Def.

siano $f, g : D \subseteq \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ x_0 p.to di accumulazione per D

se $\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$ si dice che f è asintotica a g $\boxed{\text{per } x \to x_0}$

es. $f(x) = x^2 - 1$ $g(x) = x^2$

f è asintotica a g per $x \to \pm\infty$ $f \sim g$ per $x \to x_0$

$\frac{x_0^2 - 1}{x_0^2} = 1$ non è mai vero in $\mathbb{R}$, solo in $\overline{\mathbb{R}}$ in $+$ e $-\infty$

In particolare: per $x \to 0$

- $\sin x \sim x$
- $1 - \cos x \sim \frac{x^2}{2}$ $\qquad \left(\frac{1-\cos x}{x^2} \to \frac{1}{2} \right)$
- $\operatorname{tg} x \sim x$
- $\operatorname{arctg} x \sim x$

se $\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$ si dice che f è "o piccolo" di g per $x \to x_0$

si scrive $f = o(g)$, per $x \to x_0$

Es. $f(x) = e^{1/x}$ $\qquad g(x) = x+1$

$f = o(g)$ $x \to x_0$ $\qquad \lim_{x \to x_0} \frac{e^{1/x}}{x+1} = 0$ $\qquad \boxed{x_0 = \pm\infty \,,\; x_0 = 0^-}$

$f = o(g)$, per $x \to \pm\infty$