Register No.: [ ]

414

October 2017

Time – Three hours
(Maximum Marks: 75)

[N.B:- (1) Answer any FIVE questions in each of PART–A & PART–B and any two divisions of each question in PART–C.

(2) Each question carries 2(two) marks in PART–A, 3(three) marks in PART–B and 5(five) marks for each division in PART–C.]

PART – A

1. Find the equation of the circle with center $(1, -2)$ and radius 5 units.
2. Show that $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 5 = 0$ and $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 8 = 0$ are concentric circles.
3. If $2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$ and $5\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ are the position vectors of the points A and B, find $\overrightarrow{AB}$ and its modulus $|\overrightarrow{AB}|$
4. Define scalar product of two vectors.
5. If $\vec{a}$ and $\vec{b}$ are two adjacent sides of a parallelogram, what is its area?
6. Evaluate: $\int \left(x^2 + \frac{3}{x}\right) dx$
7. Evaluate: $\int \frac{2x}{1+x^2} dx$
8. Evaluate: $\int xe^x dx$

PART – B

9. Prove that the equation $x^2 + 6xy + 9y^2 + 4x + 12y - 5 = 0$ is a parabola.
10. Show that the two vectors $\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}$ and $-2\vec{i} + 6\vec{j} + 4\vec{k}$ are mutually perpendicular.
11. Find the scalar triple product of the three vectors $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ and $\vec{c} = 3\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$
12. Evaluate: (i) $(\vec{i} \times \vec{j}) \cdot \vec{k}$ (ii) $(\vec{i} \times \vec{j}) \times \vec{k}$
13. Evaluate: $\int \frac{\sin^2 x}{1+\cos x} dx$
14. Evaluate: $\int \sin^3 x \cos x \, dx$
15. Evaluate: $\int x \log x \, dx$
16. Evaluate: $\int_1^2 (x^2 + x + 1) dx$

[Turn over.....

PART – C

17. (a) If the diameter of the circle is a line joining the points $A(2, -1)$ and $B(-4, 5)$, find the equation of the circle. Also find the center and radius of the circle.

(b) Prove that $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 3 = 0$ and $x^2 + y^2 - 8x + 6y + 7 = 0$ circles touch each other.

(c) Show that equation $6x^2 + 13xy + 6y^2 + 8x + 7y + 2 = 0$ represents a pair of straight lines.

18. (a) The position vector of the points A, B and C are $4\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$, $2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$ and $3\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$. Prove that these points form an equilateral triangle.

(b) Find the projection of the vector $2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ on $3\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$. Also find the angle between these two vectors.

(c) Find tne work done by the force $4\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$ when it displaces a particle from $\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ to the point $5\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$.

19. (a) Find the unit vector perpendicular to each of the vectors $2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ and $\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$. Also find the sine of the angle between the vectors.

(b) Find the moment of the force $3\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$ acting through a point $\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ about the point $2\vec{i} - 5\vec{j} + 3\vec{k}$.

(c) If $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ and $\vec{c} = 3\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$, find $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$

20. (a) Evaluate: (i) $\int \frac{x^3+3x^2+2x}{x} dx$ (ii) $\int \sin^3 x \, dx$

(b) Evaluate: (i) $\int \frac{(2x+1)}{x^2+x+1} dx$ (ii) $\int \frac{\sec^2(\log x)}{x} dx$

(c) Evaluate: (i) $\int \frac{dx}{16+x^2}$ (ii) $\int \frac{dx}{\sqrt{4-(x+1)^2}}$

21. (a) Evaluate: (i) $\int x \sin 2x \, dx$ (ii) $\int x \, e^{3x} dx$

(b) Evaluate: (i) $\int x^2 \sin 4x dx$ (ii) $\int x^2 \cos 3x dx$

(c) Evaluate: $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$

தமிழ் வடிவம்

[குறிப்பு : (1) பகுதி–அ மற்றும் பகுதி–ஆ, ஆகிய ஒவ்வொரு பகுதியிலிருந்து ஏதேனும் ஐந்து வினாக்களுக்கும், மற்றும் பகுதி–இ–யில் ஒவ்வொரு வினாவிலிருந்து ஏதேனும் இரு பிரிவுகளுக்கும் விடையளிக்கவும்.

(2) ஒவ்வொரு வினாவும் பகுதி–அ–வில் 2(இரண்டு) மதிப்பெண்கள், பகுதி–ஆ–வில் 3(மூன்று) மதிப்பெண்கள் மற்றும் பகுதி–இ–யில் ஒவ்வொரு பிரிவும் 5(ஐந்து) மதிப்பெண்கள் பெறும்.]

பகுதி – அ

1. மையம் $(1, -2)$ மற்றும் ஆரம் 5 அலகு கொண்ட வட்டத்தின் சமன்பாட்டினைக் காண்க.

2. $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 5 = 0$ மற்றும் $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 8 = 0$ பொது மைய வட்டங்கள் எனக் காட்டுக.

3. A, B என்ற புள்ளிகளின் நிலை வெக்டர்கள் $2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$ மற்றும் $5\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ எனில், $\overrightarrow{AB}$ மற்றும் அதன் மட்டு $|\overrightarrow{AB}|$ –ஐக் காண்க.

4. இரு வெக்டர்களின் திசையிலிப் பெருக்கத்தை வரையறு.

5. $\vec{a}$ மற்றும் $\vec{b}$ என்பது ஒரு இணைகரத்தின் இரு அடுத்துள்ள பக்கங்கள் எனில், அதன் பரப்பு என்ன?

6. மதிப்பிடுக: $\int \left(x^2 + \frac{3}{x}\right) dx$

7. மதிப்பிடுக: $\int \frac{2x}{1+x^2} dx$

8. மதிப்பிடுக: $\int xe^x dx$

பகுதி– ஆ

9. $x^2 + 6xy + 9y^2 + 4x + 12y - 5 = 0$ என்ற சமன்பாடு ஒரு பரவளையம் என நிறுவுக.

10. $\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}$ மற்றும் $-2\vec{i} + 6\vec{j} + 4\vec{k}$ என்ற இரு வெக்டர்களும் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து எனக் காட்டுக.

11. $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ மற்றும் $\vec{c} = 3\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ ஆகிய மூன்று வெக்டர்களின் திசையிலி முப்பெருக்கத்தைக் காண்க.

12. மதிப்பிடுக: (i) $(\vec{i} \times \vec{j}) \cdot \vec{k}$ (ii) $(\vec{i} \times \vec{j}) \times \vec{k}$

13. மதிப்பிடுக: $\int \frac{\sin^2 x}{1+\cos x} dx$

14. மதிப்பிடுக: $\int \sin^3 x \cos x \, dx$

15. மதிப்பிடுக: $\int x \log x \, dx$

16. மதிப்பிடுக: $\int_1^2 (x^2 + x + 1) dx$

[திருப்புக.....

பகுதி –இ

17. (அ) $A(2, -1)$ மற்றும் $B(-4, 5)$ ஆகிய புள்ளிகளைச் சேர்க்கும் கோடு ஒரு வட்டத்தின் விட்டம் எனில் அவ்வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க. மேலும் வட்டத்தின் மையம் மற்றும் ஆரத்தினைக் காண்க.

(ஆ) $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 3 = 0$ மற்றும் $x^2 + y^2 - 8x + 6y + 7 = 0$ ஆகிய வட்டங்கள் ஒன்றையொன்று தொட்டுக் கொள்ளும் என நிறுவுக.

(இ) $6x^2 + 13xy + 6y^2 + 8x + 7y + 2 = 0$ என்ற சமன்பாடு ஒரு இரட்டை நேர்க்கோட்டைக் குறிக்கிறது எனக் காட்டுக.

18. (அ) A, B மற்றும் C புள்ளிகளின் நிலைவெக்டர்கள் $4\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$, $2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$ மற்றும் $3\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$ ஆகும். இப்புள்ளிகள் ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தை உருவாக்கும் என நிரூபி.

(ஆ) $3\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$ –ன் மீது $2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ வெக்டரின் வீழலைக் காண்க. மேலும் இவ்விரு வெக்டர்களுக்கிடையே உள்ள கோணத்தைக் காண்க.

(இ) ஒரு துகள் $\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ லிருந்து $5\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$ என்ற புள்ளிக்கு இடம் பெயற $4\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$ என்ற விசை செயல்படுகிறதெனில் விசை செய்த வேலையைக் காண்க.

19. (அ) $2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ மற்றும் $\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ என்ற ஒவ்வொரு வெக்டர்களுக்கும் செங்குத்தாக அமையும் ஓரலகு வெக்டரைக் காண்க. மேலும் இவ்விரு வெக்டர்களுக்கு இடையே உள்ள சைன் (sine) கோணம் காண்க.

(ஆ) $\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ என்ற புள்ளி வழிச்செயல்படும் $3\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$ விசையின் திருப்புத்திறனை $2\vec{i} - 5\vec{j} + 3\vec{k}$ என்ற புள்ளியைப் பொறுத்துக் காண்க.

(இ) $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ மற்றும் $\vec{c} = 3\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$ எனில், $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$ -யைக் காண்க.

20. (அ) மதிப்பிடுக: (i) $\int \frac{x^3+3x^2+2x}{x}\, dx$ (ii) $\int \sin^3 x\, dx$

(ஆ) மதிப்பிடுக: (i) $\int \frac{(2x+1)}{x^2+x+1} dx$ (ii) $\int \frac{\sec^2(\log x)}{x}\, dx$

(இ) மதிப்பிடுக: (i) $\int \frac{dx}{16+x^2}$ (ii) $\int \frac{dx}{\sqrt{4-(x+1)^2}}$

21. (அ) மதிப்பிடுக: (i) $\int x \sin 2x\, dx$ (ii) $\int x\, e^{3x} dx$

(ஆ) மதிப்பிடுக: (i) $\int x^2 \sin 4x dx$ (ii) $\int x^2 \cos 3x dx$

(இ) மதிப்பிடுக: $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x}\, dx$