5

Un grafo è definito:

- insieme di nodi (vertici)
- collegamenti tra vertici
    - orientati (archi)
    - non orientato (spigoli)

La posizione dei vertici e archi è <u>irrilevante</u>

Relazioni binarie

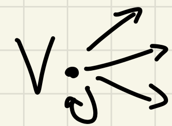
$V = \{V_1, V_2 \dots V_n\}, E \subseteq V \times V$

$V \rightarrow$ insiemi dei vertici

$E \rightarrow$ insieme degli spigoli

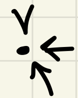
Terminologia

- arco uscente da v e entrante in w $\quad V \cdot \longrightarrow \cdot W$
- grado di uscita di v è il numero di archi uscenti da V (out degree)



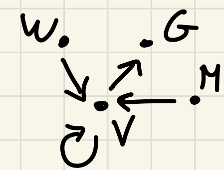
$K_{out} = 4$

- grado di ingresso (in degree)



$K_{in} = 2$

- V e W sono adiacenti se esiste un arco tra V e W
- il grado (degree) é il numero di nodi adiacenti a V



$K_{in} = 2 \quad K_{out} = 2$

degree $= 3$

- un nodo ē detto:

  sorgente non ha archi entranti

  pozzo non ha archi uscenti

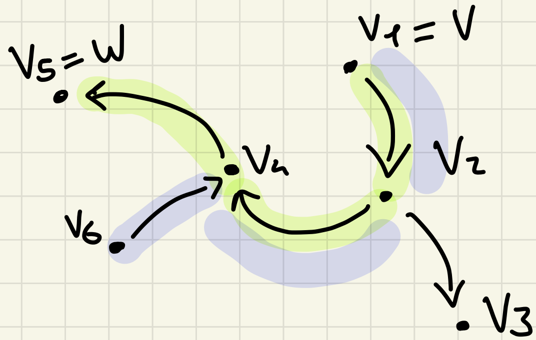
  isolato non ha nessun arco uscente o entrante

Cammino

sequenza finita di nodi, è una t-upla ordinata

$\forall i \quad 1 \leq i \leq n$ esiste un arco uscente da V_i ed entrante in V_{i+1}

da V a W se $V_1 = V$ e $V_n = W$



non devo andare "controcorrente"

Un semicammino è un cammino dove non conta il verso degli archi

Definizioni

lunghezza → il numero di archi che lo compongono $(n-1)$ numero nodi

- un (semi) cammino è **semplice** se <u>tutti</u> i nodi della sequenza sono diversi (tranne se $V_1 = V_n$) ciclo
- un grafo è **connesso** se esiste sempre un semicammino tra due nodi qualsiasi.

Cicli

ciclo → cammino da V a V
semiciclo → semi cammino da V a V

N.B. un cappio è un ciclo di lunghezza 1

Distanza

- distanza tra V e W è la lunghezza del cammino piú corto da V e W
- distanza da V e V è 0
- se non ci sono cammini tra V e W la distanza è ∞
- in un grafo ordinato $\Delta(V, W) \neq \Delta(W, V)$

$G_1(V_1, E_1)$ è un sottografo di $G_2(V_2, E_2)$ SSE $V_1 \subseteq V_2 \land E_1 \subseteq E_2$

ottengo un sottografo togliendo archi e/o nodi
(se tolgo nodo tolgo tutti gli archi incidenti)

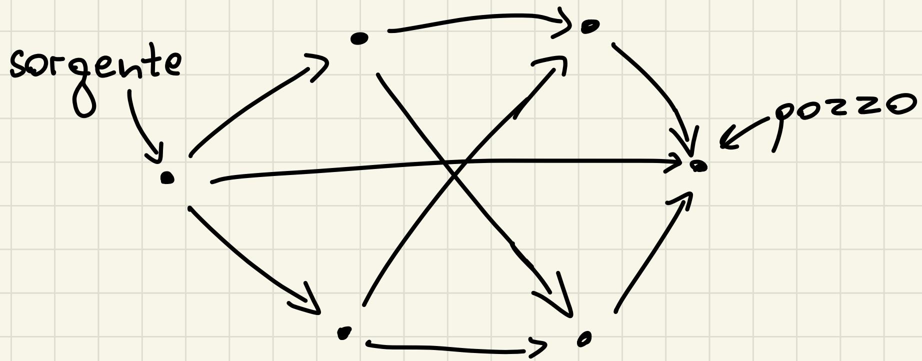
dato $G(V, E)$ è indotto da $V' \subseteq V$ se ho soltanto archi adiacenti agli elementi di V'.

$G = (V', E')$ dove $E' = \{ <v, w> \in E \mid v, w \in V' \}$

Grafo acidico orientato DAG

non esiste nessun ciclo

- ci deve essere almeno un nodo sorgente
- ci deve essere almeno un nodo pozzo



Grafi etichettati

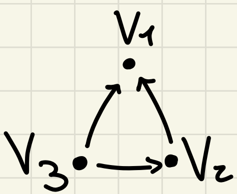
è una tripla $G=(V, E, f)$ dove:

$f: E \to L$ associo a ogni arco $\in E$ un'etichetta $\in L$

labels

Matrice di adiacenza

rappresento con una matrice booleana il grafo



$$\begin{array}{c|ccc} & V_1 & V_2 & V_3 \\ \hline V_1 & 0 & 0 & 0 \\ V_2 & 1 & 0 & 0 \\ V_3 & 1 & 1 & 0 \end{array}$$

Completezza

Un grafo é completo se ogni nodo é collegato con tutti gli altri ma non con se stesso

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Connettività

G è connesso se $\forall v, w$ esiste tra loro un semicammino

G è fortemente connesso se tra di loro c'é un cammino

Isomorfismi tra grafi

$G_1(V_1, E_1)$ $G_2(V_2, E_2)$

sono isomorfi se esiste una f.ne biunivoca t.c.

$\langle v, w \rangle \in E_1$ SSE $\langle f(v), f(w) \rangle \in E_2$

f mantiene la struttura di G_1 e cambia i nomi dei vertici a quelli di G_2