richiesta per essere campo k:

k insieme con due op.: +, ·

① {k,+} gruppo abeliano commutativo

$k \times k \to k$

- op. commutativa
- op. associativa
- esistenza elemento neutro
- esistenza el opposto

② $\{k \setminus \{0\}, \cdot\}$ gruppo abeliano

$k \times k \to k$ esistenza opposto e neutro

③ prodotto distributivo rispetto la somma e viceversa

Insieme V si dice s.v. del campo k se (V, +) gruppo abeliano e se c'é un prodotto esterno detto prodotto per scalare

$(k \times V) \to V$

$(\alpha, v) \to \alpha v$

Ogni V ha almeno 2 s.v. $\{\underline{0}\}$ e V

(2) $U_3 = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : -2x + y - z = 0 \}$ $\quad y = 2x + z$

$= \{ (x, 2x+z) : x, z \in \mathbb{R} \}$ è s.s.v. di $\mathbb{R}^3$ $(K = \mathbb{R})$

siano $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ e $\left.\begin{array}{l} \bar{u}_1 = (x_1, 2x_1 + z_1, z_1) \\ \bar{u}_2 = (x_2, 2x_2 + z_2, z_2) \end{array}\right\} \in U_3$

dimostro che
$\alpha \bar{U}_1 + \beta \bar{U}_2 \in U_3$

$(\alpha x_1, \alpha(2x_1 + z_1), \alpha z_1) + (\beta x_2, \beta(2x_2 + z_2), \beta z_2) =$
$= (\alpha x_1, \alpha 2x_1 + \alpha z_1, \alpha z_1) + (\beta x_2, \beta 2x_2 + \beta z_2), \beta z_2) =$

$= (\underbrace{\alpha x_1 + \beta x_2}_{x \in \mathbb{R}}, \underbrace{\alpha 2x_1 + \beta 2x_2 + \alpha z_1 + \beta z_2}_{= 2x + z ?}, \underbrace{\alpha z_1 + \beta z_1}_{z \in \mathbb{R}})$

$2(\alpha x_1 + \beta x_2) + \alpha z_1 + \beta z_2$

vale che $\alpha \bar{U}_1 + \beta \bar{U}_2 \in U_3$ s.s.v. di $\mathbb{R}^3$