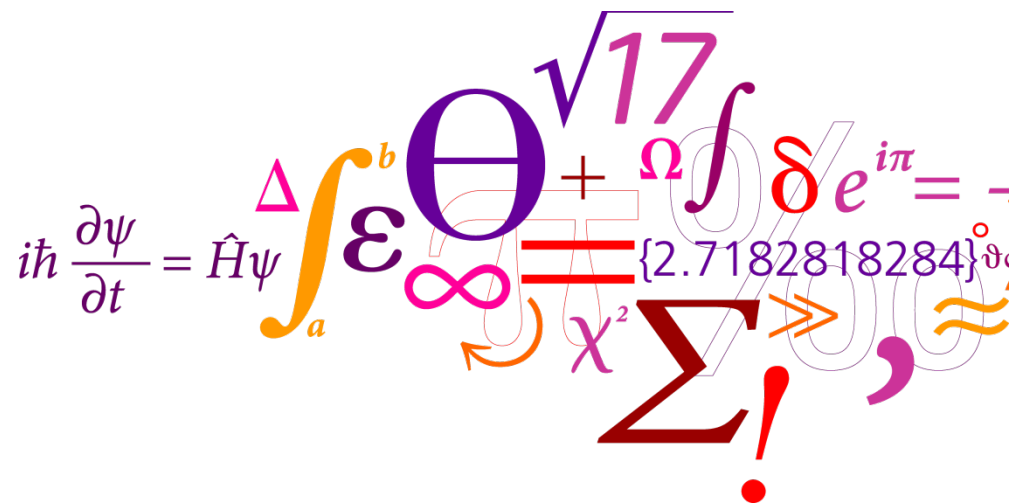


# 10054 Modelfysik

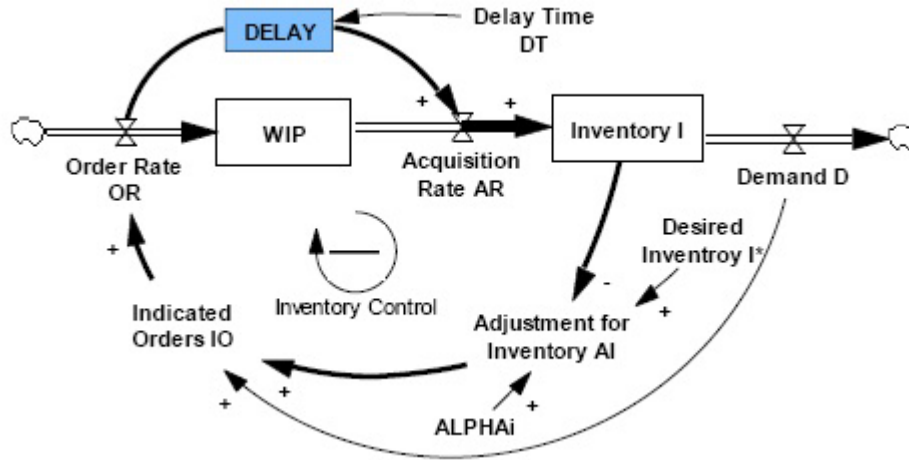
Carsten Knudsen



## 2024-01-31



# Modelfysik



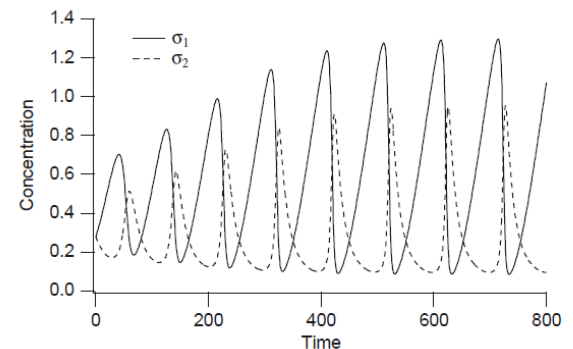
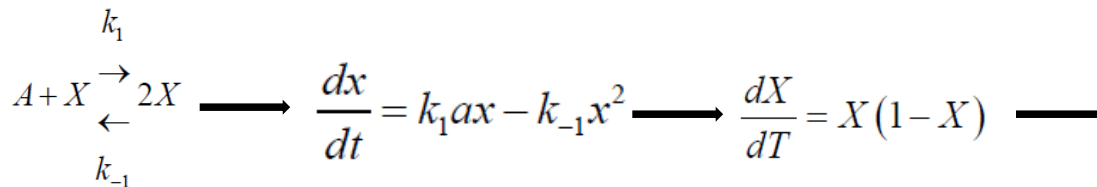
$$\frac{\partial \dot{x}}{\partial \alpha} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \alpha} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \alpha} + \frac{\partial f}{\partial \alpha}$$

$$\frac{\partial \dot{y}}{\partial \alpha} = \frac{\partial g}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \alpha} + \frac{\partial g}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \alpha} + \frac{\partial g}{\partial \alpha}$$

	$P$	$w$	$v$	$\rho$	$g$
M	1	1	0	1	0
L	2	1	1	-3	1
T	-3	-2	-1	0	-2

$$\delta q = \sqrt{\left(\frac{\partial q}{\partial x} \delta x\right)^2 + \cdots + \left(\frac{\partial q}{\partial z} \delta z\right)^2}$$

$$f(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots, \pi_{n-m}) = 0$$



# 10054 Modelfysik

## Læringsmål:

En studerende, der fuldt ud har opfyldt kursets mål, vil kunne:

- Anvende Newtons bevægelseslove og bevarelseslove til at opstille modeller af partikelsystemer.
- Udføre fysiske eksperimenter og statistisk analyse samt regressionsanalyse af data, og foreslå forbedringer af eksperimenter.
- Konstruere systemdynamiske flowdiagrammer for fx mekaniske, kemiske, mikro- og makroøkonomiske systemer, energisystemer, samt andre tekniske problemstillinger.
- Oversætte system dynamiske flowdiagrammer til differentialligninger.
- Foretage stabilitets- og bifurkationsanalyse af simple modeller.
- Estimere størrelsesordener og sammenhænge i modeller.
- Anvende computerprogrammer til simulering af modeller og visualisering af løsninger.
- Foretage sensitivitetsanalyse af differentialligningsmodeller.
- Anvende fejlophobningsloven og foretage usikkerhedsvurdering af differentialligningsmodeller.
- Fortolke og formidle resultaterne af simuleringer, sensitivitetsanalyse og usikkerhedsvurdering data.
- Anvende dimensionsanalyse og udføre ikke-dimensionalisering for at simplificere ligninger og bestemme centrale dimensionsløse parametre.
- Opstille og simulere stokastiske modeller.

# Plan som den ser ud nu

Emne/aktivitet	Noter
Dimensionsanalyse	Dimensionsanalyse.pdf
Usikkerhedsvurdering	Usikkerhedsvurdering.pdf
Kinematik	Kinematik.pdf
Kræfter	Mekanik.pdf
Energi	Energi.pdf
Dimensionsanalyse	Dimensionsanalyse.pdf
Ikke-dimensionalisering	Ikke-dimensionalisering.pdf
Simulering	Simulering.pdf
Kvalitativ analyse	Kvalitativ_analyse.pdf
Parameterestimering	Parameterestimering.pdf
Sensitivitetsanalyse	Sensitivitetsanalyse.pdf
Stokastiske modeller	Stokastiske_modeller.pdf
Stokastiske modeller	Stokastiske_modeller.pdf

# Bedømmelsesform

Fire timers skriftlig eksamen med alle tilladte hjælpemidler men uden internetadgang.

# Eksamen

## 10054 Modelphysik

Kurset er kun for studerende fra Data Science og Management.

Kursusinformation	
Engelsk titel	Model Physics
Undervisningssprog	Dansk
Point( ECTS )	5
Kurstype	Bachelor Naturvidenskabelige grundfag, Data Science og Management Polyteknisk grundlag (BSc), Data Science og Management
Skemaplacing	F5A (ons 8-12)
Undervisnings placering	Campus Lyngby
Undervisningsform	Forelæsninger og gruppeopgaver.
Kursets varighed	13-uger
Eksamensplacering	Særlig dag
Evalueringsform	Skriftlig eksamen Skriftlig eksamen (100%).
Eksamensvarighed	Skriftlig eksamen: 4 timer
Hjælpemidler	Alle hjælpemidler er tilladt : Ingen internetadgang.
Bedømmelsesform	7-trins skala , intern bedømmelse
Pointspærring	10018/10020/10022/10024/10026/10028/10033/10050
Kursusansvarlig	Carsten Knudsen , Lyngby Campus, Bygning 307, Tlf. (+45) 4525 3105 , Carsten.Knudsen@fysik.dtu.dk
Institut	10 Institut for Fysik
Tilmelding	I studieplanlæggeren

# Eksamen

24/5 2024

01915, 01920, 10018, 10020, 10022,  
10024, 10050, 10054, 10060, 10063, 10916,  
10935, 01001 (reeksamen), 01003  
(reeksamen), 01005 (reeksamen  
vinterversion), 01006 (reeksamen  
vinterversion), 01015 (reeksamen  
vinterversion), 01016 (reeksamen  
vinterversion)

24/6 2024



# Typisk ugeorløb

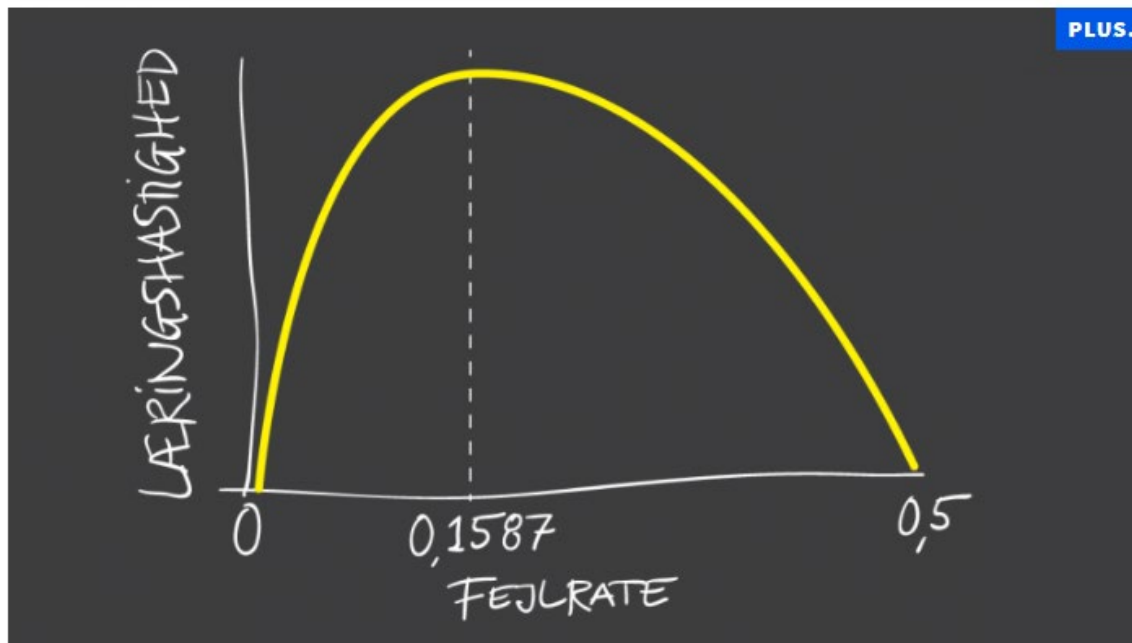
- 1) Læs kapitel i noter (visse kapitler stækker sig over to uger).
- 2) Studér eksempelfil i Maple.
- 3) Deltag i forelæsning.
- 4) Deltag i grupperegning.
- 5) Regn flere opgaver og repetér tidligere stof.

# Læring er i centrum – ikke karakterer

- 1) Man lærer når man er aktiv.
- 2) Hvis man læser løsninger kan man blive god til at læse/forstå løsninger.
- 3) Hvis man arbejder i grupper kan man blive god til gruppearbejde.
- 4) Man skal løbende prøve at regne opgaver selv.

Ingeniøren 17/1-2019

## Kunsten at fejle optimalt



Folk, der aldrig laver fejl – eller laver for mange fejl – lærer aldrig noget nyt. I en idealiseret situation kan den optimale fejlrate bestemmes til at være tæt på 15 procent. (Illustration: Nanna Skytte / Ingeniøren)

Forskere har sat tal på, hvor mange fejl man bør lave i læringssituationer.

Af [Jens Ramskov](#) 17. jan 2019 kl. 19:00 [0](#)

# Forudsætninger

Vi anvender en del emner fra Matematik 1:

Lineær algebra

Homogene ligningssystemer

Partielle afledede, gradienter

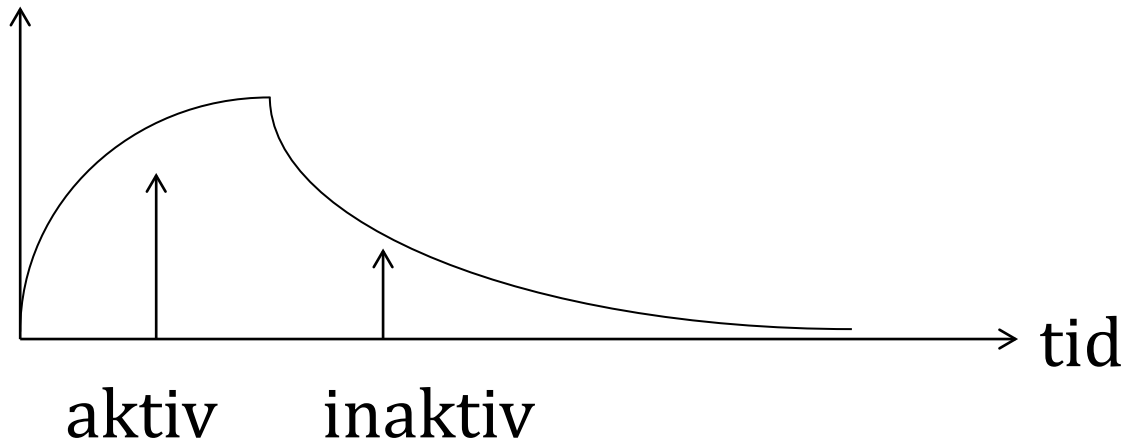
Differentialligninger

Vi anvender i udstrakt grad Maple

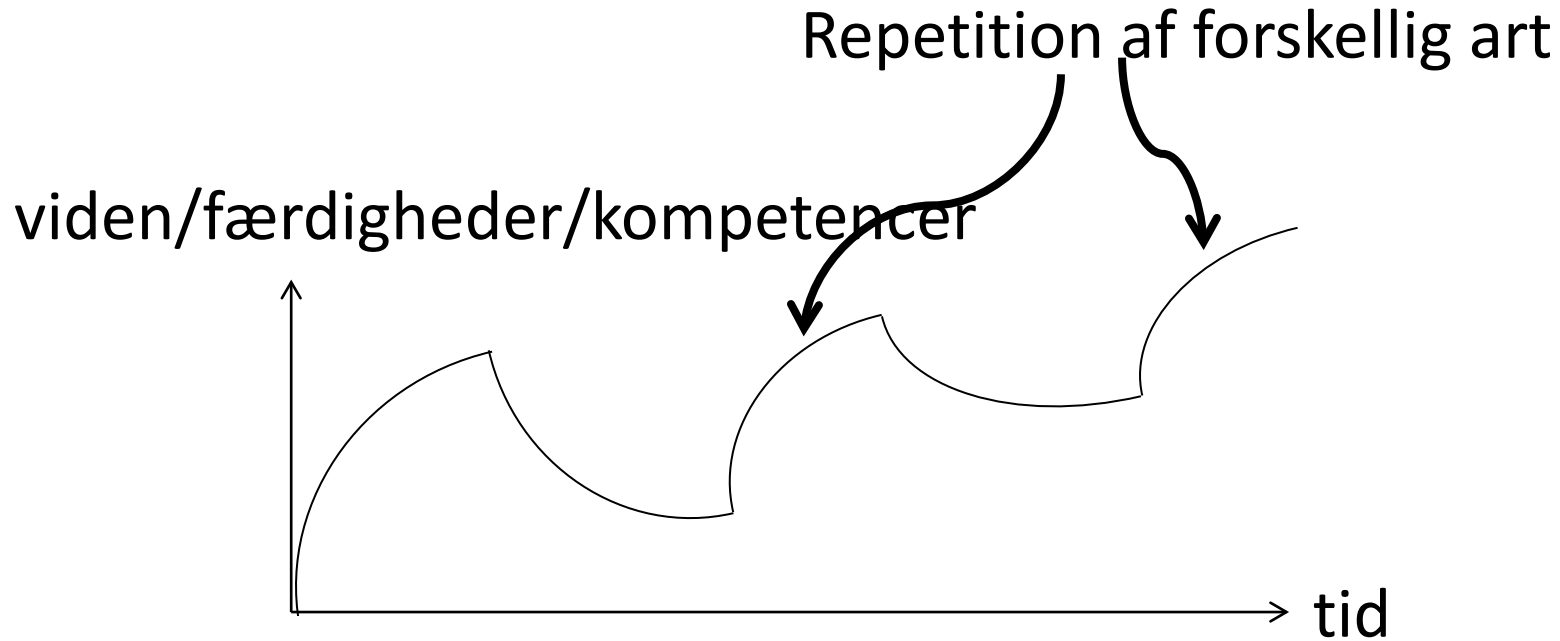
Man skal forstå hvad koden gør, så man kan tilpasse den.

# Læring – tidsforbrug og udbytte

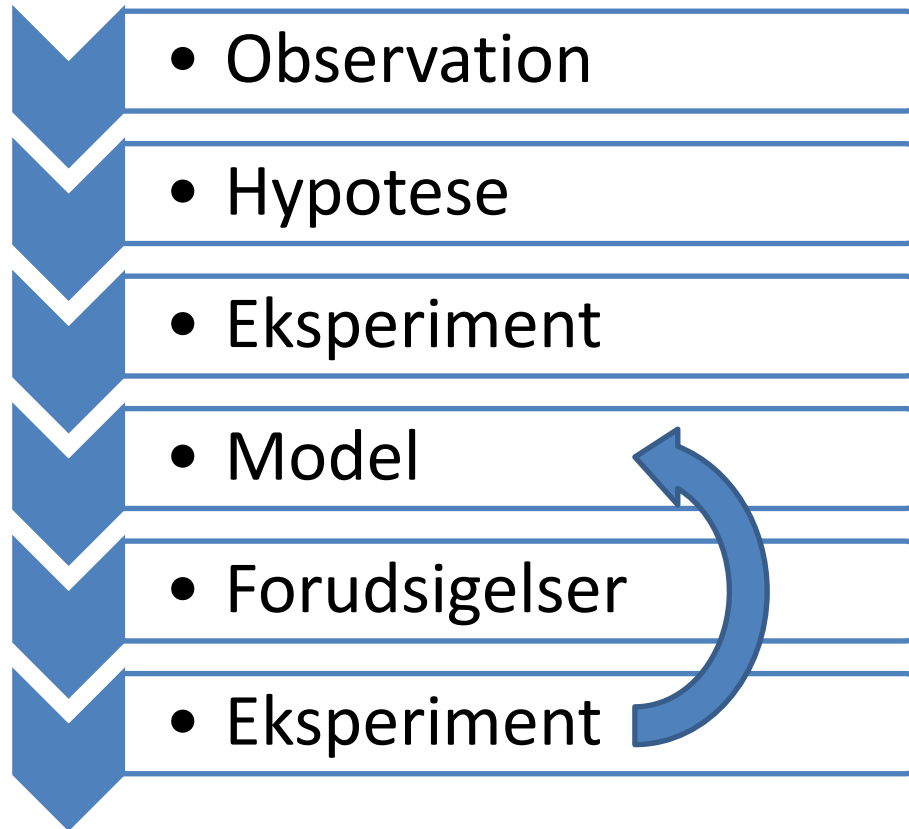
viden/færdigheder/kompetencer



# Repetition



# Videnskabelig metode



# Videnskabelig metode

*The scientific method is basically a plan that scientists follow while performing scientific experiments and writing up the results. It allows experiments to be duplicated and results to be communicated uniformly. Here's the general process of the scientific method:*

- 1. First, make observations and come up with questions.**
- 2. Then form a hypothesis.**
- 3. Next, make predictions and design experiments to test the idea(s).**
- 4. Test the idea(s) through experimentation.**
- 5. Then make conclusions about the findings.**
- 6. Finally, communicate the conclusions with other scientists.**

Fra: Biology for Dummies, 2. udgave, R.F. Kratz og D. R. Siegfried, Wiley.



# Videnskabelig metode

- ✓ **Experimental variables:** The factor you want to test is an *experimental variable* (also called an *independent variable*).
- ✓ **Responding variables:** The factor you measure is the *responding variable* (also called a *dependent variable*).
- ✓ **Controlled variables:** Any factors that you want to remain the same between the treatments in your experiment are *controlled variables*.

**Responding variables=F(Experimental variables, Controlled variables)**

Fra: Biology for Dummies, 2. udgave, R.F. Kratz og D. R. Siegfried, Wiley.

# Spørgsmål

1. Hvordan laver man en model?
2. Hvordan simplificerer man en model?
3. Hvordan undersøger man en model?
4. Hvordan finder man de vigtigste parametre i en model?
5. Hvordan finder man den vigtigste parameter i en model?
6. Hvordan beskriver man et fænomen med en model?
7. Hvordan planlægger/udfører man et eksperiment?
8. Hvordan regner man med usikkerhed i modeller?

# Hvordan simplificeres modeller?

$$\frac{dR}{dt} = aR - bRF$$

$$\frac{dF}{dt} = -cF + dRF$$

$$\frac{dr}{d\tau} = r(1 - f)$$

$$\frac{df}{d\tau} = f(r - \alpha)$$

Hvordan kommer vi fra  $R$  og  $F$  til  $r$  og  $f$ ?

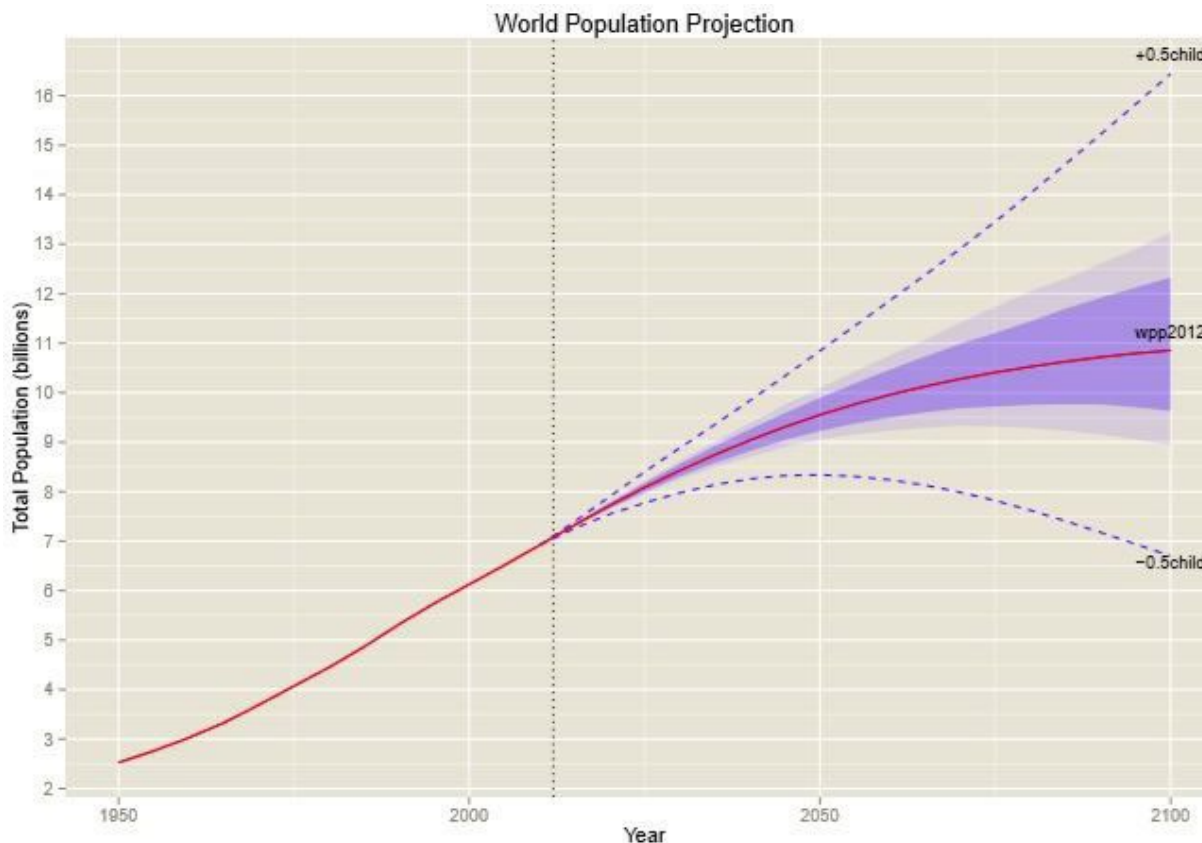
Hvordan kommer vi fra  $t$  til  $\tau$ ?

Hvordan kommer vi fra  $a, b, c, d$  til  $\alpha$ ?

# Hvordan håndteres usikkerhed i modeller?

Hvordan håndterer vi usikkerhed på startbetingelserne?

Hvordan håndterer vi usikkerhed på parametrene?



# Eksempel på et fysisk fænomen



1. Når en bil kører på en vej dækket af vand, kan dækkene miste kontakten med vejbanen hvis den kører hurtigere end en vis kritisk hastighed. Dette fænomen kaldes for akvaplaning.
2. Den kritiske hastighed kan tænkes at afhænge af trykket i dækkene, vandets densitet samt tyngdeaccelerationen. Tryk er defineret som kraft per areal.
3.  $v = f(p, \rho, g)$  - men hvordan ser funktionen,  $f(p, \rho, g)$ , ud?

# Dimensioner og enheder

Masse	kg
Længde	m
Tid	s
Kraft	N
Energi	J
Effekt	W

# Dimensioner og enheder

## Supernøjagtig måling af Plancks konstant baner vejen for ny definition af kilogram

Med en ny udgave af en såkaldt watt-vægt vil det være muligt at lave en ny definition af kilogram, som ikke er baseret på en fysisk genstand. Definitionsspørgsmålet skal diskuteres igen på en konference i 2018.

Af [Jens Ramskov](#) 5. jul 2016 kl. 14:38



Gennem mange år har man diskuteret en ny definition af enheden kilogram, så den ikke længere skal være defineret i forhold til en fysisk genstand.

Forskere fra National Institute of Standards and Technology (NIST) i USA har nu vist, at de med en såkaldt watt-vægt kan måle Plancks konstant med en nøjagtighed på  $34 \times 10^{-9}$ .

De forventer inden for det kommende år at kunne halvere denne usikkerhed. Dermed har de et målesystem, der vil kunne gøre det muligt at lave en ny definition af kilogram.

### Plancks konstant eller Avogadros konstant



**DU ER I HØJ KURS.  
SÆT DEN HOS OS.**

*Fokus på ingeniør, teknik- og IT-jobs.  
INTET ANDET.*



# Dimensioner og enheder





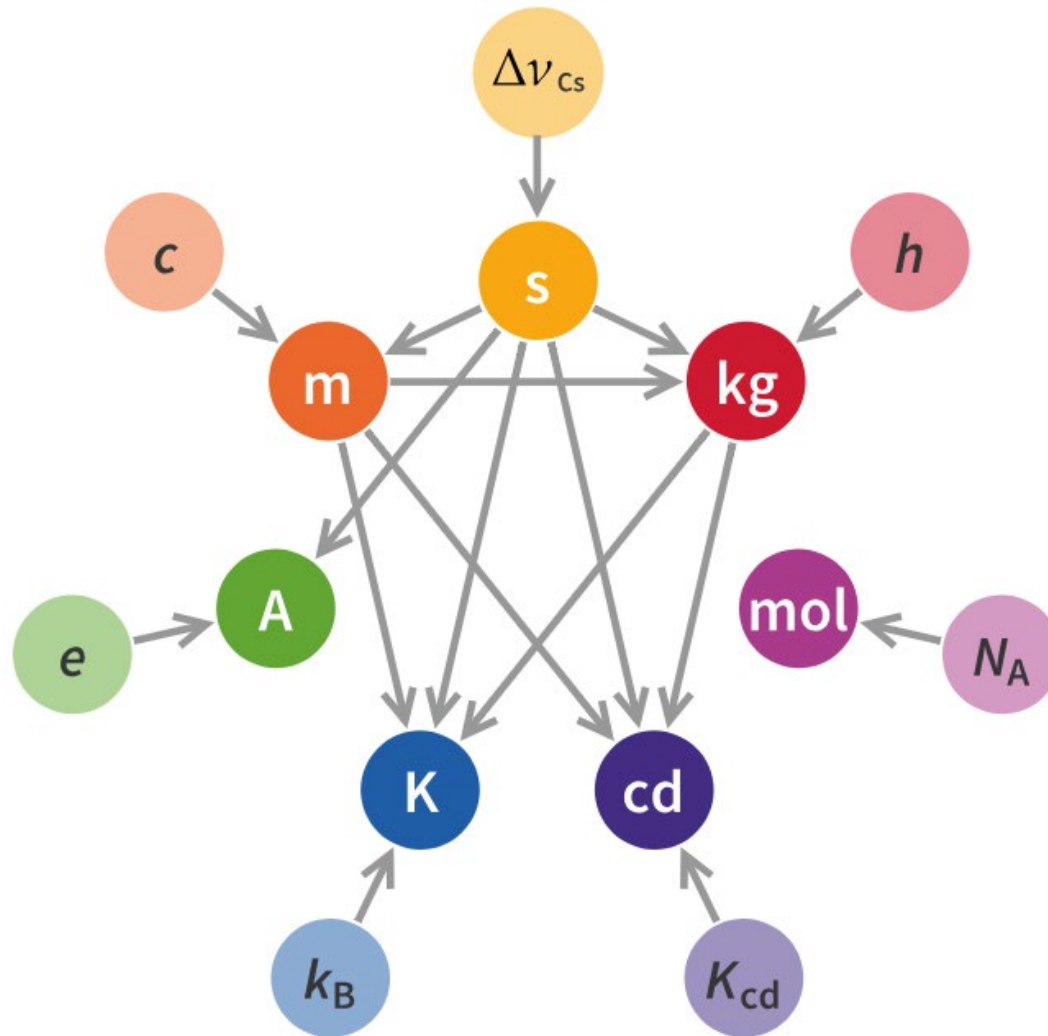
# Dimensioner og grundenheder

Masse	kg	$[Masse]=M$
Længde	m	$[Længde]=L$
Tid	s	$[Tid]=T$

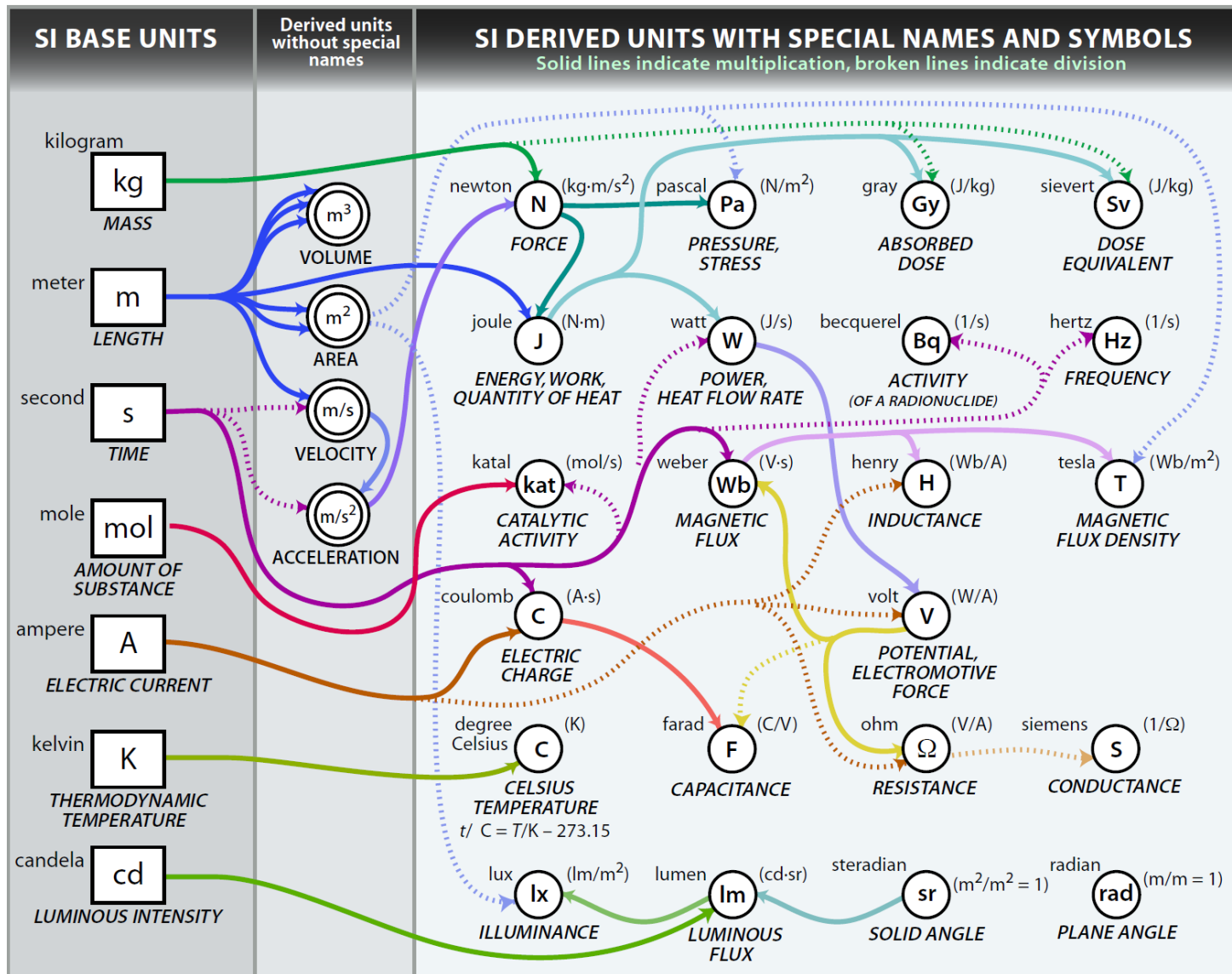
# Dimensioner og grundenheder

Masse	kg	$[Masse]=M$
Længde	m	$[Længde]=L$
Tid	s	$[Tid]=T$
Elektrisk strøm	A	$[El.str.]=A$
Temperatur	K	$[Temp.]=\Theta$
Stofmængde	mol	$[Stof.]=n$
Lysintensitet	cd	$[Lys.]=C$

# SI enhederne



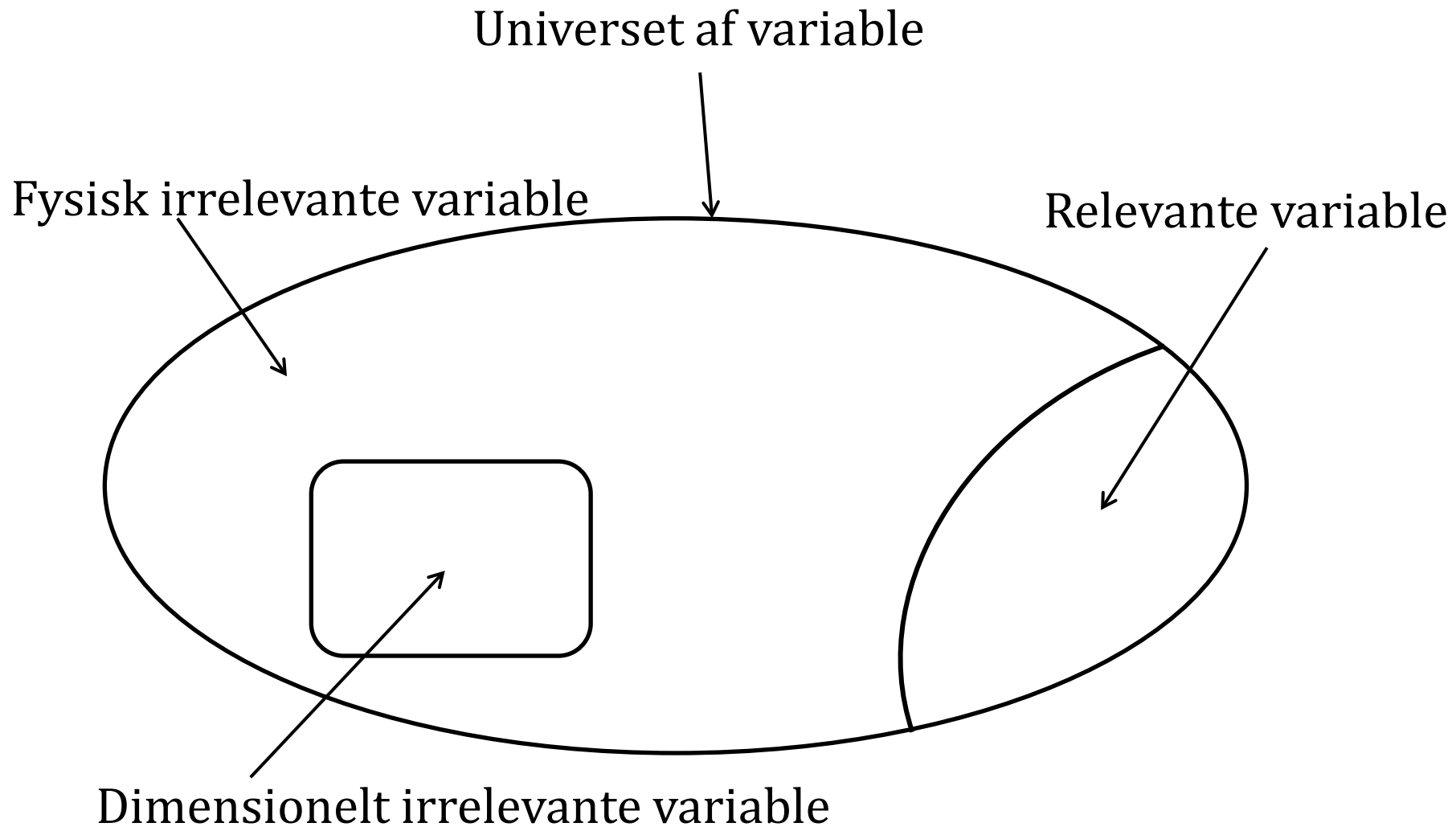
# SI enhederne



# Enheder udtrykt ved grundenheder

Længde	m	$[Længde]=L$
Tid	s	$[Tid]=T$
Masse	kg	$[Masse]=M$
Kraft	N	$[F]=[ma]=MLT^{-2}$
Energi	J	$[W]=[Fs]=ML^2T^{-2}$
Effekt	W	$[P]=[W/t]=ML^2T^{-3}$

# Relevans af variable for et fænomen



# Dimensionel homogenitet

En ligning giver kun mening hvis dimensionerne passer

$A+B$  giver kun mening hvis A og B har samme enheder

$A-B$  giver kun mening hvis A og B har samme enheder

$\sin(A)$  giver kun mening hvis A er dimensionsløs

Kun produkter/divisioner og potenser giver nye enheder

I nedenstående ligning er en af eksponenterne til længden,  $x$ , forkert. Hvilken?

$$\int x^2 \sin(a \cdot x) dx = \frac{\overset{\text{A}}{2x}}{a^2} \sin(a \cdot x) + \frac{\overset{\text{B}}{2x}}{a^3} \cos(a \cdot x) - \frac{\overset{\text{C}}{x^2}}{a} \cos(a \cdot x)$$

✓  
A  
B  
C


**17.17.3.**  $\int x^2 \sin ax \, dx = \frac{2x}{a^2} \sin ax + \left( \frac{2}{a^3} - \frac{x^2}{a} \right) \cos ax$

Fra: Schaum's Outline Mathematical Handbook of Formulas and Tables



# Dimensionsmatricen ( $A$ )

Betragt et fænomen med den afhængige variabel  $v$  (fart) og de uafhængige variable  $F$ ,  $x$  og  $m$  (kraft, strækning og masse).



	$v$	$F$	$x$	$m$
L	1	1	1	0
M	0	1	0	1
T	-1	-2	0	0

# Dimensionsløse parametre



1. Når en bil kører på en vej dækket af vand, kan dækkene miste kontakten med vejbanen hvis den kører hurtigere end en vis kritisk hastighed. Dette fænomen kaldes for akvaplaning.
2. Den kritiske hastighed tænkes at afhænge af trykket i dækkene, vandets densitet samt tyngdeaccelerationen. Tryk er defineret som kraft per areal.
3.  $v = f(p, \rho, g)$  - men hvordan ser funktionen,  $f(p, \rho, g)$ , ud?
4. Dimensionsløse parametre er monomier af formen  $\pi = v^a p^b \rho^c g^d$

# Buckingham's sætning

- Betragt et fysisk fænomen
- Der optræder  $n$  variable
- Den fysiske lov har formen  $F(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$
- Opstil dimensionsmatricen  $A$  for systemet
- Der er  $n - \text{rang}(A)$  dimensionsløse parametre  $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n - \text{rang}(A)}$
- Den fysiske lov kan formuleres som  $f(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n - \text{rang}(A)}) = 0$
- I dag ser vi kun på problemer med én dimensionsløs parameter

# Løsning af ligninger fra Buckingham's sætning


$$f(\pi_1) = 0 \quad \Rightarrow \pi_1 = k$$

$$f(\pi_1, \pi_2) = 0 \quad \Rightarrow \pi_1 = h(\pi_2)$$

$$f(\pi_1, \pi_2, \pi_3) = 0 \Rightarrow \pi_1 = g(\pi_2, \pi_3)$$


Hvor mange dimensionsløse parametre er der?

	$x$	$y$	$z$	$u$
L	1	1	1	0
M	0	1	0	1
T	-1	-2	0	0

-  A 0  
B 1  
C 2  
D 3

Hvor mange dimensionsløse parametre er der?

	$p$	$V$	$n$	$R$	$T$
M	1	0	0	1	0
L	-1	3	0	2	0
T	-2	0	0	-2	0
$\Theta$	0	0	0	-1	1
$n$	0	0	1	-1	0

-  A 0  
B 1  
C 2  
D 3

# Dimensionsløse parametre

$$\pi = v^a p^b \rho^c g^d$$

# Dimensionsløse parametre

$$\pi = v^a p^b \rho^c g^d$$

	$v$	$p$	$\rho$	$g$
M	0	1	1	0
L	1	-1	-3	1
T	-1	-2	0	-2

$$[\pi] = [v^a p^b \rho^c g^d]$$

$$1 = (\text{LT}^{-1})^a (\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2})^b (\text{ML}^{-3})^c (\text{LT}^{-2})^d$$

$$1 = \text{L}^a \text{T}^{-a} \text{M}^b \text{L}^{-b} \text{T}^{-2b} \text{M}^c \text{L}^{-3c} \text{L}^d \text{T}^{-2d}$$

$$1 = \text{M}^{b+c} \text{L}^{a-b-3c+d} \text{T}^{-a-2b-2d}$$

$$b + c = 0$$

$$a - b - 3c + d = 0$$

$$-a - 2b - 2d = 0$$



# Dimensionsløse parametre

$$b + c = 0$$

$$a - b - 3c + d = 0$$

$$-a - 2b - 2d = 0$$

har uendelig mange løsninger

$a = 1$  er den afhængige variabel

$$b + c = 0$$

$$1 - b - 3c + d = 0$$

$$-1 - 2b - 2d = 0$$

Indsæt  $c = -b$

$$1 - b + 3b + d = 0$$

$$-1 - 2b - 2d = 0$$

$$2b + d = -1$$

$$-2b - 2d = 1$$

har en unik løsning

$$d = 0, b = -\frac{1}{2}, c = \frac{1}{2}$$

# Dimensionsløse parametre

$$\pi = v \sqrt{\frac{\rho}{p}}$$

$$f\left(v \sqrt{\frac{\rho}{p}}\right) = 0$$

$$v \sqrt{\frac{\rho}{p}} = k$$

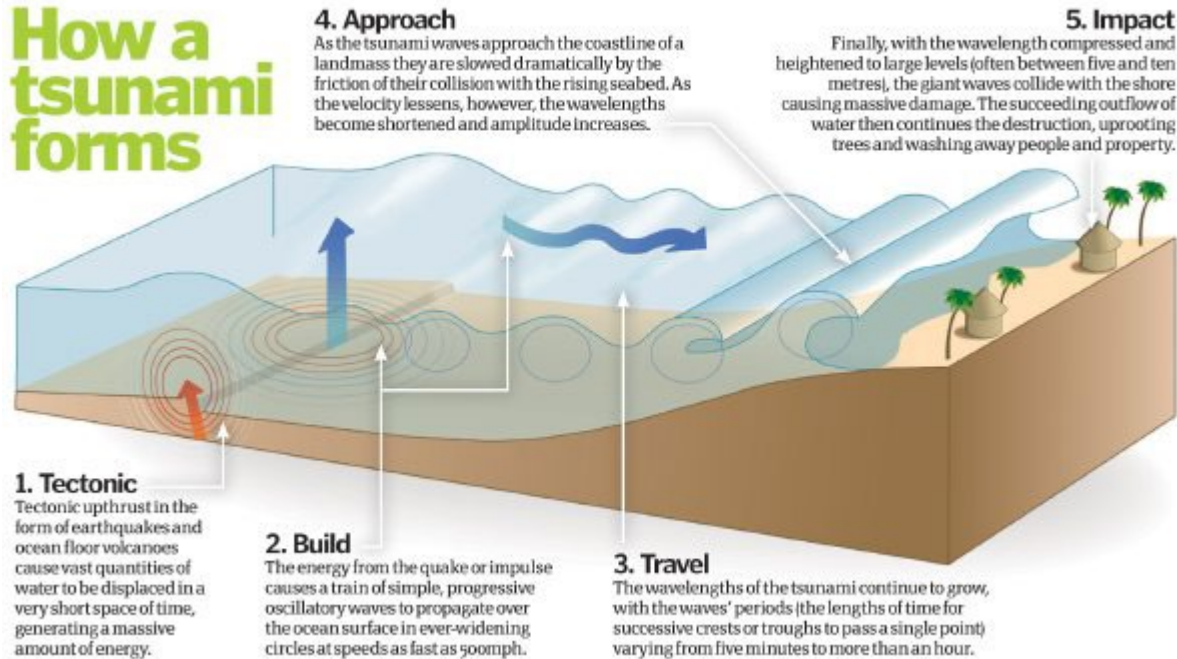
$$v = k \sqrt{\frac{p}{\rho}}$$

Hvad kan vi lære af resultatet:

- 1)  $v$  afhænger ikke af  $g$  (akvaplaning er ens på Jorden/Månen)
- 2)  $v$  er proportional med  $\sqrt{p}$
- 3)  $v$  er omvendt proportional med  $\sqrt{\rho}$
- 4) ét enkelt eksperiment fastlægger sammenhængen (bestemmer værdien af  $k$ )

# Tsunamier

## How a tsunami forms



<http://www.hinchingbrookeschool.co.uk/geography/GCSERestlessEarth8.html>

# Tsunamier - udbredelseshastighed

Grundtvandsbølger afhænger kun af havdybden og tyngdeaccelerationen.

$$v = f(g, h)$$

	$v$	$g$	$h$
L	1	1	1
T	-1	-2	0

$$\pi = v^a g^b h^c$$

Sæt  $a = 1$  da hastigheden er den afhængige variabel

$$\pi = \frac{v}{\sqrt{gh}}$$

$$v = k\sqrt{gh}$$

# Tsunamier - udbredelseshastighed

$$v = k\sqrt{gh}$$

$$k = 1 \text{ (antagelse, kan give størrelsesordenen)}$$

$$h = 4000 \text{ m}$$

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2$$

$$v \cong 200 \text{ m/s}$$

# Eksempel på et økonomisk fænomen

Hvor mange supermarkeder er der plads til?

**Samfund** 29. jan. 2016 - kl. 08:34

23 Kommentarer 30 f Del Del Mail

## Rema 1000 vil åbne 130 nye butikker i Danmark

Norske Rema 1000 øger ambitionen om flere danske butikker. Samtidig åbner også Netto flere butikker herhjemme.

Af: **Ritzau /Nyheder**



Foto: Kenneth Meyer

**BT** Få e-avisen og fuld adgang til BT.dk for kun 49 kr. i en måned

SPORT BT PLUS MERE Q

KONTAKT OS BT SHOP KBB ABBONNEMENT LOG I

FØDEVARER 24. JAN. 2018 - 20.41

## Fastfood-kæde vil være Danmarks største: Målet er 100 restauranter

### Flere end 100 restauranter i Danmark.

Det er målet for pizza-kæden Domino's Pizza, der dermed vil blive landets største fastfood-kæde.

I det netop præsenterede årsregnskab skriver selskabet bag pizzakæden, der har hovedsæde i Roskilde, at omsætningen er steget fra 72,9 millioner kroner til 91,6 millioner.

# Økonomiske variable

Følgende variable er relevante for fænomenet.

Supermarkedstæthed	$\rho_s$	
Populationstæthed	$\rho_p$	
Grænseforbrug	$q$	(er det forbrug der skal til for at holde et supermarked i live)
Forbrugsrate	$\sigma$	

# Økonomiske variable og dimensioner

Supermarkedstæthed	$\rho_s$	$n_s/\text{m}^2$
Populationstæthed	$\rho_p$	$n_p/\text{m}^2$
Grænseforbrug	$q$	$\$/(\text{n}_s \cdot \text{d})$
Forbrugsrate	$\sigma$	$\$/(\text{n}_p \cdot \text{d})$



# Økonomisk dimensionsmatrix

Supermarkedstæthed

$\rho_s$        $n_s/m^2$

Populationstæthed

$\rho_p$        $n_p/m^2$

Grænseforbrug

$q$        $\$/ (n_s \cdot d)$

Forbrugsrate

$\sigma$        $\$/ (n_p \cdot d)$

$$A = \begin{pmatrix} & \rho_s & q & \rho_p & \sigma \\ n_p & 0 & 0 & 1 & -1 \\ n_s & 1 & -1 & 0 & 0 \\ \$ & 0 & 1 & 0 & 1 \\ m & -2 & 0 & -2 & 0 \\ d & 0 & -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

# Økonomisk dimensionsmatrix

Supermarkedstæthed	$\rho_s$	$n_s/m^2$
Populationstæthed	$\rho_p$	$n_p/m^2$
Grænseforbrug	$q$	$\$/ (n_s \cdot d)$
Forbrugsrate	$\sigma$	$\$/ (n_p \cdot d)$

$$A = \begin{pmatrix} & \rho_s & q & \rho_p & \sigma \\ n_p & 0 & 0 & 1 & -1 \\ n_s & 1 & -1 & 0 & 0 \\ \$ & 0 & 1 & 0 & 1 \\ m & -2 & 0 & -2 & 0 \\ d & 0 & -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Matricen har rang 3, så der er kun én dimensionsløs parameter.

$$\pi = \rho_s^a q^b \rho_p^c \sigma^d$$

# Økonomisk dimensionsmatrix

Supermarkedstæthed	$\rho_s$	$n_s/m^2$
Populationstæthed	$\rho_p$	$n_p/m^2$
Grænseforbrug	$q$	$\$/ (n_s \cdot d)$
Forbrugsrate	$\sigma$	$\$/ (n_p \cdot d)$

$$A = \begin{pmatrix} & \rho_s & q & \rho_p & \sigma \\ n_p & 0 & 0 & 1 & -1 \\ n_s & 1 & -1 & 0 & 0 \\ \$ & 0 & 1 & 0 & 1 \\ m & -2 & 0 & -2 & 0 \\ d & 0 & -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\pi = \rho_s^a q^b \rho_p^c \sigma^d$$

$$c - d = 0, \quad a - b = 0, \quad b + d = 0, \quad -2a - 2c = 0, \quad -b - d = 0$$

Vi sætter  $a = 1$  da supermarkedstætheden er den afhængige variabel.

$$a = 1, \quad b = 1, \quad c = -1, \quad d = -1$$

Den dimensionsløse parameter bliver:

$$\pi = \frac{\rho_s q}{\rho_p \sigma}$$

# Økonomisk dimensionsmatrix

Supermarkedstæthed	$\rho_s$	$n_s/m^2$
Populationstæthed	$\rho_p$	$n_p/m^2$
Grænseforbrug	$q$	$\$/ (n_s \cdot d)$
Forbrugsrate	$\sigma$	$\$/ (n_p \cdot d)$

$$A = \begin{pmatrix} & \rho_s & q & \rho_p & \sigma \\ n_p & 0 & 0 & 1 & -1 \\ n_s & 1 & -1 & 0 & 0 \\ \$ & 0 & 1 & 0 & 1 \\ m & -2 & 0 & -2 & 0 \\ d & 0 & -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Den dimensionsløse parameter bliver:  $\pi = \frac{\rho_s q}{\rho_p \sigma}$

Buckingham's sætning giver:  $f\left(\frac{\rho_s q}{\rho_p \sigma}\right) = 0$ , løses denne ligning fås

$$\frac{\rho_s q}{\rho_p \sigma} = k \text{ eller}$$

$$\rho_s = k \frac{\rho_p \sigma}{q} \text{ (konstanten er } k = 1)$$