427

Register No.:

October 2018

<u>*Time – Three hours*</u>
(Maximum Marks: 75)

[N.B:- (1) Answer any FIVE questions in each of PART–A & PART–B and any two divisions of each question in PART–C.

(2) Each question carries 2(two) marks in PART–A, 3(three) marks in PART–B and 5(five) marks for each division in PART–C.]

PART – A

1. Find the co-factor of 3 in the determinate $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \end{vmatrix}$

2. Find the rank of $\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -6 & 8 \end{pmatrix}$

3. If $Z_1 = 2 + 3i$, $Z_2 = 4 - 5i$,find $Z_1 - Z_2$.

4. If 'w' is a cube roots of unity, find the value of $w^4 + w^5 + w^6$.

5. Express $\sin 5A - \sin 3A$ as product.

6. Find $\frac{dy}{dx}$, if $y = 8e^x - 4\, cosec\, x$

7. If $u = x^3 + y^3$, find $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$

8. Find the value of $\frac{\tan 20^\circ + \tan 25^\circ}{1 - \tan 20^\circ + \tan 25^\circ}$

PART – B

9. Find the 6th term in the expansion of $\left(x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^{14}$

10. If $a = \cos x + i\, \sin x$; $b = \cos y + i\, \sin y$, find ab and $\frac{1}{ab}$

11. Prove that $\cos^4 A - \sin^4 A = \cos 2A$

12. If $\sin\theta = \frac{3}{5}$, find the value of $\sin 3\theta$

13. Evaluate: $Lt_{x \to a} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a}}{x - a}$

14. Find $\frac{dy}{dx}$, if $y = \frac{x \sin x}{e^x}$

15. Find $\frac{dy}{dx}$, if $y = (x^2 + 5) \cos x\, e^{-2x}$

16. Form the differential equation of $y^2 = 4ax$ by eliminating the constant 'a'.

[Turn over.....

PART – C

17. (a) If A and B are acute angles and $\sin A = \frac{1}{\sqrt{10}}$, $\sin B = \frac{1}{\sqrt{5}}$,prove that $A + B = \frac{\pi}{4}$

(b) Prove that $\frac{\sin 3\theta}{\sin\theta} - \frac{\cos 3\theta}{\cos\theta} = 2$

(c) If $a = \sin x + \sin y$ and $b = \cos x + \cos y$, prove that $a^2 + b^2 = 4\cos^2\left(\frac{x-y}{2}\right)$

18. (a) Find the modulus and amplitude of $\frac{-3+i}{-1+i}$

(b) Simplify using DeMoivre's theorem:

$$\frac{(\cos 2\theta - i\sin 2\theta)^7(\cos 3\theta + i\sin 3\theta)^{-5}}{(\cos 4\theta + i\sin 4\theta)^2(\cos 5\theta - i\sin 5\theta)^{-6}}$$

(c) Solve: $x^5 + x^3 + x^2 + 1 = 0$

19. (a) Solve by using Cramer's rule $3x - y + 2z = 8;\ x - y + z = 2$ and $2x + y - z = 1$.

(b) Find the inverse of $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

(c) Find the middle terms in the expansion of $\left(x^3 + \frac{2}{x^3}\right)^{11}$

20. (a) Prove that $\tan^{-1}\left(\frac{3x-x^3}{1-3x^2}\right) = 3\tan^{-1}x$

(b) Evaluate:

(i) $\mathrm{Lt}_{x\to 3}\frac{x^6-3^6}{x-3}$ (ii) $\mathrm{Lt}_{\theta\to 0}\frac{\sin 7\theta}{\sin 2\theta}$

(c) Find $\frac{dy}{dx}$, if (i) $y = (2x+1)(3x-7)(4-9x)$ (ii) $y = \frac{e^x + \sin x}{1-\cos x}$

21. (a) Find $\frac{dy}{dx}$, if (i) $y = \log\left(\frac{1+\sin x}{1-\sin x}\right)$ (ii) $y = a + xe^y$

(b) If $y = a\cos(\log x) + b\sin(\log x)$, prove that $x^2y_2 + xy_1 + y = 0$

(c) If $u = x^4 + 4x^3y + 3x^2y^2 + y^4$, find $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ and $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$

தமிழ் வடிவம்

[குறிப்பு : (1) பகுதி–அ மற்றும் பகுதி–ஆ, ஆகிய ஒவ்வொரு பகுதியிலிருந்து ஏதேனும் ஐந்து வினாக்களுக்கும், மற்றும் பகுதி–இ–யில் ஒவ்வொரு வினாவிலிருந்து ஏதேனும் இரு பிரிவுகளுக்கும் விடையளிக்கவும்.

(2) ஒவ்வொரு வினாவும் பகுதி–அ–வில் 2(இரண்டு) மதிப்பெண்கள், பகுதி–ஆ–வில் 3(மூன்று) மதிப்பெண்கள் மற்றும் பகுதி–இ–யில் ஒவ்வொரு பிரிவும் 5(ஐந்து) மதிப்பெண்கள் பெறும்.]

பகுதி – அ

1. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \end{vmatrix}$ – என்ற அணிக்கோவையில் 3–இன் இணைக் காரணியைக் காண்க.

2. $\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -6 & 8 \end{pmatrix}$ என்ற அணியின் தரம் காண்க.

3. $Z_1 = 2 + 3i$, $Z_2 = 4 - 5i$ எனில், $Z_1 - Z_2$ –ன் மதிப்பு காண்க.

4. ஒன்றின் 3 ஆம் படி மூலம் $'w'$ எனில், $w^4 + w^5 + w^6$–ன் மதிப்பு காண்க.

5. $\sin 5A - \sin 3A$ என்ற கழித்தலை பெருக்கலாக தெரிவி.

6. $y = 8e^x - 4\, cosecx$ எனில், $\frac{dy}{dx}$ யைக் காண்க.

7. $u = x^3 + y^3$ எனில், $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$–ன் மதிப்பை காண்க.

8. $\frac{\tan 20^\circ + \tan 25^\circ}{1 - \tan 20^\circ + \tan 20^\circ}$ –இன் மதிப்பை காண்க.

பகுதி– ஆ

9. $\left(x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^{14}$–ன் விரிவாக்கத்தில் 6–ம் உறுப்பைக் காண்க.

10. $a = \cos x + i \sin x$; $b = \cos y + i \sin y$, எனில், ab மற்றும் $\frac{1}{ab}$ –ன் மதிப்பைக் காண்க.

11. $\cos^4 A - \sin^4 A = \cos 2A$ என நிரூபி.

12. $\sin\theta = \frac{3}{5}$ எனில், $\sin 3\theta$ –ன் மதிப்பைக் காண்க.

13. மதிப்பிடுக: $Lt_{x \to a} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a}}{x - a}$

14. $y = \frac{x\, sinx}{e^x}$ எனில், $\frac{dy}{dx}$ யைக் காண்க.

15. $y = (x^2 + 5) \cos x\, e^{-2x}$ எனில், $\frac{dy}{dx}$ யைக் காண்க.

16. $'a'$ என்ற மாறிலியை நீக்கி $y^2 = 4ax$–ன் வகைகெழு சமன்பாட்டினைக் காண்க.

[திருப்புக.....

பகுதி -இ

17. (அ) A மற்றும் B குறுங்கோணம், மேலும் $\sin A = \frac{1}{\sqrt{10}}$, $\sin B = \frac{1}{\sqrt{5}}$ எனில், $A + B = \frac{\pi}{4}$ என நிரூபி.

(ஆ) நிரூபி $\frac{\sin 3\theta}{\sin\theta} - \frac{\cos 3\theta}{\cos\theta} = 2.$

(இ) $a = sinx + \sin y$ மற்றும் $b = cosx + cosy$ எனில், $a^2 + b^2 = 4cos^2\left(\frac{x-y}{2}\right)$ என நிரூபி.

18. (அ) $\frac{-3+i}{-1+i}$ என்ற கலப்பெண்ணின் மட்டு மற்றும் வீச்சு காண்க.

(ஆ) டீ-மார்வின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி சுருக்குக:

$$\frac{(cos2\theta - i\ sin2\theta)^7(cos3\theta + i\sin 3\theta)^{-5}}{(cos\ 4\ \theta + i\sin 4\ \theta)^2(cos\ 5\ \theta - i\sin 5\ \theta)^{-6}}$$

(இ) தீர்க்க: $x^5 + x^3 + x^2 + 1 = 0$

19. (அ) கிராமரின் விதியை பயன்படுத்தி $3x - y + 2z = 8;\ x - y + z = 2$ மற்றும் $2x + y - z = 1$ என்ற சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

(ஆ) $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ –ன் நேர்மாறு அணியைக் காண்க.

(இ) $\left(x^3 + \frac{2}{x^3}\right)^{11}$ –ன் விரிவாக்கத்தின் நடு உறுப்புகளைக் காண்க.

20. (அ) நிரூபி: $tan^{-1}\left(\frac{3x-x^3}{1-3x^2}\right) = 3\ tan^{-1}x.$

(ஆ) மதிப்பிடுக:

(i) $\text{Lt}_{x\to 3}\frac{x^6-3^6}{x-3}$ (ii) $\text{Lt}_{\theta\to 0}\frac{\sin 7\theta}{\sin 2\theta}$

(இ) (i) $y = (2x + 1)(3x - 7)(4 - 9x)$ (ii) $y = \frac{e^x+sinx}{1-cosx}$ எனில், $\frac{dy}{dx}$ –ஐக் காண்க.

21. (அ) (i) $y = \log\left(\frac{1+\sin x}{1-\sin x}\right)$ (ii) $y = a + xe^y$ எனில், $\frac{dy}{dx}$ ஐக் காண்க.

(ஆ) $y = a\cos(\log x) + b\ sin\ (\log x)$ எனில், $x^2y_2 + xy_1 + y = 0$ என நிரூபி.

(இ) $u = x^4 + 4x^3y + 3x^2y^2 + y^4$ எனில், $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ மற்றும் $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ ஆகியவற்றைக் காண்க.