2) La concentrazione di PCB nel latte materno ha distr. normale con media $\mu$ e varianza $\sigma^2$ incognite
Misuriamo campione di 20 individui ottenendo media empirica = 5.8 e d.s. empirica = 5.085.

a) I.C. al 95% per $\mu$
b) estremo sup di confid. al 95% per $\mu$
c) Come cambiano le risp. se $\sigma^2$ é nota e $=25$?

a) IC al livello $100(1-\alpha)\%$ per la media $\mu$, pop. normale media e var incognite

$$\left(\bar{x}_n - t_{n-1,\frac{\alpha}{2}}\frac{S_n}{\sqrt{n}},\ \bar{x}_n + t_{n-1,\frac{\alpha}{2}}\frac{S}{\sqrt{n}}\right) = \left(5.8 - 2.093 \cdot \frac{5.085}{\sqrt{20}},\ 5.8 - 2.093 \cdot \frac{5.085}{\sqrt{20}}\right) \simeq (3.12, 8.18)$$

$n = 20$

$\bar{x}_n = 5.8 \quad S_n = 5.085$

$1-\alpha = 0.95 \quad \alpha = 0.05 \quad \frac{\alpha}{2} = 0.025$

$t_{19,0.025} = 2.093$

tavole

b) E.S. al $100(1-\alpha)\%$ per $\mu$ é $\bar{x}_n + t_{n-1,\alpha}\frac{S_n}{\sqrt{n}} = 5.8 + 1.729 \cdot \frac{5.085}{\sqrt{20}} \simeq 7.77$

$t_{19,0.05} = 1.729$

c) $\boxed{\sigma^2 = 25 \text{ nota}}$ IC al 95% per media $\mu$

$$\left(\bar{x}_n - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \bar{x}_n + z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(5.8 - 1.96 \cdot \frac{5}{\sqrt{20}},\ 5.8 + 1.96 \cdot \frac{5}{\sqrt{20}}\right) \simeq (3.61, 7.99)$$

$n = 20 \quad \sigma = 5 \quad \bar{x}_n = 5.8$

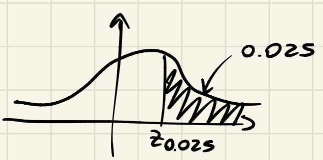
$\alpha = 0.05 \quad \frac{\alpha}{2} = 0.025$

no bisogno del percentile, ma la tabella mi da P<

$z_{0.025} \stackrel{?}{=}$

$= \Phi(z_{0.025}) = 1 - 0.025 = 0.975 \Rightarrow z_{0.025} = 1.96$

cerco nella tavola



Es.3 stimare la prop. di donne tra gli insegnanti. Su un campione di 1000 insegnanti 518 donne

1) Stima puntuale della prop. tramite stimatore non distorto
2) IC al 95% per la proporzione
3) IC al 99%, ampiezza non maggiore di 0.03. Quanto deve essere numeroso il campione

svolgimento

1) Pop. bernoulliana, proporzione $p$

La media campionaria é uno stimatore non distorto di $p$

una stima puntuale per $p$ é

$$\hat{p} = \bar{x}_n = \frac{518}{1000} = 0.518$$

$\leftarrow$ 1 F, 0 M sommo le 1

2) I.C. 95% per $p$

$n\bar{x}_n = 518 > 5$ verificato

$n(1-\bar{x}_n) = 482 > 5$ verificato

$$\left(\bar{x}_n - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\bar{x}_n(1-\bar{x}_n)}{n}}, \bar{x}_n + z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\bar{x}_n(1-\bar{x}_n)}{n}}\right) = \left(0.518 - 1.96\sqrt{\frac{0.518 \cdot 0.482}{1000}}, 0.518 + 1.96\sqrt{\frac{0.518 \cdot 0.482}{1000}}\right)$$

$$\simeq (0.487, 0.549)$$

$\alpha = 0.05 \qquad z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

cerco $n$ t.c. ampiezza $\leq 0.03$

3) I.C. al 99% per $p$ ($\alpha = 0.01$)

$$\left(\bar{x}_n - z_{0.005}\sqrt{\frac{\bar{x}_n(1-\bar{x}_n)}{n}}, \bar{x}_n + z_{0.005}\sqrt{\frac{\bar{x}_n(1-\bar{x}_n)}{n}}\right) = 2z_{0.005}\sqrt{\frac{\bar{x}_n(1-\bar{x}_n)}{n}} \leq 2z_{0.005}\sqrt{\frac{1/4}{n}} = \frac{z_{0.005}}{\sqrt{n}}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{n} \geq \frac{z_{0.005}}{0.03} \Longleftrightarrow n \geq \left(\frac{z_{0.005}}{0.03}\right)^2 \simeq 7373.0$$

$\phi(z_{0.005}) = 0.995$

$\Rightarrow z_{0.005} = 2.575$

$n \geq 7374$

$[0,1] \to \mathbb{R}$

$f: x \longrightarrow x(1-x)$

ha $\max = \frac{1}{4}$