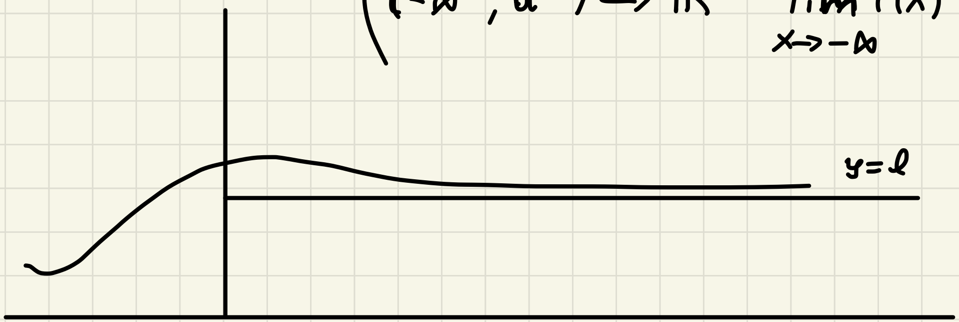
Asintoti

la distanza tra la f.ne e la retta tende a 0

- orizzontale $\quad f:(a,+\infty)\to\mathbb{R} \quad \lim_{x\to+\infty} f(x) = l\in\mathbb{R}$

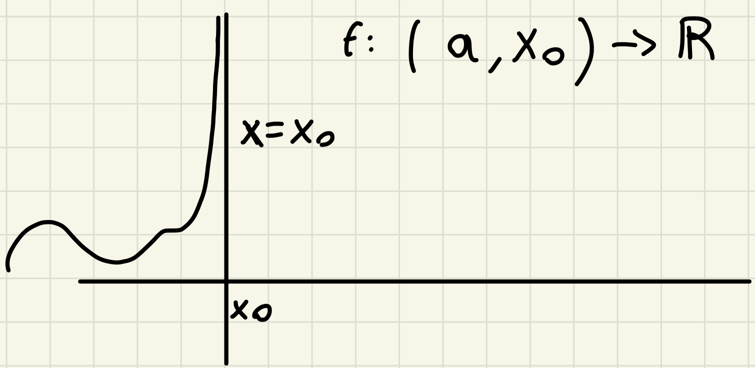
$\quad\left((-\infty, a)\to\mathbb{R} \quad \lim_{x\to-\infty} f(x) = l\in\mathbb{R}\right)$ $\quad y=l$



- verticale $\quad f:(x_0,a)\to\mathbb{R} \quad \lim_{x\to x_0^+} f(x)=\pm\infty$

$\quad f:(a,x_0)\to\mathbb{R} \quad \lim_{x\to x_0^-} f(x)=\pm\infty$ $\quad x=x_0$

basta uno dei due ∞



- **obliquo** $f: (a, +\infty) \to \mathbb{R}$

<u>Def.</u> si dice che la retta di eq. $y = mx + q$ $(m \neq 0)$ è asintoto obliquo di f $\boxed{\text{per } x \to +\infty}$ se $\lim_{x \to +\infty} f(x) - (mx+q) = 0$ cioè

$f(x) = mx + q + \underbrace{o(1)}_{\text{qualcosa che tende a } 0}$ per $x \to +\infty$

es. $f(x) = 3x + 4 + e^{-x}$ $\searrow_0$ per $x \to +\infty$ $\quad y = 3x + 4$ as. obliquo di f per $x \to +\infty$

osservazione!

- cond. necessaria perchè esista as. obliquo a $+\infty$ è

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \pm\infty$$

- Cond. necessaria .... più fine della precedente é che $f(x)$ $(x \to +\infty)$ sia un infinito "con la stessa velocitá" di x guarda gerarchia degli infiniti

es. $f(x) = x \ln x + 4$

$x \to +\infty$ $\quad x \ln x$ va a $+\infty$ piú velocemente di x

non puó esserci asintoto obliquo

es. $$\frac{x^4+3x-4}{x^3+x^2+1} \xrightarrow[x \to +\infty]{} +\infty$$ c'é asintoto

$$\frac{x^4}{x^3} \qquad \frac{x^4\left(1+\frac{3}{x}-\frac{4}{x^4}\right)}{x^3\left(1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right)} \underset{x \to +\infty}{\sim} x$$

es. $f(x) = x + \sqrt{x}$ non ha A. obl.

$x \to +\infty$

Th. sia $f : (a, +\infty) \to \mathbb{R}$ allora la retta $y = mx + q$ $(m \neq 0)$

è as. obliquo di f per $x \to +\infty$ SSE

- $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = m$ $\quad (f(x) \sim mx$ per $x \to +\infty)$

- - $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} (f(x) - m(x)) = q \in \mathbb{R}$

$$\frac{f(x)}{x} = \frac{x + \sqrt{x}}{x} \to 1$$

$f(x) - 1x = x + \sqrt{x} - x = \sqrt{x} \to -\infty$ non rispetta la cond es $\dfrac{P_n(x)}{Q_{n-1}(x)}$ ha sempre asintoto obliquo

$$
\begin{array}{rrrrr|l}
x^4 & +0 & +0 & +3x & -4 & x^3+x^2+1 \\
\hline
-x^4 & -x^3 & & -x & & x-1 \\
\hline
& -x^3 & & +2x & -4 & \\
\hline
& & x^2 & +2x & -3 &
\end{array}
$$

<3

$f(x) = x-1 + \dfrac{x^2+2x-3}{x^3+x^2+1}$

$y = x-1$

$m = 1$

$q = -1$

$\xrightarrow{x\to+\infty} 0$

$o(1)$