914 Register No.: [ ]

October 2018

Time – Three hours
(Maximum Marks: 75)

[N.B:- (1) Answer any FIVE questions in each of PART–A & PART–B and any two divisions of each question in PART–C.

(2) Each question carries 2(two) marks in PART–A, 3(three) marks in PART–B and 5(five) marks for each division in PART–C.]

PART – A

1. Find the equation of the circle described on the line joining the points (3, 2) and (−1, 4) as diameter.

2. Show that the equation $x^2 + 2xy + 3y^2 + x - y + 1 = 0$ represents an ellipse.

3. If the vectors $2\vec{i} + \vec{j} - 5\vec{k}$ and $p\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$ are perpendicular to each other, find the value of 'p'.

4. Prove that the vectors $2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $3\vec{i} + 4\vec{j} + \vec{k}$ and $\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ are coplanar.

5. Evaluate: $\int \sqrt{1 + \sin 2x}\ dx$

6. Evaluate: $\int \frac{e^{\tan^{-1} x}}{1+x^2}\ dx$

7. Evaluate: $\int \log x\, dx$

8. Evaluate: $\int x^2 \sin x\, dx$

PART – B

9. Prove that the line $4x - y = 17$ is a diameter of the circle $x^2 + y^2 - 8x + 2y - 10 = 0$.

10. Find the equation of the circle, concentric with the circle $x^2 + y^2 + 8x - 4y - 23 = 0$ and having radius 3 units.

11. Prove that the points whose position vectors are $2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$, $3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ and $6\vec{i} - 5\vec{j} + 7\vec{k}$ are collinear.

12. Find the unit vector perpendicular to each of the vectors $\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}$ and $2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$.

13. Evaluate: $\int_0^2 x^2 \sqrt{1 + x^3}\ dx$.

14. Evaluate: $\int (\tan x + \cot x)^2\ dx$.

[Turn over.....

15. Evaluate: $\int \frac{dx}{(3x+2)^2+16}$

16. Prove that $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$.

PART – C

17. (a) Find the area of the triangle formed by the points whose position vectors are $3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$, $2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ and $5\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$.

(b) Find the moment of the force $3\vec{i} + \vec{k}$ acting through the point $\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ about the point $2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$.

(c) If $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} + 2\vec{j}$ and $\vec{d} = \vec{i} - \vec{j} - 3\vec{k}$, find $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{c} \times \vec{d})$.

18. (a) Prove that the points whose position vectors are $3\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$, $5\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$ and $6\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ form an isosceles triangle.

(b) Find the projection of the vector $3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ on the vector $7\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$. Also find the angle between them.

(c) If the forces $3\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ and $\vec{i} + 7\vec{j} + 7\vec{k}$ acting on the particle, displaces the particle from the point $\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ to the point $3\vec{i} - 5\vec{j} + 4\vec{k}$, find the total work done by the forces.

19. (a) Find the equation of the circle, two of whose diameters are $x + y = 6$ and $x + 2y = 4$ and whose radius is 10 units.

(b) Prove that the circles $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 112 = 0$ and $x^2 + y^2 - 10x - 6y + 14 = 0$ touch each other.

(c) Find 'α' such that the equation $3x^2 + 7xy + \alpha y^2 - 4x - 13y - 7 = 0$ represents a pair of straight lines.

20. (a) Evaluate: (i) $\int \frac{\sin^2 x}{1-\cos x}\, dx$ (ii) $\int \sin^3 x\, dx$

(b) Evaluate: (i) $\int \frac{2ax+b}{\sqrt{ax^2+bx+c}}\, dx$ (ii) $\int \frac{\sec^2 x}{5+4\tan x}\, dx$

(c) Evaluate: (i) $\int \frac{dx}{9-(3x-2)^2}$ (ii) $\int \frac{dx}{\sqrt{5-4x^2}}$

21. (a) Evaluate: (i) $\int x \cos 5x\, dx$. (ii) $\int x^n \log x\, dx$

(b) Evaluate: (i) $\int x^2 \cos 3x\, dx$ (ii) $\int x^2 e^{3x}\, dx$

(c) Prove that $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{\sin x+\cos x}\, dx = \frac{\pi}{4}$.

தமிழ் வடிவம்

[குறிப்பு : (1) பகுதி–அ மற்றும் பகுதி–ஆ, ஆகிய ஒவ்வொரு பகுதியிலிருந்து ஏதேனும் ஐந்து வினாக்களுக்கும், மற்றும் பகுதி–இ–யில் ஒவ்வொரு வினாவிலிருந்து ஏதேனும் இரு பிரிவுகளுக்கும் விடையளிக்கவும்.

(2) ஒவ்வொரு வினாவும் பகுதி–அ–வில் 2(இரண்டு) மதிப்பெண்கள், பகுதி–ஆ–வில் 3(மூன்று) மதிப்பெண்கள் மற்றும் பகுதி–இ–யில் ஒவ்வொரு பிரிவும் 5(ஐந்து) மதிப்பெண்கள் பெறும்.]

பகுதி – அ

1. $(3, 2)$ மற்றும் $(-1, 4)$ என்ற புள்ளிகள் ஒரு வட்டத்தின் விட்டத்தின் முனைப்புள்ளிகள் எனில், அந்த வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.

2. $x^2 + 2xy + 3y^2 + x - y + 1 = 0$ என்ற சமன்பாடு ஒரு நீள்வட்டம் எனக்காட்டுக.

3. $2\vec{i} + \vec{j} - 5\vec{k}$ மற்றும் $p\,\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$ என்ற வெக்டர்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தானவை எனில், $'p'$–ன் மதிப்பு காண்க.

4. $2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $3\vec{i} + 4\vec{j} + \vec{k}$ மற்றும் $\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ ஆகிய வெக்டர்கள் ஒரு தள வெக்டர்கள் என நிறுவுக.

5. மதிப்பிடுக: $\int \sqrt{1 + \sin 2x}\ dx$

6. மதிப்பிடுக: $\int \frac{e^{\tan^{-1}x}}{1+x^2}\ dx$

7. மதிப்பிடுக: $\int \log x\, dx$

8. மதிப்பிடுக: $\int x^2 \sin x\, dx$

பகுதி– ஆ

9. $4x - y = 17$ என்ற கோடு $x^2 + y^2 - 8x + 2y - 10 = 0$ என்ற வட்டத்தின் விட்டம் என நிரூபிக்கவும்.

10. $x^2 + y^2 + 8x - 4y - 23 = 0$ என்ற வட்டத்தின் மையத்தை பொது மையமாகவும் ‘3’ அலகுகள் ஆரமாகவும் உள்ள வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.

11. $2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$, $3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ மற்றும் $6\vec{i} - 5\vec{j} + 7\vec{k}$ ஆகிய வெக்டர்களை நிலை வெக்டர்களாக உடைய புள்ளிகள் ஒரு நேர்கோடமைந்தவை என நிரூபி.

12. $\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}$ மற்றும் $2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ என்ற இரு வெக்டர்களுக்கு செங்குத்தான ஓரலகு வெக்டரை கண்டுபிடி.

13. மதிப்பிடுக: $\int_0^2 x^2 \sqrt{1 + x^3}\ dx.$

14. மதிப்பிடுக: $\int (\tan x + \cot x)^2\ dx.$

15. மதிப்பிடுக: $\int \frac{dx}{(3x+2)^2+16}$

16. $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$ என நிரூபி.

[திருப்புக.....

பகுதி -இ

17. (அ) $3\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}$, $2\vec{i}-3\vec{j}+\vec{k}$ மற்றும் $5\vec{i}+\vec{j}+3\vec{k}$ என்ற வெக்டர்களை, முனைகளின் நிலை வெக்டர்களாகக் கொண்ட முக்கோணத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.

(ஆ) $3\vec{i}+\vec{k}$ என்ற விசை $\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}$ என்ற புள்ளி வழியே செயல்படும் போது $2\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k}$ என்ற புள்ளியை பொறுத்து விசையின் திருப்புத் திறனைக் காண்க.

(இ) $\vec{a}=\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}$, $\vec{b}=-\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}$, $\vec{c}=\vec{i}+2\vec{j}$ மற்றும் $\vec{d}=\vec{i}-\vec{j}-3\vec{k}$ எனில், $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot(\vec{c}\times\vec{d})$–யைக் காண்க.

18. (அ) $3\vec{i}-\vec{j}-2\vec{k}$, $5\vec{i}+\vec{j}-3\vec{k}$ மற்றும் $6\vec{i}-\vec{j}-\vec{k}$ என்ற நிலை வெக்டர்களைக் கொண்ட புள்ளிகள் ஒரு இரு சமபக்க முக்கோணத்தை உருவாக்கும் என நிரூபி.

(ஆ) $7\vec{i}+\vec{j}+2\vec{k}$ என்ற வெக்டரின் மீது $3\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k}$ என்ற வெக்டரின் வீழலைக் காண்க மற்றும் இரு வெக்டர்களுக்கும் இடைப்பட்ட கோணத்தையும் காண்க.

(இ) $3\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$ மற்றும் $\vec{i}+7\vec{j}+7\vec{k}$ என்ற விசைகள் ஒரு துகள் மீது செயல்பட்டு அத்துகளை $\vec{i}+2\vec{j}+3\vec{k}$ என்ற புள்ளியில் இருந்து $3\vec{i}-5\vec{j}+4\vec{k}$ என்ற புள்ளிக்கு இடப்பெயர்ச்சி செய்தால், விசைகள் செய்த மொத்த வேலையைக் காண்க.

19. (அ) $x+y=6$ மற்றும் $x+2y=4$ என்ற நேர்கோடுகளை விட்டங்களாகவும் 10 அலகு ஆரமும் கொண்ட வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.

(ஆ) $x^2+y^2-4x-6y-112=0$ மற்றும் $x^2+y^2-10x-6y+14=0$ என்ற இரு வட்டங்கள் ஒன்றையொன்று தொடும் என நிரூபி.

(இ) $3x^2+7xy+\alpha y^2-4x-13y-7=0$ என்ற சமன்பாடு இரட்டை நேர்கோடுகளைக் குறிக்கும் எனில் 'α'–ன் மதிப்பு காண்க.

20. (அ) மதிப்பிடுக: (i) $\int \frac{sin^2x}{1-\cos x}\,dx$ (ii) $\int sin^3x\,dx$

(ஆ) மதிப்பிடுக: (i) $\int \frac{2ax+b}{\sqrt{ax^2+bx+c}}\,dx$ (ii) $\int \frac{sec^2x}{5+4\tan x}\,dx$

(இ) மதிப்பிடுக: (i) $\int \frac{dx}{9-(3x-2)^2}$ (ii) $\int \frac{dx}{\sqrt{5-4x^2}}$

21. (அ) மதிப்பிடுக: (i) $\int x\cos 5x\ dx$ (ii) $\int x^n\, logx\ dx$

(ஆ) மதிப்பிடுக: (i) $\int x^2\cos 3x\,dx$ (ii) $\int x^2e^{3x}\,dx$

(இ) $\int_0^{\pi/2} \frac{sinx}{sinx+\cos x}\,dx=\frac{\pi}{4}$ என நிறுவுக.