h(x) = \ln(e^{2x} - 4e^x)$

a) Montrer que h admet une fonction réciproque h^{-1} est définie sur R.

$h(x) = \ln(g(x))$

On a g est continue strictement positive sur $]\ln 4; +\infty[$ (car g est une solution de (E) donc deux fois dérivable sur R et(C_f) se trouve au-dessus de (D) sur $]\ln 4, +\infty[$) et ln continue sur $]0; +\infty[$

Donc h est continue sur $]\ln 4; +\infty[$.

$$h'(x) = \frac{g'(x)}{g(x)} = \frac{2(e^x - 2)}{e^x - 4} \quad \forall x \in]\ln 4; +\infty[$$

$x > \ln 4 \Leftrightarrow e^x > e^{\ln 4} \Leftrightarrow e^x - 2 > 4 - 2$

Donc $\forall x \in]\ln 4; +\infty[\ \ e^x - 2 > 2$ et $e^x - 4 > 0$

Donc $\frac{2(e^x - 2)}{e^x - 4} > 0$ donc $h'(x) > 0$; $\forall x > \ln 4$

Donc h est strictement croissante sur $]\ln 4; +\infty[$

Donc h admet une fonction réciproque h^{-1} est définie sur $h(]\ln 4; +\infty[)$

$$h(]\ln 4; +\infty[) = \left] \lim_{x \to (\ln 4)^+} h(x); \lim_{x \to +\infty} h(x) \right[$$

$$\lim_{x \to +\infty} h(x) = \lim_{x \to +\infty} \ln(e^{2x} - 4e^x) = +\infty$$

$$\lim_{t \to +\infty} e^x(e^x - 4) = +\infty \text{ et } \lim_{t \to +\infty} \ln(t) = +\infty$$

$$\lim_{x \to (\ln 4)^+} h(x) = \lim_{x \to (\ln 4)^+} \ln(e^{2x} - 4e^x) = -\infty$$

$$\lim_{x \to (\ln 4)^+} (e^{2x} - 4e^x) = 0^+ \text{ et } \lim_{t \to 0^+} \ln(t) = -\infty$$

$\forall x \in]\ln 4; +\infty[\ \ e^{2x} - 4e^x > 0$

b) Vérifier que h(ln5) = ln5 puis déterminer $\left(h^{-1}\right)'(\ln 5)$

$$h(\ln 5) = \ln(e^{2\ln 5} - 4e^{\ln 5}) = \ln(e^{\ln 5^2} - 4\times 5)$$

$$h(\ln 5) = \ln(25 - 20) = \ln 5$$

$$\left(h^{-1}\right)'(\ln 5) = \frac{1}{h'(h(\ln 5))} = \frac{1}{h'(\ln 5)}$$

Or $h'(\ln 5) = \frac{2(e^{\ln 5} - 2)}{e^{\ln 5} - 4} = \frac{2(5-2)}{5-4} = 6$

D'où $\left(h^{-1}\right)'(\ln 5) = \frac{1}{6}$