Una teoria è definita da un insieme di formule di un linguaggio del primo ordine.

Le formule formano gli assiomi.

La teoria sono tutte le conseguenze degli assiomi.

Un insieme di formule Γ è soddisfacibile SSE esiste un' interpretazione I t.c. $I \models \varphi \quad \forall \varphi \in \Gamma$ $\quad I$ è un modello di Γ $(I \models \Gamma)$

φ è una conseguenza di Γ $(\Gamma \models \varphi)$ SSE ogni modello di Γ lo è anche di φ

Teoria

insieme di formule Θ chiuso rispetto le conseguenze
(se $\Theta \models \varphi$ allora $\varphi \in \Theta$)

Γ insieme di formule detti assiomi

La teoria generata da Γ è l'insieme delle conseguenze di Γ

$$\Theta_\Gamma := \{ \varphi \mid \Gamma \models \varphi \}$$

proprietà:

se soddisfa φ non deve sodd $\neg\varphi$
e viceversa

- consistente SSE non esiste φ t.c. $\Theta \models \varphi$ oppure $\Theta \models \neg\varphi$
- completa SSE $\forall \varphi$ $\Theta \models \varphi$ oppure $\Theta \models \neg\varphi$

la teoria soddisfa ogni formula o la sua negazione

Estensioni conservative

$L \subseteq M$ due segnature , Θ, Ξ due teorie in L e M rispettivamente

Ξ è un'estensione conservativa di Θ SSE $\forall \varphi \in L$:

$\Theta \models \varphi$ SSE $\Xi \models \varphi$ hanno stesso comportamento sul vocabolario ristretto L