obiettivo: dato un polinomio di secondo grado in due variabili x, y

$$q(x,y) = q_{11}x^2 + q_{12}xy + q_{22}y^2 + q_{13}x + q_{23}y + q_{33}$$

comprendere l'insieme delle soluzioni $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid q(x,y)=0\} = Q$

alieno

A q associamo due matrici

- $A = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12}/2 \\ q_{21}/2 & q_{22} \end{pmatrix}$
- $A_Q = \left(\begin{array}{cc|c} \multicolumn{2}{c|}{A} & q_{13}/2 \\ & & q_{23}/2 \\ \hline q_{31}/2 & q_{32}/2 & q_{33} \end{array}\right)$

Classificazione

① $\det(A_Q) \neq 0$ conica non degenere

(i) Q é un' iperbole SSE $\det(A) < 0$

(ii) Q é una parabola SSE $\det(A) = 0$

(iii) Q é un' ellisse SSE $\det(A) > 0$

- se $q_{11} = q_{22}$ e $q_{12} = 0$ allora Q é un cerchio
- se $(q_{11} + q_{22}) \cdot \det(A_Q) > 0$ $\quad Q = \emptyset$ (in $\mathbb{R}$)

② $\det(A_Q) = 0 \rightarrow$ conica degenere

(i) due rette che si intersecano SSE $\det(A) < 0$

(ii) due rette parallele SSE $\det(A) = 0$

- rette reali distinte SSE $q_{13}^2 + q_{23}^2 > 4(q_{11} + q_{22})q_{33}$
- rette reali coincidenti SSE $q_{13}^2 + q_{23}^2 = 4(q_{11} + q_{22})q_{33}$
- insieme vuoto SSE $q_{13}^2 + q_{23}^2 < 4(q_{11} + q_{22})q_{33}$

(iii) Un singolo punto SSE $\det A > 0$

OSS rette coincidenti SSE $rg(A_Q) = 1$. In tutti gli altri casi degeneri $rg(A_Q) = 2$.