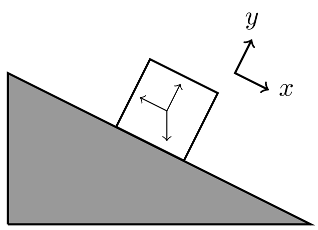
16. Mekanik

Hvor kinematikken beskæftiger sig med at beskrive bevægelse, behandler mekanikken måden hvorpå vekselvirkninger mellem legemer påvirker bevægelse.

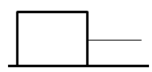
Det mest grundlæggende begreb her er kraftbegrebet, som de flest har en intuitiv fornemmelse for. En kraft vil ofte blive beskrevet som fx et skub eller et træk. Vi vil kun beskæftige os med to typer af kræfter. Den en er tyngdekraften, der virker over en afstand, den anden type er kontaktkræfter, såsom normalkræfter og friktionskræfter. Den sidstnævnte type kræver altid at der er kontakt mellem to legemer for at den medtages. Kræfter måles i enheden newton, forkortet N.

Et af hovedmålene er at kunne konstruere kraftdiagrammer for simple systemer som vist i figuren.



Figuren viser en klods på et skråplan med indtegnet koordinatsystem og kraftdiagram med tyngdekraft, normalkraft og friktionskraft.

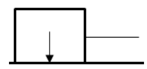
16.1. Specielle kræfter



Figuren viser den fysiske situation.

I dette afsnit vil vi gennemgå de vigtigste typer af kræfter som vi kommer til at arbejde med, herunder hvad de skyldes, hvor de angriber og hvordan man bestemmer dem. Vi vil i første omgang komme ind på de fire vigtigste kræfter i grundlæggende mekanik, nemlig tyngdekraften, normalkræfter, friktionskræfter samt snorkræfter. Vi vil vise kræfterne i et gennemgående eksempel som vi vil samle op på i afsnittet om kraftdiagrammer (afsnit 16.4). Eksemplet er er kasse der trækkes hen over en ru overflade af en vandret kraft. I eksemplet indgår præcis de fire krafttyper der er nævnt ovenfor. I det senere afnit 16.2 kommer vi ind på et par andre ofte brugte kræfter.

16.1.1 Tyngdekraften



Figuren viser tyngdekraften på en kasse.

Tyngdekraften på et legeme skyldes legemets vekselvirking med Jorden. Tyngdekraften kan ikke undgås så den påvirker alle legemer. Kraften påvirker legemet i dets massemidtpunkt (for homogene legemer er massemidtpunktet placeret i det geometriske center). Retningen af tyngdekraften er mod Jordens centrum. Hvis ikke andet er angivet eller beskrevet antager man som regel at tyngdekraften peger ned ad på en tegning.

Er legemet tæt på Jordens overflade beregnes tyngdekraften som

$$\vec{F}_{\text{tyngde}} = m\vec{g} \tag{704}$$

hvor m er legemets masse og $\vec{g}$ er tyngdeaccelerationen. Tyngdeaccelerationen er den acceleration et legemes ved Jordens overflade vil mærke i et frit fald (hvor vi ser bort fra luftmodstand). I Danmark er tyngdeaccelerationen næsten konstant, vi kan benytte værdien

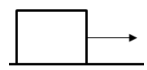
$$g = 9.81 \text{ m/s}^2 \tag{705}$$

men også $g = 9.80 \text{ m/s}^2$ eller $g = 9.82 \text{ m/s}^2$ er acceptable. Afvigelsen mellem værdierne ligger af størrelsesordenen én promille, og det vil normalt ikke have noget betydning hvilken værdi der bruges. Da vi som regel ikke regner vektorielt benytter vi normalt ligningen

$$F_{\text{tyngde}} = mg \tag{706}$$

til bestemmelse af tyngdekraften. Tyngdekraften er ofte en kendt størrelse i opgaver. På engelsk kaldes tyngdekraften for weight og betegnes med w, en betegnelse vi også vil anvende.

16.1.2 Snorkræfter



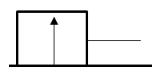
Figuren viser snorkraften/trækkraften.

Snorkræfter kommer fra snore forbundet til legemer eller mellem legemer. Snore har den vigtige egenskab at de kun kan trække i legemer i den retning snoren har. Snore antages normalt at være masseløse og fleksible. Snorkræfter betegnes ofte med S, i engelsksproget litteratur benyttes T, for tension eller på danske spænding, ofte. Hvis en fx vandret snor forbinder to legemer vil snorkræfterne, der hvor systemet deles, påvirke legemerne med lige store og modsat rettede kræfter.

Snorkræfter er som regel, ligesom andre kontaktkræfter, ukendte størrelser i opgaver.

16.1.3 Normalkræfter

Normalkræfter er kontaktkræfter mellem et legeme og en overflade, fx et bord, et gulv, et skråplan, en væg eller et loft. Normalkraften har retning vinkelret væk fra overfladen. Normalkraften betegnes med $\vec{n}$, eller blot n når vi regner skalært. Bemærk, at det er normalt at placere normalkraften i midten, men da den der kan kollidere med tyngdekraften flyttes den ofte lidt, men ikke for meget, til siden.



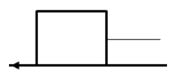
Figuren viser normalkraften fra underlagt der påvirker kassen.

Når normalkraften nærmer sig nul, kan det betyde at kontakten mellem legemerne er ved at ophøre.

Normalkræfter er som regel ukendte størrelser i opgaver.

16.1.4 Friktionskræfter

Friktionskræfter mellem et legeme og en overflade, evt. overfladen af et andet legeme, forsøger at bremse den relative bevægelse mellem legemerne. Er der kontakt mellem et legeme og en overflade kan der udover en normalkraft også være en friktionskraft. Hvor normalkraften peger væk fra overfladen så ligger friktionskraften i samme plan som overfladen, eller som tangent til denne hvis overfladen er krum. Vi skelner mellem to typer af friktion, kinematisk og statisk. Hvis der er relativ bevægelse mellem legemet og overfladen taler vi om en kinematisk friktionskraft, som en opbremsning hvor hjulene er blokerede. I figuren er vist et eksempel på en kinematisk friktionskraft. Bemærkt at kraften er tegnet i kontaktområdet mellem kasse og under, hvor den virker.



Figuren viser den kinematiske friktionskraft fra underlaget der påvirker kassen.

Den kinematiske friktionskraft, f_{k}, kan bestemmes udfra normalkraften samme sted og den såkaldte kinematiske friktionskoefficient, μ_{k}.

$$f_{\mathsf{k}} = \mu_{\mathsf{k}} n \tag{707}$$

Bemærk, at den kinematiske friktionskoefficient er dimensionsløs.

Når der ikke er nogen bevægelse mellem legemet og overfladen, som når en klods ligger i hvile på et skråplan eller et hjul ruller ned ad et skråplan, er der en statisk friktionskraft. Den statiske friktion er mere kompliceret end den kinematiske friktion idet der ikke findes et direkte udtryk for den. Der findes derimod en ulighed som den statiske friktion må opfylde.

$$f_{\mathsf{s}} \leq \mu_{\mathsf{s}} n \tag{708}$$

Den statiske friktionskoefficient er, ligesom den kinematiske friktionskoefficient, dimensionsløs. Viser beregninger at uligheden for den statiske friktionskraft ikke er opfyldt betyder det at der ikke kan leveres tilstrækkelig statisk friktion og antagelsen om at der er statisk friktion må forkastes. I stedet må man se på relativ bevægelse mellem overfladerne og kinematisk friktion. Den statiske friktion er som regel en ukendt der skal bestemmes. I modsætning til de fleste andre kræfter er det normalt at det ikke er muligt at bestemme retningen af den statiske friktionskraft, det er derfor ofte nødvendigt at gætte retningen, dette påvirker dog ikke muligheden for at bestemme størrelsen af kraften korrekt.

I nogle tilfælde kan vi dog antage at der findes en ligning for den statiske friktion på formen

$$f_{\mathsf{s}} = \mu_{\mathsf{s}} n \tag{709}$$

Det er i situationer hvor vi får oplyst at to overfladerne er på grænsen til at glide i forhold til hinanden. Dette repræsenterer en overgang mellem statisk og kinematisk friktion og her er der maksimal statisk friktion mellem overfladerne.

16.2. Andre kræfter

En fjeder kan påvirke et legeme med en fjederkraft . For små forlængelser og sammenpresninger afhænger fjederkraften lineært af forlængelsen/-forkortelsen

$$f_{\mathsf{fjeder}} = k\left(x - x_0\right) = k\Delta x \tag{710}$$

Denne sammenhæng kaldes ofte for Hookes lov. Konstanten, k, kaldes for fjederkonstanten og ses at have enhed $[k] = \mathsf{N/m}$. Hvis en fjeder er strukket vil den trække i legemet, hvis den er sammenpresset vil den skubbe til legemet.

Luftmodstand skyldes kontakt mellem et legeme og den fluid, dvs. gas eller væske, den bevæger sig gennem. Retningen af luftmodstanden på et legeme er modsat den relative hastighed og størrelsen af kraften er givet ved udtrykket

$$f_{\text{luft}} = \frac{1}{2}\rho A c v^2 \tag{711}$$

hvor ρ er densiteten af luft, A er legemets tværsnitsareal som set fra luften, og v er hastigheden af legemet i forhold til luften.

Geometri	c
Kugle	0.47
Halvkugle, kugledel fremad	0.41
Kegle	0.50
Kasse	1.05

Tabel over luftmodstandskoefficienten c. Værdier fra wikipedia.org - Drag coefficient.

I nogle situationer sætter vi konstanterne til en ny konstant

$$f_{\text{luft}} = k_2 v^2 \tag{712}$$

I nogle tilfælde, typisk ved lav hastighed kan man bruge en lineær form, dette kunne fx være en partikel der bevæger sig gennem en viskøs væske med lav hastighed

$$f_{\text{luft}} = k_1 v \tag{713}$$

Den sidste kraft vi vil nævne her er opdrift, der er en kraft der påvirker et legeme der befinder sig i en fluid, dvs. gas eller væske. I gasser vil opdriften ofte være meget lille hvor den i væsker kan være betydelig. Opdriften på et legeme nedsænket i en væske afhænger af væskens densitet, ρ, rumfanget af legemet, V, samt tyngdeaccelerationen, g.

$$f_{\text{opdrift}} = \rho V g \tag{714}$$

I opgaver forekommer ofte formulering som "kassen påvirkes af en konstant, vandret kraft, F". I disse tilfælde skal man ikke bekymre sig om hvordan kraften opstår.

16.3. Superpositionsprincippet for kræfter

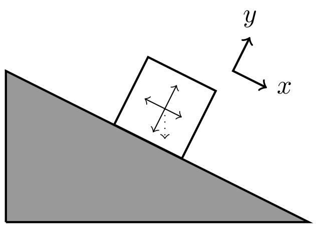
Hvis et legeme vekselvirker med flere andre legemer, påvirkes legemet af flere kræfter. Superpositionsprincippet for kræfter siger at legemet påvirkes på samme måde hvad enten det påvirkes af de nævnte kræfter eller af en enkelt kraft der fremkommer som vektorsummen af alle kræfterne.

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n = \vec{F} \tag{715}$$

I praksis betyder det, at en kraft kan deles op i komposanter for at lette analysen. Som eksempel kan tyngdekraften opløses i to komposanter der peger i de valgte aksers retning som det

$$m\vec{g} = w_x\vec{e}_x + w_y\vec{e}_y \tag{716}$$

ses i figuren herunder. Bemærk at den oprindelige tyngdekraft er tegnet



Figuren viser en klods på et skråplan med indtegnet koordinatsystem og kraftdiagram med tyngdekraft delt op i to komposanter, normalkraft og friktionskraft.

stiplet så den ikke forveksles med de nu virkende kræfter, det er dog bedst at udelade den helt.

16.4. Kraftdiagrammer

Et kraftdiagram giver et overblik over de kræfter der påvirker et givet legeme. Kraftdiagrammer er relativt præcise modeller af mekaniske systemer og bruges når vi ønsker at bestemme et legemes bevægelse samt ukendte kræfter der påvirker legemet. For at skitsere et kraftdiagram skal vi første og fremmest vælge hvilket system vi betragter. En opdeling i delsystemer er derfor det første man foretager sig. Når vi har valgt et legeme tegner vi legemet med den geometri det nu har, detaljer i legemegets udseende udelades. Følgende punkter indgår i konstruktionen af et kraftdiagram, vi vil kommentere flere af dem i flere detaljer nedenfor.

1. Tegn legemet, så geometrien bevares men uden mange detaljer.

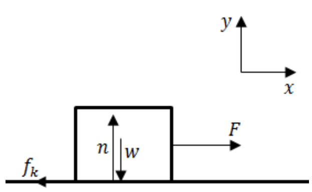
2. Indtegn tyngdekraften på legemet.
3. Find alle kontaktpunkter hvor andre legemer er i kontakt med legemet.
4. For hver af kontaktpunkterne afgør om der er en eller flere kræfter der påvirker legemet i kontaktpunktet, og indtegn kræfterne.
5. Navngiv alle kræfter. Kendes kun størrelse og retning af en kraft gives den et symbolsk navn.
6. Indtegn gerne vinkler i figuren, det vil lette opstilling af Newtons love senere hen.
7. Vælg og indtegn et koordinatsystem. Tegn, hvis det er muligt, koordinatsystemet lidt væk fra legemet og kræfterne ellers tegnes akserne uden pile på vektorerne.

Andre vektorer har intet at gøre på et kraftdiagram, det være sig hastigheder eller accelerationer eller andet. Koordinatakser tegnes enten lidt væk fra legemet vi ser på eller det akserne tegnes uden vektorpile på.

Valg af koordinatsystem kan være vanskeligt. Hvis man på forhånd kender noget til bevægelsen af legemet kan dette udnyttes. Det er som oftest en fordel at lægge en en akse i retning af accelerationen og en væk fra den retning. Sørg i alle tilfælde for at akserne er vinkelrette.

Lad os samle op på eksemplet der blev nævnt i gennemgangen af kræfterne.

En kasse med masse, m, trækkes hen over en ru overflade. Der trækkes med en konstant, vandret kraft, F, mod højre. Den kinematiske friktionskoefficient mellem kasse og underlag er μ_k. I dette eksempel er der kun et dellegeme at betragte, nemlig kassen.

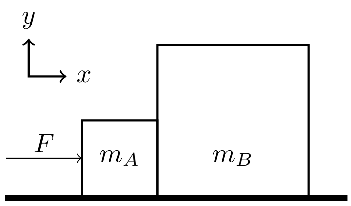


Figuren viser et kraftdiagram for den fysiske situation.

I venstre side af figuren ses en fysiske situation, hvor der til højre på kassen er tegnet en vandret streg som repræsenterer fx en snor der trækkes i.

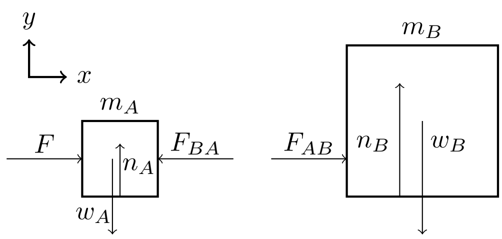
16.5. Flere legemer

I mange situationer er der flere partikler eller legemer involveret og det bliver vigtigt at udvælge det rigtige system til analyse. Figuren viser et eksempel på et system der består af to klodser. Når vi har to dellegemer



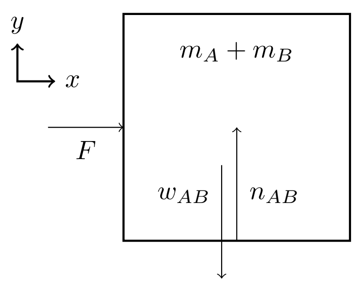
Figuren viser et system bestående af to klodser på et glat, vandret overflade.

er der to muligheder for hvordan vi analyserer situationen I den ene situation kan vi betragte de to klodser som ét system, i den anden situation kan vi betragte hver af de to klodser som et system. I figuren herunder ses et kraftdiagram for hver af de to klodser. Betragtes de



Figuren viser kraftdigrammer for de de to klodser i figuren ovenfor.

to klodser som et legeme har vi situationen vist herunder, hvor der er tegnet et kraftdiagram for det samlede system. Det konkrete valg af



Figuren viser kraftdiagrammer for de de to klodser set som et system.

hvordan man samler/splitter sit system op afhænger af hvad det er man er interesseret i at bestemme. Er man fx kun interesseret i klodsernes acceleration vil det være en fordel at betragtede det samlede system. Hvis man derimod har behov for at bestemme kræfterne mellem de to klodser er det en fordel af splitte systemet op i to delsystemer.

16.6. Newtons love

16.6.1 Newtons første lov

Newtons første lov siger at hvis et legeme ikke påvirkes af nogen kræfter vil legemet bevæge sig med konstant hastighed. Vi kan udvide dette til at hvis summen af ydre kræfter er nul, bevæger legemet sig med konstant hastighed.

$$\sum \vec{F}_{\text{ydre}} = \vec{0} \Rightarrow \vec{v} = \text{konstant} \tag{717}$$

Når vi skal beskrive bevægelse vælger vi et referencesystem, som defineres ved et koordinatsystem. Et referencesystem i hvilket Newtons første lov gælder, kaldes for et inertialsystem. Newtons love gælder kun i inertialsystemer, og vi vil derfor kun beskæftige os med inertialsystemer. Et referencesystem der bevæger sig med konstant hastighed i forhold til et inertialsystem er også et inertialsystem. Jorden regnes normalt for et referencesystem, selvom det strengt taget ikke er det. En koordinatsystem i en bil der bevæger sig med konstant hastighed (i forhold til vejen og dermed Jorden) vil således også være et inertialsystem. Hvis bilen derimod accelererer, er et koordinatsystem i bilen ikke et inertialsystem, og man kan således ikke anvende Newtons love i dette system.

16.6.2 Newtons anden lov

Newtons anden lov er mest anvendelige og derfor vigtige af de i alt tre love. Kort siger Newtons anden lov at produktet af et legemes masse og dets acceleration er givet ved summen af ydre kræfter der virker på legemet.

$$\sum \vec{F}_{\text{ydre}} = m\vec{a} \tag{718}$$

Summen af de ydre kræfter på et legeme er præcis de kræfter der indgår i kraftdiagrammet for legemet, så kraftdiagrammer og Newtons anden lov går ofte hånd i hånd. Formuleringen af loven indikerer at man ud fra de påvirkende kræfter kan bestemme et legemes acceleration, og dermed bevægelse. Loven bruges dog ofte den anden vej, dvs. at hvis man kender noget til bevægelsen, fx accelerationen, kan man bestemme en ukendt kraft. Vi skal se anvendelser af Newtons anden lov hvor den benyttes på begge måder. Ud fra Newtons anden lov kan vi se at for enhederne gælder at $\mathsf{N} = \mathsf{kg} \cdot \mathsf{m/s}^2$.

16.6.3 Newtons tredje lov

Newtons tredje lov benyttes kun i forbindelse med, at der er flere legemer der vekselvirker. Betragter vi kun ét legeme, giver det ikke mening af anvende denne lov. Loven siger kort sagt, at hvis et legeme A påvirket et andet legeme B med en kraft $\vec{F}_{\mathsf{A\ på\ B}}$, så vil legeme B påvirke legeme A med en kraft $\vec{F}_{\mathsf{B\ på\ A}}$, der er lige så stor om modsat rettet kraften $\vec{F}_{\mathsf{A\ på\ B}}$. Dette kan udtrykkes i ligningen

$$\vec{F}_{\mathsf{A\ på\ B}} = -\vec{F}_{\mathsf{B\ på\ A}} \tag{719}$$

Da vi oftest vil opskrive ligninger i komposanter frem for på vektorform skriver vi ofte ovenstående ligning på formen

$$F_{\mathsf{AB}} = F_{\mathsf{BA}} \tag{720}$$

hvor der ikke er et negativt fortegn. Det skyldes, at vi i komposanter normalt kun regner med størrelsen af kræfterne ikke deres retning, retningen defineres af kraftdiagrammerne.

Newtons tredje lov kaldes ofte for loven om aktion og reaktion, og de to kræfter der indgår i en vekselvirkning mellem to legemer kaldes for et aktion-reaktionspar.

16.7. Anvendelse af Newtons love

Selv om Newtons love opskrives vektorielt benyttes de oftest på skalar form. Afhængigt af problemet vælger man passende akser. Vi vil kun betragte problemer i en eller to dimensioner, så vi vil enten vælge en enkelt enhedsvektor $\vec{e}_x$ eller et par af ortogonale enhedsvektorer $\vec{e}_x$ og $\vec{e}_y$.

$$\sum \vec{F}_{\mathsf{ydre}} \cdot \vec{e}_x = m\vec{a} \cdot \vec{e}_x \tag{721}$$

$$\sum \vec{F}_{\mathsf{ydre}} \cdot \vec{e}_y = m\vec{a} \cdot \vec{e}_y \tag{722}$$

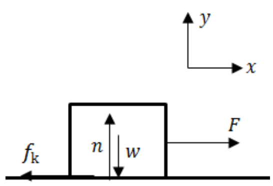
Fremgangsmåden for at løse et mekanisk problem med Newtons love følger en fast procedure.

1. Tegn en stor og tydelig skitse af det fysiske problem. Indfør symboler for alle kræfter, vinkler etc.
2. Opdel i dellegemer og tegn et kraftdiagram for hvert af disse. Husk et sæt akser for hvert dellegeme.
3. Skriv to lister over variable, de kendte og de ukendte.
4. Opskriv ligeså mange ligninger op som der er ukendte. Ligningerne kan være Newtons love eller kinematiske sammenhænge.
5. Løs de opstillede ligninger.
6. Check resultatet. Er alle ukendte udtrykt ved kendte størrelser? Passer enhederne? Fås det korrekte resultat i diverse grænsetilfælde, fx $\mu_\mathsf{k} \to 0$ eller $\theta \to 0$.

Vi vil her bruge en skematisk oversigt som vist i tabellen.

Kendte:	`Lav liste over kendte`
	`skriv ikke kendte talværdier`
Ukendte:	`Lav liste over de ukendte,`
	`der kan være flere ukendte`
	`end der bliver bedt om i opgaven`
Ligninger fx Newtons love:	$\sum F = F - f_\mathsf{k} = ma$
Andre ligninger fx friktionsligning:	$f_\mathsf{k} = \mu_\mathsf{k} n$

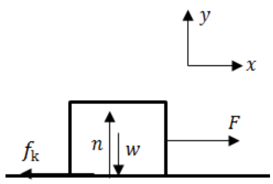
Vi betragter et eksempel med en kasse der trækkes hen over en vandret, ru overflade. Kassen bevæger sig med konstant hastighed. Kassens masse er m og den kinematiske friktionskoefficient mellem kasse og underlag betegnes med μ_k. Trækkraften antages at være en ukendt, vandret, konstant kraft, F. De kendte størrelser er massen, m, tyngdeaccelerationen, g samt den kinematiske friktionskoefficient, μ_k.



Figuren viser et kraftdiagram for den fysiske situation.

Kendte:	m, g, μk
Ukendte:	F, n, f_k
N2(kasse,→):	$\sum F = F - f_\mathsf{k} = 0$
N2(kasse,↑):	$\sum F = n - mg = 0$
Friktion(kasse,underlag):	$f_\mathsf{k} = \mu_\mathsf{k} n$

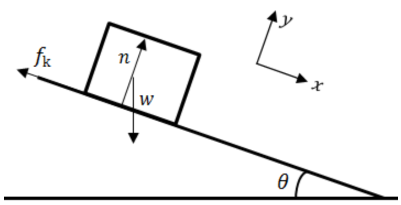
En lille ændring til det ovenstående eksempel er hvis kassen har en acceleration, dvs. at den ikke bevæger sig med konstant hastighed. Vi betragter igen en kasse der trækkes hen over en vandret, ru overflade. Kassens masse er m og den kinematiske friktionskoefficient mellem kasse og underlag betegnes med μ_k. Trækkraften antages nu at være en kendt, vandret, konstant kraft, F, tilgengæld er accelerationen, a, en ukendt størrelse. De kendte størrelser er massen, m, tyngdeaccelerationen, g samt den kinematiske friktionskoefficient, μ_k. Bemærk lighederne i kraftdiagrammerne og ligningerne der bliver opskrevet.



Figuren viser et kraftdiagram for den fysiske situation.

Kendte:	m, g, F, μk
Ukendte:	a, n, f_k
N2(kasse,→):	$\sum F = F - f_\mathsf{k} = ma$
N2(kasse,↑):	$\sum F = n - mg = 0$
Friktion(kasse,underlag):	$f_\mathsf{k} = \mu_\mathsf{k} n$

Vi betragter et eksempel med en kasse der glider ned ad et skråplan med enten en glat eller en ru overflade. Kraftdiagrammet for situationen med den ru overflade er vist i figuren. Kassens masse er m og den kinematiske



Figuren viser et kraftdiagram for den fysiske situation.

friktionskoefficient mellem kasse og skråplan betegnes med μ_k, når den medtages. De kendte størrelser er massen, m, tyngdeaccelerationen, g, samt den kinematiske friktionskoefficient, μ_k.

Kendte:	m, g, F
Ukendte:	a, n
N2(kasse,↘):	$\sum F = mg\sin\theta = ma$
N2(kasse,↗):	$\sum F = n - mg\cos\theta$=0

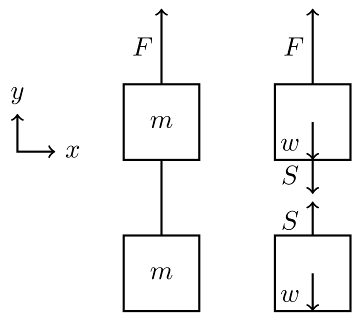
Den første ligning kan løses og giver $a = g \sin\theta$. Den anden ligning, der giver $n = mg\cos\theta$. Bemærk at de to ligninger kan løses uafhængigt af hinanden, det vil ikke være tilfældet når vi medtager friktionen. Det ses at enhederne passer og at de tre ukendte er udtrykt ved de kendte størrelser.

For tilfældet med friktion får vi følgende:

Kendte:	m, g, F, μk
Ukendte:	a, n, f_k
N2(kasse,↘):	$\sum F = mg\sin\theta - f_\mathsf{k} = ma$
N2(kasse,↗):	$\sum F = n - mg\cos\theta$=0
Friktion(kasse,underlag):	$f_\mathsf{k} = \mu_\mathsf{k} n$

Først løses den anden ligning, der giver $n = mg\cos\theta$, indsættelse i sidste ligning giver $f_\mathsf{k} = \mu_\mathsf{k} mg\cos\theta$. Endlig indsættes sidstnævnte i første ligning, hvilket giver accelerationen $a = (\sin\theta - \mu_\mathsf{k}\cos\theta)$. Det ses at enhederne passer og at de tre ukendte er udtrykt ved de kendte størrelser.

Som et eksempel betragter vi et system bestående af to identiske klodser der er forbundet via en snor. Der trækkes desuden i den øverste klods med en konstant, lodret kraft, F. De kendte størrelser er massen, m, tyngdeacceleration, g samt trækkraften, F.



Figuren viser den fysisk situation til venstre og kraftdiagrammer for de de to klodser til højre.

Kendte:	m, g, F
Ukendte:	a, S
N2(øverst,↑):	$\sum F = F - S - mg = ma$
N2(nederst,↑):	$\sum F = S - mg = ma$

Ligningerne kan fx løses ved at lægge dem sammen hvorved den ukendte S går ud Summen af de to ligninger bliver
N2(øverst+nederst,↑): $2ma = F - 2mg$
Bemærk at dette svarer til Newtons anden lov for systemet bestående af begge klodse. I det tilfælde bliver snorkræfterne til indre kræfter der

ikke medtages. Af ligningen ses accelerationen til at være $a = \frac{F}{2m} - g$. Indsættes denne i en af ligningerne kan snorspændingen bestemmes til at være $S = \frac{F}{2}$. Vi bemærker at enhederne passer og at de ukendte er udtrykt ved de kendte størrelser.