

April 2019Time – Three hours
(Maximum Marks: 75)

- [N.B:- (1) Answer any FIVE questions in each of PART-A & PART-B and any two divisions of each question in PART-C.
(2) Each question carries 2(two) marks in PART-A, 3(three) marks in PART-B and 5(five) marks for each division in PART-C.]

PART – A

1. Find x if $\begin{vmatrix} x & 4 \\ 9 & x \end{vmatrix} = 0$.
2. Find the adjoint matrix of $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$.
3. If $Z_1 = 1 + i$ and $Z_2 = 3 + 2i$, find $3Z_1 + 4Z_2$.
4. Simplify : $(\cos \theta + i \sin \theta)^2 (\cos 3\theta + i \sin 3\theta)$.
5. Show that $\frac{\tan 23^\circ + \tan 22^\circ}{1 - \tan 23^\circ \tan 22^\circ} = 1$.
6. Find the value of $2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ$.
7. Find $\frac{dy}{dx}$ if $y = e^x \cos x$.
8. Form the differential equation by eliminating the constant 'a' in $x^2 + y^2 = a^2$.

PART – B

9. If $A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ and $B = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, show that $(AB)^T = B^T A^T$.
10. Simplify: $\frac{\cos 3\theta - i \sin 3\theta}{\cos 2\theta + i \sin 2\theta}$
11. Find all the values of $(1)^{1/3}$.
12. If $\cos \theta = \frac{1}{3}$, find the value of $\cos 3\theta$.
13. Prove that $\cos 80^\circ + \cos 40^\circ - \cos 20^\circ = 0$.
14. If $u = x^4 + y^3 + 2x^2y^2 + 3x^2y$, find $\frac{\partial u}{\partial x}$ and $\frac{\partial u}{\partial y}$.
15. Find $\frac{dy}{dx}$ if $y = e^{\sin^{-1}x}$.
16. Find $\frac{dy}{dx}$ if $y = x^2 e^x \sin x$.

PART - C

17. (a) Using cramer's rule, solve the given equations $x + y + z = 3$, $2x - y + z = 2$ and $3x + 2y - 2z = 3$.
- (b) Find the rank of the matrix $\begin{pmatrix} 5 & 3 & 14 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$.
- (c) Find the coefficient of x^5 in the expansion of $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{11}$.
18. (a) Prove that the complex numbers $2 - 2i$, $8 + 4i$, $5 + 7i$ and $-1 + i$ form a rectangle.
- (b) Using Demoivre's theorem simplify: $\frac{(\cos 3\theta + i \sin 3\theta)^4 (\cos 4\theta + i \sin 4\theta)^2}{(\cos 2\theta + i \sin 2\theta)^5 (\cos 5\theta + i \sin 5\theta)^3}$
- (c) Solve $x^5 + 1 = 0$.
19. (a) If $\sin A = \frac{8}{17}$ and $\sin B = \frac{5}{13}$ prove that $\sin(A + B) = \frac{171}{221}$
- (b) Prove that $\frac{\sin 3A}{1 + 2 \cos 2A} = \sin A$.
- (c) Prove that $\sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 80^\circ = \frac{\sqrt{3}}{8}$.
20. (a) Prove that $\sin^{-1}(2x\sqrt{1-x^2}) = 2\sin^{-1}x$.
- (b) Evaluate: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^5 - 2^5}{x^3 - 2^3}$.
- (c) Find $\frac{dy}{dx}$ if (i) $y = \frac{5}{x^2} + \frac{2}{x} + \frac{3}{\cos x} + \frac{1}{8}$ (ii) $y = xe^x \log x$.
21. (a) Find $\frac{dy}{dx}$ if (i) $y = e^{3x} \cos^2 x$ (ii) $y = a + xe^y$
- (b) If $xy = ae^x + be^{-x}$, prove that $xy_2 + 2y_1 = xy$
- (c) If $u = \frac{x^3 y^3}{x^3 + y^3}$, shows that $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 3u$

தமிழ் வடிவம்

[குறிப்பு : (1) பகுதி-அ மற்றும் பகுதி-ஆ, ஆகிய ஒவ்வொரு பகுதியிலிருந்து ஏதேனும் ஐந்து வினாக்களுக்கும், மற்றும் பகுதி-இ-யில் ஒவ்வொரு வினாவிலிருந்து ஏதேனும் இரு பிரிவுகளுக்கும் விடையளிக்கவும்.

(2) ஒவ்வொரு வினாவும் பகுதி-அ-வில் 2 (இரண்டு) மதிப்பெண்கள், பகுதி-ஆ-வில் 3 (மூன்று) மதிப்பெண்கள் மற்றும் பகுதி-இ-யில் ஒவ்வொரு பிரிவும் 5 (ஐந்து) மதிப்பெண்கள் பெறும்.]

பகுதி - அ

1. $\begin{vmatrix} x & 4 \\ 9 & x \end{vmatrix} = 0$ எனில் x -யைக் காண்க.
2. $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$ -ன் சேர்ப்பு அணி காண்க.
3. $Z_1 = 1 + i$, $Z_2 = 3 + 2i$ எனில் $3Z_1 + 4Z_2$ ன் மதிப்பைக் காண்க.
4. சுருக்குக $(\cos \theta + i \sin \theta)^2 (\cos 3\theta + i \sin 3\theta)$.
5. $\frac{\tan 23^\circ + \tan 22^\circ}{1 - \tan 23^\circ \tan 22^\circ} = 1$ எனக் காட்டுக.
6. $2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ$ -ன் மதிப்பைக்காண்க.
7. $y = e^x \cos x$ எனில் $\frac{dy}{dx}$ -ஐக் காண்க.
8. $x^2 + y^2 = a^2$ இல் உள்ள நிலையான மாறிலி ' a '-ஐ நீக்குவதன் மூலம் வகைகெழுச் சமன்பாட்டை அமைக்க.

பகுதி- ஆ

9. $A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ எனில் $(AB)^T = B^T A^T$ எனக் காட்டுக.
10. சுருக்குக $\frac{\cos 3\theta - i \sin 3\theta}{\cos 2\theta + i \sin 2\theta}$
11. $(1)^{1/3}$ -ன் அனைத்து மதிப்புகளையும் காண்க.
12. $\cos \theta = \frac{1}{3}$ எனில், $\cos 3\theta$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.
13. $\cos 80^\circ + \cos 40^\circ - \cos 20^\circ = 0$ என நிரூபி.
14. $u = x^4 + y^3 + 2x^2y^2 + 3x^2y$ எனில், $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}$ -ஐக் காண்க.
15. $y = e^{\sin^{-1}x}$ எனில், $\frac{dy}{dx}$ -ஐக் காண்க.
16. $y = x^2 e^x \sin x$ எனில், $\frac{dy}{dx}$ -ஐக் காண்க.

17. (அ) கிராமரின் விதியைப்பயன்படுத்தி $x + y + z = 3$, $2x - y + z = 2$ மற்றும் $3x + 2y - 2z = 3$ என்ற சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

(ஆ) $\begin{pmatrix} 5 & 3 & 14 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ என்ற அணியின் அணி வரிசையைக் காண்க.

(இ) $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{11}$ இன் விரிவில் x^5 -இன் குணகத்தைக் காண்க.

18. (அ) $2 - 2i$, $8 + 4i$, $5 + 7i$ மற்றும் $-1 + i$ ஆகிய சிக்கலெண்கள் ஒரு செவ்வகத்தை ஏற்படுத்தும் என நிரூபி.

(ஆ) $\frac{(\cos 3\theta + i \sin 3\theta)^4 (\cos 4\theta + i \sin 4\theta)^2}{(\cos 2\theta + i \sin 2\theta)^5 (\cos 5\theta + i \sin 5\theta)^3}$

(இ) தீர்க்க $x^5 + 1 = 0$.

19. (அ) $\sin A = \frac{8}{17}$ மற்றும் $\sin B = \frac{5}{13}$ எனில் $\sin(A + B) = \frac{171}{221}$ என நிரூபி.

(ஆ) $\frac{\sin 3A}{1 + 2 \cos 2A} = \sin A$ என நிரூபி.

(இ) $\sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 80^\circ = \frac{\sqrt{3}}{8}$ என நிரூபி.

20. (அ) $\sin^{-1}(2x\sqrt{1-x^2}) = 2\sin^{-1}x$ என நிரூபி.

(ஆ) மதிப்பிடுக : $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^5 - 2^5}{x^3 - 2^3}$.

(இ) (i) $y = \frac{5}{x^2} + \frac{2}{x} + \frac{3}{\cos x} + \frac{1}{8}$, (ii) $y = xe^x \log x$ எனில், $\frac{dy}{dx}$ -ஐக் காண்க.

21. (அ) (i) $y = e^{3x} \cos^2 x$ எனில் $\frac{dy}{dx}$ -ஐக் காண்க.

(ii) $y = a + xe^y$ எனில் $\frac{dy}{dx}$ -ஐக் காண்க.

(ஆ) $xy = ae^x + be^{-x}$ எனில் $xy_2 + 2y_1 = xy$ என நிரூபி.

(இ) $u = \frac{x^3 y^3}{x^3 + y^3}$ எனில் $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 3u$ என நிரூபி.
