602 Register No.:

April 2019

Time – Three hours
(Maximum Marks: 75)

[N.B:- (1) Answer any FIVE questions in each of PART–A & PART–B and any two divisions of each question in PART–C.

(2) Each question carries 2(two) marks in PART–A, 3(three) marks in PART–B and 5(five) marks for each division in PART–C.]

PART – A

1. Show that the circles $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 4 = 0$ and $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 4 = 0$ cut orthogonally.

2. Show that the equation $x^2 - 2xy + y^2 - 16x - 12y + 22 = 0$ represents a parabola.

3. Find the value of 'p' such that the vectors $2\vec{i} + \vec{j} - 5\vec{k}$ and $p\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$ are perpendicular.

4. If $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} - \vec{k}$, find $[\vec{a}\ \vec{b}\ \vec{c}]$.

5. Evaluate: $\int \left(5x^2 - \frac{2}{x^3} + \frac{1}{x} - 3\right) dx$.

6. Evaluate: $\int \frac{dx}{3+2x^2}$.

7. Evaluate: $\int \log x \, dx$.

8. Evaluate: $\int_0^{\pi/4} \sec^2 x \, dx$.

PART – B

9. Show that $2x + 3y + 9 = 0$ is a diameter of the circle $x^2 + y^2 - 6x + 10y - 1 = 0$.

10. If the position vectors of the points A and B are $\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ and $3\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$, find $|\overrightarrow{AB}|$. Also find the direction ratio of $\overrightarrow{AB}$.

11. Find 'm' if the vectors $2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{i} + m\vec{j} - 3\vec{k}$ and $3\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}$ are coplanar.

12. Evaluate: $\int_0^{\pi/2} \sin^3 x \, dx$

13. Evaluate: $\int \frac{dx}{1-\sin x}$

14. Evaluate: $\int \frac{dx}{4x^2-49}$

15. Evaluate: $\int x^2 \cos 3x \ dx$

16. If $\overrightarrow{d_1} = 4\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ and $\overrightarrow{d_2} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ are diagonals of a parallelogram, find its area.

PART – C

17. (a) Find the equation of the circle passing through the point $(-7,1)$ and having its centre at $(-4,-3)$.

(b) Show that the circles $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 8 = 0$ and $x^2 + y^2 - 10x - 6y + 14 = 0$ touch each other.

(c) Show that the equation $2x^2 - 7xy + 3y^2 + 5x - 5y + 2 = 0$ represents a pair of straight lines.

18. (a) Prove that the points $2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$, $3\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$, $4\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ form an equilateral triangle.

(b) Find the projection of the vector $8\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$ on the vector $2\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$. Also find the angle between them.

(c) A particle acted on by the forces $4\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$ and $2\vec{i} + 7\vec{j} - 2\vec{k}$ is displaced from the point $(1,1,1)$ to $(2,-3,5)$. Find the total work done.

19. (a) The position vectors of the vertices of a triangle are $5\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$ and $-\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$. Find the area of the triangle.

(b) Find the moment of the force $3\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$ acting through a point $\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ about the point $4\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$.

(c) If $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = -\vec{i} + \vec{k}$, $\vec{c} = 2\vec{i} + \vec{j}$ and $\vec{d} = 3\vec{i} - 4\vec{j} - 7\vec{k}$, find $(\vec{a} \times \vec{b}) . (\vec{c} \times \vec{d})$.

20. (a) Evaluate: (i) $\int \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) dx$ (ii) $\int \cos x \cos 12x \ dx$

(b) Evaluate: (i) $\int \frac{\cos x dx}{(3+5 \sin x)^6}$ (ii) $\int \frac{e^{\tan^{-1} x}}{1+x^2} dx$

(c) Evaluate: $\int \frac{dx}{3-2x-x^2}$

21. (a) Evaluate: (i) $\int x^3 \log x \ dx$ (ii) $\int x \, e^{-5x} dx$

(b) Evaluate: (i) $\int x^2 e^{-7x} dx$ (ii) $\int x^2 \sin 4x \ dx$

(c) Prove that $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 x}{1-\cos x} dx$

தமிழ் வடிவம்

[குறிப்பு : (1) பகுதி–அ மற்றும் பகுதி–ஆ, ஆகிய ஒவ்வொரு பகுதியிலிருந்து ஏதேனும் ஐந்து வினாக்களுக்கும், மற்றும் பகுதி–இ–யில் ஒவ்வொரு வினாவிலிருந்து ஏதேனும் இரு பிரிவுகளுக்கும் விடையளிக்கவும்.

(2) ஒவ்வொரு வினாவும் பகுதி–அ–வில் 2 (இரண்டு) மதிப்பெண்கள், பகுதி–ஆ–வில் 3 (மூன்று) மதிப்பெண்கள் மற்றும் பகுதி–இ–யில் ஒவ்வொரு பிரிவும் 5 (ஐந்து) மதிப்பெண்கள் பெறும்.]

பகுதி - அ

1. $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 4 = 0$, $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 4 = 0$ ஆகிய இரண்டு வட்டங்கள் ஒன்றையொன்று செங்குத்தாக வெட்டிக்கொள்ளும் என காட்டுக.

2. $x^2 - 2xy + y^2 - 16x - 12y + 22 = 0$ என்ற சமன்பாடு ஒரு பரவலயத்தை (Parabola) குறிக்கும் என காட்டுக.

3. $2\vec{\imath} + \vec{\jmath} - 5\vec{k}$, $p\vec{\imath} + 3\vec{\jmath} - 2\vec{k}$ ஆகிய இரு வெக்டர்கள் ஒன்றுக் கொன்று செங்குத்து எனில் 'p' ன் மதிப்பு காண்.

4. $\vec{a} = 2\vec{\imath} - 3\vec{\jmath}$, $\vec{b} = \vec{\imath} + \vec{\jmath} + \vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{\imath} - \vec{k}$ எனில், $[\vec{a}\ \vec{b}\ \vec{c}]$ ஐ காண்க.

5. மதிப்பிடுக: $\int \left(5x^2 - \frac{2}{x^3} + \frac{1}{x} - 3\right) dx$

6. மதிப்பிடுக: $\int \frac{dx}{3+2x^2}$

7. மதிப்பிடுக: $\int \log x \, dx$

8. மதிப்பிடுக: $\int_0^{\pi/4} \sec^2 x \, dx$

பகுதி- ஆ

9. $x^2 + y^2 - 6x + 10y - 1 = 0$ என்ற வட்டத்திற்கு $2x + 3y + 9 = 0$ ஒரு விட்டம் என காட்டுக.

10. A, B என்ற புள்ளிகளின் நிலை வெக்டர்கள் $\vec{\imath} - \vec{\jmath} + \vec{k}$ மற்றும் $3\vec{\imath} + 2\vec{\jmath} + 3\vec{k}$ எனில், $|\overrightarrow{AB}|$ ஐ காண்க. மேலும் $\overrightarrow{AB}$ ன் திசைவிகிதங்களை காண்க.

11. $2\vec{\imath} - \vec{\jmath} + \vec{k}$, $\vec{\imath} + m\vec{\jmath} - 3\vec{k}$ மற்றும் $3\vec{\imath} - 4\vec{\jmath} + 5\vec{k}$ ஆகிய மூன்று வெக்டர்களும் ஒரு தள வெக்டர்கள் எனில், 'm' ன் மதிப்பு காண்.

12. மதிப்பிடுக: $\int_0^{\pi/2} \sin^3 x \, dx$

13. மதிப்பிடுக: $\int \frac{dx}{1-\sin x}$

14. மதிப்பிடுக: $\int \frac{dx}{4x^2-49}$

15. மதிப்பிடுக: $\int x^2 \cos 3x \, dx$

16. $\vec{d_1} = 4\vec{\imath} + 2\vec{\jmath} + 3\vec{k}$, $\vec{d_2} = \vec{\imath} - \vec{\jmath} + \vec{k}$ ஆகியவை இணைகரத்தின் மூளை விட்டங்கள் எனில், இணைகரத்தின் பரப்பு காண்.

பகுதி -இ

17. (அ) $(-7,1)$ என்ற புள்ளியின் வழியே செல்லக்கூடிய $(-4,-3)$ என்ற புள்ளியை மையமாகக் கொண்ட வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்.

(ஆ) $x^2+y^2-4x+6y+8=0$, $x^2+y^2-10x-6y+14=0$ ஆகிய இருவட்டங்கள் ஒன்றையொன்று தொட்டுக் கொள்கின்றன என நிரூபி.

(இ) $2x^2-7xy+3y^2+5x-5y+2=0$ என்ற சமன்பாடு ஒரு இரட்டை நேர்கோடுகளை குறிக்கும் என காட்டுக.

18. (அ) $2\vec{i}+3\vec{j}+4\vec{k}$, $3\vec{i}+4\vec{j}+2\vec{k}$, $4\vec{i}+2\vec{j}+3\vec{k}$ ஆகிய புள்ளிகள் ஒரு சம பக்க முக்கோணத்தை உருவாக்கும் என நிரூபி.

(ஆ) $2\vec{i}-3\vec{j}+2\vec{k}$ என்ற வெக்டரின் மீது $8\vec{i}+4\vec{j}-3\vec{k}$ என்ற வெக்டரின் வீழல் காண். மேலும் அவ்விரு வெக்டர்களுக்கு இடையே உள்ள கோணத்தை காண்க.

(இ) $4\vec{i}+3\vec{j}+\vec{k}$, $2\vec{i}+7\vec{j}-2\vec{k}$ ஆகிய இரு விசைகள் ஒரு துகளை $(1,1,1)$ என்ற புள்ளியிலிருந்து $(2,-3,5)$ என்ற புள்ளிக்கு நகர்த்துமானால் விசைகள் செய்த மொத்த வேலையை காண்க.

19. (அ) $5\vec{i}+2\vec{j}+4\vec{k}$, $\vec{i}+3\vec{j}+2\vec{k}$, $-\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}$ ஆகிய மூன்று வெக்டர்களை நிலை வெக்டர்களாக கொண்ட புள்ளிகள் ஒரு முக்கோணத்தின் முனைகள் எனில் முக்கோணத்தின் பரப்பு காண்.

(ஆ) $\vec{i}-2\vec{j}+3\vec{k}$ என்ற புள்ளியின் வழியே செலுத்தக்கூடிய $3\vec{i}+4\vec{j}+5\vec{k}$ என்ற விசையின் திருப்புத்திறனை $4\vec{i}-3\vec{j}+\vec{k}$ என்ற புள்ளியைப் பொறுத்து கண்டுபிடி.

(இ) $\vec{a}=\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k}$, $\vec{b}=-\vec{i}+\vec{k}$, $\vec{c}=2\vec{i}+\vec{j}, \vec{d}=3\vec{i}-4\vec{j}-7\vec{k}$ எனில், $(\vec{a}\times\vec{b}).(\vec{c}\times\vec{d})$ ஐக் கண்டுபிடி.

20. (அ) மதிப்பிடுக: (i) $\int\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)dx$ (ii) $\int \cos x \cos 12x \; dx$

(ஆ) மதிப்பிடுக: (i) $\int \frac{\cos x dx}{(3+5\ \sin x)^6}$ (ii) $\int \frac{e^{\tan^{-1}x}}{1+x^2}\,dx$

(இ) மதிப்பிடுக: $\int \frac{dx}{3-2x-x^2}$

21. (அ) மதிப்பிடுக: (i) $\int x^3 \log x \; dx$ (ii) $\int x\, e^{-5x}\,dx$

(ஆ) மதிப்பிடுக: (i) $\int x^2 e^{-7x}\,dx$ (ii) $\int x^2 \sin 4x \; dx$

(இ) மதிப்பிடுக: $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 x}{1-\cos x}\,dx$