


Principio di induzione



Principio di induzione

$P(n) \ n \in \mathbb{N}$ proprietà che potrebbe valere sempre

se:

1) $\exists n_0 \in \mathbb{N} : P(n_0)$ è vera

2) se $P(n)$ è vera, allora $P(n+1)$ è vera
 \uparrow
 num qualsiasi

alla $P(n)$ è vera $\forall n \geq n_0$

Es. Disuguaglianza di Bernoulli:

$$x \in \mathbb{R} \quad x > -1$$

$$P(n) \quad (1+x)^n \geq 1+nx \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

> se $x \neq 0 \quad n > 0$

1) $n=0 \quad (1+x)^0 \geq 1+0x \quad 1 \geq 1 \quad \underline{\text{Vera!}}$

2) ipotesi induttiva vale $(1+x)^n \geq 1+nx$

(suppongo sia vera)

tesi: $(1+x)^{n+1} \geq 1+(n+1)x$

sicuramente $>$

$$(1+x)^{n+1} = \overbrace{(1+x)^n}^{\text{Hp induttiva}} \cdot \overbrace{(1+x)}^{\text{Hp induttiva}} \geq \overbrace{(1+nx)}^{\text{Hp induttiva}} \cdot (1+x) = 1+x+nx+nx^2 = 1+(n+1)x+nx^2$$

essendo pos.
posso moltiplicare

$$\geq 1+(n+1)x$$