УДК 519.63

Вычислительные алгоритмы, основанные на решении обобщенной задачи Римана о распаде разрыва

Ю.И. Скалько, В.А. Мазепов

Лаборатория флюидодинамики и сейсмоакустики, Московский физико-технический институт

Многие эволюционные процессы в физике, биологии, экономике и других прикладных областях моделируются гиперболическими системами линейных дифференциальных уравнений первого порядка. При построении численных алгоритмов решения краевых задач для таких систем уравнений, с использованием аппроксимации решения кусочно-гладкими функциями, ключевым моментом является решение задачи Римана о распаде разрыва. По сути, все известные методы решения этой задачи связаны с наличием у гиперболических систем характеристик. В случае многих пространственных переменных методы, основанные на наличии характеристик, уже не работают. И задача Римана, чаще всего, решается в предположении, что вблизи разрыва решение представляет собою̆ плоскую волну, движущуюся вдоль нормали к поверхности разрыва и для кусочно-постоянных начальных данных.

В работе построено решение задачи Римана о распаде разрыва для гиперболических систем линейных дифференциальных уравнений первого порядка с кусочно-постоянными коэффициентами и с произвольным количеством пространственных переменных:

с кусочно-непрерывными начальными данными

*,*

Предложенный алгоритм сводит задачу нахождения значений переменных в момент времени t > 0 по обе стороны поверхности разрыва начальных данных к решению системы алгебраических уравнений с правой частью, зависящей от значений переменных в начальный момент времени в конечном числе точек.

Построенное решение обобщенной задачи Римана позволяет сформулировать алгоритм численного решения начально-краевых задач для гиперболических систем линейных дифференциальных уравнений первого порядка. Суть алгоритма состоит в том, что для перехода на следующий временной слой решается обобщенная задача Римана, используя в качестве начальных данных решение на предыдущем временном слое.

Эффективность указанного алгоритма продемонстрирован на примере системы уравнений, описывающих распространение упругих волн..

Литература

1. *Куликовский А.Г., Погорелов Н.В., Семенов А.Ю.* Математические вопросы численно- го решения гиперболических систем уравнений. М.: Физматлит, 2001.

2. *LeVeque R.L.* Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems. Cambridge: Cambridge University Press, 2002.

3. *Скалько Ю.И.* Корректные условия на границе, разделяющей подобласти // Компьютерные исследования и моделирование. 2014. Т. 6, No 3. С. 347–356.

4. *Kaser M., Dumbser M.* An Arbitrary High Order Discontinuous Galerkin Method for Elastic Waves on Unstructured Meshes – I. The Two-Dimensional Isotropic Case with External Source Terms // Geophys. J. Int. 2006. V. 166. P. 855–877.

5. *Гельфанд И.М., Шилов Г.Е.* Пространства основных и обобщенных функций. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1958.

6. *Гельфанд И.М., Шилов Г.Е.* Обобщенные функции и действия над ними. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1959.

7. *Владимиров В.С.* Уравнения математической физики. М.: Наука, 1981.