6 Exploration statistique de données

6. 1 Pré-requis

La première étape de toute analyse de données est lexplor.a tAivamt de se lancer dans des tests statistiques et des procédures complexes, et à supposer d les données dont vous disposez sont déjà dans un form approprié, il est toujours très utile:

- 1.d'explorer visuellement les données dont on dispos faisant des graphiques nombreux et variés, afn de coprendre, notamment quelle est la distribution des riables numériques, quelles sont les catégories le représentées pour les variables qualitatives (facquelles sont les relations les plus marquantes ent riables numériques et/ou catégorielles, etc. Vous appris au Cchoampmietn teproduire toutes sortes de graphiques aveg pleopt 22 cvkaa gneintenant falloir vous poser la question du choix des graphica à produire du point de vue de l'exploration statist de données inconnues.
- 2.d'explorer les données en calculant des indices de tistiques descriptives. Ces indices relèvent en g de 2 catégories: les indices de position (e.g. moyemédianes, quartiles...) et les indices de dispers (e.g. variance, écart-type, intervalle inter-qua Nous avons déjà vu comment utiliser la fonction summariestes (o) n arg bypoent calculer des moyennes ou des efectifs pour plusieurs sous-groude nos jeux de do bi) en el compitre, nous irons plus loin, et nous découvrirons d'une p comment calculer d'autres indices statistiques p nents, et comment utiliser d'autres fonctions en coplus utisluems ma puès e ()

Nous verrons ensui 7 ce odmammesnItec (2) hi ac puil terredes indices d'ince 7 teitt Si el e7 t.() i Soe Acttieonnt ion, il ne faudra pas confondre indices de dispersion et id'incertitude. Et enfn, avant de passer aux tests stat nous verrons comment visualiser dispersion et incert Chapi8tre

Afn d'explorer ces questions, nous aurons besoin des ckages suivants :

libr(atriydyverse) libr(askyimr) libr(apraylmerpenguins) libr(aryycflights13)

Comme vous le savez maint tein day nuterlsees packages du (Wickham 2023) per met tent de manipuler facilement de tableaux de données et de réaliser des graphiques. Che letidy veres semet d'accéder, entre autres, aux packages read (Wickham, Hester, et Bryan 2024), pour importer facilement decssafuchfioer trotable dy r (Wickham, Vaughan, et pGli ýr tWiiockhh 200n 24) et et al. 2023) pour manipuler des tableaux de données encographiques. slkei (problement al. 2024) pour produire des graphiques. slkei (problement al. 2024) pour produire des graphiques. slkei (problement al. 2022) per met de calculer des résumés de données très informatifs packappaelsmerpe (teljorist, Hill, et Gorman 2022) et ny cflig (h Wisch Kan 2021) fournissent des jeux de données qui seront faciles à manipuler pour illustro chapitre (et les suivants).

Û I mportant

Si vous avez itniscityavieloréus del pel y ravant le printemps 2d(p)23yarveré-installez install.packageCse(p"adcpklaygre")) en efet été mis à jour courant 2023, et nous aurons besoin de saversion v1.1.0 ou d'une vers ion plus récente pour ut ser certaines fonctions. Chargez-le ensuite en mémo aveloibrary (.dplyr)

Attention

Pensez à installer tous les packages listés ci-dessus de les charger en mémoire si vous ne l'avez pas déj à fa Si vous ne savez plus comment faire, consultez d'urge la Secti4on

Pour travailler dans de bonnes conditions, et puisquabordons maintenant les statistiques à proprement pavous conseille de créez un nouveau script dans le même d que v & proj. eLcàtencore, si vous ne savez plus comment faire consulte à la Section

6. 2 Créer des résumés avec la fonction reframe ()

Dans la S5e.,c8hio outs avons vu comment utiliser la fonction out mmariest eé(v) entuelle mento posourrar gument calculer des statistiques descriptives variées. N'he relire cette section si vous n'êtes pas sûr d'avoir tou out out retenu. Les calculs que nous pouvons faire grâcfoncs iu on mariismep () i quent des fonctions statistiques qui ne renvoient qu'une valeur à la fois lors qu'on leur une série de valeurs. Par exemple, si on dispose d'un vnumérique (les entiers compris entre 1 et 100 pour l'exemple).

1:100

[1] 2 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 1 6 2 2 2 3 2 4 2 6 2 7 29 3 2 [19] 1 9 2 0 2 1 2 5 28 3 0 3 1 [3 7] 3 7 38 3 9 4 0 4 1 4 2 4 3 4 4 4 5 4 6 4 7 4 8 4 9 5 0 5 5 5 7 6 2 63 6 7 [55] 5 6 58 5 9 60 6 1 6 4 6 5 66 68 7 5 7 7 7 9 [73] 7 3 7 4 7 6 7 8 8 0 8 1 8 2 8 3 8 4 8 5 8 6 9 2 9 3 9 4 9 5 96 9 7 98 99 100 [91] 9 1

la fonmo etainon(ne) renvoie qu'une valeur, la moyenne des 100 nombres contenus dans le vecteur :

me (1n1 0)0

[1] 50.5

De même pour lessd () pomue tli a mo(su) toutes les autres fonctions list § e. 8. à 4 la fn de la Section

s (1:10)0

[1] 29.01149

me d i(1a1n0)0

[1] 50.5

Il existe toute fois des fonctions qui renvoient plus leur à la fois. Par eqxueampt li (et qeu (e)an foounsction avons utilisée dans un au 5t.r.)e, clroen nt-exte à la Section voie par défaut 5 éléments:

- 1. la valeur mi ni male contenue dans le vecteur (ou quan 0%): c'est la valeur la plus fai ble contenue dans la de données
- 2.le premier quartile du vecteur (Q1 ou quantile 25% est la valeur coupant l'échantillon en deux : 25% d observations du vecteur y sont inférieures et 75% y supérieures
- 3. la médiane du vecteur (Q2 ou quantile 50%) est la va leur coupant l'échantillon en deux : 50% des obser tions du vecteur sont inférieures à cette valeur et y sont supérieures
- 4.le troisième quartile du vecteur (Q3 ou quantile 7! est la valeur coupant l'échantillon en deux : 75% dobservations du vecteur y sont inférieures et 25% y supérieures
- 5. la valeur maximale contenue dans le vecteur (ou qua tile 100%) : c'est la valeur la plus élevée contenue la série de données.

Par exemple, toujours avec le vecteur des entiers corentre 1 et 100 :

quant(1:1 @)0

```
0% 25% 50% 75% 100%
1.00 25.75 50.50 75.25 100.00
```

L'objet obtenu est un vecteur dont chaque élément port nom. Pour transformer cet objet en tibble, on utilise ti**en**frame ()

```
# A tibble: 5 x 2
name value
< chr > < dbl >
1 0% 1
2 25% 25.8
3 50% 50.5
4 75% 75.2
5 100% 100
```

enfr(aqnotant(1:1 @)0)

Il peut être très utile de calculer ces diférentes val plusieurs variables à la fois, ou pour plusieurs sous d'un jeu de données. Le problème est que nous ne pouvo pas utsiums aerrics e (l) a f quantibrhee (en - voi e pas qu'une uni que valeur. Par exemple, pour calcu quantiles des longueurs de becs pour chaque espèce de

pengu|i >n s summa (rlinsdeice) suænt(ibliell_len**gt**hr_mine,)) E . by s=pecies)

chots, on pourrait être tenté de taper ceci :

Warning: Returning more (or less) than 1 rowper `suidplyr 1. 1. 0.

i Please use `reframe()` instead.

i When switching from `summarise()` to `reframe()`, always returns an ungrouped data frame and adjust a

```
# A tibble: 15 x 2
species Indices
<fct> <dbl>
1 Adelie 32.1
2 Adelie 36.8
```

```
3 Adelie 38.8
4 Adelie 40.8
5 Adelie 46
6 Gentoo 40.9
7 Gentoo 45.3
8 Gentoo 47.3
9 Gentoo 49.6
10 Gentoo59.6
11 Chinstrap
                40.9
                46.3
12 Chinstrap
13 Chinstrap
                49.6
14 Chinstrap
                51.1
15 Chinstrap
                58
C'est dans ces situarté fornas exqeunțe) ul taifloen ction
Elle joue le msêummen mraôrl, i esmapul(e)s dans les situa-
tion où les fonctions statistiques renvoient plus d'u
àlafois:
 pengu|i >n s
  . by s=pecies)
# A tibble: 15 x 2
 species
          Indices
 < f c t > < d b l >
1 Adelie 32.1
2 Adelie 36.8
3 Adelie 38.8
4 Adelie 40.8
5 Adelie 46
6 Gentoo 40.9
7 Gentoo 45.3
8 Gentoo 47.3
9 Gentoo 49.6
10 Gentoo59.6
11 Chinstrap
                40.9
12 Chinstrap
                46.3
13 Chinstrap
                49.6
14 Chinstrap
                51.1
15 Chinstrap
                5 8
```

```
Au contrasium em adre, ir seef(r) a mee(r) en voie pas de message d'avertissement dans cette situation. Da exemple, on ne sait malheureusement pas à quoi correpondent les chifres renvoyés puisque l'information quartiles a disparu (quelles valeurs corresponden médianes ou aux premiers quartiles par exemple). Poy remédier, on doit transformer le vecteur renvoyé quantière (t) ibble. Nous avons déjà vu comment le faire grâce à eh farfaomme (at) i canilleurs, puisque la fonction va maintenant renvoyer un tableau, on n'abesoin de lui fournir de nom de colonnes (je retire de l'indicels mon code):

pengulins reframer (annent (ibliel _ length n me.)) [, by s=pecies)
```

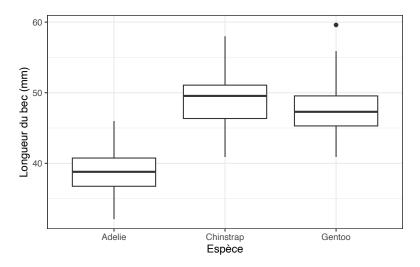
```
# A tibble: 15 x 3
 species
            n a me
                  value
  < f c t >
           < chr > < dbl >
1 Adelie
            0 %
                  32.1
2 Adelie
            25%
                   36.8
3 Adelie
           50%
                   38.8
          7 5 %
1 0 0 %
4 Adelie
                   40.8
5 Adelie
                   4 6
          0 %
2 5 %
                  40.9
6 Gentoo
7 Gentoo
                   45.3
8 Gentoo
           50%
                   47.3
                   49.6
9 Gentoo
            7 5 %
10 Gentoo
            100%
                    59.6
                    40.9
11 Chinstrap 0%
12 Chinstrap 25%
                     46.3
13 Chinstrap 50%
                     49.6
14 Chinstrap 75%
                     51.1
15 Chinstrap 100%
```

```
pengu|i >n s
   refr(æmrefr(æmrefr(æpmoreant(ibliell_lengathr_min=,)) £,
       . by s=peci|e>s)
   pivot_(miadmeers_fspoemcies,
            values_fvrad mu ⊕)
# A tibble: 5 x 4
 name Adelie Gentoo Chinstrap
 < c h r > < d b l > < d b l >
       32.1 40.940.9
1 0 %
2 25%
         36.8 454.63 3
3 50%
         38.8
                 4 74. 93 6
4 75%
          40.8
                 4 95.16 1
5 100%
         4 6
                 5958
```

Ces statistiques nous permettent de constater que le chots de l'espèce Adélie semblent avoir des becs plus que les 2 autres espèces (les 5 quantiles le confrment manchots Gentoo et Chinstrap ont en revanche des becs longueur à peu près si milaires, bi en que ceux des Chinsoient peut-être très légèrement plus longs (Q1, médiq3 supérieurs à ceux des Gentoo). On peut vérifer tout graphiquement avec des boîtes à moustaches, pui sque valeurs de quantiles sont justement celles qui sont upour tracer les boîtes à moustaches:

```
pengu|i xns
ggpl(aoet(sx =speciyes=bill_leng‡h_mm))
geom_bo(x) plot
lal(xs ="Espèoye="Longueur du)b+ec (mm)"
theme() bw
```

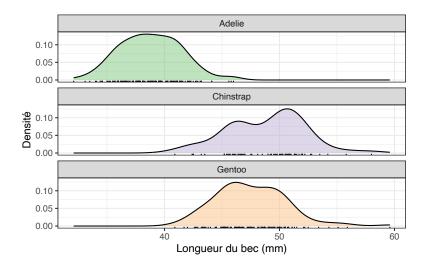
Warning: Removed 2 rows containing non-finite outsi (`stat_boxplot()`).



Ou avec un graphi que de densi té:

```
pengu|i xns
ggp|(ao et(x = bill_lengftihl_lomponecie+s))
geom_de(anlspihla@.=,5show.legFeArL)b5+E=
geom_(r)+ug
la ((xs = "Longueur du, byee" (Denmon)s)1 +té"
facet_(+vsrpæpcine(so,l1)=+
scale_fil(p_ablreetvt*eeArc=ce)n+t"
theme() bw
```

Warning: Removed 2 rows containing non-finite outsi (`stat_density()`).



À ce stade, vous devriez être capables de créer (ed'interpréter!) ce type de graphiques. Si ce n'est le cas, relisez d'3u.r5g.æ16.c59.l3es sections

Aretenir

- la fonscut mimonan risseu(t) i li se avec des fonctions statistiques qui ne (par exmeemap, n'n(ee)) diasno(()) ar.(.))
- la fonrcet firoan sn ė (u) tilise avec statistiques qui renvoie nt plusieurs valeurs (p exempolaenti, rlaer() jo.e)()

Les fonscutrimoranrs este (f) a, ma (f) cleur argument. by (f) ula fogrotuip où topy e(r) mettent donc de calculer n'importe quelindice de statistique descriptitable au de données entier ou sur des modalités ou comb sons de modalités de facteurs. Il existe par ailleurs breuses fonctions, di Rospoda in Iss lœs rotations packages spécifques, qui per mettent de four nir des replus ou moins automatiques de tout ou partie des varia d'un jeu de données. Nous allons maintenant en décrimais il en existe beaucoup d'autres: à vous d'explor possibilités et d'utiliser les fonctions qui vous par plus per tinentes, les plus simples à utiliser, les plus ou les plus complètes.

6. 3 Créer des résumés de données avec la fonctiummary ()

La foncstuimomar (y à() ne pas confondre avec summar)i pe () met d'obtenir des résumés de données pour tous types d'RobSjæltosn dlaan solasse des objets que l'on trans summenta, solà à(a) nature des résultats obtenus changera. Nous verrons la à à à lituaux chapitres cette fonction peut être utilisée pour examiner les r d'analyses de variances ou de modèles de régressions l Pour l'instant, nous nous intéressons à 3 situations:

1.ce que renvoie la fonction quand on lui fournit un v teur

- 2.ce que renvoie la fonction quand on lui fournit un f teur
- 3.ce que renvoie la fonction quand on lui fournit un t bleau

6.3.1 Variable continue: vecteur numérique

Commençons par fournir un vecteur numérique à la fon tios numma.r yN (o)us allons pour cela extraire les données de masses corporelles dpeosnmgaunicnhoots du tableau

pengu\$bionosy_mass_g

NA 3450 3650 3625 4675 3475 4250 [1] 3750 3800 3250 3700 3450 4500 3325 4200 3400 3600 3800 3950 380 [31] 3250 3900 3300 3900 3325 4150 3950 3550 3300 46 4600 3425 2975 3450 4150 3500 4300 3450 4050 290 3150 4400 3600 4050 2850 3950 3350 4100 3050 44 [61] 4250 3700 3900 3550 4000 3200 4700 3800 4200 33 3550 4300 3400 4450 3300 4300 3700 4350 2900 410 3550 3750 3900 3175 4775 3825 4600 3200 4275 39 3150 3500 3450 3875 3050 4000 3275 4300 3050 40 [121] [136] 3900 3175 3975 3400 4250 3400 3475 3050 3725 30 3700 4000 4500 5700 4450 5700 5400 4550 4800 52 5850 4200 5850 4150 6300 4800 5350 5700 5000 44 [166] 4600 5550 5250 4700 5050 6050 5150 5400 4950 52 [181] 4750 5550 4900 4200 5400 5100 5300 4850 5300 44 [196] [211] 4450 5550 4200 5300 4400 5650 4700 5700 4650 58 5200 4700 5800 4600 6000 4750 5950 4625 5450 47 [226] 4875 5550 4950 5400 4750 5650 4850 5200 4925 48 [241] 5500 4725 5500 4700 5500 4575 5500 5000 5950 46 4925 NA 4850 5750 5200 5400 3500 3900 3650 352 [271] [286] 3700 3800 3775 3700 4050 3575 4050 3300 3700 34 3300 4150 3400 3800 3700 4550 3200 4300 3350 41 [3 0 1] 4500 3950 3650 3550 3500 3675 4450 3400 4300 32 [316] 3350 3450 3250 4050 3800 3525 3950 3650 3650 40

Nous avons donc 344 valeurs de masses en grammes qui corespondent aux 344 manchots du jeu de données. La fonct summa**r y () y** oi e le résumé sui vant lorsqu'on lui fournit valeurs:

Min. 1st Qu. Median Mean 3rd Qu. Max. NA's 2700 3550 4050 4202 47520 6300

Nous obtenons i ci 7 valeurs, qui correspondent aux ci leurs renvoyée **sq up au n** tliá(l Veog(in) nc 15 de.) to 2h i on ainsi que la moyenne et le nombre de valeurs manquant Dans l'ordre, on a donc:

- la valeur minimale observée dans le vecteur. lci, manchot le plus léger de l'échantillon pèse donc 2 grammes.
- la valeur du premier quartile du vecteur. Ici, 25% manchots de l'échantillon (soit 86 individus) ont masse inférieure à 3550 grammes, et 75% des individ de l'échantillon (soit 258 individus) ont une mass périeure à 3550 grammes.
- la valeur de médiane du vecteur. La médiane est le deuxième quartile. Ici, 50% des manchots de l'échantillon (soit 172 individus) ont une mass inférieure à 4050 grammes, et 50% des individus de l'échantillon (soit 172 individus) ont une mas supérieure à 4050 grammes.
- la moyenne du vecteur. Ici, les manchots des 3 espèc du jeu de données ont en moyenne une masse 4202 grammes.
- la valeur du troisième quartile du vecteur. Ici, 75 manchots de l'échantillon (soit 258 individus) ont masse inférieure à 4700 grammes, et 25% des individ de l'échantillon (soit 86 individus) ont une masse rieure à 4750 grammes.
- la valeur maximale observée dans le vecteur. Ici, manchot le plus lourd de l'échantillon pèse donc 63 grammes.
- le nombre de données manquantes. lci, 2 manchots n'ont pas été pesés et préNsAentent donc la mention (comNthoetAvailable) pobodya_vmaarsisa_bgle

Utiliser lœquaont cte opin nit donc presque les mêmes informations:

quant(ipleeng \$boiondsy _ mars as ._ rg n R=)) E

0 % 2 5 % 5 0 % 7 5 % 1 0 0 % 2 7 0 0 3 5 5 0 4 0 5 0 4 7 5 0 6 3 0 0

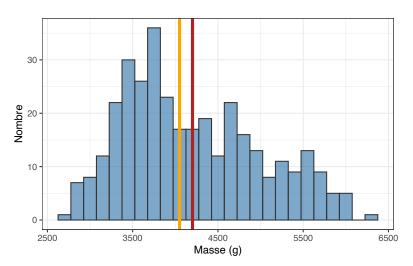
Attention, contrairement à ce que nous avons vu plus h la fonscut m'moann ye (p) os sède pas. Ub y de it gument il n'est pas possible deglr'ouutpi_lbiys(e) r avec la fonction

Par conséquent, il n'est pas possible de se servir de fonction pour avoir des valeurs pour chaque modalités facteur (pour chaque espèce par exemple).

Les diférents indices statistiques fournis nous rens la fois sur la position de la distribution et sur la di des données.

• Lapositonespond à la tendance centrale et indique quelles sont les valeurs qui caractérisent l grand nombre d'individus. La moyenne et la médiane sont les deux indices de position les plus fréquemmutilisés. Lorsqu'une variable a une distribution p ment symétrique, la moyenne et la médiane sont stritement égales. Mais lorsqu'une distribution est astrique, la moyenne et la médiane difèrent. En partilier, la moyenne est beaucoup plus sensible aux valex trêmes que la médiane. Cela signife que quand une distribution est très asymétrique, la médiane est vent une meilleure indication des valeurs les plus que mment observées.

L'histogramme6 d melolnat Fie gluar deistribution de la taille des manchots (toutes espèces confondues). Ce tribution présente une asymétrie à droite. Ce la signila distribution n'est pas symétrique et que la "que ue tribution" est plus longue à droite qu'à gauche. La plus individus ont une masse comprise entre 3500 et 37 grammes, au niveau du pic principal du graphique. La diane, en orange et qui vaut 4050 grammes est plus produpic que la moyenne, en rouge, qui vaut 4202 grammes. La diférence entre moyenne et médiane n'est pas énorme, elle peut le devenir si la distribution est vraiment trique, par exemple, si quelques individus seulement

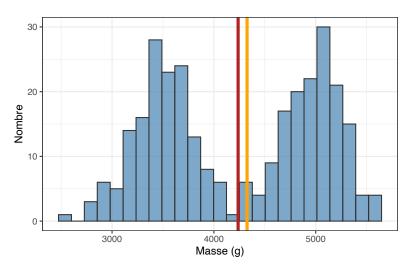


Figur: Đi6s t1ri bution des masses corporelles des manchot

une masse supérieure à 7000 grammes, la moyenne serai rée vers la droite du graphi que alors que la médiane ne presque pas afectée. La moyenne représenterait alors moins fdèlement la tendance centrale.

Si l'on revienstuàm ma,rf yo (n) scetri voenr des valeurs proches pour la moyenne et la médiane nous indique don degré de symétrie de la distribution.

 Ladispedes sodnonnées nous renseigne sur la dispersion des points autour des indices de position. quartiles et les valeurs minimales et maximales r voyées par Isau finoma no to (u)o menseignent sur l'étalement des points. Les valeurs situées entre mi er et le troi si è me quartile correspondent aux 50% valeurs de l'échantillon les plus centrales. Plus l entre ces quartiles (notée I QR pour "intervalle i 1 quartile") sera grande, plus la dispersion sera i : tante. D'ailleurs, lorsque la dispersion est très tante, les moyennes et médianes ne renseignent que t moyennement sur la tendance centrale. Les indices position sont surtout pertinents lorsque la dispe des points autour de cette tendance centrale n'est troplarge. Par exemple, si la distribution des don ressemblait à 6 c) e c li a (minoi y geum ne e et la médiane seraient fort peu utiles car très éloignées plupart des observations :



Figur: Đi6s t2ri bution des masses corporelles (données f tives)

On comprend donc l'importance de considérer les indices de position pour caracet comprendre une série de données numériques. L'inteinter quartile est toujours utile pour connaître l'ét données qui correspondent aux 50% des observations le centrales. Les autres indices de dispersion très frécutilisés, mais qui ne sont pas proposés par défaut par tios numma, rys (o)nt la variance et l'écart-type. Il est pos sible de calculer tous les indices renvoyés par la fosumma neys (c) eux qui nous manquent grâce à la fonction summarise ()

```
#Atibble: 1 x 8
min Q1 med moy Q3 max var et
<int> <dbl> <dbl> <dbl> <dbl> <dbl> <
```

1 2700 3550 4050 4202. 4750 6300 643131. 802.

Vous notez que le code est beaucoup plus long, et qu'ut summapy (1); donc faire gagner beaucoup de temps, même si cette fonction ne nous fournit ni la variance ni l'é Mais comme souRy einlt edsatn possible de calculer à la main toutes ces valeurs si besoin. N'oubliez pas no qu'asvuencmar, i so en (p) ourrait uti. Ib in suer l'argument la fongertoi up popoyu(r) calculer très rapidement ces indices pour chaque espèce de manchot, ou pour chaque espet chaque sexe. Comme indiqué plus haut, les fonction vantes peuvent être utilisées:

- meanp(e)rmet de calculer la moyenne.
- me di apne(r) me t de calculer la médiane.
- mine max per mettent de calculer les valeurs minimales et maximales respectivement.
- quantipleer(m) et de cal cul er les quartiles. Vous notez que contraire ment aux exemples de la partie précéde on utilise i qui al matfiel nec(pt) riéccni sant une valeur supplémentaire pour n'obtenir qu'une valeula fo0i. \$2p5our le premieOr. η περαυτιίθε, et troisième.
- sd(p)ermet de calculer l'écart-type.
- var per met de calculer la variance.

Pour toutes ces fon notationns = IpTreRatUrEgument met d'obtenir les résultats même si certaines valeur manquantes. Enfin,QR (pa)e fromme d'toil eoncal culer l'intervalle inter-quartiles:

I Q(Rp e n g $sub iond sy _ ma rs as _ rg r, R=) E$

[1] 1200

lci, les 50% des valeurs les plus centrales de l'échant situées dans un intervalle de 1200 grammes autour de l diane.

6.3.2 Variable quantitative: facteur

Si l'on fournit une vas ui mambal, reyl (ce) tégorielle à résultat obtenu sera naturellement diférent : calcu moyennes, médianes ou quartiles n'aurait en efet pas d lors que la variable fournie ne contient que des catégo

summ(apreyng susipre scies)

Adelie Chinstrap Gentoo 152 68 124

Pour les fsaucmtmeaucryos(m)pte simplement le nombre d'observations pour chaqus ep eno identité. Ici, la variable est un facteur qui comptes 3 ummom da ar ly i(t) és. La fonction nous indique donc le nombre d'individus pour chaque molité: notre jeu de données se compose de 152 individu l'espèce Adélie, 68 individus de l'espèce Chinstrapindividus de l'espèce Gentoo.

Comme pour les vecteurs numériques, si le facteur pré des données manquasnut mens a clypa(m) pour cétgia on le ment leur nombre :

summ(apreyng susienxs)

female male NA's 165 168 11

Pour les facteus rusm, m la me spf (to) dont cot nout à fait équivalent e càoluan ft (o)n ction

pengu|i >n s cou(nstpecies)

A tibble: 3 x 2 species n < fct > <i nt > 1 Adelie152 2 Chinstrap 68 3 Gentoo124

L'avantage decloaurf te (s) t t quo'nil est possible d'utiliser plusieurs facteurs pour compter le nord'observations de toutes les combinaisons de modal (par exemple, combien d'individus de chaque sexe pochaque espèce), ce qui n'est pas possible avec la forsumma.ry()

6.3.3 Les totabellæ.a fuorxuat: im les ble

L'avantage dse ul mamfa op nyr of t)ria op nport à la fonction coun ta p)paraît lors que l'on souhaite obtenir des infor tions sur toutes les variables d'un tableau à la fois :

summ(apreynguins)

island bill_length_mm bill_depth_mm species Adelie: 152 Biscoe: 168 Min.: 32.10 Min.: 13 Chinstrap: 68 Dream : 124 1st Qu.: 39.23 1st Qu. Gentoo: 124 Torgersen: 52 Median: 44.45 Median Me a n : 17.15 Mean : 43.92 3rd Qu.: 48.50 3rd Qu.: 18.70 : 59.60 : 21.50 Max. NA's : 2 NA's : 2 flipper_length_mm bosdeyx_massy_egar

Min.

: 200

Min.: 172.0 Min.: 2700 female: 165

NA's : 2 NA's : 2

l ci, on obtient un résumé pour chaque colonne du tabl Les colonnes numériques sont traitées comme les vecte mériques (on obtient alors les minimas et maximas, les tiles, les moyennes et médianes) et les colonnes conte variables catégorielles sont traitées comme des fact on obtient alors le nombre d'observations pour chaque lité).

On constate au pass**y g**eers, ut eclo**an s**y ia **d ĕ a ĕ e e** ci comme une variable numérique, alors qu'elle devrait être considérée comme un facteur, ce qui nous permett de savoir combien d'individus ont été échantillonnés année:

```
pengu|i >n s
muta(yteearfact(oynear|)>)
summ(a)ry
```

```
species island bill_length_mm bill_depth_mm
Adelie: 152
              Biscoe: 168
                             Min.: 32.10 Min.: 13
              Dream : 124
Chinstrap: 68
                              1 s t Qu.: 39. 23 1 s t Qu.
              Torgersen: 52
                              Median: 44.45 Median
Gentoo: 124
                   Mean
                        : 43.92
                                 Me a n : 17.15
                   3rd Qu.: 48.50
                                   3rd Qu.: 18.70
                   Max. : 59.60
                                 Max. : 21.50
                   NA's
                        : 2 NA's
                                  : 2
flipper_length_mm bosdeyx_masyse_agr
               Min. : 2700 female: 165
Mi n. : 172.0
                                           2007:110
                 1 s t Qu.: 3550
1st Qu.: 190.0
                                male : 168
                                           2008:114
                                NA's : 11
Median: 197.0
                 Median: 4050
                                           2009:120
    : 200.9
                Mean
                     : 4202
Mean
3rd Qu.: 213. 0
                 3rd Qu.: 4750
     : 231.0
                Max.
                     : 6300
NA's
     : 2
          NA's
                : 2
```

Au fnal, las fuom mateix of ntrès utile dans certaines situations, notamment pour avoir rapidement accès à detistiques descriptives simples sur toutes les colonnels eau. Elle reste cependant li mitée car d'une part, fournit pas les variances ou les écarts - types pour les numériques, et il est impossible d'avoir des résumés pour chaque modalité d'un facteur par exemple. Ici, rait en efet intéressant d'avoir des informations synconcernant les mesures biométriques des manchots, es par espèce, plutôt que toutes espèces confondues. C'que la fositio tribini (no) troutent.

6. 4 Créer des résumés de données avec la fonc **s k o m**()

La fons ki off(a) it parties de u.pn Alvak na tgede pouvoir l'utiliser, pensez donc à l'installer et à le mémoire si ce n'est pas déjà fait. Comme pour la fonct summa, r yo (n) peut utiliss keirms (ua) rf polnuc stii eo un r s types d'objets. Nous nous contenterons d'examiner ic le plus fréquent: celui gle sut pa_b bye (a) ux, groupés avec ou non.

6.4.1 Tableau non groupé

Commençons par examiner le résultat avec le tablea pengunionnsgroupé:

ski(pnenguins)

TableD6a.t1a summary

Na me	pen	gui	n s
Number of rows	3 4 4		
Number of columns	8		
		_	
Column type frequency	y :		
factor	3		
numeric	5		
Group variables	Non	е	

Variable type: factor

skim_variablne_missin**g**omplete_ratoerderedn_uniquetop_ speci es0 1.00 FALSE 3 Ade: 152, Gen: 124, Chi: 68 island O 1.00 FALSE 3 Bis: 168, Dre: 124, Tor: 52 FALSE 2 mal: 168, fem: 1 1 0.97 s e x165

Variable type: numeric

skim_varianbnet_aemnissdsipndOgnnpp2l5e.tp.e5_Orpa17 5 p 100 hist

bill_length_2mm0.99 43.925.4632.139.2344.4548.55 bill_depth_2mm0.99 17.151.9713.115.6017.3018.72 fippe2_lOen9g9th2_0m0m9214.06172.0190.00197.00213.0231. body_mass_2g 0.99 4201.7801.952700.03550.00050.0097 year 0 1.00 2008.008.822007.02007.02008.002009.020

Les résultats obtenus grâce à cette fonction sont nom La première section nous donne des informations sur l bleau:

- son nom, son nombre de lignes et de colonnes
- la nature des variables qu'il contient (ici 3 facte variables numériques)
- la présence de variables utilisées pour faire des r pements (il n'y en a pas encore à ce stade)

Ensuite, un bloc apporte des informations sur chaque f présent dans le tableau :

- le nom de la variasokliemc_avtaeprgioarbileelle (
- le nombre de donné na sommi asm) sqieuntagent te es (taux de "donné ecsocropph pelt è t_er sa "t é;
- desinformations sur lne_nuonni)bqrueede modalités (
- le nombre d'observations pour les modalités les preprés te a p é e s) u(nts

En un coup d'œil, on sait donc que 3 espèces sont prése (et on connait leurs efectifs), on sait que les manchoété échantillonnées sur 3 îles, et on sait que le sexe individus sur 344 (soit 3%) est inconnu. Pour le reste presque autant de femelles que de mâles.

Le dernier bloc renseigne sur les variables numérique chaque d'elle, on a :

- le nom de la vari asbkliem<u>n</u> uv nan)érit ia obpulæ (
- le nombre de donné na sommi as notation squeunt agnitées (taux de "donné ecsocomponit pel têt_er sa "tét
- la moy emmembrene (t l'écant t-ctey que i (est un e nouveauté par rappsourm tmàrlya (f) on ction

- les valeur spròpi, ndiemparlænsi(epr2) ō, udaer tile (second qp ō, O tles t(la médiane!), de troisième quar p i7) lo et (la valeup 1m) pa Oximale (
- un histogrammehtirs) ètes usii ethep nh ne e (un pre mi er aperçu grossier de la forme de la distribution

Là encore, en un coup d'œil, on dispose donc de toutes informations pertinentes pour juger de la distributiposition et de la dispersion de chaque variable numérijeu de données.

6.4.2 Tableau groupé

La fonostkii opno(d) éjà très pratique, le devient encore plus lors que l'on choisit de lui fournir seulement covariables, et qu'on fait certains regroupements. Par on peut sélectionner les variables relatives aux dim du bebci (l_lenegto thi_thm_de)p tahv_enomla fonctios ne le coptu(e) nous connaissons déjà, et de mander un résumé des données pour chaque espèce grâce à la fonct group_opuye(n) ous connaissons également:

```
pengu|i ns  # Avec le tableau penguins...
sel (species,
bill_length_mm,
bill_dep|th_mmh)Je sélectionne les variables d'
group(s|pyeci|es) # Je regroupe par espèce...
ski()n # Et je produis un résumé des doni
```

TableD6a.t4a summary

Variable type: numeric

skim_variabslpmenecainessonl_pm0/sps2i5ncpp5m0plpe7t5ep_1r0a0theist

bil IA_dled riget h1_ m0m. 99 38. 792. 6632. 136. 7538. 8040. 7546. bil IC_hlienrsgttrha_p0m m 1. 00 48. 833. 3440. 946. 3549. 5551. 0858 bil IG_elnetrogot h1_ m0m 99 47. 503. 0840. 945. 3047. 3049. 5559. 6bil IA_dded piteh _1 m m0. 99 18. 351. 2215. 517. 5018. 4019. 0021. bil IC_hdienpstthr_anp0m 1. 00 18. 421. 1416. 417. 5018. 4519. 4020 bil IG_edhet potoh 1_ mm0. 99 14. 980. 9813. 114. 2015. 0015. 7017. 3

On constate i ci que pour chaque variable numéri que sélnée, des statistiques descriptives détaillées nous sopour chacune des 3 espèces. Ce premier examen semble motrer que:

- L'espèce Adélie est celle qui possède le bec le plus (ses valeurs de moyennes, médianes et quartiles so plus faibles que celles des 2 autres espèces).
- L'espèce Gentooest celle qui possède le bec le plus ou le moins épais (ses valeurs de moyennes, médiane et quartiles sont plus faibles que celles des 2 autr pèces)
- Il ne semble pas y avoir de fortes diférences d'éca types (donc, une dispersion comparable des points tour de leur moyenne respective) entre les 3 espèce pour chacune des 2 variables numériques, des valeu d'écarts-types comparables sont en efet observées les 3 espèces
- La distribution des 2 variables numériques sembla approximativement suivre une distribution symétri pour les 3 espèces, avec une forme de courbe en clock Les distributions devraient donc suivre à peu un distribution normale

Note

Vous comprenez j'espère l'i mportance d'examiner ce genre de résumé des données a vant de vous lancer dans des tests statistiques. Ils sont un complément indis sable aux explorations graphiques que vous devez égament prendre l'habitude de réaliser pour mieux apprehender et comprendre la nature de vos données. Puis que chaque jeu de données est unique, vous devrez vous adapter à la situation et aux questions scientif ques

vous seront posées (ou que vous vous poserez!): les choix qui seront pertinents pour une situation ne le ront pas nécessairement pour une autre. Mais dans tou les cas, pour savoir où vous a llez et pour ne pas faire bêtise au moment des tests statistiques et de leur in prétavtoiuosn devrez toujours explorer vos données, avec des graphiques exploratoires et des statistiques (d.escriptives

6.5 Exercice

En utilisant les fonctions de résumé abordées jusqu'itablweeaaut, he épondez aux questions suivante :

- 1.Dans quel aéroport de New York les précipitations moyennes ont-elle été les plus fortes en 2013?
- 2.Dans quel aéroport de New York la vitesse du vent moyenne était-elle la plus forte en 2013 ? Quelle « cette vitesse ?
- 3.Dans quel aéroport de New York les rafales de vent étaient-elles les plus variables en 2013 ? Quel in statistique vous donne cette information et quell sa valeur ?
- 4.Les précipitation dans les 3 aéroports de New-York de les une distribution symétrique ?
- 5.Quelle est la température médiane observée en 201 tous aéroports confondus ?
- 6.Tous aéroports confondus, quel est le mois de l'anné la température a été la plus variable en 2013 ? Quell étaient les températures minimales et maximales ob vées ce mois-là?

7 Dispersion et incertitude

7.1 Pré-requis

Nous avons i ci besoin des packages suivants :

```
l i br(atriydyverse)
l i br(aprayl merpenguins)
l i br(asroyales)
```

Pensez à les charger en mémoire si ce n'est pas déj à fa si vous venez de démarrer une nouvelle session de trav

Le packsæge (eWoick ham, Pedersen, et Seidel 2023) contient de très nombreuses fonctions particulièr utiles pour améliorer l'aspect des légendes d'axes exemple, pour transformer des chifres compris entre en pourcentages, ou pour ajouter le symbole d'une de quand l'axe renseigne sur des montants en euros ou dolpar exemple).

7. 2 La notion de dispersion

Comme expliqué cà. L'al Tèrs dit ces de dispersion ou son renseignent sur la variabilités des données au de la valeur centrale (moyenne ou médiane) d'une populou d'un échantillon. L'écart-type, la variance et l'interquartile sont 3 exemples d'indices de dispersion. L'exemple de l'écart-type. Un écart-type faible indila majorité des observations ont des valeurs proches moyenne. À l'inverse, un écart-type important indiqua plupart des points sont éloignés de la moyenne. L'type est une caractéristique de la population que l'orgrâce à un échantillon, au même titre que la moyenne. travaillant sur un échantillon, on espère accéder au grandeurs de la population. Même si ces vraies grand

sont à jamais inaccessibles (on ne connaîtra jamais | tement quelle est la vrabe da Écartd-e moyenne typede la population), on espère qu'avec un échantill nageréalisé correctement, loau moyenne de l'échantill) et l'éca) rolle tly péec k(antillon refètent assez folèlement les valeurs de la population générale. C'est la d'estimateur, intime mienfité rleiné ce e à sltaan otion d' tistiquaemoyenne de l'échantillon, que l'on connait a v précision, est un estidhealt ae up no plue lla a tribooynenne qui restera à jamais inconnue. C'est la raison pour la la moyenne de l'échantil(leonnpelsuts polærfois notée ou). De même, l'éedtalrat-v ta y² pidea nu on e échantillon sont des estiemta de ulras de l'écart-type varia²ndceela population générale. C'est la raison pour laquelle on le se ti²ortees ppærcft oi iv se ment. L'accent circonfexeseprononce "ch(aspiegamua". On dit donc que chapeau, l'écart-type de l'échantillon) est un estin l'écart-type de la population générale. Comme nous l' vu, les indices de dispersion doivent accompagner les de position lors que l'on décrit des données, car prése valeur de moyenne, ou de médiane seule n'a pas de sens faut savoir à quel point les données sont proches ou él de la tendance centrale pour savoir si, dans la popula nérale, les indicateurs de position correspondent ou valeurs portées par la majorité des individus.

Nous avons vu a6uc 6 mm p in t rocal cul er des indices de position et de dispersion. Tout ceci devrait donc êt pour vous à ce stade.

7. 3 La notion d'incertitude

Par ailleurs, puisqu'on ne sait jamais avec certitud estimations (de moyennes ou d'écarts-types ou de tout paramètre) refètent fdèlement ou non les vraies valeu la population, nous devons quantifer à quel point nos mations s'écartent de celles de la population général tout l'intérêt des statistiques et c'est ce que per me indices d'incœnt ne tcuochen aîtra jamais la vraie valeur de moyenne ou d'écart-type de la population, mai peut quantifer à quel point nos estimations (basées séchantillon) sont précises ou imprécises.

Les deux indices d'incertitude les plus connus (et le utilisés) sont :

- 1.li'ntervalle de con(fdænlcæ mào9y5e% ne ou de tout autre estimateur; les formules sont nombreu et il n'est pas utile de les détailler ici : nous ve comment les calculer plus bas)
- 2.e telr'r e u r s t da en dl aa rmodo y e)n,n el o(n t l a formul e e s t l a s u i v a n t e :

aveç l'écart-type de ll'aéctha ainhtiel den et l'échantillon.

Comme pour la moyenne, on peut calculer l'erreur stand d'un écart-type, d'une médiane, d'une proportion, d tout autre esti mateur calculé sur un échantillon. Ce t d'incertitude ne nous renseigne pas sur une grandeu la population générale qu'on chercherait à estimer, bien sur l'incertitude associée à une estimation que faisons en travaillant sur un échantillon de taille f limitée. Tout processus d'échantillonnage est for entaché d'incertitude, causée entre autre par le has l'échantillonnage (ou fuctuation d'échantillonnage) nous travaillons sur des échantillons forcément imp les indices d'incertitude vont nous permettre de qua à quel point nos estimations s'écartent des vraies v de la population. Ces "vraies valeurs", faute de po collecter tous les individus de la population, rest jamais inconnues.

Autrement dit...

Quand on étudie des populations naturelles grâce à de échantoin sents ompet duejsosutrastistiques nous per mediutæmtti of eer à quel point on se trompe âce aux indices d'incertitude, et c'est déjà pas mal!

En examinant la formule de l'erreur standard de la moye présentée ci-dessus, on comprend intuitivement que p taille de l')é cahuagnmteinItleo, np(lus l'erreur standard (doncl'incertitude) associée à notre estimation de mominue. Autrement dit, plus les données sont abondantes l'échantillon, meilleure sera notre estimation de modonc, moins le risque de raconter des bêtises sera gra

L'autre indice d'incertitude très fréquemment util l'intervalle de confance à 95% (de la moyenne, de la méd de la variance, ou de tout autre estimateur calculé da échantillon). L'intervalle de confance nous renseig gamme des valeurs les plus probables pour un paramèt de la population étudiée. Par exemple, si j'observe un échantillon, une moyenne de 10, avec un intervall confance calculé de [7; 15], cela signife que, dans la tion générale, la vraie valeur de moyenne a de bonnes ch de se trouver dans l'intervalle [7; 15]. Dans la popu générale, toutes les valeurs comprises entre 7 et 15 vraisemblables pour la moyenne alors que les valeurs s en dehors de cet intervalle sont moins probables. Une façon de comprendre l'intervalle de confance est de que si je récupère un grand nombre d'échantillons dar mê me population, en utilisant exactement le mê me prot expérimental, 95% des échantillons que je vais récu auront une moyenne située à l'intérieur de l'interva confance à 95%, et 5% des échantillons auront une moyei située à l'extérieur de l'intervalle de confance à 95 une notion qui n'est pas si évidente que ça à comprend donc prenez bi en le temps de relire cette section si be de poser des questions le cas échéant.

Concrètement, plus l'intervalle de confance est larg notre confance est grande. Si la moyenne d'un échanti vaut =,160t que son intervalle de confance à 95% vaut [9,5;11], la gamme des valeurs probables pour la moyede la population est étroite. Autrement dit, la moyen l'échantillon (10), a de bonne chances d'être très provraie valeur de moyenne de la population générale (vrablablement comprise quel que part entre 9,5 et 11). À l'si l'intervalle de confance à 95% de la moyenne vaut [4] la gamme des valeurs possibles pour la vraie moyenne de population est grande. La moyenne de l'échantillon aux de grandes chances d'être assez éloignée de la vraie vala population.

La noti on d'intervalle de confance à 95% est donc très p de celle d'erreur standard. D'ailleurs, pour de nombre mètres, l'intervalle de confance est calcul é à partir standard.

Û Àretenir!

Les paramètos é seitloedhés perssoinot ndes caractéristiques des popula<mark>tions que l'on étudie. O</mark> père pouvoir les estimer cor<mark>rectement grâce aux écha</mark> tillons dont on dispose. Les indinccees ratifiet sud net pas des paramètres ou des caractéristiques des populations que l'on étudi e ne cherche donc pas à les estimer. Ils nous permetten en revanche de quantifer à qu<mark>el point on se trompe en </mark> cherchant à estimer des paramètres de la population g nérale à partir d'estimateur s calculés sur un échant Autrement dit, calcul perosdietsi persitimateurs de et ddeisperpseironnet d'apprendre des choses au sujet des populations étudiées. Calculer des indi dincertine updeermet pas d'apprendre quoi que ce soit sur les populations étudiées, mais permet d'apprendre des choses sur l<mark>a qualité de notre trava</mark> d'échantillonnage et d'esti<mark>mation. En général, les</mark> dices d'incertitudes nous fournissent une gamme de v leurs au sein desquelles les vraies valeurs des param des populations générales ont de bonnes chances de s trouver. Si on a bien travail | é, et qu'on dispose de b coup de données, ces gammes de valeurs seront peu éten dues. Si à l'inverse, nous ne disposons que de trop pe de données, ces gammes de val eurs seront très étendue

7. 4 Calcul de l'erreur standard de la moyenne

Contrairement aux indices de position et de dispersin'existe pas de forquitipoen met égrdéecà al culer l'erreur standard de la moyenne. Toutefois, sa formu simple nous permet de la calculer à la main quand on en besoin grâce sàulmamfaor in estei (o) n

Par exemple, reprenons les données de masse corporell 3 espèces de manchopse nd gaunisinhse gtianbd nesa u

que nous souhaitions étudier les diférences de masse porelles des 3 espèces, en tenant compte du sexe des i vidus. Pour chaque espèce et chaque sexe, nous allons culer la masse moyenne des individus en grammes (vari body_m)a.s sN_o gus prendrons soin au préalable d'éliminer les lignes pour les quelles le sexe des individus est in

```
pengu|i >n s
  f \mid f \mid t(!e \mid rs \cdot (nsae \mid x \mid))
   summa (miosyeen mee (eptoody _ mansas _rgn, R=)) €
          . by c(species, sex))
# A tibble: 6 x 3
 species sex
                  moyenne
 <fct> <fct>
                    < d b l >
1 Adelie male
                     4043.
2 Adelie female 3369.
          female 4680.
3 Gentoo
4 Gentoo male
                     5485.
5 Chinstrap female 3527.
                       3939.
6 Chinstrap male
```

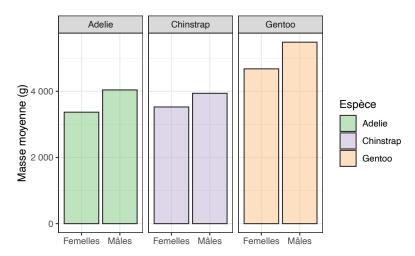
Pour pouvoir réutiliser ce tableau, je lui donne un no

```
mass∢e-spengu|i >ns
                             f \mid f \mid t(!e \mid rs \cdot (nsae \mid x \mid))
                                    s u m m a (\frac{1}{m} o sy e n me (\frac{1}{m} b o d y \frac{1}{m} m ansas \frac{1}{m} gri, \frac{1}{m} 
                                                                                                                                                                                                                      . by c∉species, sex))
```

Au fnal, on peut faire un graphique avec ces données Puisqu'on dispose d'une variable numérique et 2 vari catégorielles, je fais le cjoix de produire un diag bâtons facettés:

```
ggpl(aoet(x = sexy, = moyenfiniel, lspecie+s))
geom_(collor g=rey20 pha0.)5+
facet _(+srpæpcirersow1)=+
la ((xs = ", y = " Masse moye, nfniel (("g€) s"p)) c+e "
theme() bw
scale_fil(p_ablreetwteeArc=c)n+t"
scale_y_co(habelnow+sber_f)o) + mat
```

scale_x_d(i 8 belect("e∓emel, l" eVsâ"l)e)s"



Figur: © 07 mplarison des tailles moyennes observées chez les mâles et les femelles de 3 espèces de manchots

Vous remarquerez que:

- 1.J'utoje oins eceotl (n)openom_bcaar () 'ai déjà calculé manuellement la variable que je souhaite a cieràl'axe des ordonnées
- 2 J'associe la couleur de remplissage à l'espèce, bi ça ne soit pas indispensable puisque je fais un so graphique par espèce. Cela rend toutefois le graph plus agréable et en facilite la lecture.
- 3.Je modife 3 échelles :
- a v es cc al e _ fill _ bj re ecvhearn(g)e la palette de couleur utilisée pour le remplissage des barres
- a v es cc a l e _ y _ c o n, t ji en uno d is f): l ' é c h e l l e (c o n t i n u e) d e l ' a x e d e s o r d o n n é e s . J e f a i s appel à l a f o n c n u m b e r _ f od ru n pa a t c (sk.) ca ag lea ef s n d ' a j o u t e r u n s é p a r a t e u r d e s m i l l i e r s a u x c h i f r e s d e l ' a x e .
- a vest cale_x_di, sloer en oled () feles termes qui apparaissent sur l'axe des abscisses (qui est un axe d tinu, ou catégoriel, ouf de imsacheet). Les catégories e tmaldee la vasreissaubit a b plee na guusionnist transfort me émes selectores se spective ment

Puisque chaque ba7r. or1oerdreels ap To in ogluàruen e valeur de moyenne, il nous fault 'pir nécseernt tietru édogeale ment

```
associée à ces calculPso de me y a n nneosus de -
vons calculer l'erreur standard des moyennes :
```

```
pengu|i >n s
   f i l (!e rs . (nsae x |) >)
   summa (miosyeen nmee 4⊨boody_mansas_rgn,R=) ↓ Ę
          N = obsn()
           erreur_s t asn(dbaorddy = mansas \underline{r}g\bar{\eta}, R=0) E sq I( N o b s),
          . by c(species, sex))
# A tibble: 6 x 5
            s e x
                     moyenne N_obs erreur_standard
 species
            < f c t >
                      < d b l > < i < nd tb > >
1 Adelie
                       4043.
                                 47 CB. 6
             male
2 Adelie
             female
                        3369.
                                 3 17.35
             female 4680.
3 Gentoo
                                 3 75.80
4 Gentoo
             male
                       5485.
                                 4601.1
5 Chinstrap female
                          3527.48.394
                        3939. 6234
6 Chinstrap male
```

Notre tableau de statistiques descriptives possède ma 2 colonnes supplémentaires : le nombre d'observation j'ai nommon) é, set l'erreur standard associée à chaque moyenne, calculée grâce à la=formule vue plus haut — (la fo**sqt**itpóen) rmet de calculer la racine carrée). On constate que l'erreur standard, qui s'exprime da l même unité que la moyenne, varie du simple au double s lon les groupes. Ainsi, pour les mâles de l'espèce Chi l'incertitude est deux fois plus importante que pour melles de l'espèce Adélie. Cela est probablement dû en à des diférences de tailles d'échantillons important ces 2 catégories (73 femelles Adélie contre 34 mâles trap), mais ça n'est certainement pas la seule explic Sinon, les femelles Chinstrap auraient elles aussi u titude plus grande. L'incertitude refète aussi, de fa recte, la variabilité de la variable étudiée.

Une fois de plus, je donne un nomà ce tableau de donnée pour pouvoir le réutiliser plus tard :

```
masses<_psengu|i>ns
filt(!ėrs.(nsaex|)>)
summa(miosyeennmee (e=boody_mansas_rgn, R=)) E
```

```
N_obsn(), erreur_stasn(dbaorddy = mansas_rgh, R=N 12 sq.(N_obs), ...byc(species, sex))

Notez que logoppalcok ba 26 gteient une fonction permettant de calculer à la fois la moyenne et erreur standa la moyenne d'unmé calma_rs. Tei(i) Isoqnue cette fonction renvoie 3 veatle + 1 r so (nurteifiriasmee()):

pengu|inssfil (leirs.(nsaex|)) refr(amma can(_bsoedy_mass_g), ...byc(species, sex))

# A tibble: 6 x 5 species sexy ymin ymax < fct> < fct> < dbl> < dbl > < dbl
```

Les résultats obtenus ne sont pas exactement au même fo :

3939. 3877. 4001.

• la colyocnometient les vale)urs de moyennes (

male 5485. 5445. 5525.

1 Adelie male 4043. 4003. 4084. 2 Adelie female 3369. 3337. 3400.

3 Gentoo female 4680. 4643. 4717.

5 Chinstrap female 3527. 3478. 3576.

4 Gentoo

6 Chinstrap male

- la colyomnionentient la valeur de moyenne moins une fois l'erreu-)r standard (
- la colyomnacrxœntient la valeur de moyenne plus une fois l'erreur+)s tandard (

Notez également que cont me à no (eu) ment aux fonctions sd () la fome ta in o sn é (a) pas besoin qu'on lui précisse.rm = :T (a b) E défaut, elle ignore les valeurs manquantes.

Il ne nous restera plus qu'à ajouter des barres d'ersur notre graphique pour visualiser l'incertitude as chaque valeur de moyenne. C'est ce que nous verrons a Chapi&tre

7. 5 Calculs d'intervalles de confance à 95%

Comme pour les erreurs standard, il est possible de c ler des intervalles de confance de n'importe quel est i cal cul é à partir d'un échantillon, pour déterminer la des valeurs les plus probables pour les paramètres équ dans la population générale. Nous nous concentrerons le cal cul des intervalles de confance à 95% de la moye mais nous serons amenés à examiner également l'inter de confance de la média h,e l'piunitsearuv & ha pitre de confance à 95% d'une diférence de moyennes.

Contrairement à l'erreur standard, il n'y a pas qu'bonne façon de calculer l'intervalle de confance à d'une moyenne. Plusieurs formules existent et le choi formule dépend en partie de la distribution des donné distribution suit-elle une loi Normale ou non) et de l de l'échantillon do est th-oiuls soluips éprois eours à (30 ou non?). Dans la situation i déale d'une variable qui distribution Normale, les bornes inférieures et supé l'intervalle de confance à 95% sont obtenues grâce à

for mule

Autrement dit, la viraine propentation a de bonnes chances de se trouver dans un intervalle de plumoins 1.96 fois l'erreur standard de la moyenne. En pre approximation, l'intervalle de confance est donc la m de l'échaphluis bommoins 2 fois l'erreur standard (que nous avons appris à calculer à la main un peu plus tôt) peut donc calculer à la main les bornes inférieures erieures de l'intervalle de confance ainsi:

```
pengu|i >ns
fil 1(!eirs.(nsaex|)>)
refr(ammenean(_bsoedy_mamsusl_toj; = 9)6
. byc=(species, sex))
```

A tibble: 6 x 5 species sexy ymin ymax

lci, grâce à nhúlatrg=u1ndee9n6d a fonction mean_se()

- la colyominomeontient maintenant les valeurs de moyennes moins 1. 96 fois l'erreur standard
- la colyomanoxeontient maintenant les valeurs de moyennes plus 1. 96 fois l'erreur standard

Dans la pratique, pui sque cette méthode reste approxiet dépend de la nature des données dont on dispose, cutilisera plutôt des fonctions spécifques qui calc pour nous les intervalles de confance à 95% de nos es mateurs. C'est ce que permet en particulier la fonc mean_cl_ndumpad (k) aggné.otl 2 est toutefois important de bien comprendre qu'il y a un lien étro entre l'erreur standard (l'incertitude associées à ld'un paramètre d'une population à partir des donné d'un échantillon), et l'intervalle de confance à 95% paramètre.

pengu|i >n s

 $f \mid f \mid t(!\dot{e} \mid rs \cdot (nsae \mid x \mid))$

Comme dans les tableaux précédents, 3 nouvelles colo ont été crées :

- ycontient toujours la moyenne des températures men suelles pour chaque aéroport
- y mi montient maintenant les bornes inférieures de l'intervalle à 95% des moyennes
- y maxontient maintenant les bornes supérieures de l'intervalle à 95% des moyennes

Pour que la suite soit plus claire, nous allons a cher ner des noms à ces diférents tableaux en prenant soin renommer les colonnes pour plus de clarté.

Tout d'abord, nous disnasse, si se, si se su table au contient, les masses moyennes des mâles et des femell 3 espèces, et les erreurs standard de ces moyennes :

```
masses_se
```

```
# A tibble: 6 x 5
          s e x
                  moyenne N_obs erreur_standard
          < f c t >
                   < d b l > < i < nd tb > >
 < f c t >
1 Adelie
           male
                    4043.
                             47 O3. 6
                     3369.
2 Adelie
           female
                             3 17.35
          female 4680.
3 Gentoo
                             3 75.80
4 Gentoo
           male
                    5485.
5 Chinstrap female 3527.48.394
6 Chinstrap male
                      3 9 3 9 . 6 23 4
```

Ensuite, nous avons produit un tableau presque équiv que nous allomnass no en me e e_to opronuers le que l nous allons modifer ly, ey mnioemby othea: sx colonnes

```
# A tibble: 6 x 5
                   moyenne moyenne_moins_se moyenne_pl
           s e x
           < f c t >
                    < dbl \times dbl >
                                      < dbl >
          male
1 Adelie
                     40434003.
                                      4084.
          female
                       3 3 6 3 9 3 3 7 .
                                      3400.
3 Gentoo
           female 46840643.
                                      4717.
4 Gentoo
          male
                      5 4 8 55 4 4 5.
                                      5525.
5 Chinstrap female 3532477.8.
                                      3576.
6 Chinstrap male
                                      4001.
                        3 9 33 98.7 7.
Nous avons ensuite calculé manuellement des interval
confance approximat imfe sa,n_a ser et (cs) b na fonction
argummeunltt = .1.L %2.6encore, nous allons stocker cet
objet dans un tambalsesaeus noc mi, moéto por rouxs
allons modifer le yn, yp mmi, dney tsma: ox lonnes
```

```
# A tibble: 6 x 5
 species sex
                   moyenne ci_borne_inf ci_borne_sup
                    < d \( b \( d \( b \) \) >
          < f c t >
                                < d b l >
1 Adelie
          male
                     4 034936 4 .
                               4123.
2 Adelie
                               3431.
          female
                      33336097. .
                               4752.
3 Gentoo
            female
                      44668007. .
4 Gentoo male
                     5 458450 6 .
                               5563.
5 Chinstrap female 33453217.
                               3623.
                       3939...
6 Chinstrap male
```

Enfn, nous avons calculé les intervalles de confance une fonction spécialement dédiée à cette tâche: la formean_cl_noNtomuas! (a) lons stocker cet objet dans un tableau nmonamsmsée, se tinous allons modifer le nom des colon, ny ems; neytma: x

```
masses<u>-</u>pcėngu|i≯ns
   f i I (!e rs . (nsae x |) >)
   refr(ammenean_cl_(rboordnyra_lmass_g),
         . by c(species, sex))
   rena(moeyennye =
         ci_borney_minfi,=
         ci_borney_snauxp) =
  masses_ci
# A tibble: 6 x 5
 species
                      moyenne ci_borne_inf ci_borne_sup
              s e x
 < f c t >
             < f c t >
                       < d & d b l >
                                    < d b l >
1 Adelie
              male
                        4 034936 3 .
                                     4124.
                          33336096.
2 Adelie
              female
                                     3432.
                                     4754.
3 Gentoo
              female
                          44668006.
4 Gentoo
                                     5565.
              male
                        5 458450 5 .
5 Chinstrap female 33452287.
                                     3627.
6 Chinstrap male
                                     4065.
                          3839.
Maintenant, si l'on compare les 2 tableaux contenant l
culs d'intervalles de confance de la moyenne, on const
les résultats sont très proches :
  masses_ci_approx
  masses_ci
# A tibble: 6 x #5 A tibble: 6 x 5
                     smpoeyceinense csie_xb o rmoey_eimrfecdi__bboormree__siurpf
             s e x
             < f c t > < f < cdt & > d b | × f c < d b | × d & d b | >
                                                         < dbl >
              male1 Ad4e0134i93664. male23.40349363.
1 Adelie
                                                         4124.
2 Adelie
              fe m a 2 4A d e 3 l 33 i 36 e 9 7 7 . fe 3 n 4a 13 1e .
                                             33336096.
                                                         3 4 3 2 .
              fe m a 3 € e n 4 t 46 668 600 7. . fe 4 m 7a 5 2e .
3 Gentoo
                                             44668006.
                                                         4754.
              male4 Ge5n458945006. ma55663.54584505.
4 Gentoo
                                                         5565.
5 Chinstrap fen5a Othein 3 3 4 55 21 21 p f 3 e 6 m 2 a 3 1 . e 3 3 4 52 28 7 .
```

Les bornes inférieures et supérieures des interval confance à 95% des moyennes ne sont pas égales quand o les calcule manuellement de façon approchée et quand c calcule de façon exacte, mais les diférences sont mini

3839.

4065.

6 Chinstrap mal6eChi**ß SPS 13 197** ap m4aOl6e1.

8 Visualiser I'incertitude dispersion

8.1 Pré-requis

Nous avons i ci besoin des packages suivants :

```
libr(atriydyverse)
libr(apraylmerpenguins)
libr(amryycflights13)
libr(asrcyales)
libr(acrcylorspace)
```

Le packalgers (plahcaeka et al. 2024) per met d'utiliser de très nombreuses palettes de couleurs. Ces palettes nombreux avantages (dont la propriété de per met tre au toniens de distinguer correctement les diférentes coupalettes catégorielles) e sui hé sdiét de zé pas à consulter à ce pacquaigest très complet et présente de nombreux exemples.

Nous aurons aussi besoin des 7tableaux créés au Chapit (masse,s <u>m</u>seses_se, _mbaos snæss_ci_eatpprox masse)s._ci

Donc pensez bi en à charger en mémoire les packages et à lancer les commandes de vos scripts qui vous ont permi créer ces tableaux s'ils ne sont plus en mémoire dans environnement de travail. Il existe plusieurs façons senter visupe obsiet mielono detissis opser est obress in certitudes. Concernant les positions et les dispersi

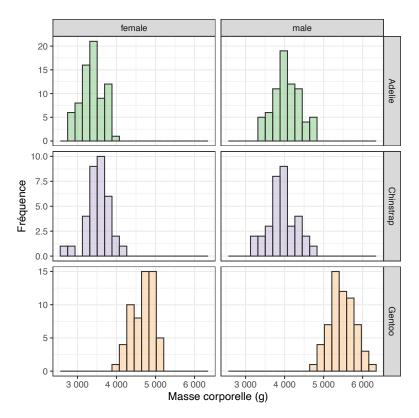
certitudes. Concernant les positions et les dispers d'abord, nous avons déjà vu plusieurs façons de faire a pit3r en particulier dans les parties consacrées aux h grammes, aux stripcharts et aux boxplots. Nous repreici brièvement chacun de ces 3 types de graphique afn d remettre en contexte avec ce que nous avons appris i ci

Dans un dernier temps, nous verrons comment visuali li'ncert iats occiée à des calculs de moyennes ou de variances grâce aux barres d'erreurs ou aux encoches boîtes à moustaches.

8. 2 Position et dispersion : les histogrammes

Je vous renvoi & à5slial v Soeucstai vo enz besoin de vous rafraîchir la mémoire. Vous pouvez aussi jeter aussi u la partie sur les histog3r. a9m m1es facettés, section

Les histogrammes per mettent de déterminer à la fois o trouvent les valeurs les plus fréquemment observées (tion du pic principal correspond à la tendance central dispersion (ou variabilité) des valeurs autour de la centrale. Par exefmapcleet, _lgpreffrobr(ne)ctt de n faire des histogrammes des températures pour chaque port de New York et chaque mois de l'année 2013:



Figur: Di8s t1ri bution des masses corporelles chez les mâl et les femelles de 3 espèces de manchots

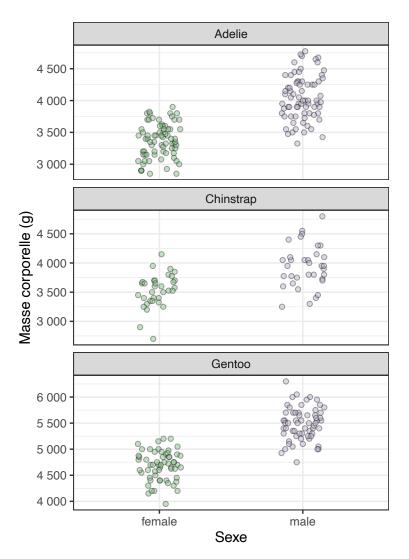
lci, 6 histogrammes sont produits. Ils permettent de c que:

- les masses sont à peu près toutes distribuées selon courbe en cloche
- les masses moyennes sont plus élevées chez les Gent que chez les deux autres espèces. C'est bien la posi des pics sur l'axe des abscisses qui nous renseign dessus.
- pour chaque espèce, les masses moyennes sont globa ment plus élevées chez les mâles que chez les femel Par exemple, pour l'espèce Adélie, le pic se situe a de 3500 grammes pour les femelles, et autour de 400 grammes pour les mâles.
- la variabilité des masses est comparable pour les 3 pèces et les 2 sexes. Cette fois, c'est l'étalemen histogrammes qui nous renseigne sur la dispersion. l'étalement est toujours d'environ 1500 grammes, s

peut-être pour les femelles Gentoo dont l'étalemen d'environ 1000 grammes.

8.3 Position et dispersion: les stripch

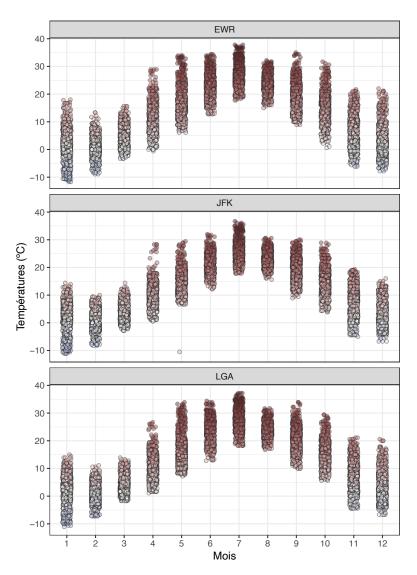
Une autre façon de visualiser à la fois les tendances cet les dispersions consiste à produire un nuage de perstripchart ". Là encore, je vous renvoie à la partie su charts, 3s excit2ivons avez besoin de vous rafraîchir la mémoire.



Figur: Di8s t2ri bution des masses corporelles chez les mâl et les femelles de 3 espèces de manchots

Cette fois, nous visualisons la totalité des données det non les données regroupées dans des classes plus ou arbitraires. Mais là encore, on peut facilement comp position de chaque série de données: pour chaque esples mâles ont des masses corporelles plus importantes femelles, et globalement, les Gentoo ont des masses crelles plus élevées que les autres espèces. La disperdonnées est aussi facile à comparer entre les groupes ici l'étendue du nuage de points sur l'axe des ordonné nous per met de le faire.

Enfn, les stripcharts facettés sont particulièrement or sque le nombre de séries de données est grand. Pexemple, dans ylœfplaiogkhates et alla awbelaetahuer contient des données météo enregistrées toutes les les les l'année 2013. Si l'on souhaite comparer l'évolutitempératures mensuelles dans chacun des 3 aéroports New York, voilàce qu'on peut faire:



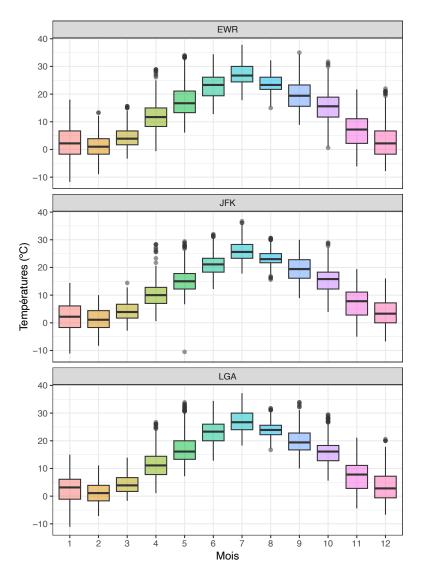
Figur: 🗗 i8s t3r i but i on des températures mensuelles dans l 3 aéroports de New York en 20123

8. 4 Position et dispersion: les boxplots

La dernière façon classique de visualiser à la fois les centrales et les dispersions consiste à produire un g boîtes à moustaches, ou "boxplot". Là encore, je vous rà la partie sur les 3 b 6 s xi 6 vloouts a vs ez c b e o p i n de vous rafraî chir la mémoire. Les boîtes à moustache également très pratiques pour comparer de nombreux gro

les uns avec les autres. Avec les données de températ voil à à quoi ça ressemble :

```
we at h e-r
mut a(ttemp_cel(stelmp8=)2 / 1.)8| >
ggpl(acet(sx = fact(omiontyh)=temp_celfsilusact(omionth+)))
geom_bo(sxhpolovotlegFeArLoSaE=lpha0.)5+
facet_(+woraipginnot,ol1)=+
lak(xs = "Moi, sy" = "Températu) es (°C) "
theme() bw
```



Figur: 🗗 i8s t4ri bution des températures mensuelles dans l 3 aéroports de New York en 20123

Vous voyez que le code est très proche pour produire un chart ou un boxplot. Commé, il nedsi dq iu fé-au Chapitre férents éléments de chaque boîte nous renseignent sur sition et sur la dispersion des données pour chaque mochaque aéroport:

 La limite inférieure de la boîte correspond au prer quartile: 25% des données de l'échantillon sont si au-dessous de cette valeur.

- La limite supérieure de la boîte correspond au trois quartile: 75% des données de l'échantillon sont si au-dessous de cette valeur.
- Le segment épais à l'intérieur de la boîte corresponse cond quartile: c'est la médiane de l'échantillo nous renseigne sur la position de la distribution. des données de l'échantillon sont situées au-dess cette valeur, et 50% au-dessous.
- La hauteur de la boîte correspond à l'étendue (ou in valle) interquartile ou Inter Quartile Range (IQR anglais. On trouve dans cette boîte 50% des observ tions de l'échantillon. C'est une mesure de la dispedes 50% des données les plus centrales. Une boîte plallongée indique donc une plus grande dispersion.
- · Les moustaches correspondent à des valeurs qui sont dessous du premi er quartile (pour la moustache du ba et au-dessus du troisième quartile (pour la mousta du haut). La règlRee sitigluies é e sd mosstaches s'étendent jusqu'aux valeurs minimales et n males de l'échantillon, mais elles ne peuvent en au cas s'étendre au-del à de 1,5 fois la hauteur de la b (1,5 fois l'IQR) vers le haut et le bas. Si des poi apparaissent au-delà des moustaches (vers le haut le bas), ces points sont appelés "outliers". On peu observer i ci pour plusieurs mois et pour les 3 aérop (par exemple, en avril dans les 3 aéroports). Ce son points qui s'éloignent du centre de la distributior çon i mportante pui squ'ils sont au-delà de 1,5 fois I de part et d'autre du premi er ou du troi sième quartil peut s'agir d'anomalies de mesures, d'anomalies de sie des données, ou tout simplement, d'enregistrem tout à fait valides mais atypiques ou extrêmes ; il s'agit donc pas toujours de point aberrants. J'at votre attention sur le fait que la défnition de ces liers est relativement arbitraire. Nous pourrions choix d'étendre les moustaches jusqu'à 1,8 fois l' (ou 2, ou 2, 5). Nous observerions alors beaucoup mo d'outliers. D'une façons générale, la longueur des taches renseigne sur la variabilité des données en d de la zone centrale. Plus elles sont longues, plus I

ri abilité est importante. Très souvent, l'examen a des outliers est utile car il nous permet d'en appre plus sur le comportement extrême de certaines obser tions.

Lorsque les boîtes ont une forme à peu près symétriq de part et d'autre de la médiane (c'est le cas pour cexemple dans la plupart des catégories), cela sigqu'un histogramme des mêmes données serait symétriqégalement.

Les stripcharts et les boxplots sont donc un bon moyer comparer rapidement la position et la dispersion d'un nombre de séries de données : ici, en quelques lignes d nous en comparons 12 pour chacun des 3 aéroports de Nev

Les histogrammes sont plus utiles lors qu'il y a moins ogories à comparer, committe lpsoperl mae Ptitoge un re en outre de mieux visualiser les distributions non symou qui présentent plusieurs pics (distribution bi-como dales).

8. 5 Visualiser l'incertitude : les barre d'erreur

Comme évoqué plus haut, il est important de ne pas confodnids rpee restinocner t. i Ltourd seque l'on visualis e des moyennes calculées à partir des données d'un échan il est important de faire apparaître des barres d'err correspondent en général:

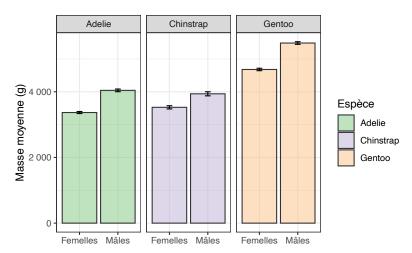
- soit à l'erreur standard de la moyenne
- soit à l'intervalle de confance à 95% de la moyenne

Pui sque deux choix sont possibles, il sera important ci ser systémati que ment dans la légende du graphi que, ture des barres représentées. Revenons aux données de corporelles des manchots, et commençons par visualis masses moyennes avec les erreurs standards. Pour cel a prends lembas les arusé é précédemment:

```
masses > se ggp | (ao et(x = se xy, = moyenfniel, | species)) geom_(ac ao | or g=rey 20 ph ao .)5+ geom_er(ace(ybmairnme) yen neerreur_standard,
```

```
y maxmey en-neer reur_standard),
width0.=)5

facet_(+orpoepcinersowl)=+
lab(xs =" ", y =" Masse moye, nfniel ("g+)s"p)c+e"
theme()+bw
scale_fil(p_ablreetwteArc=c)n+t"
scale_y_co(habelmow+nber_(f)o)+ mat
scale_x_d(isbelect("e+=emel, l"eVka"l)e)s"
```

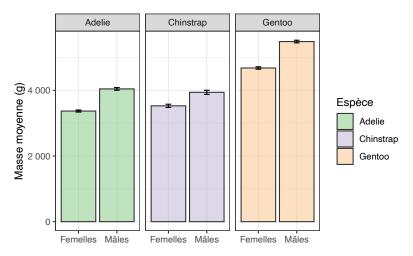


Figur: © 08mp5arison des masses moyennes observées chez les mâles et les femelles de 3 espèces de manchots Les barres d'erreur sont les erreurs standard

Vous remarquerez que :

- 1. I a fon geto on nerrocrobnatri (e) nt de nouvelles caractéristiques esthétiques qu'il nous faut ob toirement renseigner: les extrémités inférieur supérieures des barres d'erreur. Il nous faut do associer 2 variables à ces caractéristiques esthé lci, nous muoty ielninseon serre upro_usrt and ard la borne inférieure demso ybeammes d'erreur, et + erreur_s pondalrad borne supérieure. Les variamboly essenteerre ur_s tfaanids aam de partie du tab linaes sus e, sg_escem_errol rebsate (p) uve sans di culté.
- 2. I 'argwimelolle la fognecotmi_oenrropre brar () met d'indiquer la longueur des segments horizonta qui apparaissent à chaque extrémité des barres d'er

Nous pouvons arriver au même résultats en utilisant tabl**enas**ses_se,_bqourin esontient des variables diférentes:

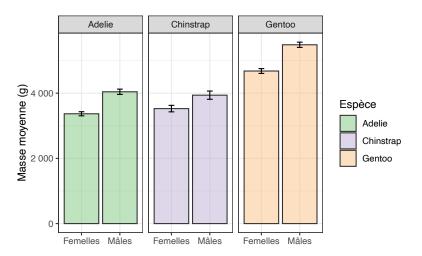


Figur: © 08mp6arison des masses moyennes observées chez les mâles et les femelles de 3 espèces de manchots Les barres d'erreur sont les erreurs standard

Seule la spéyc imife noty amtadixao ng sædoem_errorbar() a changé pui s q notaes lsee ts <u>a</u> ls le <u>e</u> dos notrin eenst de s variables diférent ensacts es <u>e</u>.s <u>l</u> ls <u>e</u>s du table a u

De la même façon, nous pouvons parfaitement faire a paraître, au lieu des erreurs standards, les interv confance à 95% de chaque masse moyenne. Il nous su t pour cela d'utimassessi uecit ca donteia eunt les

valeurs de moyennes et des bornes supérieures et infé de ces intervalles :



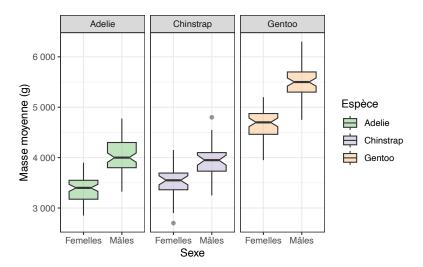
Figur: 6 08mp7 arison des masses moyennes observées chez les mâles et les femelles de 3 espèces de manchots Les barres d'erreur sont les intervales de confar à 95% des masses moyennes.

Comme vous voyez, les barres d'erreurs sont maintenant longues que saur 50 de Fsitgmonemal car rappelez-vous que les intervalles de confance sont à peu près équi va à 2 fois les erreurs standards. L'intérêt de représe intervalles de confance est qu'ils sont directement tests statistiques que nous aborderons dans les chapiviennent. Globalement, quand 2 séries de données ont dtervalles de confance qui se chevauchent largement (c

par exemple pour les mâles Adélie et Chinstrap), alor test d'hypothèses conclurait presque toujours à l'ab diférence signif cative entre les 2 groupes. À l'inver 2 séries de données ont des intervalles de confance q se chevauchent pas du tout (comme les mâles et les feme Adélie par exemple), alors, un test d'hypothèses con presque toujours à l'existence d'une diférence signentre les 2 groupes. Lorsque les intervalles de confan 2 catégories se chevauchent faiblement ou partiell (comme entre les femelles Adélie et Chinstrap), la siest moins tranchée, et nous devrons nous en remettre résultats du test pour savoir si la diférence observée être considérée comme significative ou non.

8. 6 Visualiser l'incertitude : les boîte moustaches

Outre les informations de position et de dispersion, l à moustaches permettent également de visualiser l'inc associée aux médianes. Il su t pour cela d'ajouter l'a notch = dTaRnUsE la fopenocmi_iboonx:plot()



Figur: © 08mp8arison des masses corporelles des mâles et femelles de 3 espèces de manchots.

Des encoches ont été ajoutées autour de la médiane d chaque boîte à moustache. Ces encoches sont des encoc d'incertitudes. Les limites inférieures et supérieur coches correspondent aux bornes i nféri eures et supéri l'intervalle de confance à 95% des médianes. Comme pou moyennes, le chevauchement ou l'absence de chevauche entre les encoches de 2 séries de données nous renseig l'issue probable des futurs tests statistiques que no amenés à réaliser. Notez que tout ce que nous avons dit haut sur le chevauchement des intervalles de confanc moyennes se retrouve ici pour les intervalles de con des médiiante as sogle chevauchement entre les encoches des mâles Adélie et Chinstrap, absence de chevauchem entre femelles et mâles Adélie, faible chevauchement femelles Adélie et Chinstrap). Il sera donc important examiner ces encoches en amont des tests statistique: éviter de faire/dire des bêtises...

8.7 Exercice

1. Avec le tpaebnige un asiculez les grandeurs sui vantes pour chaque espèce de manchot et chaque sexe :

la moyenne de la longueur des nageoires

- la variance de la longueur des nageoires
- l'écart type de la longueur des nageoires
- l'erreur standard de la longueur moyenne des nageoi
- la moyenne de l'épaisseur du bec
- la variance de l'épaisseur du bec
- l'écart-type de l'épaisseur du bec
- l'erreur standard de l'épaisseur du bec

Attention: pensez à retirer les individus dont le sex connu.

- 2. Véri fez a vecs l kai fro punecties nmoyennes et écart-types cal cul és ci-des sus sont corrects.
- 3. Avec ces données synthétiques faites le graphique vant :

Moyennes (et erreurs standard) des longueurs de nageoires chez les mâles et les femelles de trois espèces de manchots

