В.И. Кортунов, В.В. Лукин

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЦИФРОВОЙ СВЯЗИ

2006

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского

«Харьковский авиационный институт»

В.И. Кортунов, В.В. Лукин

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЦИФРОВОЙ СВЯЗИ

Учебное пособие по лабораторному практикуму

Харьков “ХАИ” 2006

**УДК 681. 396**

Ил. 4. Табл. 11. Библиогр.: 7 назв.

Рецензенты: д-р техн. наук В.М. Безрук,

д-р техн. наук, проф. Г.П. Кулемин

© Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского

«Харьковский авиационный институт», 2006

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение…………………………………………………………………………..5

1. Сигналы и их характеристики………………………………………………...7
   1. Общие сведения о сигналах…………………………………………..7
      1. Классификация сигналов………………………………….…8
      2. Специальные сигналы………………………………………..9
   2. Детерминированные аналоговые сигналы и их характеристики…10
      1. Свойства и характеристики непрерывных сигналов……...11
      2. Спектральные характеристики сигналов. Ряд Фурье…......11
      3. Спектр периодического сигнала……………………..….…12
      4. Спектр непериодического сигнала. Преобразование Фурье..13
      5. Свойства преобразования Фурье ...........…………………..13
      6. Энергетические характеристики сигналов………………..14
   3. Детерминированные цифровые сигналы и их характеристики……15
      1. Устройства дискретизации и квантования сигналов……..15
      2. Математическая модель цифровых сигналов……………..16
      3. Связь спектров непрерывных и дискретных сигналов…...16

1.3.6. Z-преобразование дискретных сигналов………………….19

* 1. Случайные сигналы и их характеристики…………………………..21
     1. Понятие случайной функции и случайного процесса…....21
  2. Формы динамических моделей каналов связи .................................28
  3. Способы получения динамических моделей ....................................30
  5. Преобразование детерминированных сигналов линейными непрерывными системами в частотной области.......………………....…33
  6. Элементарные звенья систем и их свойства ………………..……....35
  7. Условие неискаженного воспроизведения сигнала ………………..40
  8. Характеристики идеального фильтра низких частот ………………40
  9. Преобразование случайных сигналов линейными системами……..41

фильтров с ограниченной полосой пропускания………………………..43

2.12. Решение задачи оптимальной фильтрации …………..........………44

1. Основные функции анализа сигналов в среде МАТЛАБ ………………....45
   1. Функции генерации сигналов............................................................45

(табл. 3.8).............................................................................................48

3.4. Функции задания линейного фильтра...............................................48

1. Лабораторные работы .....................................................................................49

Лабораторная работа № 1. Изучение инструментальных средств

моделирования сигналов в среде МАТЛАБ…………………………………..49

Лабораторная работа № 2. Дискретное преобразование Фурье

с помощью инструментальных средств МАТЛАБ…………………………. 52

Лабораторная работа № 3. Дискретное обратное

преобразование Фурье и фильтрация сигналов…………………………..…55

Лабораторная работа № 4. Определение характеристик

случайных сигналов ............................................................................................58

Библиографический список …...........................................................................64

**ВВЕДЕНИЕ**

Системы цифровой связи интенсивно развиваются вследствие следующих преимуществ:

3. Эффективное использование пропускной способности каналов цифровых систем связи при передаче дискретных сообщений на основе применения временного или кодового разделения каналов.
4. Высокие технико-экономические показатели из-за малых габаритных размеров, массы, высокой унификации узлов и надежности системы и, самое важное, цифровые системы могут производиться по более низким ценам.

1. **СИГНАЛЫ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ**

**1.1. Общие сведения о сигналах**

Канал связи включает в себя передатчик (модулятор), линию связи и приемник (демодулятор).

*Передатчик* предназначен для преобразования сообщений в сигналы, проходящие по линии связи.

*Приемник* – для восстановления переданного сообщения по принятому сигналу.

*Линия связи* – физическая среда, в которой распространяются сигналы.

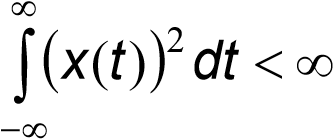
**1.1.1. Классификация сигналов**

Таблица 1.1

|  |  |
| --- | --- |
| **Признак классификации** | **Вид сигнала** |
| Природа сигнала | Детерминированный - случайный |
| Периодичность | Периодический - непериодический (апериодический) |
| Энергия сигнала | Ограниченный - неограниченный по энергии |
| Частотные свойства | Ограниченный - неограниченный по частоте  Узкополосный - широкополосный |
| Временные свойства | Ограниченный - неограниченный по времени |
| Квантованность | Непрерывный - дискретный (цифровой) |
| Форма представления | Комплексный - действительный |
| По стабильности параметров | Стационарный - нестационарный |
| По особенности применения | Специальные сигналы |

*Дискретный* –сигнал, аргумент которого принадлежит счетному (дискретному) множеству.

*Цифровой* – сигнал, являющийся квантованным и дискретным.

Сигнал, для которого справедливо неравенство , называет-

ся*ограниченным* по энергии.

*Стационарный* – сигнал, у которого параметры неизменны во времени.

**1.1.2. Специальные сигналы**

Таблица 1.2

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Наименование** | **Функциональный вид (параметры)** | **Команда генерации в МАТЛАБе** |
| Единичный ступенчатый сигнал | ⎧0, *t* < 0  ⎪  *x*(*t*) =1(*t*) =⎨0.5, *t* = 0  ⎪1, *t* > 0  ⎩ | >> y = (t > 0); |
| Импульсная функция Дирака | ⎧= 0, *t* ≠ 0 δ(*t*) =⎨  ⎩≠ 0, *t* = 0  ∞  ∫ *f* (τ)δ(τ− *t*)*dt* = *f* (*t*)  −∞ | - |
| Дискретная импульсная функция | ⎧=1, *k* = *l*  δ(*k* − *l*) =⎨  ⎩= 0, *k* ≠ *l* | - |
| Гармонический сигнал | *x*(*t*) = *A*cos(ω*t*)    *x*(*t*) = *A*cos(ω*t* +ϕ) | >> t = 0:0.1\*pi:4\*pi; y = sin(t);  >> Tk=2\*pi; = 2\*pi;Ts =0.1\*2\*pi;  >> [y,t] = gensig(‘sin’,T,Tk,Ts); |
| Гармонический сигнал c нарастающей частотой | *x*(*t*) = *A*sin((ω0 +Δω*t*)*t*) | >>t = 0:0.01:10;  >>y = chirp(t,1,10,5); |

Окончание табл. 1.2

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Наименование** | **Функциональный вид**  **(параметры)** | **Команда генерации в МАТЛАБе** |
| Последовательность биполярных прямоугольных периодических импульсов  (меандр) | *x*(*t*) = *Asign*(sin(ω*t*))    *x*(*t*) = *Asign*(sin(ω*t* +ϕ)) | >> [y,t] = gensig(‘square’, 2\*pi); |
| Пилообразный сигнал (пила) | 2*A*  *x*(*t*) = (1−*kTs* )  *Ts*    (*k* −)*Ts* < *t* < (*k* + )*Ts* | >>t = 0:0.1\*pi:5\*pi;  >>y = sawtooth(t); |
| Последовательность периодических треугольных импульсов | ⎛ *t* −*kTs* ⎞  *x*(*t*) = *A*⎜⎜1− 4 *Ts* ⎟⎟⎠  ⎝  (*k* −)*Ts* < *t* < (*k* + )*Ts* | - |
| Последовательность однополярных периодических импульсов | ⎧ 1 1  ⎪ *A*,*kT*− *Ts* <*t*<*kT*+ *Ts*, *x*(*t*)=⎨ 2 2  ⎪⎩0, | >> [y,t] = gensig('pulse',2,10,0.1); |
| Интерполяционная функция  А.В. Котельникова | *x*(*t*) = sin(*Nx*0.5)/ *Nx*0.5    *x*(*t*) = sin*c*(*t*) = sin(π*x*)/π*x* | >> x = 0:0.01:1;y = diric(x,50);    >>x = 0:0.01:10;y = sinc(x); |
| Случайный равномерный «белый  шум» | 0 < *x*(*t*) <1 | >>y = rand(1,100); plot(1:100,y) |
| Случайный гауссовский  «белый шум» | *M*[*x*(*t*)]= 0, *M*[(*x*(*t*))2]=1 | >>y = randn(1,100); plot(1:100,y) |

**1.2. Детерминированные аналоговые сигналы и их характеристики**

К данному виду относятся детерминированные и непрерывные сигналы.

**1.2.1. Свойства и характеристики непрерывных сигналов**

К специальным условиям относят условие Дирихле:

2. Сигнал кусочно-непрерывный (конечное число разрывов) на конечном интервале времени.
3. Сигнал имеет конечное число экстремумов.

**1.2.2. Спектральные характеристики сигналов. Ряд Фурье**

Понятие «спектр» впервые ввел Ньютон в 1664 г. как разложение света на цветные компоненты (частоты).

Спектральные характеристики сигналов связаны с представлением их в форме ряда Фурье:

*ao* ∞ 2π

*x t*( ) = +∑*k*=1*ak* cos (*k*ω1*t*)+*bk* sin (*k*ω ω1*t*); 1 = *T* ;

2

*T T T* 2 2 2

Часто используют комплексную форму ряда Фурье:

* + - 2. *k*=−∞

**1.2.3. Спектр периодического сигнала**

Таблица

1.3

**Наименование**

**характеристики**

**Вид**

**характеристики**

Комплексный

спектр

(

набор

амплитуд

и

фаз

для

k-

частот

)

∫

−

=

−

=

*T*

*k*

*k*

*k*

*dt*

*t*

*jk*

*t*

*x*

*T*

*jb*

*a*

*A*

0

1

)

(

exp

)

(

2

ω

Амплитудный

спектр

,...

2

,

1

,

2

2

=

+

=

*k*

*b*

*a*

*A*

*k*

*k*

*k*

Фазовый

спектр

,...

3

,

2

,

1

,

)

/

(

=

=

*k*

*a*

*b*

*arctg*

*k*

*k*

*k*

ϕ

Огибающая

спектра

амплитуд

))

(

(

exp

)

(

)

(

exp

)

(

2

)

(

0

ω

ϕ

ω

ω

ω

*j*

*A*

*dt*

*t*

*j*

*t*

*x*

*T*

*A*

*T*

−

=

−

=

∫

Огибающая

спектра

фазы

[

]

∞

∈

;

0

,

)

(

ω

ω

ϕ

Практическая

ширина

спектра

Область

частот

[

]

1

0

;

ω

ω

ω

∈

,

где

*порога*

*A*

*A*

>

)

(

ω

Свойства спектра периодического сигнала



частот.

3. Если сигнал – четная функция, то *bk* = 0, *k* =1,2,..., если сигнал – нечетная функция, то *ak* = 0, *k* =1,2,...

*T* 2 ∞

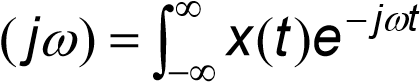
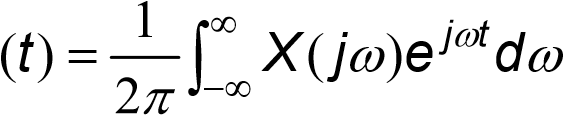


*T* 2 *M*

1. Неравенство Бесселя ∫0 *x*(*t*) *dt* <⎝⎜ 2 ⎟⎠ 2 *n*=1 *T*

**1.2.4. Спектр непериодического сигнала. Преобразование Фурье**

Преобразование Фурье непериодической функции задается выражениями

*X* *dt*, *x*.

Спектральные характеристики сигналов представлены в табл. 1.4.

Таблица 1.4

|  |  |
| --- | --- |
| **Наименование характеристики** | **Вид характеристики** |
| Комплексный спектр | ∞  *X*( *j*ω) = ∫*x*(*t*)exp(− *j*ω*t*)*dt*  −∞ |
| Спектральная плотность сигнала | 2  *S*(ω) =*X*( *j*ω)= *X*( *j*ω)*X* \*( *j*ω) |
| Амплитудный спектр | ( \* )1/2  *A*(ω) =*X*( *j*ω) = *U*(ω) + *jV*(ω)= *X*( *j*ω)*X* ( *j*ω) |
| Фазовый спектр | ϕω( ) = arg(*X j*( ω))= *arctg*(*V*( )ω *U*( )ω) |
| Практическая ширина спектра | Область частот ω∈[ω0;ω1], где *A*(ω) > *Aпорога* |

**1.2.5. Свойства преобразования Фурье**

Свойства преобразования Фурье:

1. Линейность:

а)*F x t*{ 1( )+ *x t*2( )+ *x t*3( )+ +... *xт*( )*t* }= *X*1 ( *j*ω)+ *X*2( *j*ω)+ *X*3 ( *j*ω)+ +... *Xm* ( *j*ω),

3. Масштабирование. При масштабировании аргумента времени спра-

1 *j*ω

α α

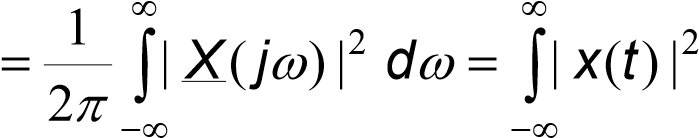
1. Дифференцирование оригинала *F*{*x*(*t*)}= *j*ω*X*( *j*ω).

'

4. Преобразование модулированного сигнала

2 2

Свойства спектра непериодического сигнала:

4. Равенство Парсеваля *E*  *dt* .

**1.2.6. Энергетические характеристики сигналов**

Энергетические характеристики сигналов представлены в табл. 1.5. Таблица 1.5

|  |  |
| --- | --- |
| **Наименование характеристики** | **Вид характеристики** |
| Мгновенная мощность | *P*(*t*) = *x*2(*t*) |
| Энергия на периоде | *E* *x t dt* |
| Средняя мощность сигнала на периоде при огра-  ниченной энергии *E*<∞ | 1 *t*  *Pср* = ∫ 0+*T*0 | *x t*( ) |2 *dt*  *T*0 *t*0 |
| Средняя мощность в спектре при неограниченной энергии *E* =∞ | 1 *T*  *P*0 = lim ∫ *x*2 ( )*t dt*  *T*→∞ *T* 0 |

# 1.3. Детерминированные цифровые сигналы и их характеристики

## 1.3.1. Устройства дискретизации и квантования сигналов

K

1

K

2

u

вх

u

вых

Рис. 1.1

u

вых

u

вх

Рис. 1.2

*n*

2

ошибки квантования при равномерном законе распределения ошибки округ-

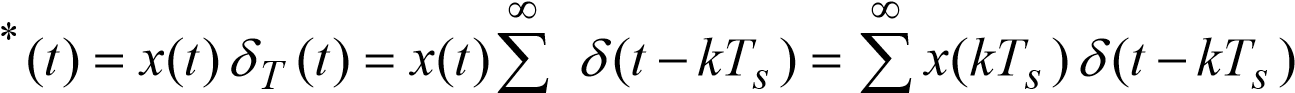
*q*2 2 ления определяется величиной σ = .

12

## 1.3.2. Математическая модель цифровых сигналов

Сигнал, квантованный по уровню и времени, называется *цифровым*.

Модель дискретного сигнала (выходной сигнал дискретизатора ) представлена суммой функций Дирака в виде

*x*.

*k*=1 *k*=1

Цифроаналоговый преобразователь можно представить как устройство дискретизации и хранения (экстраполятор нулевого порядка (ЭНП)), которое содержит выходной сигнал неизменным на периоде квантования

−*Tss*

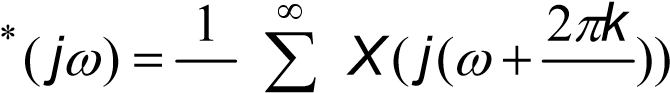
*L*{*xT* (*t*)}=1−*e x*(0), *s*

то передаточная функция данного устройства может быть выражена как

*L*{*x*(0)δ(*t*)} *s*

## 1.3.3. Связь спектров непрерывных и дискретных сигналов

Комплексный спектр дискретного сигнала определяется выражением

*X*,

*Ts k*=−∞ *Ts*

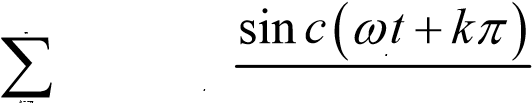
из которого следуют такие свойства спектра дискретного сигнала:



## 1.3.4. Теорема отсчетов А.В. Котельникова

Данная теорема обосновывает многие методы для синтеза требуемых свойств сигналов и каналов связи.

*Следствие 1.* Сигнал с ограниченным спектром может быть представлен в ряд по ортонормальным функциям *sinc(x)* с коэффициентами ряда как дискретными значениями этого сигнала:

*x t*( ) = *x*(−*kT*) .

ω π*c ct* + *k*

*Следствие 2.* Если известен сигнал с полосой 2ω*c* , то для периода кван-

2ω*c* 2*fc Ts*

*Следствие 3.* Для восстановления сигнала по дискретным отсчетам с периодом *Ts* достаточно пропустить отсчеты через идеальный фильтр нижних

2π

частот с частотой среза ω*c* = . *Ts*

## 1.3.5. Дискретное преобразование Фурье

Пара преобразований

*N*−1 *nk*  1 *N*−1 *nk*

*X* , *k* = 0, *N* −1, *x*(*n*) = ∑*X*(*k*)*WN* , *n*= 0, *N*−1,

*n*=0 *N k*=0

2π 2π*kn*

− *j*  − *j*

Порядок вычисления оценки спектральной плотности непрерывного сигнала с помощью ДПФ:

1. Переход от непрерывного сигнала к дискретному (дискретизация) с выбранным периодом квантования*.*
3. Вычисление ДПФ.

Свойства дискретного преобразования Фурье:

1. ДПФ – линейное преобразование.
2. Число коэффициентов ДПФ *X*(*k*) равняется числу отсчетов сигнала.

При использовании ДПФ для оценки спектральной плотности возможны следующие ошибки:

* перекрытие спектра для дискретного сигнала, так как реальные сигналы не имеют конечного спектра;
* применение конечных «окон», так как получаемый сигнал в частотной области является сверткой преобразования Фурье и временного «окна» (эффект «*просачивания*»);

Таблица 1.6

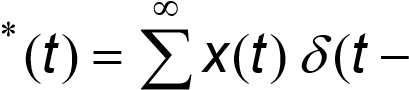
|  |  |
| --- | --- |
| **Причина** | **Способ уменьшения ошибки** |
| Увеличение ошибки из-за перекрытия спектра | Увеличение частоты квантования  Предварительная фильтрация для уменьшения влияния высокочастотных компонент |
| Увеличение ошибки из-за эффекта «просачивания» | Увеличение ширины «окна» вследствие увеличения числа отсчетов  Использование специальных «окон» типа «окон» Бартлетта, Хеннинга, Хемминга и др. |
| Увеличение ошибки из-за эффекта «частокола» |  |

## 1.3.6. Z-преобразование дискретных сигналов

Основа анализа непрерывных систем – преобразование Фурье, а дискретных систем – Z-преобразование.

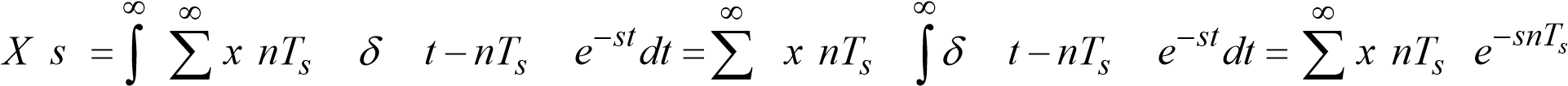
Прямое Z-преобразование**.**

Применим преобразование Лапласа для дискретного сигнала

*x* *nTs* ),

*n*=0

получим

( ) ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) .

0 *n*=0 *n*=0 0 *n*=0

Если ввести переменную *z* = *esTs* , то Z-преобразование сигнала имеет вид

*n*=0

Свойства Z-преобразования представлены в табл. 1.7.

Таблица 1.7

|  |  |
| --- | --- |
| **Название свойства** | **Вид свойства** |
| Линейность | *Z*{*x*1(*nTs* ) + *x*2(*nTs* )}= *X*1(*z*) + *X*2(*z*) |
| Умножение на экспоненту | *an x*(*nTs* )←⎯→*Z X*(*a*−1*z*) |
| Теорема о смещении во времени | *x*(*nTs* −*mTs* ) ←⎯→*Z z*−*m X*(*z*) |
| Свойство коэффициентов разложения в ряд по степеням z | x(*nTs* )←⎯→*Z* *X*(*z*) = *q*0 +q1*z*−1 + *q*2*z*−2 +⋅⋅⋅ *qn* = *x*(*nTs* ) |
| Теорема о начальном и конечном значениях | *x*(0) = lim *X*(*z*), *x*(∞) = lim(1− *z*−1)*X*(*z*) *z*→∞ *z*→1 |

Процедура нахождения Z-преобразования непрерывной функции состоит из следующих этапов:

2. Определение преобразования Лапласа от функции *x*\*(*t*).
3. Замена выражения *esTs* на переменную z, представление в виде ряда и

*b zm m* + *b m*−1*zm*−1 + +... *b*0

Обратное Z-преобразование**.**

Обратное преобразование ставит в соответствие изображению оригинал и записывается через обратное преобразование Лапласа:

Методы вычисления обратного Z-преобразования.

1. *Метод деления полиномов (разложение в степенной ряд).* Если Z-преобразование сигнала имеет дробно-рациональный вид, то делением полинома на полином можно получить ряд по переменной *z*−1, коэффициентами которого являются отсчеты сигнала:

*a*(*z*) −1 −2

*b*(*z*)



*A B*α*z*−1 sin (*Ts* ) *C*α*z*−1

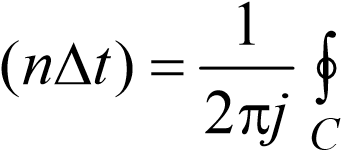
*X*(*z*) = + + ...,

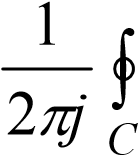
1−α*z*−1 1− 2α*z*−1 cos(*Ts* ) +α2*z*−2 (1−α*z*−1)2

то преобразование в соответствии с таблицей запишем так:

*x*(*t*) =1(*kTs* ) + cos(*kTs* ) + *k*α*k* .

1. *Метод вычетов.* Выражение сигнала через изображение также имеет

вид контурного интеграла *x**X*(*z*) *zn*−1*dz* , который можно

заменить суммой вычетов *X*(*z*) *zn*−1*dz* =∑Re*s X*(*z*) *zn*−1 по всем

полюсам функции *X*(*z*), где вычет в полюсе *z* = *a* имеет выражение

1 *d k*−1 *k*

Res *X*(*z*) = lim [(*z* −*a*) *X*(*z*)].

Z-преобразования специальных функций представлены в табл. 1.8.

Таблица 1.8

|  |  |
| --- | --- |
| **Сигнал** *x*(*t*) | Z **-преобразование сигнала** *X*(*z*) |
| 1(*kTs* ) |  |
| *kTs* | *z*−1    ( −1)2  1− *z* |
| α*k* |  |
| *k*α*k* | α*z*−1    2  (1−α*z*−1) |
| sin (*kTs* ) | *z*−1 sin (*Ts* )    −1 −2  1− 2*z* cos(*Ts* ) + *z* |
| α*k* cos(*kTs* ) | α*z*−1 sin (*Ts* )    −1 2 −2  1−2α*z* cos(*Ts* )+α *z* |

# 1.4. Случайные сигналы и их характеристики

## 1.4.1. Понятие случайной функции и случайного процесса

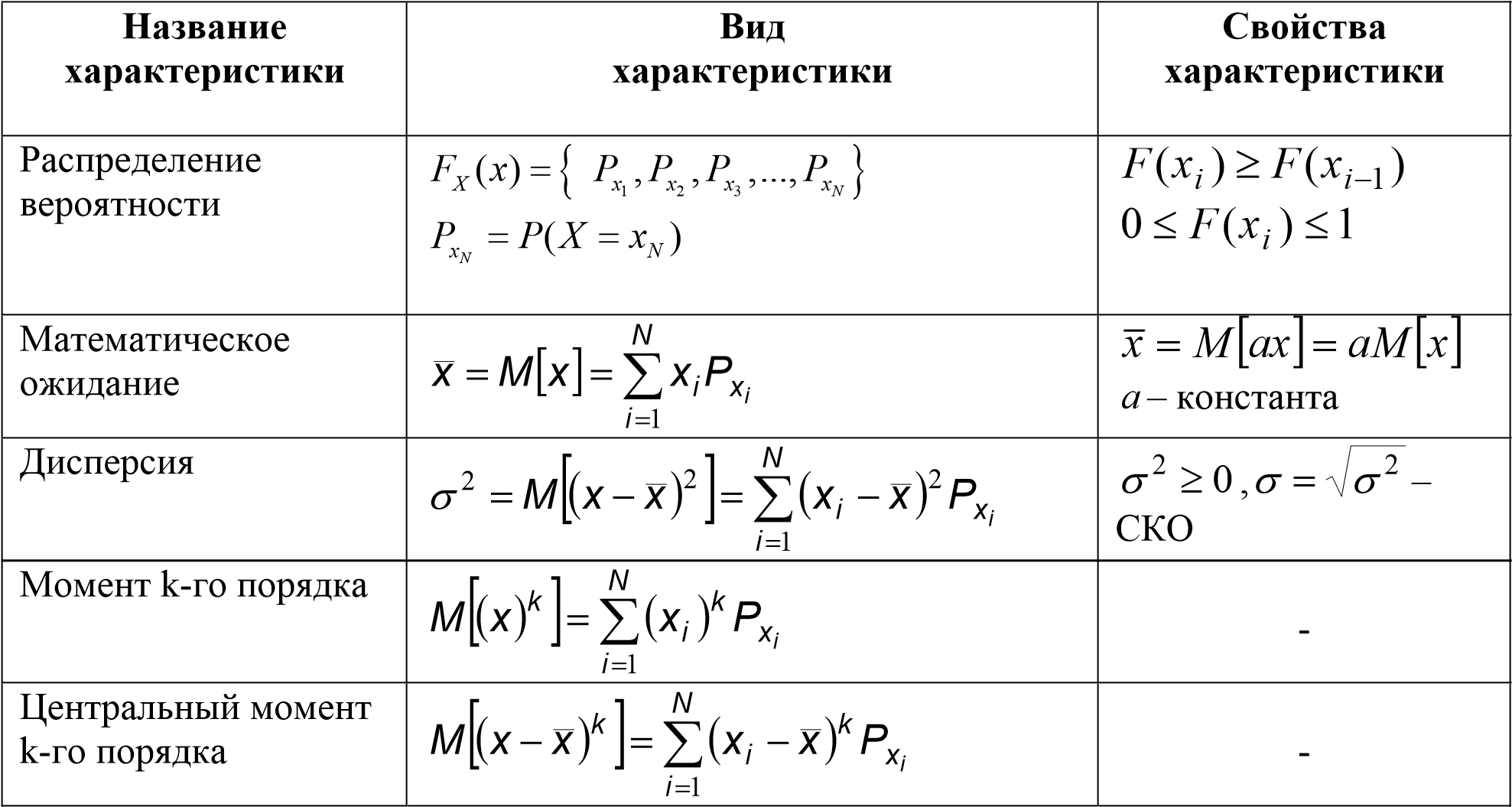
*Случайную функцию* можно рассматривать как *систему случайных величин*, которая характеризуется совместной функцией плотности вероятно-

сти *p* (*x*(*t*1), *x*(*t*2),..., *x*(*tn* ).

Для *стационарного* процесса математическое ожидание и дисперсия не зависят от времени.

Характеристики дискретной случайной величины представлены в табл. 1.9.

Таблица 1.9



Характеристики непрерывной случайной величины приведены в табл. 1.10.

Таблица 1.10

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Название характеристики** | **Вид характеристики** | | **Свойства характеристики** |
| Функция вероятности случайной величины | *FX* (*x*) ={*P*(*X* < *x*), −∞< *X* <∞} | | *F*(∞) =1,*F*(−∞) = 0  0 ≤ *F*(∞) ≤1 |
| Функция плотности вероятности случайной величины (функция распределения) | *pX* (*x*) = *dF*(*x*)*dx* | *pX*  *x*2  *FX* (*x*1 < *x* < *x*2) = ∫ *pX* (*x*)*dx*  *x*1 | |
|  |  | *FX* (*X* = *x*) = *pX* (*x*)*dx y* = *f* (*x*), *pY* (*y*) = *pX* (*f* −1(*y*)) | |
| Математическое ожидание | *M*[ ] *xpX* (*x*)*dx*  −∞ | *M*[*x*1 + *x*2]= *M*[*x*1]+ *M*[*x*2] | |

Окончание

табл

. 1.10

**Название**

**характеристики**

**Вид**

**характеристики**

**Свойства**

**характеристики**

Дисперсия

2

σ

(

)

]

[

(

)

∫

∞

∞

−

−

=

−

*dx*

*x*

*p*

*x*

*x*

*x*

*x*

*M*

*X*

)

(

2

2

0

2

≥

σ

,

2

σ

σ

=

–

СКО

Момент

k-

го

порядка

()

[

]

()

∫

∞

∞

−

=

*dx*

*x*

*p*

*x*

*x*

*M*

*X*

*k*

*k*

)

(

-

Центральный

момент

k-

го

порядка

(

)

[

]

)

(

∫

∞

∞

−

−

=

−

*dx*

*x*

*p*

*x*

*x*

*x*

*x*

*M*

*X*

*k*

*k*

)

(

Если

*x*

–

центриро

-

ванная

величина

нор

-

мального

закона

рас

-

пределения

,

то

()

[

]

0

=

*k*

*x*

*M*

при

...

7

,

5

,

3

≥

*k*

Используемые функции распределения представлены в табл. 1.11.

Таблица 1.11

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Закон распределения** | **Вид функции распределения** | | **Свойства функции распределения** |
| Равномерный | ⎧ 1  ⎪ , *x* ∈[*a*,*b*]  *pX* (*x*) =⎨*b* −*a*  ⎪⎩0, *x* ∉[*a*,*b*] | | *M*[ ]*x* = *b*−*a* ,  2  2 (*b* −*a*)2 σ =  12 |
| Гауссовский | 1 ⎛ (*x* − *x*)2 ⎞  *pX* (*x*) = 2 exp⎜⎜− 2σ2 ⎟⎟⎠  2πσ ⎝ | *M*[*x*]= *x*  *M* ⎡(*x*−*x*)  ⎣ | ,σ2 =σ2  *k* ⎧1 3...(⋅ *k* −1)σ*k* , *k* = 2,4  ⎤ = ⎨  ⎦ 0, *k* =1,3,5  ⎩ |
| Релеевский | *y*2  ∑*N y* −2σ2 *y* = *xi*2 , *pY* (*y*) = 2 *e i*=1 σ | | *M*[ ]*y* = 2σ2*Г*(1+ *k*)  σ*y*2 =⎛⎜2− 1π⎞⎟σ2  ⎝ 2 ⎠ |
| Многомерный Гауссовский | 1  1 −2(*x*−*x* )*T Qx*−1(*x*−*x* )  *pX* (*x*) = *e*  2πdet(*Qx* ) | | *M*[(*x* − *x*)(*x* − *x*)*T* ]= *Qx M*[ ]*x* = *x* |

Характеристики двух непрерывных случайных величин представлены в табл.1.12.

Таблица 1.12

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Название характеристики** | **Вид характеристики** |  | | **Свойства характеристики** |
| Функция вероятности случайных величин | ⎧*P*(*X* < *x*,*Y* < *y*)  ⎪  *FXY* (*x*, *y*) =⎨−∞< *X* <∞  ⎪−∞<*Y* <∞  ⎩ | | ⎫  ⎪  ⎬  ⎪  ⎭ | *F*(∞,∞) =1, *F*(−∞,−∞) =    0 ≤ *F*(∞,∞) ≤1 |
| Совместная функция плотности вероятности двух случайных величин (функция распределения) | *pXY* (*x*,*y*) = *d* 2*F*(*x*,*y*) *dxdy* | |  | *pXY*(*x*, *y*) ≥ 0  ∞ ∞  ∫ ∫ *pXY*(*x*, *y*)*dxdy*=1  *pXY* (*x*, *y*)*dxdy* =1  *pXY* (*x*,*y*) = *pX* (*x*)*pY* (*y*)  – для независимых величин |
| Условная функция плотности вероятности двух случайных величин (функция распределения) | *p* (*x y*/ ) = *p* (*x y*, )/ *pY* ( )*y*  *p* (*y x*/ ) = *p* (*x y*, )/ *pX* ( )*x*    *p* (*x y*, ) = *p* (*x y p*/ ) *Y* ( )*y* =  = *p* (*y x p*/ ) *X* ( )*x* | |  | ∞  ∫ *pXY* (*x*, *y*)*dx* =*pY* (*y*)  −∞    ∞  ∫ *pXY* (*x*, *y*)*dy* =*pX* (*x*)  −∞ |
| Условное математическое ожидание | *Mу*[ ] *dx* | |  | *Mу*[*x*1 +*x*2]=*Mу*[ ]*x*1 +*Mу*[*x*2] |
| Смешанный момент | *M*[( ) ( )*x k y m* ]=  ∞ ∞ *k m*  = ∫ ∫( ) ( )*x y pXY* (*x*,*y*)*dxdy*  −∞−∞ | | | - |
| Смешанный центральный момент | *M*[(*x*−*x*)*k*(*y*−*y*)*m*]=    *m*  *pXY* (*x*,*y*)*dxdy*  −∞−∞ | | | - |
| Ковариация двух величин | *M**xypXY* (*x*,*y*)*dxdy*  −∞−∞ | | | *M*[*xy*]= 0 – для независимых величин |
| Корреляция двух величин | *M*[(*x* − *x*)(*y* − *y*)]=  ∞ ∞  *dxdy* | | | *M*[(*x* − *x*)(*y* − *y*)]=  –  = *M*[(*x*− *x*)]*M*[(*y* − *y*)]  для независимых величин |
| Коэффициент корреляции двух величин | *M*[(*x* − *x*)(*y* − *y* )]  *rXY* = *M*[(*x* − *x*)2 ]*M*[(*y* − *y* )2 ] | | | −1≤ *rXY* ≤1  *rXY* = 0 – для независимых величин |

0

## 1.4.2. Характеристики случайного процесса

Характеристики случайного процесса даны в табл. 1.13.

Таблица 1.13

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Название характеристики** | **Вид характеристики** | **Свойства характеристики** | | |
| Математическое ожидание | *M* *xpX* (*x*,*t*)*dx* | *M*[*x*(*t*1)+ *x*(*t*2)]=*M*[*x*(*t*1)]+*M*[*x*(*t*2)] | | |
| Центральный момент k-го порядка | ∞  *M* ⎡⎢⎣(*x t*( ))*k*⎤⎥⎦= ∫ (*x t*( ))*k p x t*( , ) *dx*  −∞ |  | | |
| Автоковариационная функция | *M*  −∞−∞ | | |  |
| Автокорреляционная функция | *M* ⎡⎣(*x t*( )1 − *x t*( )1 ) (*x t*( 2)− *xt*2)⎤⎦= *Kxx*(*t t*1 2, ) | | *Kxx*(*t*1,*t*2) = *Kxx*(*t*1 −*t*2)  – для стационарного случайного процесса  *Kxx* (0) = *M*[(*x*(*t*))2]=σ*t*2 – дисперсия  *Kxx* (τ) = *Kxx* (−τ)– четная функция  Для эргодического процесса *T* 1  *Kxx*(τ) =lim*T*→∞ 2*T* −∫*Tx*(*t*)*x*(*t* +τ)*d*τ | |
| Взаимная корреляционная функция | *M x t*⎡⎣( ( )1 −*x t*( )1 )(*y t*( )2 −*y t*( )2 )⎤⎦=  ∞ ∞  =∫ ∫(*x*1−*x*1)(*y y p*− 2) *XY*(*x t y t dxy*, ; ,1 2) 1 2 = | | Для эргодического процесса  1 *T*  *KXY*(τ) =lim2*T* −∫*Tx*(*t*)*y*(*t* +τ)*d*τ  *T*→∞ | |
| Нормированная корреляционная функция | *K* (*t t*, )  *rXY*(*t t*1 2, )= *XY* 1 2  *KXX*(*t t K t t*1 1, ) *YY*( 2 2, )  *rXX*(*t t*1 2, )= *XX* (*t t*1 2, ) *K*  *KXX* (*t t K*1 1, ) *XX* (*t t*2 2, ) | | −1≤ *rXY* (*t*1 ,*t* 2 ) ≤1    *rXY* (*t*1 ,*t* 2 ) = *rXY* (*t* 2 ,*t*1 ) | |
| Среднее по времени | 1 *T xt* = ∫ *x*(*t*)*dt*  ∞ *T* −*T* | | Для эргодического процесса *xt* = *M*[*x*(*t*)] | |
| Среднее квадратов по времени | *xt*2 =lim 1 *T*∫ *x*2(*t*)*dt*  *T*→∞ 2*T* −*T* | | Для эргодического процесса *xt*2 = *M* ⎡⎣*x*2( )*t* ⎤⎦ | |

Окончание табл. 1.13

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Название характеристики** | **Вид характеристики** | **Свойства характеристики** |
| Спектральная плотность мощности стационарного сигнала | *Sx* ( *j* ) = *Kxx* ( )τ *e*− *j*ωτ*d*τ=    ∞  2 *Kxx* ( )τ ωτ τcos( )*d* | *K xx*  −∞      *SKxx* (ω) – действительная функция частоты |
| Характеристики процесса типа «белый шум» | *N*  *K xx* (τ) = *x* δ(τ) 2 | *SKxx* (ω) = *Nx* |

Таблица 1.14

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Название характеристики** | **Вид характеристики** | **Вид для оценки характеристики** |
| Среднее (математическое ожидание) | *xt* =*x*(*t*)*dt*  *T*→∞ 2*T* −*T* | 1 *N*  *x* = ∑*xi*  *N i*=1 |
| Дисперсия | *xt*2 =lim 1 *T*∫(*x*(*t*)−*xt* )2 *dt*  *T*→∞ 2*T* −*T* | 1 *N* 2    *N* −1 *i*=1 |
| Автокорреляционная функция | *x*(*t*)*x*(*t* +τ) =  1 *T*  =lim 2*T* −∫*Tx*(*t*)*x*(*t* +τ)*dt*  *T*→∞ | 1 *N n*− −1  *Kxx* [ ]*n* = *N* −*n* ∑*i*=1 (*xi* − *x*)(*xi n*+ − *x*) |
| Взаимная корреляционная функция | *x*(*t*)*y*(*t* +τ) =  1 *T*  =lim 2*T* −∫*Tx*(*t*)*y*(*t* +τ)*dt*  *T*→∞ | 1 *N n*− −1  *KXY* [ ]*n* = *N n*− ∑*i*=1 (*x x yi* − )( *i n*+ −*y*) |

## 1.4.3. Перечень функций для вычисления характеристик в МАТЛАБе

Перечень функций вычисления характеристик в МАТЛАБе представлен в табл. 1.15.

Таблица 1.15

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Название характеристики** | **Вид оценки характеристики** | **Операнд МАТЛАБа** |
| Среднее (математическое ожидание) | 1 *N*  *x* = ∑*xi*  *N i*=1 | >> x=[1 3 5 7 9];  >> mean(x)  >> x=[1 3 5 7 9;0 0 1 1 1];  >>mean(x) |
| Дисперсия | σ*x*2 = 1 ∑*N* (*xi* − *x*) *N* −1 *i* | >> x=[1 3 5 8 9];std(x)^2  >> x=[1 3 5 8 9;0 0 1 1 1];  >> std(x)^2 |
| Автокорреляционная функция | *Kxx* [ ]*n xi x xi n x*  *N* −*n i*=1 | >> x=[1 3 5 8 9];  >> xcov(x) |
| Взаимная корреляционная функция | 1 *N*−*n*−1  *K XY* [*n*]= ∑(*xi* −*x*)(*yi*+*n* −*y*) *N*−*n i*=1 | >> x=[1 3 5 8 9];  >> y=[0 0 0 0 1];  >> xcov(x,y) |
| Коэффициент корреляции | *K*  *rXY* = *XY* (0) σ*x*σ*y* | >> corrcoef(x,y) |

# 2. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СИГНАЛОВ В ЭЛЕМЕНТАХ И СИСТЕМАХ

**СВЯЗИ**

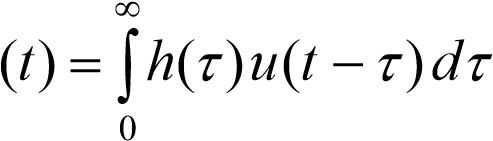
## 2.1. Формы динамических моделей каналов связи

Если входной сигнал канала *u*(*t*) , а выходной *y*(*t*), то их взаимосвязь определяется *обыкновенным дифференциальным уравнением* с начальными условиями

*n n*

*k*=0 *l*=0

Аналог дифференциального уравнения – интегральное уравнение, которое называется *интегралом свертки:*

*y*.

Определим преобразование Лапласа от дифференциального уравнения

*n n*

при нулевых начальных условиях ∑*ak skY*(*s*) =∑*blslU*( )*s* и возьмем отно-

*k*=0 *l*=0

шение преобразованных по Лапласу выходного сигнала к входному

*n*

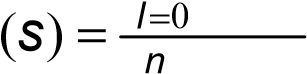
*U*(*s*) *n aksk* ∑

*k*=0

*Передаточной функцией (ПФ)* динамической системы называется отношение преобразованных по Лапласу выходного сигнала к входному при ну-

*n*

∑*bl sl*

левых начальных условиях *W* .

∑*aksk*

*k*=0

Определим преобразование Фурье от входного и выходного сигналов

*F*{ }*u*(*t*) =*U*( *j*ω), *F*{*y*(*t*)}=*Y*( *j*ω) и представим их в комплексном виде

*Комплексным коэффициентом передачи (ККП)* называется отношение комплексных амплитуд выходного и входного сигналов:

*Ay* (ω) *j*(ϕ*y*−ϕ*u* )

*K*( *j*ω) = *e* ,

*Au* (ω)

Для дискретных элементов систем связи в их описании применяют *раз-*

*n n*

*ностные уравнения y*[*nTs* ]=−∑*ak y*[(*n* − *k*)*Ts* ]+∑*bl y*[(*m* − *l*)*Ts* ], которые име-

*k*=1 *l*=0

ют взаимосвязь с дифференциальными уравнениями.

Определим Z-преобразование от разностного уравнения при нулевых на-

*n m*

чальных условиях *Y*(*z*) =−∑*ak z*−*kY*(*z*) +∑*bl z*−*kU*(*z*) и возьмем отношение

*k*=1 *l*=1

*m*

∑*bl z*−*k*

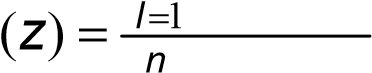
*U*(*z*) *n* −*k*

1+∑*ak z*

*k*=1

*Дискретной передаточной функцией (ДПФ)* динамической системы называется отношение z-преобразованных выходного к входному сигналов при

*m* ∑*bl z*−*kTS*

нулевых начальных условиях *W* .

∑*ak z*−*kTS*

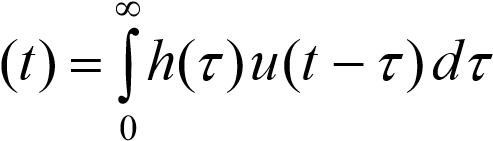
*k*=0

## 2.2. Способы получения динамических моделей

## 2.3. Виды стохастических моделей каналов

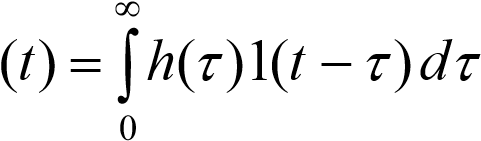
*i*=1

2. *Метод интеграла свертки* базируется на вычислении интеграла Дюамеля от произведения импульсной или весовой функции на входной сигнал

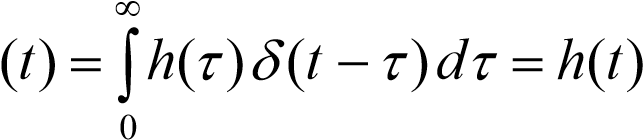
*y*. Из данного метода вытекает, что передаточная функ-

ция – это преобразование Лапласа от импульсной или весовой функции.



чатом входном сигнале *y*.

*Импульсная функция* динамической системы – функция времени выхода или выходной сигнал системы, полученный при входном воздействии типа

дельта-функции Дирака *y*.

− *t t* −(*t*−τ)

**2.5. Преобразование детерминированных сигналов линейными**

## непрерывными системами в частотной области

Комплексным *коэффициентом* передачи системы *K*(ω) называется отношение комплексных амплитуд выходного и входного сигналов

*Ay j*ϕ*y*− *j*ϕ*u*

*Au*

как отношение преобразованных по Фурье выходного и входного сигналов

Из комплексного числа можно выделить четыре функции частоты –

*A*(ω), ϕ(ω), *K*Re(ω), *K*Im(ω), где *A*(ω) – амплитудно-частотная характеристика (АЧХ); ϕ(ω) – фазочастотная характеристика (ФЧХ);

*K*Re(ω) = Re[*K*(ω)] – действительная частотная характеристика;

АЧХ системы – *четная* функция частоты, а ФЧХ – *нечетная*.

## 2.6. Элементарные звенья систем и их свойства

# Статическое звено

Характеристики статического звена представлены в табл. 2.1.

Таблица 2.1

|  |  |
| --- | --- |
| **Наименование характеристики** | **Вид характеристики** |
| Дифференциальное уравнение | *y*(*t*) = *ku*(*t*) |
| Передаточная функция | *W*(*s*) = *k* |
| Переходная функция | *h*(*t*) = *k*1(*t*) |
| Импульсная функция | *w*(*t*) = *k*δ(*t*) |
| Амплитудно-частотная характеристика | *W*( *j*ω) = *k* |
| Фазочастотная характеристика | ϕ(ω) = 0 |
| Амплитудно-фазочастотная характеристика (АФЧХ) | Точка на плоскости |
| Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика | Постоянное значение амплитуды и нулевая фаза |

# Апериодическое звено

Характеристики апериодического звена приведены в табл. 2.2.

Таблица 2.2

|  |  |
| --- | --- |
| **Наименование характеристики** | **Вид характеристики** |
| Дифференциальное уравнение | *T* (*t*) + *y*(*t*) = *ku*(*t*) *dy*  *dt* |
| Передаточная функция | *k*  *W* (*s*) =  *Ts* +1 |
| Переходная функция | *h t*( ) = −*k*(1 exp(−*T t*−1 )) |
| Импульсная функция | *w*(*t*) = *T* −1 *e*−*T*−1*t* |

Окончание табл. 2.2

|  |  |
| --- | --- |
| **Наименование характеристики** | **Вид характеристики** |
| Амплитудно-частотная характеристика | *k*  *W* ( *j*ω) =  (*T*ω)2 +1 |
| Фазочастотная характеристика | ϕ(ω) =−arctan(*T*ω) |
| Амплитудно-фазочастотная характеристика | >>nyquist(tf([1],[1 1])),grid |
| Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика | >>bode(tf([1],[1 1])),grid |

# Интегрирующее звено

Характеристики интегрирующего звена приведены в табл. 2.3.

Таблица 2.3

|  |  |
| --- | --- |
| **Наименование характеристики** | **Вид характеристики** |
| Дифференциальное уравнение | *dy*(*t*) = *ku*(*t*)  *dt* |
| Передаточная функция | *k*  *W* (*s*) =  *s* |
| Переходная функция | *h*(*t*) = *k t* |
| Импульсная функция | *w*(*t*) = *k* ⋅1(*t*) |
| Амплитудно-частотная характеристика | *k*  *W* ( *j*ω) =  ω |
| Фазочастотная характеристика | ϕ(ω) =− |
| Амплитудно-фазочастотная характеристика | >>nyquist(tf([1],[1 0])),grid |
| Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика | >>bode(tf([1],[1 0])),grid |

# Идеальное дифференцирующее звено

Характеристики этого звена приведены в табл. 2.4.

Таблица 2.4

|  |  |
| --- | --- |
| **Наименование характеристики** | **Вид характеристики** |
| Дифференциальное уравнение | *y*(*t*) = *k* (*t*) *du*  *dt* |
| Передаточная функция | *W s*( ) = *k s* |
| Переходная функция | *h t*( ) = *k*δ( )*t* |
| Импульсная функция | - |
| Амплитудно-частотная характеристика | *W* ( *j*ω) = *k*ω |
| Фазочастотная характеристика | ϕ(ω) = |
| Амплитудно-фазочастотная характеристика | Команды МАТЛАБа для построения АФЧХ:  >>nyquist(tf([1 0],[0 1])),grid |
| Логарифмическая амплитудночастотная характеристика | Команды МАТЛАБа для построения ЛАЧХ: >>bode(tf([1 0],[0 1])),grid |

# Дифференцирующее звено

Характеристики этого звена приведены в табл. 2.5.

Таблица 2.5

**Наименование**

**характеристики**

**Вид**

**характеристики**

Дифференциальное

уравнение

⎟

⎠

⎞

⎜

⎝

⎛

+

=

1

)

(

)

(

*dt*

*t*

*du*

*T*

*k*

*t*

*y*

Передаточная

функция

()

(

1)

*Ws*

*kTs*

=

+

Переходная

функция

()

()

*k*

*ht*

*t*

δ

=

Импульсная

функция

-

Амплитудно

-

частотная

характеристика

)

(

2

1

)

(

ω

ω

*T*

*k*

*j*

*W*

+

=

Фазочастотная

характеристика

)

(

arctan

)

(

ω

ω

ϕ

*T*

=

Амплитудно

-

фазочастотная

характеристика

Команды

МАТЛАБа

для

построения

АФЧХ

:

>>

nyquist(tf([1 1],[0 1])),grid

Логарифмическая

амплитудно

-

частотная

характеристика

Команды

МАТЛАБа

для

построения

ЛАЧХ

:

>>

bode(tf([1 1],[0 1])),grid

# Колебательное звено

Характеристики этого звена приведены в табл. 2.6.

Таблица 2.6

|  |  |
| --- | --- |
| **Наименование характеристики** | **Вид характеристики** |
| Дифференциальное уравнение | *d* 2*y*(*t*) *dy*(*t*)  + *a*1 + *a*0*y*(*t*) = *b*0*u*(*t*)  *dt* 2 *dt* |
| Передаточная функция | *k*ω02  *W*(*s*) =  2 2  *s* + 2ξω0*s* +ω0 |
| Переходная функция | *h*(*t*) =1(*t*) − 1 *e*−ξω0*t* sin(ω0 1−ξ2*t* +ϕ)  1−ξ2 |
| Импульсная функция | *w*(*t*) =− ω0 *e*−ξω0*t* sin(ω0 1−ξ2*t*)  1−ξ2 |
| Амплитудно-частотная характеристика | *k*  *W* ( *j*ω) =  ( 2 2)2 ( )2 ω0 −ω + 2ξωω0 |
| Фазочастотная характеристика | ⎛ 2ξωω0 ⎞⎟  ϕ(ω) =−arctan⎜  ⎜ω02 −ω2 ⎟⎠  ⎝ |
| Амплитуднофазочастотная характеристика | Команды МАТЛАБа для построения АФЧХ:  >>om0=2\*pi\*10;ksi=0.01;  >>nyquist(tf([om0^2],[1 2\*ksi\*om0 om0^2])),grid |
| Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика | Команды МАТЛАБа для построения ЛАЧХ:  >>om0=2\*pi\*10;ksi=0.01;  >>bode(tf([om0^2],[1 2\*ksi\*om0 om0^2])),grid |

# Запаздывающее звено

Характеристики этого звена приведены в табл. 2.7.

Таблица 2.7

|  |  |
| --- | --- |
| **Наименование характеристики** | **Вид характеристики** |
| Дифференциальное уравнение | *y*(*t*) = *u*(*t* −τ) |
| Передаточная функция | *W* (*s*) = *e*−*s*τ |
| Переходная функция | *h*(*t*) =1(*t* −τ) |
| Импульсная функция | *w*(*t*) =δ(*t* −τ) |
| Амплитудно-частотная характеристика | *W* ( *j*ω) =1 |
| Фазочастотная характеристика | ϕ(ω) =−τω |

# Идеальный фильтр низких частот

Характеристики этого звена приведены в табл. 2.8.

Таблица 2.8

|  |  |
| --- | --- |
| **Наименование характеристики** | **Вид характеристики** |
| Дифференциальное уравнение | - |
| Передаточная функция | ⎧*k*, ω∈[0,ω  *W* (*s*) =⎨ *c* ]  ⎩0, ω∉[0,ω*c* ] |
| Переходная функция | *t*  *hd*τ |
| Импульсная функция | *w*(*t*) =ω*c* sin(ω*c* (*t* −*t*0 ))  π ω*c* (*t* −*t*0 ) |
| Амплитудно-частотная характеристика | ⎧*k*, ω∈[0,ω  *A*(ω) =⎨ *c* ] ⎩0, ω∉[0,ω*c* ] |
| Фазочастотная характеристика | ϕ(ω) = 0 |

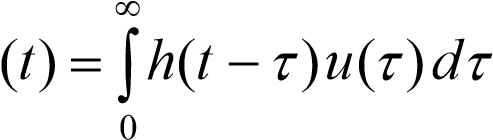
## 2.7. Условие неискаженного воспроизведения сигнала

нала связи она есть постоянная величина.

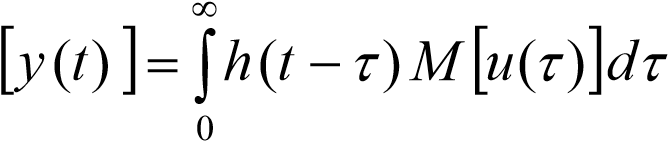
## 2.8. Характеристики идеального фильтра низких частот

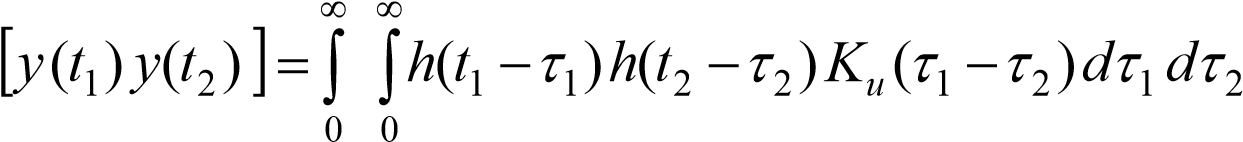
⎩0, ω>ω1

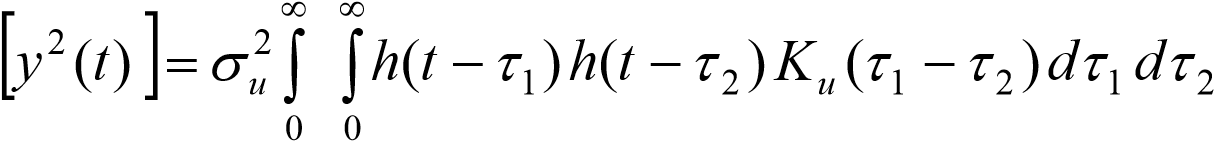
## 2.9. Преобразование случайных сигналов линейными системами

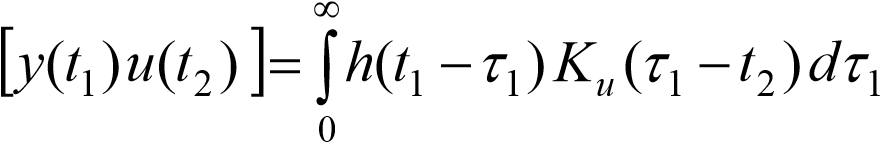
представить через интеграл свертки *y*, то можно найти

вероятностные характеристики выходного сигнала:

* математическое ожидание *M* ;
* автокорреляционную функцию

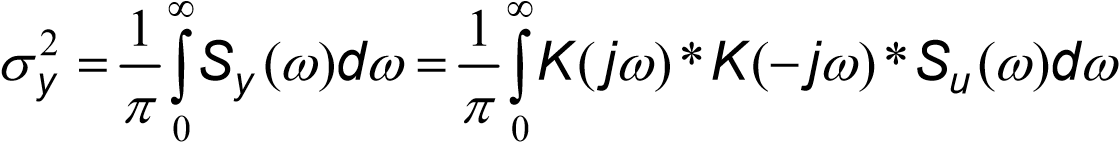
*M*;

* дисперсию *M* ;
* взаимно корреляционную функцию

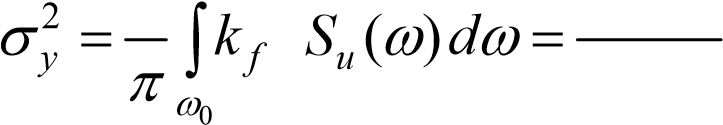
*M* .

Взаимосвязь характеристик сигналов и системы в частотной области определяют через спектральные плотности мощности сигналов и комплексный коэффициент передачи:

Дисперсия выходного сигнала линейной динамической системы при стационарном входном сигнале

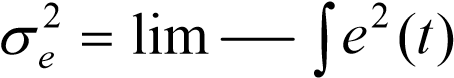
.

Дисперсия выходного сигнала идеального фильтра низких частот при стационарном входном сигнале типа «белого шума» *Su* (ω) = *Su* = *const* определяется выражением

 1ω1 2 *k f* 2*Su*

(ω1 −ω0). π

## 2.10. Постановка задачи оптимальной фильтрации

1 *T* *dt*.

*T*→∞ 2*T* −*T*

Найденный фильтр по данному критерию считаем *оптимальным*.

**2.11. Решение задачи оптимальной фильтрации в классе идеальных**

## фильтров с ограниченной полосой пропускания

Решение задачи оптимальной фильтрации, когда структура фильтра определена как идеальный фильтр низких частот с передаточной функцией

−*s*τ *A*(ω) =⎧⎨*kf* , ω≤Δω, заключается в определении полосы

*Wf* (*s*) = *A*(ω)*e* ,

⎩0 , ω>Δω

Поскольку спектральная плотность мощности сигнала ошибки фильтрации при некоррелированных сигналах на входе канала связи и помехи представлена выражением

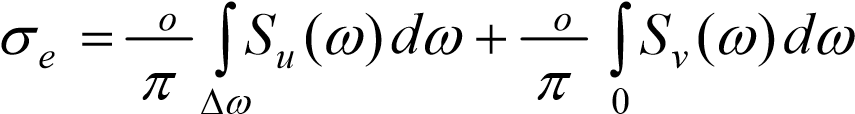
*Se* (ω) =*koe*− *j*ωτ−*Wf* ( *j*ω) 2*Su* (ω) + *Wf* ( *j*ω) 2*Sv* (ω),

⎧*K f* ,ω<Δω

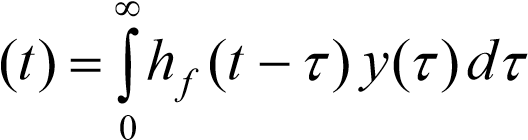
то дисперсия ошибки при *Wf* (*s*) =⎨ имеет вид

⎩0, ω>Δω

2 *k*2 ∞ *k*2 Δω

.

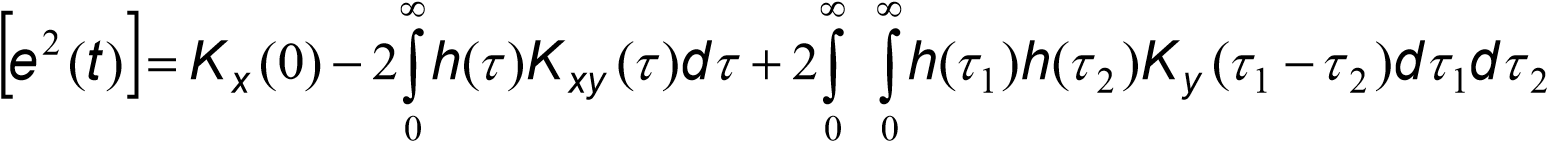
## 2.12. Решение задачи оптимальной фильтрации

Выразим выход фильтра через интеграл свертки *y*ˆ,

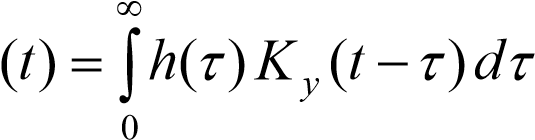
⎧*hf* (*t*),*t* ≥ 0

где *hf* (*t*) – импульсная функция реализуемого фильтра *hf* (*t*) =⎨ , и ⎩ 0, *t* < 0

запишем дисперсию ошибки фильтрации

*M* .

Минимизация дисперсии ошибки как вариационная задача на экстремум приводит к решению относительно импульсной функции следующего интегрального уравнения [7]:

*Kxy* ,

которое называется уравнением Винера – Хопфа или уравнением оптимальной винеровской фильтрации.

Решение уравнения Винера – Хопфа удобно представить в спектральной области, применив преобразование Фурье к обеим частям:

*Sxy* (ω) =*W* ( *j*ω)*Syy* (ω),

откуда следует решение в частотной области

*Sxy* (ω)

*Wopt* ( *j*ω) =

*Syy* (ω)

и во временной

Если известны спектральные свойства входного сигнала и помехи, то решение принимает вид

*Sxx* (ω) .

*Wopt* ( *j*ω) =

*Sxx* (ω) +*Svv* (ω)

1. **Основные функции анализа сигналов в среде МАТЛАБ**

**3.1. Функции генерации сигналов**

**Генерация временных функций**

Примеры задания массива времени в языке МАТЛАБ (табл. 3.1).

Таблица 3.1

|  |  |
| --- | --- |
| **Команда МАТЛАБ** | **Комментарии** |
| >> t=0:0.1:1; | % время в интервале от 0 до 1с с шагом  0.1 с |
| >>fs=1000; t=0:1/fs:10; | % сигнал с частотой дискретизации 1 кГц в интервале времени от 0 до 10 с |
| >>To=1;Tk=100;Ts=1;  >>t=To:Ts:Tk; | % время в интервале от 1 до 100 с с шагом 1 с |

Примеры задания непрерывных функций времени в языке МАТЛАБ (табл. 3.2).

Таблица 3.2

|  |  |
| --- | --- |
| **Команда МАТЛАБ** | **Комментарии** |
| >> t=0:0.1:1;fi=pi/4;omega=2\*pi\*100;  >> x1=cos(omega\*t+fi); plot(x1); | % гармонический сигнал с начальной фазой 45 град и частотой 100 Гц |
| >>alpha=1000; t=0:1/fs:10;  >> x2=exp(-alpha\*t); plot(t,x2); | % сигнал с частотой дискретизации 1 кГц в интервале времени от 0 до 10 с |

Примеры задания кусочно-непрерывных функций времени в языке МАТЛАБ (табл. 3.3).

Таблица 3.3

|  |  |
| --- | --- |
| **Команда МАТЛАБ** | **Комментарии** |
| >> t=0:0.1:10;  >> x1=1.\* (t>1); plot(t,x1); | % сигнал “ступенька” с момента времени 1 с |
| >>al=1000; t=0:1:10;T=5;  >> x2=al\*t/T.\*(t>0).\*(t<T); plot(t,x2); | % сигнал треугольной формы на интервале 5 с |

**Генерация одиночных импульсов (табл. 3.4)**

Таблица 3.4

|  |  |
| --- | --- |
| **Команда МАТЛАБ** | **Комментарии** |
| >> t=0:0.1:10; T=1;  >> x=rectpuls(t,T); plot(t,x); | % сигнал - прямоугольный импульс на интервале времени 0.5 с |
| >> t=0:1:10;T=5;skew=1;  >> x2=tripuls(t,T, skew); plot(t,x2); | % сигнал - треугольный импульс на интервале времени 5 с с вершиной в точке 2.5 с |
| >> t=-10:0.1:10;  >> x=sinc(t/pi); plot(t,x); | % сигнал c ограниченной полосой частот на интервале времени 20 с |
| >> t=-10:0.1:10;fc=1000;bw=0.5;bwr=-6;  >> x=gauspuls(t,fc,bw,bwr); plot(t,x); | % гауссовский радиоимпульс c параметрами: fc – несущая частота; bw – относительная ширина спектра (ширина спектра, деленная на несущую); bwr – уровень в децибелах относительной ширины спектра |

**Генерация периодических сигналов (табл. 3.5)**

Таблица 3.5

|  |  |
| --- | --- |
| **Команда МАТЛАБ** | **Комментарии** |
| >> T=1;Tf=10;Ts=0.01;  >>[x,t]=gensig(‘sin’,T,Tf,Ts); plot(t,x); | % гармонический сигнал на интервале времени 10 с с периодом 1 с и частотой квантования 100 Гц |
| >> T=1; Tf=10;Ts=0.01;  >>[x,t]=gensig(‘square’,T,Tf,Ts); plot(t,x); | % периодический прямоугольный биполярный сигнал на интервале времени 10 с с периодом 1 с и  частотой квантования 100 Гц |
| >> T=1; Tf=10;Ts=0.01;  >>[x,t]=gensig(‘pulse’,T,Tf,Ts); plot(t,x); | % периодический прямоугольный однополярный сигнал на интервале времени 10 с с периодом 1 с и частотой квантования 100 Гц |

Окончание табл. 3.5

|  |  |
| --- | --- |
| **Команда МАТЛАБ** | **Комментарии** |
| >> t=0:0.001:10;f0=1;f1=100;t1=10;  >>x=chirp(t,f0,t1,f1); plot(t,x); | % гармонический сигнал с изменяющейся частотой на интервале времени 10 с от 1 Гц до 100 Гц |
| >> t=0:0.001:10;dyt=50;  >>x=square(t,dyt); plot(t,x); | % последовательность прямоугольных биполярных импульсов, dyt – отношение длительности  импульса к периоду в процентах |

**Генерация случайных сигналов (табл. 3.6)**

Таблица 3.6

|  |  |
| --- | --- |
| **Команда МАТЛАБ** | **Комментарии** |
| >>n=100;x=rand(1,n);plot(x); | % случайный дискретный сигнал с равномерным распределением в интервале (0;1) |
| >>n=100;x=randn(1,n);plot(x); | % случайный дискретный сигнал с нормальным распределением (среднее – 0, дисперсия – 1) |
| >> n=25;hist(x,n) | % построение гистограммы по 25 интервалам |

**3.2. Функции дискретного преобразования Фурье (табл. 3.7)**

Таблица 3.7

|  |  |
| --- | --- |
| **Команда МАТЛАБ** | **Комментарии** |
| >>n=128;Fs=200;X=fft(x,n);  >>plot(abs(Х),(0:n-1)/(n-1)\*Fs); | % дискретное преобразование Фурье сигнала по 128 отсчетам, построение графика АЧХ |
| >> n=256;x=ifft(X,n); | % дискретное обратное преобразование Фурье сигнала по 256 отсчетам комплексного спектра Х |

**3.3. Функции анализа непрерывных систем в частотной области (табл. 3.8)**

Таблица 3.8

|  |  |
| --- | --- |
| **Команда МАТЛАБ** | **Комментарии** |
| >>a=[2 3 1];b=[1 0];X=freqs(b,a); | % вычисление комплексного коэффициента передачи |
| >>a=[2 3 1];b=[1 0]; [X,w]=freqs(b,a);  >>plot(w,abs(X)); grid on | % вычисление комплексного коэффициента передачи для набора частот и построение АЧХ в линейном масштабе |
| >>a=[2 3 1];b=[1 0]; [X,w]=freqs(b,a);  >>plot(w, unwrap (angle(X))\*180/pi) | % вычисление комплексного коэффициента передачи для набора частот и построение ФЧХ в линейном масштабе |
| >>a=[2 3 1];b=[1 0]; sys=tf(b,a);  >> bode(sys) | % построение АЧХ и ФЧХ фильтра в логарифмическом масштабе |

**3.4. Функции задания линейного фильтра**

**Функции задания линейного непрерывного фильтра (табл. 3.9)**

Таблица 3.9

|  |  |
| --- | --- |
| **Команда МАТЛАБ** | **Комментарии** |
| >>a=[2 3 1];b=[1 0];sys=tf(b,a); | % задание фильтра (системы) в форме передаточной функции |
| >>z=[2 3 1];p=[1 0];k=[1];  >>sys=zpk(z,p,k); | % задание фильтра (системы) в форме передаточной функции через нули, полюсы и коэффициент усиления фильтра |
| >>[z,p,k]=tf2zp(b,a) | % преобразование формы TF в форму  ZPK |
| >>[num.den]=zp2tf(z,p,k) | % преобразование формы ZPK в форму TF |

**Функции задания линейного дискретного фильтра (табл. 3.10)**

Таблица 3.10

|  |  |
| --- | --- |
| **Команда МАТЛАБ** | **Комментарии** |
| >>a=[2 3 1];b=[1 0];Ts=0.1;  >>sys=tf(b,a,Ts); | % задание дискретного фильтра (системы) в форме передаточной функции |
| >>z=[2 3 1];p=[1 0];k=[1]; Ts=0.1;  >>sys=zpk(z,p,k); | % задание дискретного фильтра (системы) в форме передаточной функции через нули, полюсы и коэффициент усиления фильтра |
| >>[z,p,k]=tf2zpk(b,a) | % преобразование формы TF в форму ZPK |

**4. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ**

**Лабораторная работа № 1**

«Изучение инструментальных средств моделирования сигналов

в среде МАТЛАБ»

Исходные данные **–** вид сигнала, значения параметров сигнала представлены в табл. 4.1.

1. Получить вариант работы у преподавателя.
2. Загрузить систему МАТЛАБ в компьютер.
3. Создать скрипт-файл лабораторной работы.
4. Построить графики сигналов и перенести их в отчет.
5. Загрузить систему СИМУЛИНК.
6. Сгенерировать сигнал, используя блоки системы СИМУЛИНК.
7. Построить графики сигналов с помощью блоков библиотеки Sinks и Sources.
8. Оформить отчет.

Выполнение лабораторной работы

Таблица 4.1

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер варианта | Вид сигнала | Параметры сигнала | | |
| амплитуда | частота, Гц | время, с |
| 1 | Ступенька («скачок») | 10 | - | 10 |
| 2 | Ступенька («скачок») | 100 | - | 50 |
| 3 | Ступенька («скачок») | 1 | - | 10 |
| 4 | Биполярный прямоугольный периодический сигнал («меандр») | 10 | 1 | 10 |
| 5 | Биполярный прямоугольный периодический сигнал («меандр») | 1 | 10 | 1 |
| 6 | Биполярный прямоугольный периодический сигнал («меандр») | 10 | 100 | 0.1 |
| 7 | Биполярный прямоугольный периодический сигнал («меандр») | 0.1 | 1 000 | 0.01 |
| 8 | Однополярный прямоугольный периодический сигнал | 0.5 | 10 | 1 |
| 9 | Однополярный прямоугольный периодический сигнал | 1 | 100 | 0.1 |
| 10 | Однополярный прямоугольный периодический сигнал | 10 | 1 000 | 0.01 |
| 11 | Однополярный прямоугольный периодический сигнал | 0.1 | 1 0000 | 0.001 |
| 12 | Гармонический сигнал | 1 | 10 | 1 |
| 13 | Гармонический сигнал | 10 | 100 | 0.1 |
| 14 | Гармонический сигнал | 0.1 | 1000 | 0.01 |
| 15 | Периодический сигнал с линейно нарастающей амплитудой | От 1 до 10 | 10 | 10 |
| 16 | Периодический сигнал с линейно нарастающей амплитудой | От 100 до 500 | 1 00 | 0.1 |
| 17 | Периодический сигнал с линейно нарастающей амплитудой | От 0.01 до 1 | 1 000 | 0.01 |
| 18 | Периодический сигнал с линейно нарастающей частотой | 1 | от 1 до 10 | 1 |
| 19 | Периодический сигнал с линейно нарастающей частотой | 5 | от 10 до 100 | 0.1 |
| 20 | Периодический сигнал с линейно нарастающей частотой | 10 | от 100 до 300 | 0.1 |
| 21 | Случайный сигнал с нормальным распределением | МО\* - 1  СКО\* –  0.5 | - | 1 |
| 22 | Случайный сигнал с нормальным распределением | МО - 10  СКО – 1 |  | 0.1 |
| 23 | Случайный сигнал с нормальным распределением | МО - 100 СКО – 5 | - | 0.1 |
| 24 | Случайный сигнал с нормальным распределением | МО - 0  СКО – 0.1 | - | 1 |

\*МО – математическое ожидание, СКО – среднее квадратическое отклонение.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение сигнала как процесса передачи сообщения.
2. Укажите признаки классификации сигналов.
3. Назовите способы представления сигналов.
4. Дайте определение детерминированного непрерывного сигнала.
5. Дайте определение детерминированного непрерывного сигнала, ограниченного по энергии.
6. Дайте определение детерминированного дискретного сигнала.
7. Дайте определение финитного и казуального сигналов.
8. Перечислите виды специальных сигналов.

Справочные сведения

Справочные сведения по данной работе даны в подразд. 3.2.

Содержание отчета

**Лабораторная работа № 2**

**«**Дискретное преобразование Фурье с помощью инструментальных

средств МАТЛАБ»

Исходные данные **–** вид сигнала, значения параметров сигнала, время квантования (табл. 4.2).

Порядок выполнения лабораторной работы

1. Ознакомиться с основами теории преобразования Фурье (см. разд. 2).
2. Получить вариант работы у преподавателя.
3. Загрузить систему МАТЛАБ в компьютер.
4. Создать скрипт-файл лабораторной работы.
5. Построить графики сигналов и перенести их в отчет.
6. Загрузить систему СИМУЛИНК.
7. Сгенерировать сигнал с помощью блоков системы СИМУЛИНК.
8. Выполнить спектральный анализ сигналов с помощью блоков Power Spectral Density, Averaging Power Spectral Density библиотеки блоков Simulinks Extras – Additional Sinks.
9. Построить графики спектров сигналов.
10. Оформить отчет.

Выполнение лабораторной работы

Таблица 4.2

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер варианта | Вид сигнала | Параметры сигнала | | |
| амплитуда | частота, Гц | время квантования, с |
| 1 | Ступенька (скачок) | 10 | - | 1 |
| 2 | Ступенька (скачок) | 100 | - | 0.2 |
| 3 | Ступенька (скачок) | 1 | - | 0.01 |
| 4 | Биполярный прямоугольный периодический сигнал («меандр») | 10 | 1 | 0.1 |
| 5 | Биполярный прямоугольный периодический сигнал («меандр») | 1 | 10 | 0.02 |
| 6 | Биполярный прямоугольный периодический сигнал («меандр») | 10 | 100 | 0.0005 |
| 7 | Биполярный прямоугольный периодический сигнал («меандр») | 0.1 | 1 000 | 0.00003 |
| 8 | Однополярный прямоугольный периодический сигнал | 0.5 | 10 | 0.03 |
| 9 | Однополярный прямоугольный периодический сигнал | 1 | 100 | 0.004 |
| 10 | Однополярный прямоугольный периодический сигнал | 10 | 1 000 | 0.000025 |
| 11 | Однополярный прямоугольный периодический сигнал | 0.1 | 1 0000 | 0.00001 |
| 12 | Гармонический сигнал | 1 | 10 | 0.02 |
| 13 | Гармонический сигнал | 10 | 100 | 0.003 |
| 14 | Гармонический сигнал | 0.1 | 1000 | 0.0002 |
| 15 | Периодический сигнал с линейно нарастающей амплитудой | От 1 до 10 | 10 | 0.005 |
| 16 | Периодический сигнал с линейно нарастающей амплитудой | От 100 до 500 | 1 00 | 0.00004 |
| 17 | Периодический сигнал с линейно нарастающей амплитудой | От 0.01 до 1 | 1 000 | 0.00003 |
| 18 | Периодический сигнал с линейно нарастающей частотой | 1 | от 1 до 10 | 0.01 |
| 19 | Периодический сигнал с линейно нарастающей частотой | 5 | от 10 до 100 | 0.001 |
| 20 | Периодический сигнал с линейно нарастающей частотой | 10 | от 100 до 300 | 0.0003 |
| 21 | Случайный сигнал с нормальным распределением | МО - 1  СКО – 0.5 | - | 0.1 |
| 22 | Случайный сигнал с нормальным распределением | МО - 10  СКО – 1 |  | 0.1 |
| 23 | Случайный сигнал с нормальным распределением | МО - 100 СКО – 5 | - | 0.1 |
| 24 | Случайный сигнал с нормальным распределением | МО - 0  СКО – 0.1 | - | 0.1 |

\*МО – математическое ожидание, СКО – среднее квадратическое отклонение.

Контрольные вопросы

1. Что понимают под спектром сигнала?
2. Дайте определение комплексного спектра.
3. Назовите условие разложения сигнала в ряд Фурье (условие Дирихле).
4. Приведите комплексный вид ряда Фурье.
5. Что такое практическая ширина спектра?
6. Как определяют амплитудный и фазовый спектры сигнала?
7. Линейные свойства преобразования Фурье.
8. Преобразования Фурье от производной и интеграла функции.
9. Преобразования Фурье от свертки функции.
10. Преобразования Фурье от дельта-функции.
11. Преобразования Фурье от одиночного импульса.

Справочные сведения

Справочные сведения по данной работе даны в подразд. 3.3.

Примеры скрипт-файлов

Пример 1.

|  |  |
| --- | --- |
| **t = 0:0.001:0.6;** | **%время** |
| **x = sin(2\*pi\*50\*t)+sin(2\*pi\*120\*t);** | **%сигнал** |
| **y = x + 2\*randn(size(t));** | **%сигнал с ошибкой** |
| **plot(1000\*t(1:50),y(1:50)); xlabel('time (milliseconds)');** | **%график сигнала** |
| **Y = fft(y,512);** | **%преобразование Фурье** |
| **Pyy = Y.\* conj(Y) ;** | **%модуль преобразования Фурье** |
| **f = 1000\*(0:256)/512;** | **%вектор половины частоты дискретиза-** |

### %ции

|  |  |
| --- | --- |
| **t = 0:1/100:10-1/100;** | **%время** |
| **x = sin(2\*pi\*15\*t) + sin(2\*pi\*40\*t);** | **%сигнал** |
| **y = fft(x);** | **%преобразование Фурье** |
| **m = abs(y);** | **%модуль комплексного спектра** |
| **p = unwrap(angle(y));** | **%фаза комплексного спектра** |
|  | **% частота в герцах** |

Содержание отчета

**Лабораторная работа № 3**

**«**Дискретное обратное преобразование Фурье и фильтрация сигналов»

Исходные данные **–** данные для работы взять из табл. 4.2.

Порядок выполнения лабораторной работы

1. Получить вариант работы у преподавателя.
2. Загрузить систему МАТЛАБ в компьютер.
3. Создать скрипт-файл лабораторной работы.
4. Построить графики сигналов его спектра и перенести их в отчет.
5. Ограничить спектр сигнала, оставив в спектре основные гармоники.
6. Построить графики восстановленных сигналов.
7. Оформить отчет.

Выполнение лабораторной работы

1. Построить спектр сигнала для варианта из лабораторной работы № 2.
2. Построить график амплитудного спектра.
3. Сформировать массив комплексного спектра как часть основного спектра с учетом спектральных свойств сигнала.
4. Восстановить сигнал по усеченному спектру.

Контрольные вопросы

1. Понятие комплексного спектра.
2. Что является результатом прямого и обратного преобразования Фурье?
3. В чем отличие непрерывного и дискретного преобразования Фурье?
5. Какой диапазон частот необходимо использовать при восстановлении сигналов?

Справочные сведения

Перечень команд МАТЛАБа для определения спектра сигнала и фильтрации дан в следующем примере.

Пример.

|  |  |
| --- | --- |
| **t = 0:0.001:0.512;** | **%время** |
| **x = sin(2\*pi\*5\*t)+sin(2\*pi\*12\*t);** | **%сигнал** |
| **y = x + 0\*randn(size(t));** | **%сигнал с ошибкой** |
| **n=512;**  **figure(1)** | **%число отсчетов** |
| **plot(t(1:n),y(1:n));grid;** | **%график сигнала** |

**title('Signal Corrupted with Zero-Mean Random Noise'); xlabel('time (milliseconds)');**

|  |  |
| --- | --- |
| **Y = fft(y,n);** | **%преобразование Фурье** |
| **Pyy = Y.\* conj(Y) / n;** | **%модуль преобразования Фурье** |
| **f = 1000\*(0:n)/n;**  **figure(2)** | **%половина частоты дискретизации** |
| **plot(f(1:100),Pyy(1:100)); grid;** | **%график АЧХ** |

**title('Frequency content of y') xlabel('frequency (Hz)')**

**%\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\* обратное преобразование Фурье\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\* N=100;**

**Y1=[Y(1:N) zeros(1,n-N)]; %усечение спектра сигнала figure(3)**

**x1=ifft(Y1,n); %обратное преобразование Фурье plot(t(1:n),2\*x1(1:n),t(1:n),y(1:n)),grid;**

Содержание отчета

Отчет должен содержать: цель работы, вариант задания, скрипт-файл генерации сигнала, спектральную характеристику и восстановленный сигнал, амплитудный спектр фильтра, графики сигналов и спектров, выводы.

**Лабораторная работа № 4**

«Определение характеристик случайных сигналов»

Порядок выполнения лабораторной работы

1. Получить вариант работы у преподавателя.
2. Загрузить систему МАТЛАБ в компьютер.
3. Создать скрипт-файл лабораторной работы.
4. Построить графики и перенести их в отчет.
5. Оформить отчет.

Выполнение лабораторной работы

3. Оценить числовые характеристики сигналов: математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, коэффициент взаимной корреляции двух сигналов.

Таблица 4.3

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Номер варианта | Параметры сигнала | | Вид распределения |
| Математическое ожидание | Дисперсия |
| 1 | 0.1 | 1.5 | Равномерный |
| 2 | 1.0 | 2.0 | Гауссовский |
| 3 | 5.0 | 1.0 | Равномерный |
| 4 | 10.0 | 1.0 | Гауссовский |
| 5 | 20.0 | 5.0 | Равномерный |
| 6 | 30.0 | 10.0 | Гауссовский |
| 7 | 3.0 | 1.0 | Равномерный |
| 8 | 5.0 | 2.0 | Равномерный |
| 9 | 7.0 | 8.0 | Гауссовский |
| 10 | 9.0 | 5.0 | Равномерный |
| 11 | 10.0 | 6.0 | Гауссовский |
| 12 | 1.5 | 0.1 | Равномерный |
| 13 | 2.0 | 1.0 | Гауссовский |
| 14 | 1.0 | 5.0 | Равномерный |
| 15 | 1.0 | 10.0 | Гауссовский |
| 16 | 5.0 | 20.0 | Равномерный |
| 17 | 10.0 | 30.0 | Гауссовский |
| 18 | 1.0 | 3.0 | Равномерный |
| 19 | 2.0 | 5.0 | Гауссовский |
| 20 | 8.0 | 7.0 | Равномерный |
| 21 | 5.0 | 9.0 | Гауссовский |
| 22 | 6.0 | 10.0 | Равномерный |
| 23 | 1.5 | 0.1 | Гауссовский |
| 24 | 2.0 | 1.0 | Равномерный |

1. Определить функциональные характеристики сигналов: нормированную автокорреляционную функцию и нормированную взаимно корреляционную функцию.

Контрольные вопросы

* 1. Понятие случайной величины и функции.
  2. Функциональные характеристики случайных величин и функций.
  3. Определение математического ожидания.
  4. Определение центрального момента к-го порядка.
  5. Свойство функции плотности распределения.
  6. Перечислите числовые характеристики случайных функций.
  7. В чем отличие понятия ковариации от корреляции?
  8. В чем отличие понятия случайного сигнала и случайного процесса?
  9. Понятие стационарного случайного процесса.
  10. Понятие эргодического случайного процесса.

Справочные сведения

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Пример. |  |  |
| **t = 0:0.001:0.512;** |  | **%время** |
| **x1 =rand(size(t));** |  | **%сигнал 1** |
| **x2 =rand(size(t));** |  | **%сигнал 2** |

**n=512; figure(1)**

**plot(t(1:n),x1(1:n),t(1:n),x2(1:n));grid; %графики сигналов title('Signal Corrupted'); xlabel('time (milliseconds)'); figure(2) subplot(1,1,1)**

**hist(x1,20);hist(x2,20) % функции плотности по данным сигналов x1m=mean(x1);x2m=mean(x2); % математическое ожидание (1-й момент)**

|  |  |
| --- | --- |
| **x1\_std=std(x1);x2\_std=std(x2);** | **% CKO** |
| **x1\_disp=x1\_std^2;x2\_disp=x2\_std^2;** | **% дисперсия** |
| **x1\_cov=cov(x1);x2\_cov=cov(x2);** | **%ковариация (2-й момент)** |
| **R = corrcoef(x1,x2); figure(3) subplot(2,1,1)** | **%коэффициент корреляции** |
| **X\_corr=xcov(x1);**  **plot(X\_corr/n/x1\_disp); subplot(2,1,2)** | **% корреляционная функция** |
| **X1X2\_cor=xcov(x1,x2)/(x1\_std\*x2\_std)/n;** | **%взаимная корреляционная** |
| **plot(X1X2\_cor)** | **% функция** |

Содержание отчета

**Лабораторная работа № 5**

«Определение характеристик линейных стационарных систем с помощью инструментальных средств МАТЛАБ»

Порядок выполнения лабораторной работы

1. Получить вариант работы у преподавателя.
2. Загрузить систему МАТЛАБ в компьютер.
3. Создать скрипт-файл анализа динамической системы варианта:
   * задать систему в форме tf;
   * перевести систему в форму zpk;
   * определить временные характеристики (переходную – командой step, импульсную – командой impuls);
   * найти частотные характеристики (в линейном масштабе командой freq, в логарифмическом масштабе командой bode).
4. Построить графики и перенести их в отчет.
5. Оформить отчет.

Выполнение лабораторной работы

*Создание скрипт-файла.* Открыть новый М-файл на панели инструментов для создания программы.

Таблица 4.4

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Номер варианта** | **Параметры динамической системы** | |
| **Полином числителя** | **Полином знаменателя** |
| 1 | 0.1 | (1.5s\*+1)(3s+1)^2 |
| 2 | 1.0 | (((1/5)s)^2+2\*1/5\*0.1s+1)(3s+1) |
| 3 | 5.0 | (((1/5)s)^2+2\*1/5\*0.1s+1)s |
| 4 | 10.0 | (2.5s+1)(5s+1)^2 |
| 5 | 20.0 | (((1/50)s)^2+2\*1/50\*0.1s+1)(5s+1) |
| 6 | 30.0 | (((1/50)s)^2+2\*1/50\*0.1s+1)s |
| 7 | 3.0 | (0.1s+1) ^2 (0.3s+1) |
| 8 | 5.0 | ((5s)^2+2\*5\*0.1s+1) (5s+1) |
| 9 | 7.0 | (((1/50)s)^2+2\*1/50\*0.1s+1)s^2 |
| 10 | s+1 | (1.5s+1)(3s+1)^2 |
| 11 | (s+2)(s-1) | (((1/5)s)^2+2\*1/5\*0.1s+1)(3s+1) |
| 12 | (s+5)(s-2) | (((1/5)s)^2+2\*1/5\*0.1s+1)s |
| 13 | (s+1)(s-1) | (2.5s+1)(5s+1)^2 |
| 14 | ((1/30s)^2+2\*1/30\*0.1s+1) | (((1/50)s)^2+2\*1/50\*0.1s+1)(5s+1) |
| 15 | 1.0 | (((1/50)s)^2+2\*1/50\*0.1s+1)s |
| 16 | 5.0 | (0.1s+1) ^2 (0.3s+1) |
| 17 | ((3s)^2+2\*3\*0.1s+1) | ((5s)^2+2\*5\*0.1s+1) (5s+1) |
| 18 | (s+1)^2 | (((1/50)s)^2+2\*1/50\*0.1s+1)s^2 |
| 19 | (1.5s+1)(3s+1) | (((1/50)s)^2+2\*1/50\*0.1s+1)s^2 |
| 22 | 8.0 | (((1/50)s)^2+2\*1/50\*0.4s+1)(5s+1) |
| 23 | 5.0 | (((1/50)s)^2+2\*1/50\*0.4s+1)s |
| 24 | 6.0 | (0.1s+1) ^2 (0.3s+1) |
| 25 | 1.5 | ((5s)^2+2\*5\*0.4s+1) (5s+1) |
| 26 | 2.0 | (((1/50)s)^2+2\*1/50\*0.4s+1)s^2 |

*\* s – переменная Лапласа.*

Контрольные вопросы

1. Какие формы используют для описания линейных динамических систем?
2. Дайте определение импульсной функции.
3. Дайте определение переходной функции.
4. Дайте определение передаточной функции.
5. Дайте определение комплексного коэффициента передачи.
6. Дайте определение амплитудно-частотной характеристики.
7. Дайте определение фазочастотной характеристики.
8. Дайте определение амплитудно-фазочастотной характеристики.
9. Дайте определение логарифмической амплитудной и логарифмической фазовой частотных характеристик.

Справочные сведения

Справочные сведения о командах содержатся в подразд. 3.3 и 3.4.

Пример.

**clc**

**clf**

**Num=[1 2];Den=[4 5 6];**

**sys\_tf=tf(Num,Den) % форма tf [z,p,k]=tf2zp(Num,Den);**

|  |  |
| --- | --- |
| **sys\_zpk=zpk(z,p,k) figure(1)** | **% форма zpk** |
| **step(sys\_tf)** | **% переходная функция** |
| **damp(sys\_tf)**    **figure(2)** | **% полюса системы** |
| **impulse(sys\_tf)** | **% импульсная функция** |

**[X,w]=freqs(Num,Den); % комплексный коэффициент передачи figure(3) subplot(2,1,1)**

**plot(w,abs(X)),grid on % АЧХ**

**subplot(2,1,2)**

**plot(w,unwrap(angle(X))\*180/pi),grid on % ФЧХ figure(4)**

**bode(sys\_tf),grid on % ЛАЧХ nyquist(sys\_tf) % АФЧХ**

Содержание отчета

Библиографический список

1. Финк Л.М. Теория передачи дискретных сообщений. – М.: Сов. радио, 1970. – 276 с.
2. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. – СПб: Питер, 2002. – 608 с.
4. Прокис Дж. Цифровая связь. – М.: Радио и связь, 2000. – 964 с.
5. Френкс Л. Теория сигналов: Пер. с англ. – М.: Сов. радио, 1974. – 344 с.
7. Основы цифровой обработки сигналов: Курс лекций / Солонина А.И.,

Улахович Д.А., Арбузов С.М., Соловьева Е.Б., Гук И.И. - СПб: БХВПетербург, 2003. – 608 с.

Кортунов Вячеслав Иванович

Лукин Владимир Васильевич

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЦИФРОВОЙ СВЯЗИ

Редактор В.И. Филатова

Св. план, 2006

Подписано в печать 01.02.2006

Формат 60х84 1/16. Бум. офс. №2. Офс. печ.

Усл. печ. л. 3,6. Уч.-изд. л. 4,06. Т. 50 экз. Заказ 76. Цена свободная

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского

«Харьковский авиационный институт»

61070, Харьков-70, ул. Чкалова, 17 http://www.khai.edu

Издательский центр «ХАИ»

61070, Харьков-70, ул. Чкалова, 17 izdat@khai.edu