Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана

Кафедра «Системы обработки информации и управления»

**Методическое пособие**

**по выполнению домашнего задания по дисциплине**

**«Основы телекоммуникаций»**

|  |
| --- |
| Разработал к.т.н., доцент Галкин В.А. |
|  |
|  |
|  |
|  |

Москва - 2008

Целью домашнего задания является приобретение и закрепление студентами практических навыков по разработке и реализации алгоритмов кодирования и декодирования корректирующим кодом, а также определение реальной обнаруживающей или корректирующей способности этого кода.

Постановка задачи.

Имеется дискретный канал связи, на вход которого подается закодированная в соответствии с вариантом задания кодовая последовательность. В канале возможны ошибки любой кратности. Вектор ошибки может принимать значения от единицы в младшем разряде до единицы во всех разрядах кодового вектора. Для каждого значения вектора ошибки на выходе канала после декодирования определяется факт наличия ошибки и предпринимается попытка её исправления.

Обнаруживающая способность кода Cо определяется как отношение числа обнаруженных ошибок No к общему числу ошибок данной кратности, которое определяется как число сочетаний из n (длина кодовой комбинации) по i (кратность ошибки – число единиц в векторе ошибок) - Cin.

Cо = No / Cin (1)

Корректирующая способность кода Ck определяется как отношение числа исправленных ошибок Nk к общему числу ошибок данной кратности, которое определяется как число сочетаний из n (длина кодовой комбинации) по i (кратность ошибки – число единиц в векторе ошибок) - Cin .

Ck = Nk  / Cin  (2)

В каждом варианте задания необходимо определить либо обнаруживающую, либо корректирующую способность кода. Результаты работы программы представить в виде таблицы:

Таблица 1.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| i | Cin | No или Nk | Cо или Ck | Примечание |
|  |  |  |  |  |

Вопросы из теории.

Циклические коды.

Кодирование циклическим кодом:

Этапы:

1. Задана информационная последовательность m(x). Умножить заданный полином степени (k - 1) на х(n-k), т.е. сдвинуть в сторону старших разрядов на (n – k); где n = r+k, r – степень образующего полинома , k – число информационных разрядов данной последовательности;

2. Получить остаток от деления полинома x(n-k)\*m(x) на g(x) – образующий полином. Степень остатка <= n – k – 1.

3. Объединить остаток р(х) и исходный полином x(n-k)\*m(x) для получения кодового слова; x(n-k)\*m(x) @ p(x), где @ - конкатенация;

Декодирование циклического кода:

V(x) – передаваемый кодовый полином; r(x) – принятый;

r(x)=g(x)\*q(x)+S(x), где q(x) – частное, S(x) – остаток от деления принятого полинома на порождающий полином (если S(x) = 0, ошибки нет или она не обнаружена).

r(x)=V(x)+e(x), где e(x) – вектор ошибки;

e(x)=V(x)+q(x)\*g(x)+S(x) или e(x)=[ m(x)+q(x)]\*g(x)+s(x),

т.е. синдром ошибки s(x) есть остаток от деления вектора ошибки на порождающий полином.

Функция декодирующего устройства заключается в оценке полинома вектора ошибки e(x) по синдрому s(x).

Для различных сочетаний одиночных ошибок в кодовой комбинации двоичного циклического [7,4]-кода соответствующие им синдромы представлены в таблице 2. Рассмотрим пример двоичного циклического [7,4]-кода (n=7, k=4). Порождающий полином такого кода является примитивный полином степени (n-k): g(x) = x3 + x + 1 .

Таблица 2.

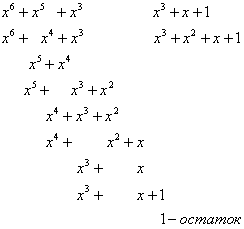
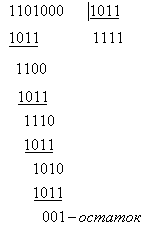
|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Ошибка *e* ( *x* ) | Синдром s(x) | Вектор синдрома | | |
| s3 | s2 | s1 |
| x0 | x0 | 0 | 0 | 1 |
| x1 | x1 | 0 | 1 | 0 |
| x2 | x2 | 1 | 0 | 0 |
| x3 | x + 1 | 0 | 1 | 1 |
| x4 | x2 + x | 1 | 1 | 0 |
| x5 | x2 + x + 1 | 1 | 1 | 1 |
| x6 | x2 + 1 | 1 | 0 | 1 |

*Пример.*

Пусть нам необходимо закодировать кодовый вектор с k=4 1101. Представим его в виде полинома степени (k-1): m(x) = x3 + x2 + 1.

*Кодирование.*   
1. Умножаем m(x) на (xn-k) : m(x)•x3 = (x3 + x2 + 1)•x3 = x6 + x5 + x3 , что соответствует сдвигу кодового вектора в сторону старших разрядов на (n-k) разряда и добавлению в освободившиеся разряды нулей: 1101000.

2. Делим m(x)•x3 на g(x):

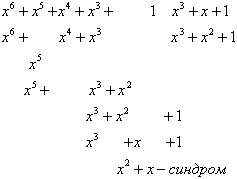
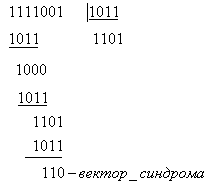
    или    

Таким образом, остаток: p(x) = p0.

3. Приписываем остаток к информационным разрядам: v(x) = m(x)•xn-k + p(x) = x6 + x5 + x3 + 1, или выполняем операцию конкатенации исходного кодового вектора и вектора остатка: 1101.001, в результате получаем циклический (7,4)-код.

*Декодирование.*   
Пусть вектор ошибки равен e(x) = x4, тогда принятый полином будет иметь вид:   
r(x) = v(x) + e(x) = x6 + x5 + x4 + x3 + 1 или 1101001+0010000=1111001

Для обнаружения ошибки необходимо разделить принятый полином на порождающий:

    или    

По виду синдрома из таблицы 2.3 определяем место ошибки – разряд с весом 4.

Коды Хэмминга.

К корректирующим кодам относятся коды Хэмминга с кодовым расстоянием d=3.

Для кодов Хэмминга выбрано предельное значение разрешенных кодовых комбинаций N = 2n•(1+n)-1, а число информационных разрядов (k) определится как:

k = log[ 2n•(1+n)-1 ] = n - log(n + 1). (3)

Данное уравнение имеет целочисленные решения k = 0,1,4,11,26,…., которые и определяют соответствующие коды Хэмминга [3,1] - код, [7,4] - код, [15,11] - код и т.д. Рассмотрим алгоритмы кодирования и декодирования на примере [7,4] - кода Хэмминга.

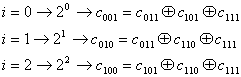
*Алгоритм кодирования.*   
Все номера позиций кода нумеруются в двоичной системе счисления, начиная с единицы (p)-разрядным двоичным числом: p = [ log(n) ], где [ ] - ближайшее большее целое, (n) - число разрядов кода cncn-1 ...cj...c1.

Проверочные разряды размещаются в позициях кода, кратных целой степени двойки 20,21, … и т.д.: cj = bj , j = 2i, i = 0,1,…,(r-1), где (r) - число проверочных разрядов.

Значение cj проверочного разряда определяется как сумма по mod2 тех разрядов кода, в номере которых двоичный разряд с (i)-ым весом равен единице.

*Пример.*   
Пусть информационный кодовый вектор v = 1101. В коде Хэмминга этот вектор будет занимать позиции c3,c5,c6 и c7, начиная с младшего разряда, а позиции c1,c2,c4 отводятся под проверочные разряды кода. Пронумеруем все позиции кода в двоичной системе счисления: c111c110c101[c100]c011[c010][c001] и выделим позиции для размещения проверочных разрядов. Определим значения проверочных разрядов кода суммированием по mod2 тех разрядов кода, в номере которых двоичный разряд с (i)-ым весом равен единице.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| c111 | c110 | c101 | c100 | c011 | c010 | c001 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |

 (4)

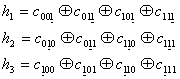
Таким образом, получен кодовый вектор v' = 1100110, который передается по каналу, подверженному влиянию помех. Пусть вектор ошибки равен e = 0000100 , тогда принятая из дискретного канала кодовая комбинация будет иметь вид:

v'' = 1100010 = v' e. (5)

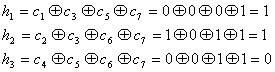
*Алгоритм декодирования.*   
Вычисляется значение синдрома ошибки:

Eош = || hrhr-1 ...hi...h1 ||. (6)

Значение (i)-го разряда синдрома определяется как сумма по mod2 тех разрядов принятого кода, включая проверочные, в номере которых вес двоичного разряда совпадает с весом разряда синдрома.

 (7)

Для нашего примера v'' = 1100010

 (8)

Eош = || h3h2h1 || = ||011|| - синдром ошибки определяет в двоичной системе номер разряда, в котором обнаружена однократная ошибка.

Для исправления ошибки необходимо инвертировать третий разряд - c3. Получим: v'' = 1100110, откуда, выделяя информационные разряды, получаем исходный кодовый вектор v = 1101.

Требования к выполнению домашнего задания.

Отчет о выполнении ДЗ должен содержать:

1. Постановку и метод решения задачи для варианта задания.
2. Алгоритмы кодирования , реализации модели канала связи, декодирования, вычисления обнаруживающей или корректирующей способности кода для ошибок всех возможных кратностей.
3. Заполненную таблицу 1.
4. Выводы.
5. Список используемой литературы и URL-ссылок.
6. Электронную копию отчета и программы (включая исходные модули).

Литература.

1. Галкин В.А., Григорьев Ю.А. Телекоммуникации и сети: Учеб. Пособие для вузов.-М.: Изд-во МГТУ им.Н.Э.Баумана, 2003
2. [http://www.opennet.ru/docs/RUS/inet\_book/](http://www.opennet.ru/docs/rus/inet_book/)

Варианты задания

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № варианта | Информационный  вектор | Код | Способность  кода |
| 1 | 1010 | Ц [7,4] | Co |
| 2 | 1101 | Ц [7,4] | Ck |
| 3 | 00001010001 | Ц [15,11] | Co |
| 4 | 1010 | X [7,4] | Ck |
| 5 | 00001010011 | Ц [15,11] | Ck |
| 6 | 1110 | X [7,4] | Co |
| 7 | 10101010011 | X [15,11] | Co |
| 8 | 01010101100 | X [15,11] | Ck |
| 9 | 0010 | Ц [7,4] | Co |
| 10 | 0001 | Ц [7,4] | Ck |
| 11 | 1011010001 | Ц [15,11] | Co |
| 12 | 0011 | X [7,4] | Ck |
| 13 | 00001010011 | Ц [15,11] | Ck |
| 14 | 1000 | X [7,4] | Co |
| 15 | 10101010100 | X [15,11] | Co |
| 16 | 01010101111 | X [15,11] | Ck |
| 17 | 0111 | Ц [7,4] | Co |
| 18 | 1000 | Ц [7,4] | Co |
| 19 | 1001 | Ц [7,4] | Ck |
| 20 | 11111010001 | Ц [15,11] | Co |
| 21 | 1011 | X [7,4] | Ck |
| 22 | 11111010011 | Ц [15,11] | Ck |
| 23 | 1110 | X [7,4] | Co |
| 24 | 11101010011 | X [15,11] | Co |
| 25 | 00010101100 | X [15,11] | Ck |
| 26 | 0100 | Ц [7,4] | Co |
| 27 | 0101 | Ц [7,4] | Ck |
| 28 | 10111111001 | Ц [15,11] | Co |
| 29 | 1111 | X [7,4] | Ck |
| 30 | 11111110011 | Ц [15,11] | Ck |

Обозначения:

Ц[7,4] – Циклический код g(x) = х3 + х + 1

Ц[15,11] – Циклический код g(x) = х4+ х + 1

X[7,4], Х[15,11] – коды Хэмминга

Co - обнаруживающая способность кода

Ck - корректирующая способность кода