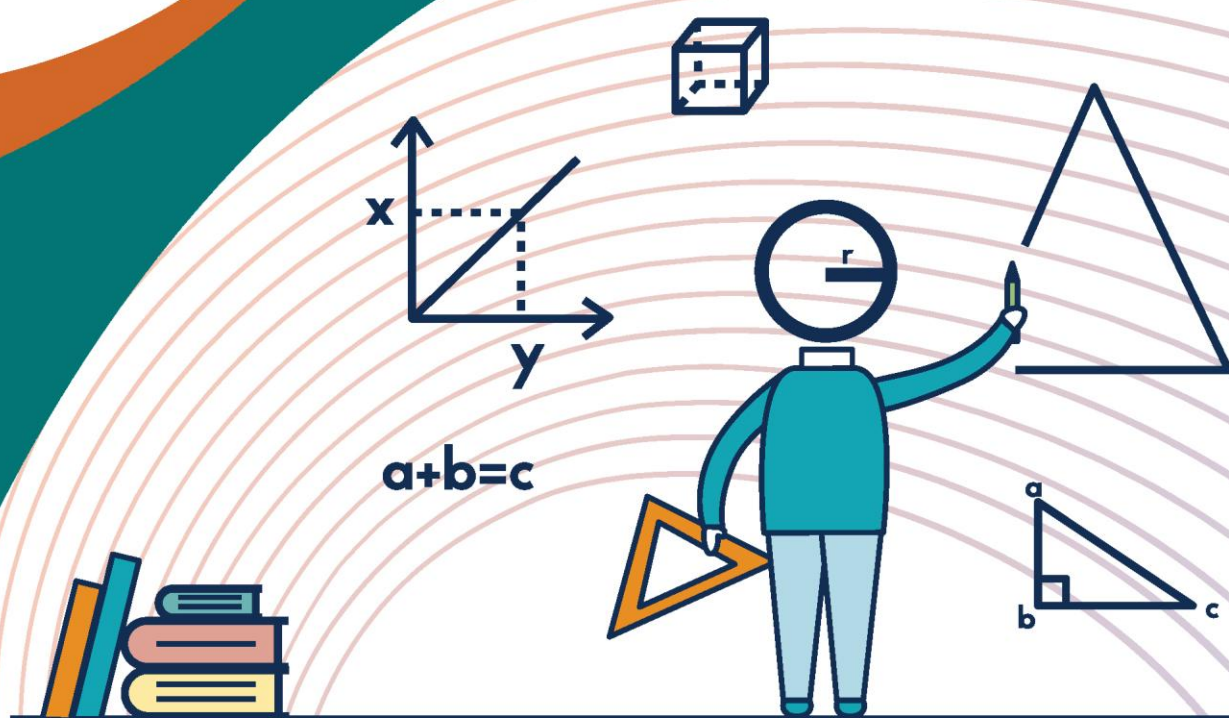




REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DESENVOLVIMENTO HUMANO
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA



Módulo 2

Matemática

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO
À DISTÂNCIA (PESD) 1º CICLO

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD) 1º CICLO

Módulo 2 de: Matemática

Moçambique

FICHA TÉCNICA

Consultoria

CEMOQE MOÇAMBIQUE

Direcção

Manuel José Simbine (Director do IEDA)

Coordenação

Nelson Casimiro Zavale

Belmiro Bento Novele

Elaborador

Paulo Chissico

Revisão Instrucional

Nilsa Cherindza

Lina do Rosário

Constância Alda Madime

Décio Langa

Revisão Científica

Teresa Macie

Revisão linguística

Rogério Uelemo

Maquetização e Ilustração

Elísio Bajone

Osvaldo Companhia

Rufas Maculuve

Impressão

CEMOQE, Moçambique

Índice

INTRODUÇÃO	5
UNIDADE TEMÁTICA III: PROPORCIONALIDADES E FUNÇÕES LINEARES	7
LIÇÃO Nº 1: GRANDEZAS PROPORCIONAIS	9
LIÇÃO Nº 2: REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA PROPORCIONALIDADE DIRECTA	18
LIÇÃO Nº 3: REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA PROPORCIONALIDADE INVERSA	26
LIÇÃO Nº 4: CORRESPONDÊNCIAS	33
LIÇÃO Nº 5	41
UNIDADE TEMÁTICA IV: SISTEMAS DE DUAS EQUAÇÕES COM DUAS INCÓGNITAS. 43	
LIÇÃO Nº 1: EQUAÇÕES LITERAIS.....	45
LIÇÃO Nº 2: RESOLUÇÃO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES PELO MÉTODO DE SUBSTITUIÇÃO	51
LIÇÃO Nº 3: ADIÇÃO ORDENADA	58
LIÇÃO Nº 4: RESOLUÇÃO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES PELO MISTO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS CONDUCENTES A SISTEMA DE EQUAÇÕES	66
LIÇÃO Nº 5: RESOLUÇÃO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES PELO MÉTODO GRÁFICO	76
LIÇÃO Nº 6: CLASSIFICAÇÃO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES.....	85
UNIDADE TEMÁTICA V: CÍRCULO E CIRCUNFERÊNCIA	99
LIÇÃO Nº 1: CÍRCULO E CIRCUNFERÊNCIA	100
LIÇÃO Nº 2: ÂNGULO CENTRAL E ÂNGULO INSCRITO.....	110
LIÇÃO Nº 3	120
LIÇÃO Nº 2: REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA PROPORCIONALIDADE DIRECTA.....	129
UNIDADE TEMÁTICA VI:	148
PROPORCIONALIDADES E FUNÇÃO LINEAR	148
LIÇÃO Nº 1: ÂNGULOS E RELAÇÃO ENTRE ÂNGULOS.....	150
LIÇÃO Nº 2: TRIÂNGULOS	161
LIÇÃO Nº 3: CONGRUÊNCIA E CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS.....	174
LIÇÃO Nº 4: TEOREMA DE PITÁGORAS.....	186
LIÇÃO Nº 5	194

MENSAGEM DA SUA EXCELÊNCIA MINISTRA DA EDUCAÇÃO E DESENVOLVIMENTO HUMANO

CARO ALUNO!

Bem-vindo ao Programa do Ensino Secundário à Distância (PESD).

É com grata satisfação que o Ministério da Educação e Desenvolvimento Humano coloca nas suas mãos os materiais de aprendizagem especialmente concebidos e preparados para que você e muitos outros jovens e adultos, com ou sem ocupação profissional, possam prosseguir com os estudos ao nível secundário do Sistema Nacional de Educação, seguindo uma metodologia denominada por "Ensino à Distância".

Com este e outros módulos, pretendemos que você seja capaz de adquirir conhecimentos e habilidades que lhe vão permitir concluir, com sucesso, o Ensino Secundário do 1º Ciclo, que compreende a 8ª, 9ª e 10ª classes, para que possa melhor contribuir para a melhoria da sua vida, da vida da sua família, da sua comunidade e do País. Tendo em conta a abordagem do nosso sistema educativo, orientado para o desenvolvimento de competências, estes módulos visam, no seu todo, o alcance das competências do 1º ciclo, sem distinção da classe.

Ao longo dos módulos, você irá encontrar a descrição do conteúdo de aprendizagem, algumas experiências a realizar tanto em casa como no Centro de Apoio e Aprendizagem (CAA), bem como actividades e exercícios com vista a poder medir o grau de assimilação dos mesmos.

ESTIMADO ALUNO!

A aprendizagem no Ensino à Distância é realizada individualmente e a ritmo próprio. Pelo que os materiais foram concebidos de modo a que possa estudar e aprender sozinho. Entretanto, o Ministério da Educação e Desenvolvimento Humano criou Centros de Apoio e Aprendizagem (CAA) onde, juntamente com seus colegas se deverão encontrar com vários professores do ensino secundário (tutores), para o esclarecimento de dúvidas, discussões sobre a matéria aprendida, realização de trabalhos em grupo e de experiências laboratoriais, bem como da avaliação formal do teu desempenho, designada de Teste de Fim do Módulo (TFM). Portanto, não precisa de ir à escola todos dias, haverá dias e horário a serem indicados para a sua presença no CAA.

Estudar à distância exige o desenvolvimento de uma atitude mais activa no processo de aprendizagem, estimulando em si a necessidade de muita dedicação, boa organização, muita disciplina, criatividade e sobretudo determinação nos estudos.

Por isso, é nossa esperança de que se empenhe com responsabilidade para que possa efectivamente aprender e poder contribuir para um Moçambique Sempre Melhor!

BOM TRABALHO!

Maputo, aos 13 de Dezembro de 2017



CONCEITA ERNESTO XAVIER SORTANE
MINISTRA DA EDUCAÇÃO E
DESENVOLVIMENTO HUMANO

Av. 24 de Julho 167-Telefone nº21 49 09 98-Fax nº21 49 09 79-Caixa Postal 34-EMAIL: L_ABVINEDH@minedh.gov.mz ou L_mined@mined.gov.mz

mjm

INTRODUÇÃO

Estimado estudante, bem-vindo ao estudo do 2º ano do Ensino Fundamental. Este módulo contém conteúdos que serão estudados ao longo do ano letivo. O objetivo é proporcionar a você uma aprendizagem significativa e desenvolver habilidades matemáticas essenciais para a vida cotidiana.

- Proporcionalidades, Correspondências e funções lineares
- Sistemas de duas equações com duas incógnitas
- Circunferência e círculo
- Congruência de triângulos e teorema de Pitágoras

Estes capítulos estão divididos por quinze (...) lições, teste de auto avaliação que permitir-te-á avaliar, o seu grau de compreensão da matéria tratada

no módulo; o teste de preparação que serve para preparar o caro estudante para a realização do Teste do Fim do Módulo (TFM) e das respectivas guias de correção.

Preste bastante atenção, pois; você vai precisar de 120 horas para concluir com sucesso o estudo deste módulo!

As lições constam de actividades de leitura, actividades, actividades de verificação, actividades de consolidação e respectivas guias de correção.

As actividades de leitura são textos expositivos que desenvolvem as matérias de estudo. As actividades de verificação são exercícios que vem a seguir às actividades de leitura e permitem que você verifique o seu nível de



compreensão dos conteúdos tratados na lição, enquanto as actividades de consolidação permitir-te-ão consolidar e aprofundar as matérias tratadas nesta lição. As guias de correcção seguem-se às actividades de verificação e de consolidação e é nelas que você, estimado estudante confere as suas respostas e verifica o seu nível de assimilação da matéria tratada tanto na lição como no módulo.

Então amado estudante, vamos ao estudo do módulo!

METAS DO OLUDÓM

- No fim de estudo deste módulo o estimado aluno:
- Identifica e resolve sistemas de equações lineares com duas incógnitas recorrendo a vários métodos
- Interpreta e resolve problemas conducentes a sistemas de equações lineares com duas incógnitas.
- Classifica um sistema de equações lineares de duas incógnitas de duas equações lineares tendo em conta a solução.
- Identifica e relaciona os conceitos de círculo, de circunferência, centro da circunferência, raio, corda, diâmetro, arco e semicircunferência ângulo inscrito e ângulo central.
- Determina a área do círculo, do sector circular e da área da coroa circular assim como o perímetro da circunferência.
- Resolver problemas do quotidiano sobre o cálculo do perímetro do círculo e da área
- Definir, identificar, e demonstrar a congruência de triângulos.
- Aplicar os critérios de congruência nos problemas geométricos e no quotidiano
- Enunciar o teorema de Pitágoras
- Aplicar o teorema de Pitágoras na resolução de problemas geométricos e do quotidiano.

UNIIDADE TEMÁTICA III: PROPORCIONALIDADES E FUNÇÕES LINEARES

Caro estudante, terminado o tratamento os números racionais e das equações do lineares, passemos ao estudo das proporcionalidades e das funções lineares.

Nesta unidade temática vamos rever a proporcionalidade directa, a proporcionalidade inversa, resolver problemas do dia-a-dia aplicando a proporcionalidade directa e inversa. Vamos, também; tratar das funções lineares ou do 1º grau, da sua classificação, bem como da sua representação nas tabelas de valores e no sistema das coordenadas ortogonais



OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM

Ao terminar o estudo desta unidade o estimado estudante deverá ser capaz de:

- Caracterizar uma proporcionalidade directa e uma proporcionalidade inversa;
- Representar a proporcionalidade directa e inversa no sistema das coordenadas ortogonais

- Resolver problemas do dia-a-dia aplicando a proporcionalidade directa e inversa;
- Definir as funções lineares;
- Classificar as funções lineares;
- Representar uma função linear através de uma tabela de valores e do sistema das coordenadas ortogonais



RESULTADOS DE APRENDIZAGEM

Ao terminar o estudo desta unidade o estimado estudante deverá ser capaz de:

- Caracteriza uma proporcionalidade directa e uma proporcionalidade inversa;
- Representa a proporcionalidade directa e inversa no sistema das coordenadas ortogonais
- Resolve problemas do dia-a-dia aplicando a proporcionalidade directa e inversa;
- Define as funções lineares;
- Classifica as funções lineares;
- Representa uma função linear através de uma tabela de valores e do sistema das coordenadas ortogonais



MATERIAL PARA O ESTUDO

Amigo estudante, para o estudo desta unidade você precisar de: caderno de exercícios, lápis, borracha, lapiseira, régua graduada; entre outro.

LIÇÃO Nº 1: GRANDEZAS PROPORCIONAIS



INTRODUÇÃO

Querido estudante, para começar o estudo das proporcionalidades vamos relação entre grandezas representadas em tabela de valores. Por exemplo, o número de pescadores e a quantidade do peixe capturado. O valor gasto na compra e o número de artigos comprados, entre outros.



OBJECTIVOS DA AULA

Ao terminar o estudo desta lição o estudante deverá ser capaz de:

- Identificar grandezas proporcionais;
- Caracterizar a proporcionalidade directa e
- Indicar as características da proporcionalidade inversa.



Para a melhor compreensão desta lição necessitas de estudar 90 minutos.

Cara estudante, vamos começar o estudo desta lição analisando a relação entre grandezas descritas em cada uma das seguintes tabelas de valores.

1. Observe e analise as tabelas A, B e C.

Tabela: A

Quantidade de laranjas e kg (X)	1	2	3	4	5	6	10	15	30
Preço em meticais de compra de laranjas (Y)	50	100	150	200	250	300	500	750	1500

Tabela: B

Tempo em hora de viagem da uma cidade à outra (X)	0,5	2	2	1,5	1	1,5	1
Nº de pessoas que fazem a viagem (Y)	2	1	5	4	3	10	20

Tabela: C

Nº de construtores de uma casa tipo 1 (X)	2	4	5	6	10	12	15	1
Tempo em dias gasto na construção da casa (Y)	30	15	12	10	6	5	4	60

- a) Em que tabela as grandezas aumenta regularmente?
- b) Indique a tabela em que o aumento regula de uma grandeza resulta numa diminuição regular da outra?
- c) Qual é a regra da relação das grandezas descritas nas tabelas: A, B e C?

Ótimo, querido estudante. Você respondeu muito bem ao indicar que:

- a) O aumento regular das grandezas ocorre na tabela: A.

De facto nesta tabela, quando a quantidade de laranjas compradas (em quilos) duplica, triplica, quadruplica,; o valor gasto na compra de laranjas também duplica, triplica, quadruplica, ...

Neste contexto, as grandezas X (quantidade de laranjas) Y (Preço de compra das laranjas) são proporcionais, pois o aumento proporcional de X implica o aumento proporcional de Y.

b) Na tabel:2, o aumento regular de uma grandeza resulta numa diminuição regular da outra grandeza.

De facto numa obra, o aumento do número de construtores (X) ao dobro, ao triplo, ao quádruplo, resulta na diminuição do tempo de construção (Y) para a metade, a terça ou a quarta partes, etc..

Neste contexto também, as grandezas X e Y são proporcionais; pois o aumento regular de uma implica a diminuição regular da outra.

c)

Tabela: A

Quantidade de laranjas e kg (X)	1	2	3	4	5	6	10	15	30
Preço em meticais de compra de laranjas (Y)	50	100	150	200	250	300	500	750	1500

Veja amigo estudante que:

$$\frac{y}{x} = \frac{50}{1} = \frac{100}{2} = \frac{150}{3} = \frac{200}{4} = \dots = \frac{750}{15} = \frac{1500}{30} = 50 \Leftrightarrow \frac{y}{x} = 50. \text{ Onde } 50 \text{ é a constante}$$

(k) da proporcionalidade

Deste modo, $y = 50 \cdot x$

Tabela: B

Tempo em hora de viagem da uma cidade à outra (X)	0,5	2	2	1,5	1	1,5	1
Nº de pessoas que fazem a viagem (Y)	2	1	5	4	3	10	20

Para as grandezas descritas na tabela: C, não podemos indicar a regra da sua relação uma vez que a sua variação não regular. As grandezas X e Y desta tabela não são proporcionais.

Tabela: C

Nº de construtores de uma casa tipo 1 (X)	2	4	5	6	10	12	15	1
Tempo em dias gasto na construção da casa (Y)	30	15	12	10	6	5	4	60

$x \cdot y = 1 \cdot 60 = 2 \cdot 30 = 3 \cdot 15 = 5 \cdot 12 = 6 \cdot 10 = 12 \cdot 5 = 15 \cdot 4 = 60$, onde 60 (k) é constante da proporcionalidade.

Assim, $x \cdot y = 60 \Leftrightarrow y = \frac{60}{x}$

As grandezas da tabela: A são directamente proporcionais, uma vez que o aumento proporcional dos valores de X implica um aumento também proporcional dos valores de Y e a constante é $50 = \frac{y}{x} \Leftrightarrow y = 50 \cdot x$

As grandezas da tabela: C são grandezas inversamente proporcionais, pois o aumento proporcional de uma X implica uma diminuição também proporcional de Y e a contante da proporcionalidade é $60 = xy \Leftrightarrow y = \frac{60}{x}$.

Estimado estudante, vamos resumir apresentando os tipos e as características da proporcionalidade entre duas grandezas.

Tipos da proporcionalidade	Variação dos valores das grandezas	Constante K	Expressão analítica
Proporcionalidade Directa	O aumento proporcional dos valores de X implica um aumento proporcional do valores de Y	$K = \frac{y}{x}$	$y = k \cdot x$
Proporcionalidade Inversa	O aumento proporcional dos valores de X implica um aumento proporcional do valores de Y	$K = xy$	$y = \frac{k}{x}$

Terminado o estudo do texto desta lição, convidamos o estimado o estudante a resolver os seguintes exercícios das actividades de verificação.



ACTIVIDADES DE VERIFICAÇÃO

Vamos realizar as actividades de verificação

1. Marque com V ou com F as alternativas a baixo, conforme são verdadeiras ou falsas em relação às grandezas descritas na tabela seguinte.

X	1	3	4	6	7
Y	3	9	12	18	21

- a) Y é directamente proporcional a X ()
- b) Y é inversamente proporcional a X ()
- c) As grandezas X e Y não são proporcionais. ()

2. Cracterize a proporcionalidade

- a) Inversa b) Directa

3. Dada a tabela a baixo calcule.

X	1	3	4	x
Y	25	75	y	125

- a) A constante K b) Expressão analítica c) O valor de x d) O valor de y

4. Observe a tabela e determine.

X	12	6	4	x	2
Y	1	2	3	4	6

- a) A constante K b) A expressão analítica c) O valor de x d) O valor de y

Caro estudante, se terminou a resolução dos exercícios propostos nestas actividades de verificação; consulte a seguinte chave de correcção.



CHAVE DE CORRECÇÃO

Confira as suas respostas nesta chave de correção e veja se entendeu a matéria tratada nesta lição.

a) Y é directamente proporcional a X (V) b) Y é inversamente proporcional a X (F)

c) As grandezas X e Y não são proporcionais. (F)

2. a) Características da proporcionalidade inversa:

- O aumento proporcional dos valores de X implica um aumento proporcional dos valores de Y.
- A constante é $K = xy$
- A expressão analítica é $y = k \cdot x$
- Característica da proporcionalidade directa
- O aumento proporcional dos valores de X implica um aumento proporcional dos valores de Y
- A constante da proporcionalidade é $K = \frac{y}{x}$
- A expressão analítica é $y = k \cdot x$

3.

X	1	3	4	x
Y	25	75	y	125

a) $k = \frac{y}{x} = \frac{25}{1} = \frac{75}{3} = 25$, então $k = 25$.

b) $y = 25 \cdot x$ c) $y = 25 \cdot x \Leftrightarrow x = \frac{y}{25} \Leftrightarrow x = \frac{125}{25} \Leftrightarrow x = 5$, então $x = 5$

d) $y = 25 \cdot x \Leftrightarrow y = 25 \cdot 4 \Rightarrow y = 100$, assim $y = 100$

4.

X	12	6	4	x	2
Y	1	2	3	4	y

a) $k = xy = 12 \cdot 1 = 6 \cdot 2 = 4 \cdot 3 = 12$

b) $12 = x \cdot y$ c) $12 = x \cdot y \Leftrightarrow x = \frac{12}{3} = 4$ d) $12 = x \cdot y \Leftrightarrow y = \frac{12}{x} = \frac{12}{2} = 6$ O

Huff! Já terminou o estudo desta lição. Agora passe ao estudo da lição seguinte só e apenas se tiver acertado em todas as questões destas actividades. Caso contrário, estude novamente o texto e refaças todas as actividades nela proposta.

LIÇÃO Nº 2: REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA PROPORCIONALIDADE DIRECTA



INTRODUÇÃO

Terminado com sucesso o estudo da proporcionalidade entre duas grandezas, agora temos que tratar da representação da proporcionalidade directa e da proporcionalidade inversa no sistema de eixos ortogonais.



OBJECTIVOS DA LIÇÃO

Amigo estudante, ao terminar o estudo desta lição, você deverá ser capaz de:

- Construir o sistema de eixos ortogonais.
- Representar graficamente a proporcionalidade directa.

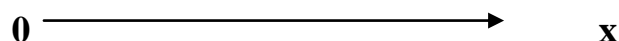


Para a melhor compreensão desta lição necessitas de estudar 90 minutos.

Bom estudante, recordemo-nos do Sistema de sem-eixos ortogonais.

y





O sistema de eixos ortogonais é formado duas semi-rectas $0y$ e $0x$ perpendiculares (ângulo de 90°) e a sua origem está no ponto 0 .

O eixo $0y$ é vertical e nele se indicam os valores de y , enquanto o sem-eixo $0x$ é horizontal e nele se indicam os valores de x .

Estimado estudante, recordados sobre o sistema de eixos ortogonais, vamos imediatamente à representação gráfica das proporcionalidades directa.

Gráfico da proporcionalidade Directa

Vamos tomar a Tabela: A da lição anterior.

Tabela: A

Quantidade de laranjas e kg (X)	1	2	3	4	5	6	10	15	30
Preço em meticais de compra de laranjas (Y)	50	100	150	200	250	300	500	750	1500

Representemos graficamente esta proporcionalidade directa. Para isso, temos que:

1º - Construir o sistema de eixos ortogonais

1º - Construir o sistema de eixos ortogonais

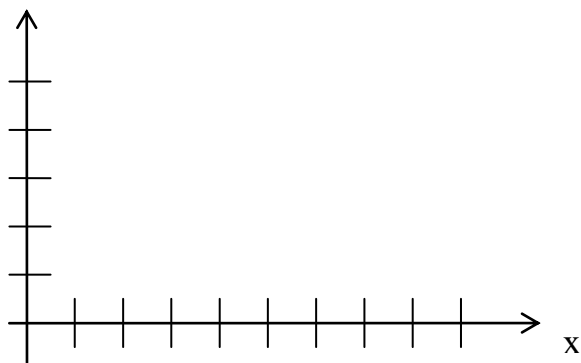


eixo horizontal denomina-se *eixo das abcissas* ou *eixo dos xx*

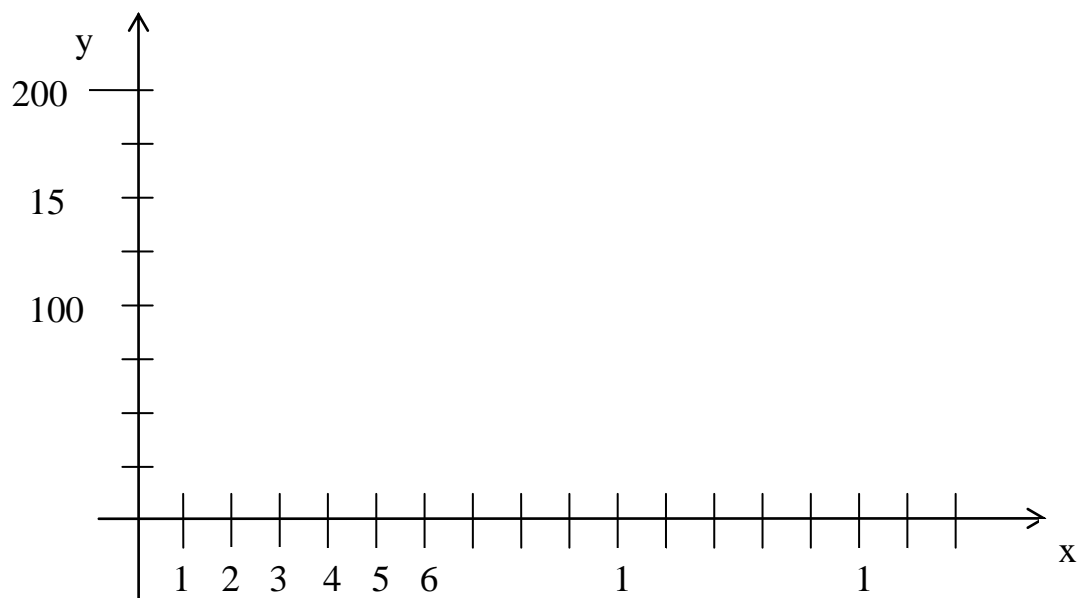
O eixo vertical denomina-se *eixo das ordenadas* ou *eixo dos yy*

2º - Graduar os eixos, isto é, dividir os eixos em partes iguais com auxílio de uma régua graduada.

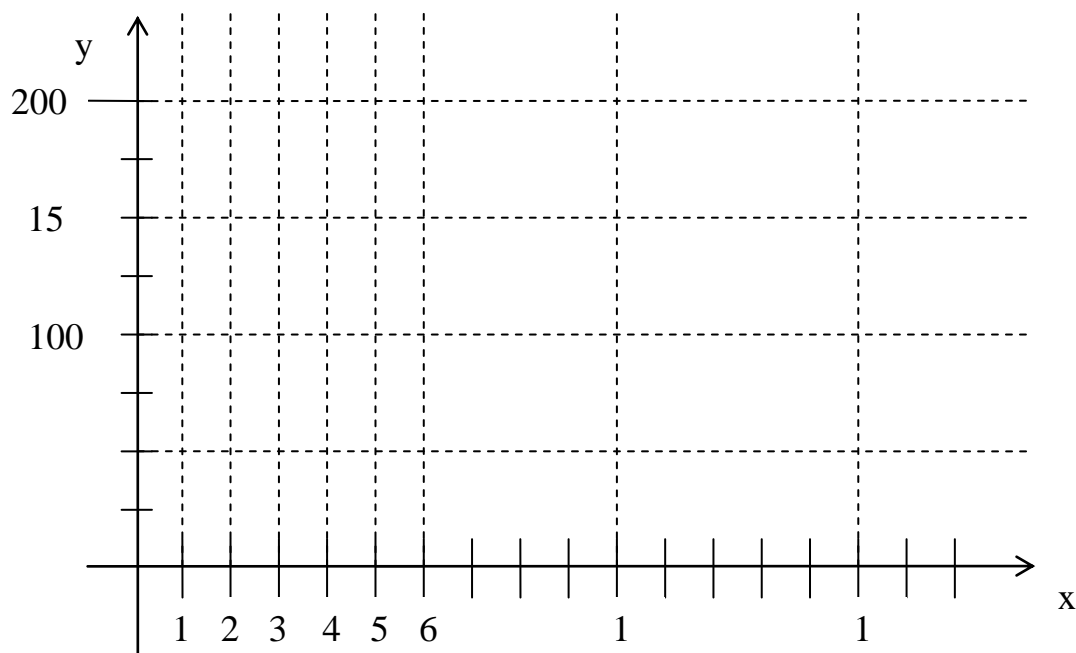
2º - Graduar os eixos, isto é, dividir os eixos em partes iguais com auxílio de uma régua graduada.



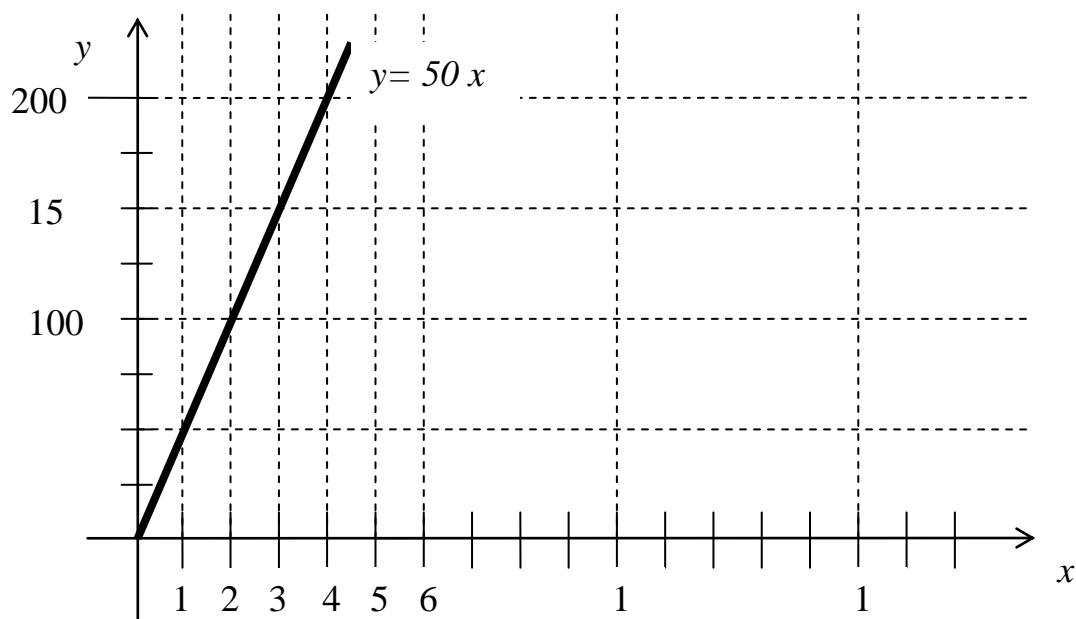
3º - Representar os valores de x no eixo das abcissas e os valores dos y no eixo das ordenadas.



4º - Levantar, a partir dos valores de linhas verticais (paralelas ao eixo das ordenadas) e a partir dos valores de y linhas horizontais (paralelas ao eixo das abcissas).



5º - Unir os pontos de intersecção (cruzamento) das linha levantadas a partir do eixo das abcissas e com as linhas levantadas a partir do eixo das ordenadas.



A linha a negro que une os pontos de cruzamento entre as linhas que partem do eixo das abcissas e as linhas que partem do eixo das ordenadas representa o *gráfico da proporcionalidade directa*. Como vê, o gráfico da proporcionalidade directa é uma linha

Como você pode ver, o gráfico de duas grandezas directamente proporcionais é uma linha recta que passa pela origem.

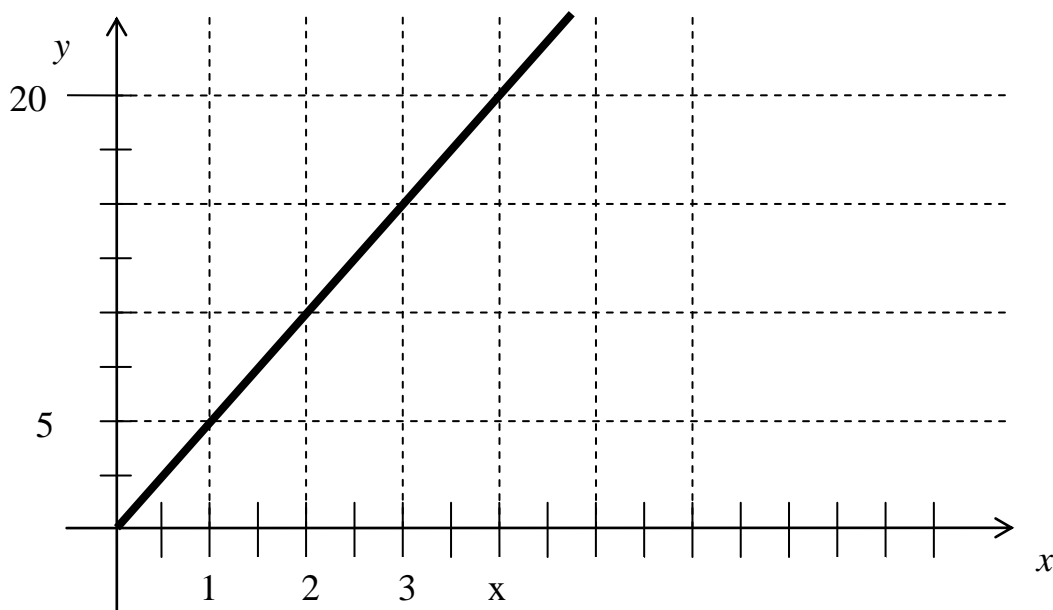
Caro estudante, terminado o estudo do texto sobre a representação gráfica da proporcionalidade directa, realize as actividades de verificação.



ACTIVIDADES DE VERIFICAÇÃO

Amigo estudante, resolva os exercícios das actividades de verificação e veja se entendeu a matéria discutida nesta lição

1. Motociclista viajando de Pemba a Montipuez percorre 30km durante meia hora, 60km, por uma hora, 90km por uma hora e meia, 120km por duas hora, y km por duas horas e meia, 180km por x hora.
 - a) Represente esta situação através de uma tabela de valores a relação entre os valores de x (tempo de viagem) e y (distâncias percorridas).
 - b) Escreva a expressão analítica da proporcionalidade ente as distâncias percorridas e os tempos gastos em percorrê-las?
 - c) Construir o gráfico da proporcionalidade das grandezas x e y
2. Observe o gráfico e responda



- Calcular a constante da proporcionalidade das grandezas x e y .
- Escrever a expressão analítica da proporcionalidades entre x e y
- Encontrar os valores de x e y

Caro aluno, já terminou a resolução dos exercícios das actividades de verificação? Se a resposta é sim, então confira as suas respostas na chave.



CHAVE DE CORRECÇÃO

Agora veja se você acertou em todas as questões das actividades de verificação, comparando as suas respostas com as que se apresentam a seguir.

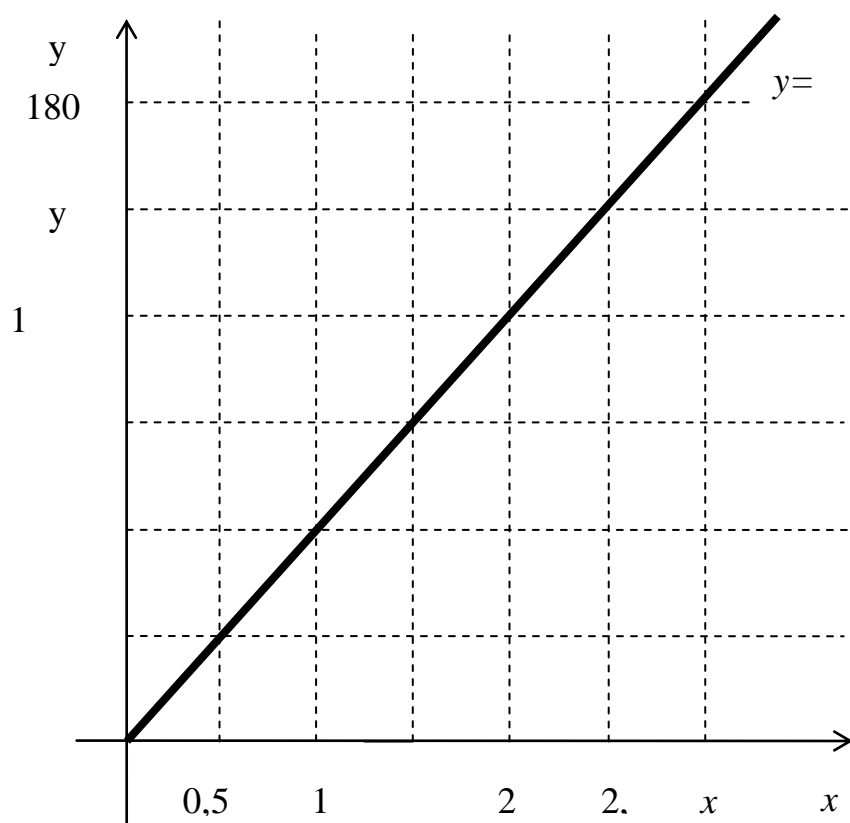
1. a)

Tempo de viagem	0,5	1	1,5	2	2,5	x	X
Distâncias percorridas	30	60	90	120	y	180	Y

$$b) k = \frac{y}{x} = \frac{30}{0,5} = \frac{60}{1} = \frac{90}{1,5} = \frac{120}{2} = 60, \text{ então } 60 = \frac{y}{x} \Leftrightarrow y = 60 \cdot x$$

Como podemos ver, a equação da relação entre x e y é $y = 60 \cdot x$

c) Gráfico da proporcionalidade entre x e y .



2.

a) $k = \frac{5}{1} = \frac{10}{2} = 5$

b) $\frac{y}{x} = 5 \Leftrightarrow y = 5 \cdot x$

c) Assim $y = 5 \cdot x \Leftrightarrow y = 5 \cdot 3 \Leftrightarrow y = 15$, e;

$\frac{y}{x} = 5 \Leftrightarrow x = \frac{y}{5} \Leftrightarrow x = \frac{20}{5} \Leftrightarrow x = 4$

Muito bem estimado estudante, se terminou com sucesso a resolução dos exercícios desta secção então passe ao estudo da lição seguinte. Caso não, reestude o texto e refaça as actividades desta lição.

LIÇÃO Nº 3: REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA PROPORCIONALIDADE INVERSA



INTRODUÇÃO

Caro estudante, vamos tratar da representação gráfica da proporcionalidade inversa. Então vamos imediatamente a isso!



OBJECTIVOS DA LIÇÃO

Ao terminar o estudo desta lição você deverá ser capaz de:

- Resolver exercícios práticos sobre grandezas directamente proporcionais,
- Construir o gráfico de duas grandezas inversamente proporcionais, e;
- Resolver exercícios diversos sobre grandezas proporcionais



Para a melhor compreensão desta lição necessitas de estudar 90 minutos.

Vamos começar o estudo desta lição resolvendo alguns exercícios de revisão.

1. Observe as tabelas seguintes e responda.

Tabela 1

X	1	2	3	4	5	6	8	12	24
Y	24	12	8	6	x	4	3	2	1

Tabela 2

X	2	1	4	3	5	6	7	8	9
Y	6	3	12	9	15	18	21	24	27

- Identifique a proporcionalidade expressa em cada uma das tabelas
- Represente graficamente a proporcionalidade descrita na tabela 2

Caro amigo, para identificar a proporcionalidade, precisamos de estudar a variação dos valores de x e y, determinar a constante a e a expressão analítica da relação descrita em cada uma das tabelas 1 e 2.

Então comecemos o nosso estudo tomando tabela 1

Tabela 1

X	1	2	3	4	5	6	8	12	24
Y	24	12	8	6	x	4	3	2	1

Variação dos valores de x e y.

- O aumento proporcional dos valores de x implica uma diminuição também proporcional dos valores de y.

Constante da proporcionalidade

- $k = x \cdot y = 1 \cdot 24 = 2 \cdot 12 = 3 \cdot 8 = 4 \cdot 6 = 5 \cdot 4,8 = 6 \cdot 4 = 8 \cdot 3 = 12 \cdot 2 = 24 \cdot 1 = 24$
 $\Rightarrow 24 = xy$

Expressão analítica

- $24 = xy \Leftrightarrow y = \frac{24}{x}$

Assim, a relação entre x e y descrita através da tabela 1 é *Proporcionalidade Inversa*

Prezado estudante, identificada a relação entre as grandezas da tabela 1, continuemos estudando a proporcionalidade descrita da tabela 2.

Tabela 2

X	2	1	4	3	5	6	7	8	9
y	6	3	12	9	15	18	21	24	27

Variação dos valores de x e y.

- O aumento proporcional dos valores de x implica o aumento também proporcional dos valores de y.

Constante da proporcionalidade

$$\begin{aligned} \text{▪ } k &= \frac{y}{x} = \frac{6}{2} = \frac{3}{1} = \frac{12}{4} = \frac{9}{3} = \dots = \frac{27}{9} = 3 \\ &\Rightarrow k = 3 \end{aligned}$$

Expressão analítica

$$3 = \frac{y}{x} \Leftrightarrow y = 3 \cdot x$$

Assim, a relação entre as grandezas x e y descrita pela tabela 2 é uma *proporcionalidade directa*.

A alternativa b) orienta-nos a representar graficamente a relação entre as grandezas x e y descrita na tabela 1, ou seja; representar graficamente uma proporcionalidade inversa.

Então mãos à obra!

Gráfico da Proporcionalidade Inversa

Tabela 1

<i>X</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>8</i>	<i>12</i>	<i>24</i>
<i>Y</i>	<i>24</i>	<i>12</i>	<i>8</i>	<i>6</i>	<i>4,8</i>	<i>4</i>	<i>3</i>	<i>2</i>	<i>1</i>

Para construir o gráfico da proporcionalidade inversa teremos que seguir as instruções dadas na lição anterior:

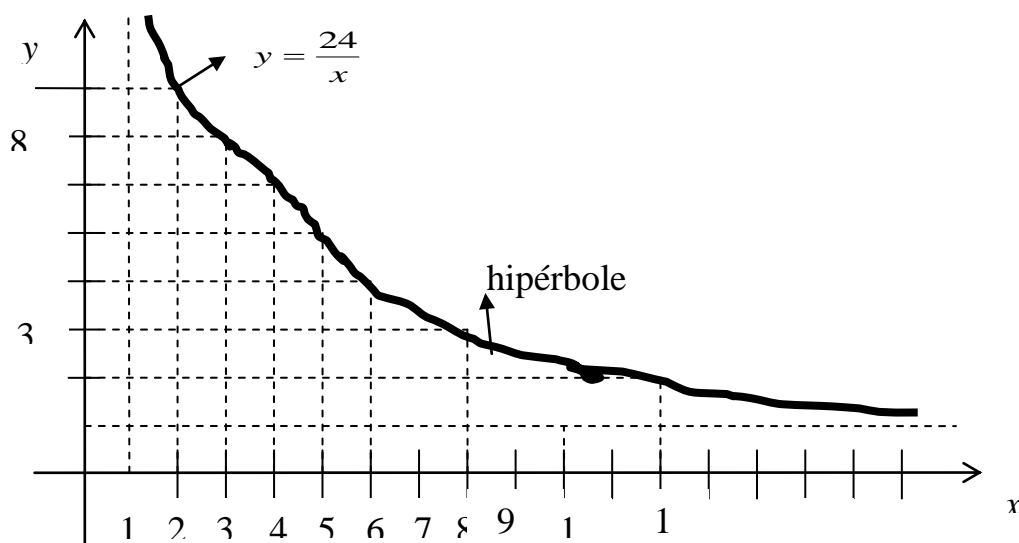
1º - Construir o sistema de eixos ortogonais

2º - Graduar os eixos, isto é, dividir os eixos em partes iguais com auxílio de uma régua graduada.

3º - Representar os valores de *x* no eixo das abcissas e os valores dos *y* no eixo das ordenadas.

4º - *Levantar, a partir dos valores de linhas verticais (paralelas ao eixo das ordenadas) e a partir dos valores de *y* linhas horizontais (paralelas ao eixo das abcissas).*

5º - Unir os pontos de intersecção (cruzamento) das linhas levantadas a partir do eixo das abcissas e com as linhas levantadas a partir do eixo das ordenadas.



A curva a negro que une os pontos de cruzamento entre as linhas que partem do eixo das abcissas e as linhas que partem do eixo das ordenadas representa o *gráfico da Proporcionalidade Inversa*.

Assim, o gráfico da proporcionalidade inversa é uma curva denominada *hipérbole*.

Veja bem amigo estudante a hipérbole é uma curva que nunca passa pela origem nem toca os eixos das abcissas e das ordenadas.

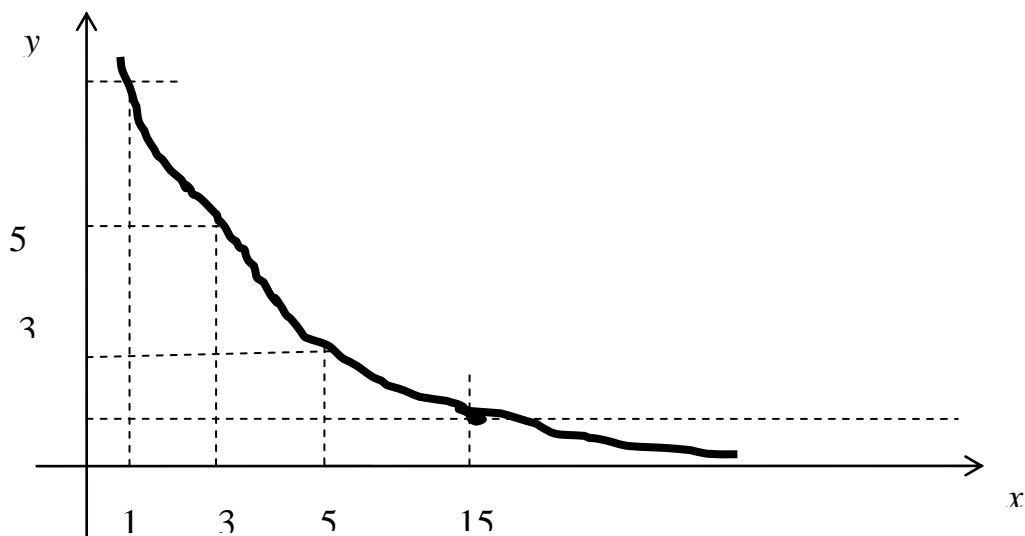
Caro estudante, concluído o estudo do texto, resolva os seguintes exercícios e veja se percebeu a matéria tratada nesta lição.



ATIVIDADES DE VERIFICAÇÃO

Verifique se compreendeu a matéria dada, resolvendo os exercícios:

1. Dado o gráfico a baixo, responda.



a) Construa a tabela de valores da relação entre as grandezas x e y .

b) Transcreva para sua folha de exercícios a alternativa correcta em relação à constante da proporcionalidade entre x e y .

A: 4 **B:** 3 **C:** 15

c) Qual é a expressão analítica da relação descrita através deste gráfico.

d) Marque co x a alternativa correcta no que se refere à relação descrita pelo gráfico a cima.

A: A proporcionalidade directa **B:** A proporcionalidade inversa **C:** Nenhuma destas alternativas é verdadeira.

Consulte a ficha de correção e veja se entendeu a matéria discutida nesta lição



CHAVE DE CORRECÇÃO

Confira as suas respostas e passe ao estudo da lição seguintes se tiver acertado em todas as questões destas actividades.

1.a)

X	1	3	5	15
Y	15	5	3	1

b) $k = xy = 1 \cdot 15 = 3 \cdot 5 = 5 \cdot 3 = 15 \cdot 1 = 15$, então $k = 15$

C: 15

$$k = xy \Leftrightarrow 15 = xy$$

c) $\Rightarrow y = \frac{15}{x}$

d) **B:** A proporcionalidade inversa

Muito bem caro estudante, se acertou em todas as questões destas actividades então passe ao estudo da lição nº 4. Caso não, reestude o texto e refaça todos os exercícios propostos nesta lição.

LIÇÃO Nº 4: CORRESPONDÊNCIAS



INTRODUÇÃO

Nesta lição vamos tratar conceito de correspondência, dos conjuntos de partida e de chegada, da regra e da classificação das correspondências.



OBJECTIVOS DA LIÇÃO

Ao terminar o estudo desta lição, você deverá ser capaz de:

- Definir uma correspondência,
- Identificar os conjuntos de partida e de chegada numa correspondência, e;
- Classificar as correspondências.



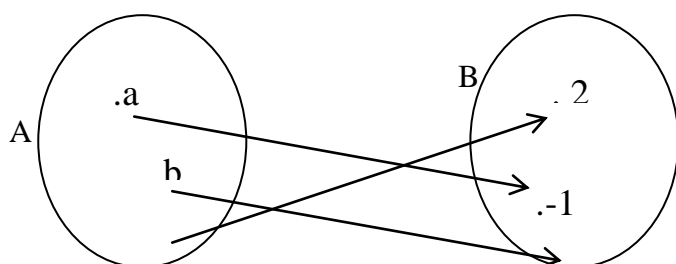
Para a melhor compreensão desta lição necessitas de estudar 60 minutos.

Estimado estudante, na natureza nada ocorre isoladamente. A queda das chuvas, por exemplo, está relacionada às condições meteorológicas. O caudal dos rios será tanto maior quanto maior for a queda das chuvas. A produção e a produtividade agrícolas dependem tanto das chuvas como das águas acumuladas nos rios, nas represas, etc.

Há sempre uma correspondência entre os fenómenos. A matemática, como ciência que estuda quantidades, medidas, espaços, estruturas, variações,; também estuda as correspondências.

Mas, em matemática; o que será uma correspondência?

Ora veja por exemplo, o que ocorre nos diagramas seguintes:



.c

.3

Os elementos do conjunto **A** estão em correspondência (numa relação) com os elementos do conjunto **B**.

O elemento “a” de **A** corresponde ao elemento “-1” de **B**, o elemento “b” de **A** corresponde ao elemento “3” de **B** e o elemento “c” de **A** corresponde ao elemento “2” de **B**.

Amigo aluno, vamos definir o conceito de correspondência.

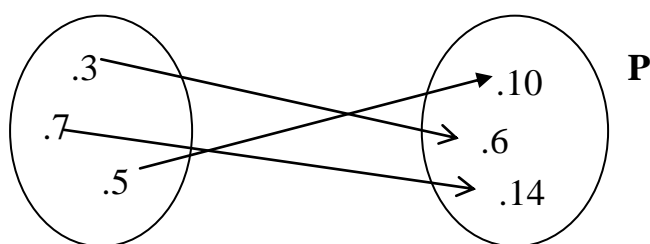
Correspondência

Chama-se correspondência a uma relação (ou associação) entre os elementos de dois conjuntos não vazios **A** e **B**.

Uma correspondência **R** entre os elementos do conjunto **A** com os elementos do conjunto **B** denota-se por uma seta “ \longrightarrow ” que se lê: “corresponde a”, “está relacionado com” ou “está associado a”

Seja **R** uma correspondência definida do conjunto **A** ao conjunto **B**. O conjunto **A** denomina-se *conjunto de partida* e o conjunto **B** denomina-se *conjunto de chegada*.

Seja, por exemplo, a seguinte correspondência definida de **N** para **P**



N é o conjunto de partida

P é o conjunto de chegada

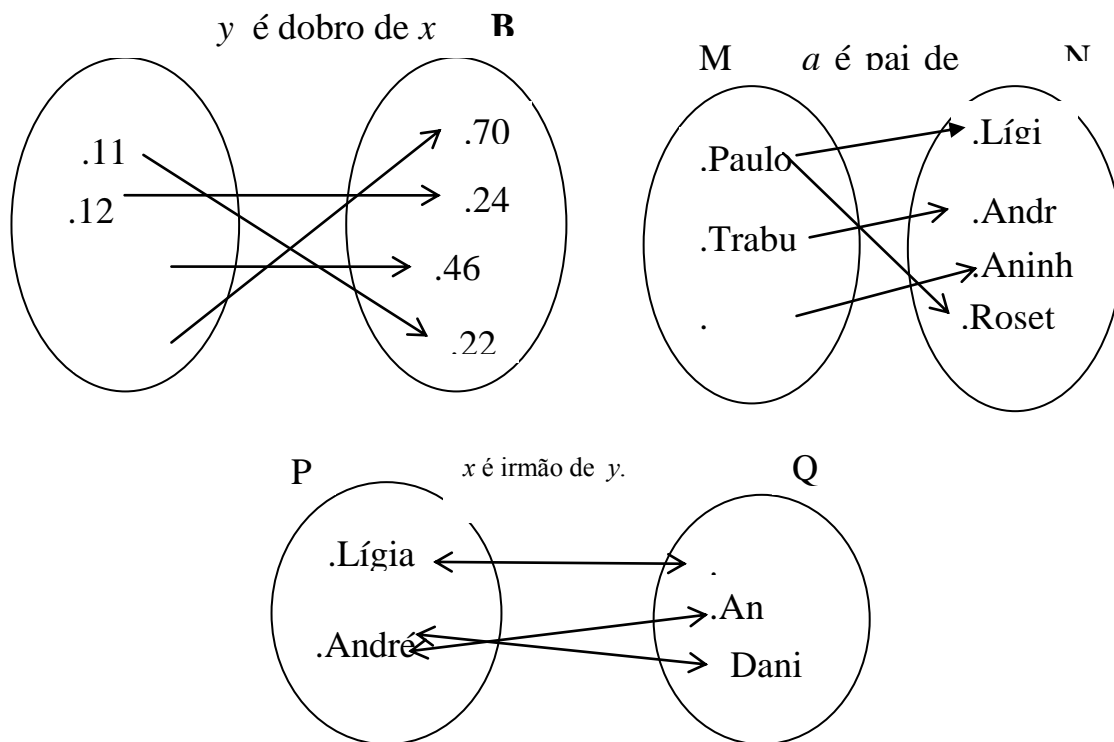
Os elementos do conjunto de partida (**N**) denominam-se *objectos* **A** e os elementos do conjunto de chegada (**P**) denominam-se *imagens*.

Uma correspondência é, normalmente definida através de uma regra que associa os elementos do conjunto de partida com os elementos do conjunto de chegada.

Por exemplo, podemos indicar como regras o seguinte: x é dobro de y , a é pai de b e x é irmão de y .

Car estudante, vamos construir os diagramas que representam as correspondências definidas pelas regras indicadas como exemplos.

22



Veja amigo estudante que:

- Em " y é dobro de x " definido de A para B, A é conjunto de partida e B é conjunto de chegada. 11, 12, 23, e 35 são objectos e 22, 24, 46 e 70 são imagens.
- Em " a é pai de b " definido de M para N, M é conjunto de partida e N é conjunto de chegada. Paulo, Trabuk e Daniel são objectos e Lígia, André, Aninha e Rosete são imagens
- Em " x é irmão de y " definido de P para Q, P é conjunto de partida e Q é conjunto de chegada. Rosete, Ana e Daniel são imagens dos objectos Lígia e André.

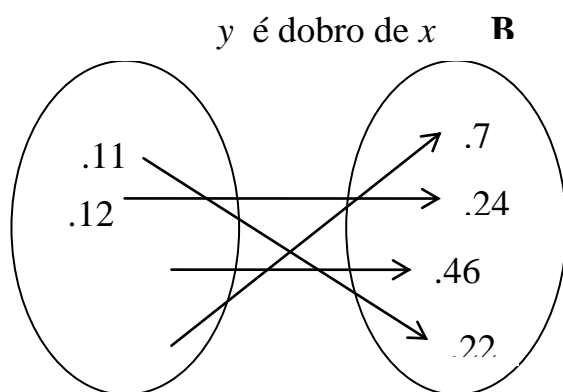
Caro estudante, continuemos o estudo desta lição discutindo sobre a classificação das correspondências.

Classificação das correspondências

As correspondências classificam-se em: Unívoca, Biunívoca e não Unívoca

a) Correspondência Unívoca

Preste atenção à correspondência de **A** para **B** pela regra “ y é dobro de x ”.

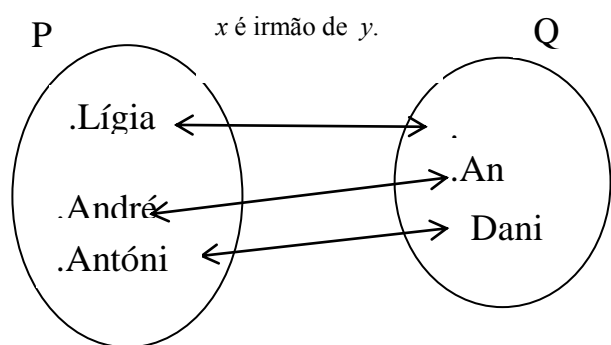


De cada elemento do conjunto **A** parte uma só seta para um e apenas um elemento do conjunto **B**. Isso significa que um elemento x de **A** corresponde um e apenas um y de **B**.

A correspondência de **A** para **B**, em que cada elemento x de **A** corresponde a um único elemento y de **B** chama-se **Correspondência Unívoca**.

b) Correspondência Biunívoca

Caro estudante, agora preste bastante atenção à correspondência definida por “ x é irmão de y ”.



De cada elemento do conjunto **P** parte apenas uma seta para um elemento do conjunto **Q** e reciprocamente. Assim entendemos que se Lígia é irmã da Rosete a Rosete também é irmã da Lígia, se António é irmão do Daniel então o Daniel é irmão do António e se o André é irmão da Ana então a Ana é irmã do André.

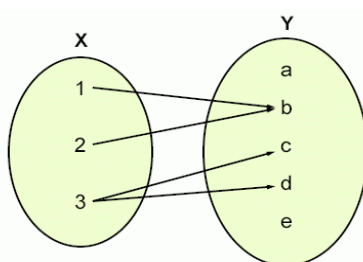
Nesta correspondência, um elemento x de **P** corresponde a um elemento y de **Q** e um elemento y de **Q** corresponde apenas a um elemento x de **P**. Aliás esta correspondência é unívoca de **P** para **Q** e é também unívoca de **Q** para **P**.

Ao tipo de correspondências em o elemento x do conjunto de partida corresponde apenas um elemento e reciprocamente, chamamos

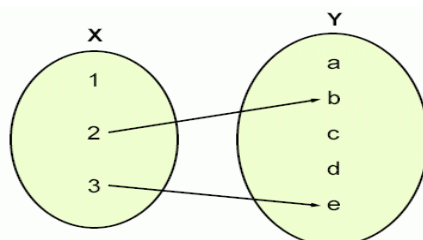
Correspondência Biunívoca.

c) Correspondência não Unívoca

Amigo estudante, observe os diagramas seguintes:



X é conjunto de partida e Y é conjunto de chegada. Porém, você querido estudante pode ver que nesta correspondência, nem todos os elementos do conjunto de chegada (objectos), são imagens de algum elemento do conjunto de partida (objeto).



X é conjunto de partida e Y é conjunto de chegada. Nem todos os elementos do conjunto de partida têm alguma imagem no conjunto de chegada.

Estas duas correspondências são exemplos de Correspondências não unívocas. Uma correspondência é não unívoca se nem todos os elementos do conjunto de partida tem imagens no conjunto de chegada ou nem todo o elemento do conjunto de chegada é imagem de algum elemento do conjunto de partida.

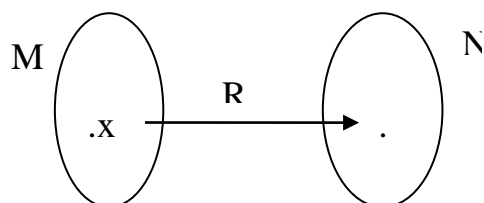
Amigo estudante, você terminou o estudo do texto sobre as correspondências e sua classificação. Agora passe à realização das atividades de verificação.



ATIVIDADES DE VERIFICAÇÃO

Estudante, resolva os exercícios das atividades de verificação e veja se percebeu o texto sobre as correspondências e sua classificação.

1. Seja R uma relação de M para N . Assinale com V ou com F as seguintes alternativas, conforme elas são verdadeiras ou falsas.



a) M é conjunto de partida e N é conjunto de chegada. ()

b) x é imagem de y . ()

c) y é imagem de x . ()

d) N é conjunto de partida e M é conjunto de chegada. ()

2. A tabela que se segue representa uma correspondência de X para Y .

X	1	2	3	4	5
Y	3	6	9	12	15

a) Indique a regra desta correspondência.

b) Qual é o conjunto de partida? E o da chegada?

c) Transcreva os objectos para o seu caderno de exercícios.

d) Apresente esta relação através diagramas sagitais ou de Venn.

Amigo estudante, terminada a resolução dos exercícios das actividades de verificação, confira as suas respostas chave de correcção que se apresenta a seguir.



CHAVE DE CORRECÇÃO

Ótimo, querido estudante! Agora vamos conferir as suas respostas e ver se você entendeu a matéria nesta lição

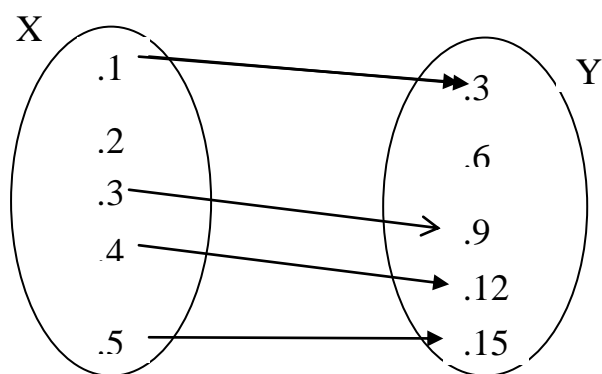
1. a) (V) b) (F) c) (V) d) (F).

2. a) A regra desta correspondência é: “ y é o triplo de x ” ou $y = 3.x$

b) O conjunto de partida é X e o conjunto de chegada é Y .

c) Os objectos são 1, 2, 3, 4 e 5 e as imagens são 3, 6, 9, 12 e 15.

d)



Já conferiu os seus resultados? Se sim então vá ao estudo da lição seguinte. Caso não então reestude o texto e refaça os exercícios desta lição, consultando os seus colegas da classe ou o seu tutor!

LIÇÃO Nº 5



INTRODUÇÃO

Amigo estudante, bem-vindo à introdução do estudo das funções lineares ou do 1º grau. Nesta lição vamos caracterizar uma função linear e tratar do domínio e contradomínio de uma função linear. Estude-a com bastante atenção!



OBJECTIVOS DA AULA

Ao terminar o estudo desta lição você deverá ser capaz de:

- Definir uma função.
- Caracterizar uma função linear ou do 1º grau, e;
- Indicar o domínio e o contradomínio de uma função.



Para a melhor compreensão desta lição necessitas de estudar 60 minutos.

Uma **função** ou **aplicação** f de A para B é uma correspondência unívoca de A para B em que qualquer elemento $x \in A$ possui uma imagem $y \in B$. Assim, uma função f associa um elemento x de A e elemento y de B , formando pares do tipo $(x;y)$ denominados *Pares Ordenados*.

Função ou aplicação

Uma função ou aplicação f de um conjunto A para um conjunto B é uma correspondência que a cada elemento x de A associa um único elemento y de B e representa-se por:

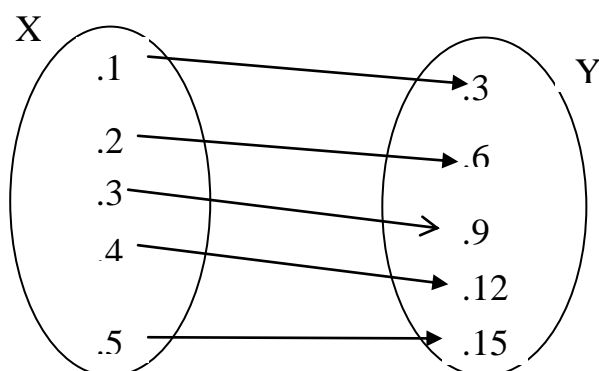
$$y=f(x), \text{ com } x \in A \text{ e } y \in B.$$

Usando a simbologia matemática fica:

$f: A \rightarrow B$ ou $x \rightarrow y = f(x)$ que se lê: função f que aplica o conjunto **A** no conjunto **B**, ou seja que transforma os elementos do conjunto **A** em elementos do conjunto **B**.

A variável y é a **variável dependente** e x a **variável independente** (ou argumento) da função f .

Seja f a seguinte função descrita através de diagramas sagitais:



Podemos ver com relativa facilidade que é uma função que associa a $x \in X$ ao seu triplo $y = 3 \cdot x \in Y$

Caro estudante, o conjunto X é o **conjunto de partida** da função, por isso chama-se **domínio da função** e representado por Df . Deste modo $Df = A$.

O conjunto Y é o **conjunto de chegada** da função; cada elemento $x \in X$ designa-se por **objecto** e se $x \in X$ corresponde a um elemento y de Y , então y é **imagem** de x .

O conjunto das imagens chama-se **contradomínio da função** e é representado por CDf .

$$CDf = \{y \in Y : y = f(x); x \in X\}$$

A **imagem geométrica de f** é o conjunto dos pares ordenados $(x: y) \in X \times Y$ tais que $y = f(x)$.

Estimado estudante, preste atenção ao exemplo seguinte:

2

UNIDADE TEMÁTICA IV: SISTEMAS DE DUAS EQUAÇÕES COM DUAS INCÓGNITAS

Caro estudante comecemos o estudo deste módulo tratando dos sistemas de duas equações com duas incógnitas. Nesta unidade temática vamos tratar das equações literais e dos sistemas de duas equações com duas incógnitas destacando:

- As equações literais
- Os vários métodos de resolução dos sistemas de duas equações com duas incógnitas
- Classificação de um sistema de duas equações de duas incógnitas a partir da solução do mesmo.



OBJECTIVOS DE APRENDIZAGEM

Ao terminar o seu estudo, você deverá ser capaz de:

- Identificar;
 - ✓ Equações literais
 - ✓ Sistemas de duas equações com duas incógnitas;
- Resolver:
 - ✓ Equações literais
 - ✓ Sistemas de duas equações com duas incógnitas
- Classificar os sistemas de duas equações com duas incógnitas
- Resolver problemas do dia-a-dia envolvendo os sistemas de duas equações com duas incógnitas



RESULTADOS DA APRENDIZAGEM

Caro estudante, até ao fim do estudo deste capítulo você:

- Identifica as equações literais e os sistemas de duas equações com duas incógnitas
- Resolver as equações literais e os sistemas de duas equações com duas incógnitas
- Resolve problemas do dia-a-dia envolvendo os sistemas de duas equações com duas incógnitas

LIÇÃO Nº 1: EQUAÇÕES LITERAIS



INTRODUÇÃO

Terminamos o módulo 1 com os estudos das equações do 1º grau, vamos nesta 1ª lição dar continuidade ao estudo das equações do primeiro grau, nos focando a um tipo específico de equações do primeiro grau, as equações literais.



OBJECTIVOS DA LIÇÃO

Ao terminar o estudo desta lição o estudante deverá ser capaz de:

- Identificar as equações literais do 1º grau
- Resolver equações literais do 1º grau



Para a melhor compreensão desta lição necessitas de estudar 90 minutos.

Amigo estudante, chamamos equação literal a toda equação que tenha mais de uma incógnita. Vejamos alguns exemplos:

a) $2x - y = 1$

b) $x + y + z = 0$

c) $a + b = 0$

Resolvendo uma equação literal

As equações literais apresentam varias soluções dai que a sua resolução e feita em relação a apenas uma das suas variáveis. Em importante lembrar que são aqui validadas todas a regras de resolução de equações estudadas anteriormente.

Vejamos de seguida um exemplo:

Dado o rectângulo abaixo com o perímetro de 16 metros pretende-se determinar a medida dos lados.

- a) Equacione o problema.
- b) Resolva a equação em ordem a x .
- c) Resolva a equação em ordem a y .
- d) Indique quatro pares de soluções para a equação deste problema.

Coloquemos desde já as mãos a obra na resolução deste problema:

Resolução



a) Sabemos que o perímetro de um rectângulo é dado pela fórmula:

$$P = 2(c + l)$$

Na figura dada podemos facilmente verificar que as medidas dos lados do rectângulo dado são representadas pelas variáveis x e y .

$$P = 2(c + l)$$

$$16 = 2(x + y)$$

$$2x + 2y = 16$$

b) Vamos agora resolver a equação acima dada em ordem a x .

$$2x + 2y = 16$$

$$2x = 16 - 2y$$

$$x = \frac{16 - 2y}{2}$$

$$x = 8 - y$$

c) Vamos agora resolver em ordem a y .

$$2x + 2y = 16$$

$$2y = 16 - 2x$$

$$y = \frac{16 - 2x}{2}$$

$$y = 8 - x$$

d) Para determinar um par de equações basta apenas atribuir o valor de uma das variáveis e de seguida calcular o valor da outra.

$$x = 8 - y$$

- i. Se $y=1$ então $x = 8 - 1 \Leftrightarrow x = 7$
- ii. Se $y=2$ então $x = 8 - 2 \Leftrightarrow x = 6$
- iii. Se $y=3$ então $x = 8 - 3 \Leftrightarrow x = 5$
- iv. Se $y=4$ então $x = 8 - 4 \Leftrightarrow x = 4$



ACTIVIDADES DE VERIFICAÇÃO

Caro estudante vamos realizar actividades e verificar se compreendemos ou não a matéria sobre as equações literais.

1. Marque com X as equações literais

a) $3x + 5y$ () b) $-\frac{1}{2} + 2y = x$ () c) $10 + 2x = 3$ ()

d) $2x - 1y = w$ () e) $3x + 5y = 0$ () f) $-a + 5b = 10$ ()

2. Resolva as seguintes equações literais em ordem a x.

a) $-\frac{1}{2} + 2y = x$ b) $3x + 5y = 1$

Caro estudante, se terminou a resolução dos exercícios propostos nestas actividades de verificação; consulte a seguinte chave de correcção.



CHAVE DE CORRECÇÃO

Confira as suas respostas nesta chave de correção e veja se entendeu a matéria tratada nesta lição.

1. a) $3x + 5y$ () b) $-\frac{1}{2} + 2y = x$ (X) c) $10 + 2x = 3$ ()
d) $2x - 1y = w$ (X) e) $\frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 0$ (X) f) $-a + 5b = 10$ (X)

2. a) $-\frac{1}{2} + 2y = x$ resolvendo em ordem a x teremos:

$$x = -\frac{1}{2} + 2y$$

b) $3x + 5y = 1$

$$3x = 1 - 5y$$

$$x = \frac{1-5y}{3}$$

Já terminou o estudo desta lição. Agora passe ao estudo da lição seguinte só e apenas se tiver acertado em todas as questões destas actividades. Caso contrário, estude novamente o texto e refaças todas as actividades nela proposta.

LIÇÃO Nº 2: RESOLUÇÃO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES PELO MÉTODO DE SUBSTITUIÇÃO



INTRODUÇÃO

Caro estudante, estamos agora iniciando a segunda aula do presente capítulo. Vamos aqui dar início ao estudo dos sistemas de equações com duas incógnitas. Vamos nesta aula abordar o método de substituição para resolução de sistema de equações. É antes necessário dizer que é importante o domínio sobre as matérias de equações do primeiro grau e as equações literais.



OBJECTIVOS DA AULA

No fim do estudo desta lição o caro estudante você deve ser capaz de:

- ✓ Identificar sistemas de equações com duas incógnitas
- ✓ Resolver sistemas de equações com duas incógnitas pelo método de substituição



Para a melhor compreensão desta lição precisamos estudar 60 minutos.

Caro estudante em lições passadas vimos que uma equação é uma igualdade entre dois membros, onde existe pelo menos um valor desconhecido. É possível agrupar duas ou mais equações formando o que se chama de sistemas de equações. Depois de agrupadas, as equações que pertencem a um mesmo sistema são satisfeitas pela mesma solução.

Chama-se **sistema de equações**, a uma combinação de duas ou mais equações, com duas ou mais incógnitas.

Ao nosso nível vamos estudar apenas sistemas de duas equações com duas incógnitas. Na forma canónica os sistemas de equações são representados da seguinte forma:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Para representar um sistema de equações basta escrever as equações numa chaveta.

Exemplo de um sistema de equações.

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ -x + 3y = 3 \end{cases}$$

Podemos facilmente observar que o sistema de equações é constituído por duas equações literais.

Resolução de sistemas de equações pelo método de substituição.

Antes de mais nada é importante dizer que precisamos conhecer as regras de resolução das equações literais pois estas são de grande importância na resolução de sistemas de equações pelo método de substituição.

Prestemos atenção ao passo a passo da resolução de um sistema de equações recorrendo ao método de substituição:

Exemplo 1

$$\begin{cases} 4x - 10 = -2y \\ 2x = 4y \end{cases}$$

1. Escolher uma das equações e resolvemos em ordem a uma das suas variáveis.

Neste caso escolhemos a segunda equação e vamos resolve-la em ordem a x , isto é isolar o x .

$$\begin{cases} 4x - 10 = -2y \\ 2x = 4y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 10 = -2y \\ x = \frac{4y}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 10 = -2y \\ x = 2y \end{cases}$$

2. Substituir na outra equação a solução encontrada no primeiro passo.

Encontramos no primeiro passo a solução da segunda equação em ordem a x , devemos agora substituir o valor de x por $2y$ e resolver a equação resultante.

$$\begin{cases} 4x - 10 = -2y \\ x = 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \cdot 2y - 10 = -2y \\ x = 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8y + 2y = 10 \\ x = 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10y = 10 \\ x = 2y \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{10}{10} \\ x = 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 2y \end{cases}$$

3. Encontrado o valor numérico para uma das variáveis, esta é por sua vez substituída de modo que se encontre outro valor numérico.

No terceiro passo determinamos que o valor numérico de y é 2. Devemos agora substituir por o y por 2 na segunda equação.

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 2 \cdot 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Os valores encontrados correspondem ao par ordenada do de soluções deste sistema.

A solução corresponde ao par ordenada do (2:1)

4. Verificação da solução

Substituímos o par de soluções no sistema inicial e verificamos as igualdades.

$$\begin{cases} 4x - 10 = 2y \\ 2x = 4y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \cdot 2 - 10 = -2 \cdot 1 \\ 2 \cdot 2 = 4 \cdot 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8 - 10 = -2 \\ 4 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 = -2 \\ 4 = 4 \end{cases}$$

A solução é uma proposição verdadeira pois existe igualdade nos dois membros.

Vamos agora a resolução de um segundo sistema de equações, para que não fiquem duvidas.

1. Escolhemos uma equação e efectuamos a sua resolução em ordem a qualquer das incógnitas. Vamos neste caso resolver a primeira equação em ordem a y .

$$\begin{cases} -2x + y = 3 \\ -y + 3x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 + 2x \\ -y + 3x = 5 \end{cases}$$

2. Vamos agora substituir na segunda equação a expressão encontrada na resolução da primeira equação.

$$\begin{cases} y = 3 + 2x \\ -y + 3x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 + 2x \\ -(3 + 2x) + 3x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 + 2x \\ -3 - 2x + 3x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 + 2x \\ x = 5 + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 + 2x \\ x = 8 \end{cases}$$

3. Vamos agora substituir na primeira equação o valor numérico encontrado na segunda equação

$$\begin{cases} y = 3 + 2x \\ x = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 + 2 \cdot 8 \\ x = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 + 16 \\ x = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 19 \\ x = 8 \end{cases}$$

4. Verifiquemos a solução.

$$\begin{cases} -2x + y = 3 \\ -y + 3x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \cdot 8 + 9 = 3 \\ -19 + 3 \cdot 8 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -16 + 9 = 3 \\ -19 + 24 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 3 \\ 5 = 5 \end{cases}$$

Verificamos aqui igualdade entre os dois membros, o que nos leva a ter certeza que a solução acima encontrada satisfaz o sistema.

A solução corresponde ao par ordenado (8:19)

Caro estudante, concluído o estudo do texto, resolva os seguintes exercícios e veja se percebeu a matéria tratada nesta lição.



ACTIVIDADES DE VERIFICAÇÃO

Verifique se compreendeu a matéria dada, resolvendo os exercícios:

1. Passe para forma canónica os seguintes sistemas de equações.

$$\text{a) } \begin{cases} 2x = 3y \\ x + y = 2 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ -3y = -\frac{2}{3}x + 2 \end{cases}$$

2. Resolva o sistema a baixo indicador verifique a solução.

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 3 \\ \frac{x}{2} + \frac{3}{4}y = 2 \end{cases}$$

Consulte a ficha de correção e veja se entendeu a matéria discutida nesta lição



CHAVE DE CORRECÇÃO

Confira as suas respostas e passe ao estudo da lição seguintes se tiver acertado em todas as questões destas actividades.

$$1.a) \begin{cases} 2x = 3y \\ x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 0 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ -3y = -\frac{2}{3}x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ \frac{2}{3}x - 3y = 2 \end{cases}$$

2.

a) Resolvendo a equação

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ \frac{x}{2} + \frac{3}{4}y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - y \\ \frac{x}{2} + \frac{3}{4}y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - y \\ \frac{1}{2} \cdot (3 - y) + \frac{3}{4}y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = 3 - y \\ -\frac{1}{2}y + \frac{3}{2} + \frac{3}{4}y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - y \\ -\frac{1}{2}y + \frac{3}{4}y = 2 - \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = 3 - y \\ -\frac{1}{2(2)}y + \frac{3}{4(1)}y = 2_{(4)} - \frac{3}{2_{(2)}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - y \\ -\frac{2}{4}y + \frac{3}{4}y = \frac{8}{4} - \frac{6}{4} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = 3 - y \\ -2y + 3y = 8 - 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - y \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = 3 - 2 \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

b) Verificando a solução

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ \frac{x}{2} + \frac{3}{4}y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + 2 = 3 \\ \frac{1}{2} + \left(\frac{3}{4}\right) \cdot 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2_{(2)}} + \left(\frac{6}{4}\right)_{(1)} = 2_{(4)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{4} + \frac{6}{4} = \frac{8}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{4} = \frac{8}{4} \end{cases}$$

Muito bem caro estudante, se acertou em todas as questões destas actividades então passe ao estudo da lição nº 3. Caso não, reestude o texto e refaça todos os exercícios propostos nesta lição.

LIÇÃO Nº 3:ADIÇÃO ORDENADA



INTRODUÇÃO

Caro estudante concluímos na lição anterior o estudo da resolução de equações pelo método substituição. Vamos na presente lição dar continuidade ao estudo dos sistemas de equações abordando a partir de já o método de adição ordenada. Então mãos á obra.



OBJECTIVO DA LIÇÃO

No fim do estudo desta lição o caro estudante você deve ser capaz de:

- ✓ Resolver sistemas de duas equações pelo método de adição ordenada.



Para a melhor compreensão desta lição precisamos estudar 60 minutos.

Método de adição ordenada

O método de adição ordenada consiste em adicionar coeficientes com a mesma variável com vista a encontrar o valor da incógnita x e y, conforme os casos. Esta adição é feita com o objectivo de eliminar uma das incógnitas.

Este método pode também ser chamado de método de redução a coeficientes simétricos.

Prestemos atenção ao passo a passo da resolução de um sistema de equações recorrendo ao método de adição ordenada enquanto resolvemos o seguinte sistema:

$$\begin{cases} 4x - 10 = -2y \\ 2x = 4y \end{cases}$$

1. Reduz-se o sistema dado a forma canónica

$$\begin{cases} 4x - 10 = -2y \\ 2x = 4y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 2y = 10 \\ 2x - 4y = 0 \end{cases}$$

2. Reduz-se os coeficientes de uma das incógnitas a valores simétricos

- Devemos aqui escolher a variável a ser reduzida a coeficientes simétricos.
- Devemos determinar o m.m.c. dos coeficientes desta variável escolhida.
- Multiplicar cada equação por este valor encontrado de modo que os coeficientes desta variável sejam simétricos, e as equações sejam equivalentes as iniciais

Vamos numa primeira fase determinar o valor de **y**, neste caso a variável a ser reduzida será a variável **x**.

$$(-2) \begin{cases} 4x + 2y = 10 \\ 2x - 4y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 2y = 10 \\ -4x + 8y = 0 \end{cases}$$

Note que a segunda equação é multiplicada por (-2) , e não por $(+2)$. Isto porque o nosso objectivo é anular a variável **x**.

3. Efectua-se a soma das duas equações.

- ✓ Esta soma é efectuada adicionando os termos semelhantes das duas equações.

$$(4x - 4x) + (2y + 8y) = 10 + 0$$

$$\begin{cases} 4x + 2y = 10 \\ -4x + 8y = 0 \end{cases}$$

$$0 + 10y = 10$$

Note que a equação resultante é uma equação do primeiro grau com uma incógnita

4. Resolve-se a equação resultante

$$0 + 10y = 10$$

$$10y = 10$$

$$y = \frac{10}{10}$$

$$y = 1$$

5. Repete-se o procedimento do segundo passo em relação a outra variável.

- ✓ Queremos agora encontrar o valor de **x** por isso devemos eliminar a variável **y**.
- ✓ O m.m.c. de 4 e 2 é 4, por isso devemos multiplicar a primeira equação por 2.

$$(+2) \begin{cases} 4x + 2y = 10 \\ 2x - 4y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x + 4y = 20 \\ 2x - 4y = 0 \end{cases}$$

Note que a equação multiplicamos a primeira equação por (+2) e não por (-2), isto porque os coeficientes de y devem ser simétricos.

6. Efectua-se a soma das duas equações

$$\begin{cases} 8x + 4y = 20 \\ 2x - 4y = 0 \end{cases}$$

$$10x + 0 = 20$$

7. Resolve-se a equação resultante

$$10x + 0 = 20$$

$$10x = 20$$

$$x = \frac{20}{10}$$

$$x = 2$$

Sol: (2:1)

Vamos agora resolver um segundo sistema para que não fiquem duvidas

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ \frac{x}{2} + \frac{3}{4}y = 2 \end{cases}$$

1. Reduz-se o sistema dado a forma canónica

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ \frac{x}{2} + \frac{3}{4}y = 2 \end{cases}$$

✓ Este sistema já se encontra na forma canónica

2. Reduz-se os coeficientes de uma das incógnitas a valores simétricos

✓ A variável por nós escolhida é a variável x

✓ O m.m.c. de (1) e $(\frac{1}{2})$ é 1 por isso vamos multiplicar a segunda equação por (-2).

$$(-2) \begin{cases} x + y = 3 \\ \frac{x}{2} + \frac{3}{4}y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 3 \\ -x - \frac{3}{2}y = -4 \end{cases}$$

3. Efectua-se a soma das duas equações

$$\begin{array}{r} \left\{ \begin{array}{l} x + y = 3 \\ -x - \frac{3}{2}y = -4 \end{array} \right. \\ \hline 0 + \left(1 - \frac{3}{2}\right)y = -1 \end{array}$$

4. Resolve-se a equação resultante

$$0 + \left(1 - \frac{3}{2}\right) \cdot y = -1$$

$$\left(1_{(2)} - \frac{3}{2_{(1)}}\right) \cdot y = -1$$

$$\left(\frac{2-3}{2}\right) \cdot y = -1$$

$$-\frac{1}{2}y = -1$$

$$y = -1 \cdot (-2)$$

$$y = 2$$

5. Repetimos o procedimento do segundo passo em relação a variável y.

$$\left(-\frac{4}{3}\right) \left\{ \begin{array}{l} x + y = 3 \\ \frac{x}{2} + \frac{3}{4}y = 2 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x + y = 3 \\ \left(-\frac{4}{3}\right) \cdot \frac{x}{2} + \left(-\frac{4}{3}\right) \cdot \frac{3}{4}y = \left(-\frac{4}{3}\right) \cdot 2 \end{array} \right. \Leftrightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x + y = 3 \\ -\frac{4}{6}x - \frac{12}{12}y = \left(-\frac{8}{3}\right) \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x + y = 3 \\ -\frac{2}{3}x - y = \left(-\frac{8}{3}\right) \end{array} \right.$$

6. Efectuamos a soma das duas equações

$$\begin{array}{r} \left\{ \begin{array}{l} x + y = 3 \\ -\frac{2}{3}x - y = \left(-\frac{8}{3}\right) \end{array} \right. \\ \hline \left(1 - \frac{2}{3}\right) \cdot x + 0 = 3 - \frac{8}{3} \end{array}$$

7. Resolva-se a equação resultante

$$\left(1 - \frac{2}{3}\right) \cdot x = 3 - \frac{8}{3}$$

$$\left(1_{(3)} - \frac{2}{3}\right) \cdot x = 3_{(3)} - \frac{8}{3}$$

$$\left(\frac{3}{3} - \frac{2}{3}\right) \cdot x = \frac{9}{3} - \frac{8}{3}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right) \cdot x = \frac{1}{3}$$

$$x = 1$$

Sol: (1:2)

Caro estudante, concluído o estudo do texto, resolva os seguintes exercícios e veja se percebeu a matéria tratada nesta lição.



ACTIVIDADES DE VERIFICAÇÃO

Verifique se compreendeu a matéria dada, resolvendo os exercícios:

1. Vamos agora resolver o sistema que se segue e verificar a solução.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 17 \\ 3x - 3y = 3 \end{cases}$$

Consulte a ficha de correção e veja se entendeu a matéria discutida nesta lição.



CHAVE DE CORRECÇÃO

Confira as suas respostas e passe ao estudo da lição seguintes se tiver acertado em todas as questões destas actividades.

1. a) Resolvendo o sistema:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 17 \\ 3x - 3y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} (+3) \\ (-2) \end{matrix} \begin{cases} 2x + 3y = 17 \\ 3x - 3y = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 6x + 9y = 51 \\ -6x + 6y = -6 \end{cases} \\ \hline 0 + 15y = 45 \\ 15y = 45 \\ y = \frac{45}{15} \\ y = 3$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 17 \\ 3x - 3y = 3 \end{cases} \\ \hline 5x + 0y = 20 \\ 5x = 20 \\ x = \frac{20}{5} \\ x = 4$$

Sol:(4:3)

b) Verificando a solução

$$\begin{cases} 2x + 3y = 17 \\ 3x - 3y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \cdot 4 + 3 \cdot 3 = 17 \\ 3 \cdot 4 - 3 \cdot 3 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8 + 9 = 17 \\ 12 - 9 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 17 = 17 \\ 3 = 3 \end{cases}$$

Muito bem caro estudante, se acertou em todas as questões destas actividades então passe ao estudo da lição nº 4. Caso não, reestude o texto e refaça todos os exercícios propostos nesta lição.

LIÇÃO Nº 4: RESOLUÇÃO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES PELO MISTO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS CONDUCENTES A SISTEMA DE EQUAÇÕES



INTRODUÇÃO

Caro estudante até aqui abordamos dois métodos para a resolução de sistemas de equações, o método de substituição e o método de adição ordenada. Usar apenas um destes métodos pode ser trabalhoso e demorado por isso vamos na presente lição estudar um novo método de resolução de sistemas de duas equações do primeiro grau, **o método misto**.



OBJECTIVOS DA AULA

No fim do estudo desta lição o caro estudante você deve ser capaz de:

- ✓ Resolver sistemas de equações pelo método misto.
- ✓ Resolver problemas conducentes a sistemas de equações



Para a melhor compreensão desta lição necessitamos estudar 90 minutos.

Vamos a partir de já dar início a nossa aula.

Falamos anteriormente que a resolução de um sistema de equações recorrendo ao método de substituição ou ao método de adição ordenada é geralmente demorada e trabalhosa. Mas é possível combina-los de modo a simplificar a resolução de um sistema de duas equações com duas incógnitas qualquer. A

combinação destes dois métodos nos leva a um outro método de resolução chamado método misto.

Método misto

O método misto consiste em aplicar numa primeira fase o método de adição ordenada para encontrar uma das variáveis e de seguida recorrer ao método de substituição para encontrar a outra variável.

Resolvamos o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} 4x + 2y = 10 \\ 2x = 4y \end{cases}$$

1. Utilizar o método de adição de ordenada para encontrar uma das variáveis.

✓ Podemos neste caso eliminar a variável x .

$$\begin{cases} 4x - 10 = -2y \\ 2x = 4y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 2y = 10 \\ 2x - 4y = 0 \end{cases}$$

$$(-2) \begin{cases} 4x + 2y = 10 \\ 2x - 4y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 2y = 10 \\ -4x + 8y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} \begin{cases} 4x + 2y = 10 \\ -4x + 8y = 0 \end{cases} \\ \hline 0x + 10y = 10 \\ 10y = 10 \\ y = \frac{10}{10} \\ y = 1 \end{array}$$

2. Substituí a variável encontrada numa das equações a nossa escolha.

✓ Vamos substituir o y na segunda equação.

$$\begin{cases} 4x + 2y = 10 \\ 2x = 4y \end{cases}$$

$$2x = 4 \cdot 1$$

$$2x = 4$$

$$x = \frac{4}{2}$$

$$x = 2$$

Sol: (2:1)

Vamos agora resolver o sistema abaixo para que não fiquem duvidas.

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 4x + 7y = 10 \end{cases}$$

1. Utilizar o método de adição de ordenada para encontrar uma das variáveis.

✓ Podemos neste caso eliminar a variável x.

$$(-4) \begin{cases} x + y = 1 \\ 4x + 7y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4x - 4y = -4 \\ 4x + 7y = 10 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \begin{cases} -4x - 4y = -4 \\ 4x + 7y = 10 \end{cases} \\ \hline 0 + 3y = 6 \end{array}$$

$$3y = 6$$

$$y = \frac{6}{3}$$

$$y = 2$$

2. Substituí a variável encontrada numa das equações a nossa escolha.

✓ Vamos substituir o y na segunda equação.

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 4x + 7y = 10 \end{cases}$$

$$x + 2 = 1$$

$$x = 1 - 2$$

$$x = -1$$

Sol: (-1:2)

Problemas conducentes a sistemas de equações

No nosso dia-a-dia nos deparamos com varias situações e problemas, os quais são solucionáveis recorrendo a sistemas de equações. Vejamos abaixo alguns exemplos.

1. Na montra de uma confeitaria está escrito pague 110Mt e leve 3bombons e 2 rebuçados ou pague 60Mt e leve 1 bombom e 3 rebuçados.

Quanto custa cada bombom? E cada rebuçado?

2. No fim de um dia, havia no caixa de uma loja 50Mt em moedas de 1MT e de 50 centavos. O dobro das moedas de 50 centavos era igual ao quádruplo da quantidade de moedas de 1M. Quantas moedas haviam de cada valor?

Como podemos solucionar estes problemas?

Vamos agora ao passo-a-passo da resolução deste tipo de problemas.

- i. Devemos antes de mais nada ler, entender de modo que saibamos o que nos da o problema como dados e o que ele nos pede o problema.

- ii. Devemos equacionar o problema, isto é, transformar o problema num sistema de equações.
- iii. Resolver o sistema de equações recorrendo a qualquer um dos métodos abordados.
- iv. Extrair a solução.
- v. Responder o problema.

Vamos agora resolver o problema número 1.

i. Pedido:

Nos é pedido o custo do bombom e do rebuçado.

Dados:

$$3 \text{ bombons} + 2 \text{ rebuçados} = 110\text{Mt} \text{ e } 1 \text{ bombom} + 3 \text{ rebuçados} = 60\text{Mt}$$

ii. Equacionando teremos:

$$\begin{cases} 3 \text{ bombons} + 2 \text{ rebuçados} = 110\text{Mt} \\ 1 \text{ bombom} + 3 \text{ rebuçados} = 60\text{Mt} \end{cases}$$

Seja “x” o custo do bombom e “y” o custo do rebuçado.

$$\begin{cases} 3x + 2y = 110 \\ 1x + 3y = 60 \end{cases}$$

iii. $(-3) \begin{cases} 3x + 2y = 110 \\ 1x + 3y = 60 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 110 \\ -3x - 9y = -180 \end{cases}$$

$$\frac{-7y = -70}{y = \frac{70}{7}}$$

$$y = 10$$

$$x + 3y = 60$$

$$x + 3 \cdot 10 = 60$$

$$x = 60 - 30$$

$$x = 30$$

iv. Sol: (30:10)

v. **Resposta:**

Cada bombom custa 30Mt e cada rebuçado custa 10Mt.

Caro estudante, terminado o estudo do texto sobre a representação gráfica da proporcionalidade directa, realize as actividades de verificação.



ACTIVIDADES DE VERIFICAÇÃO

Amigo estudante, resolva os exercícios das actividades de verificação e veja se entendeu a matéria discutida nesta lição

1. Resolva os sistemas abaixo e verifique as soluções encontradas.

$$\text{a)} \begin{cases} 3x + y = 13 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$$

$$\text{b)} \begin{cases} 2x + y = 4 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$$

2. No fim de um dia, havia no caixa de uma loja 50Mt em moedas de 1MT e de 50 centavos. O dobro das moedas de 50 centavos era igual ao quádruplo da quantidade de moedas de 1M. Quantas moedas haviam de cada valor?

Caro aluno, já terminou a resolução dos exercícios das actividades de verificação? Se a resposta é sim, então confira as suas respostas na chave.



CHAVE DE CORRECÇÃO

Agora veja se você acertou em todas as questões das actividades de verificação, comparando as suas respostas com as que se apresentam a seguir.

$$1. \text{ a) } \begin{cases} 3x + y = 13 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$$

$$(-3) \begin{cases} 3x + y = 13 \\ x - 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + y = 13 \\ -3x + 6y = -6 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \begin{cases} 3x + y = 13 \\ -3x + 6y = -6 \end{cases} \\ \hline 0 + 7y = 7 \end{array}$$

$$7y = 7$$

$$y = \frac{7}{7}$$

$$y = 1$$

$$x - 2y = 2$$

$$x - 2 \cdot 1 = 2$$

$$x - 2 = 2$$

$$x = 2 + 2$$

$$x = 4$$

sol:(4:1)

$$\text{b) } \begin{cases} 2x + y = 4 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$$

$$5x + 0 = 5$$

$$5x = 5$$

$$x = \frac{5}{5}$$

$$x = 1$$

$$2x + y = 4$$

$$2 \cdot 1 + y = 4$$

$$2 + y = 4$$

$$y = 4 - 2$$

$$y = 2$$

sol: (1:2)

2. Quantas moedas de 1Mt estavam na caixa? Quantas moedas de 50 centavos estavam na caixa?

$$\begin{cases} \text{Valor em moedas de 1Mt} + \text{Valor em moedas de 50centavos} = 50\text{Mt} \\ 4(\text{moedas de 1Mt}) = 2(\text{moedas de 50 centavos}) \end{cases}$$

Seja “x” o numero de moedas de um metical e “y” o numero de moedas de 50centavos:

$$\begin{cases} 1x + 0.5y = 50 \\ 4x = 2y \end{cases} \Leftrightarrow (4) \begin{cases} 1x + 0.5y = 50 \\ 4x - 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 2y = 200 \\ 4x - 2y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + 2y = 200 \\ 4x - 2y = 0 \end{cases}$$

$$8x = 200$$

$$x = \frac{200}{8}$$

$$x = 25$$

$$4x = 2y$$

$$4 \cdot (25) = 2y$$

$$2y = 100$$

$$y = \frac{100}{2}$$

$$y = 50$$

Resposta: Havia na caixa 25 moedas de 1Mt e 50 moedas de 50centavos.

Muito bem estimado estudante, se terminou com sucesso a resolução dos exercícios desta secção então passe ao estudo da lição seguinte. Caso não, reestude o texto e refaça as actividades desta lição.

LIÇÃO Nº 5: RESOLUÇÃO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES PELO MÉTODO GRÁFICO



INTRODUÇÃO

Caro estudante ate agora abordamos apenas métodos analíticos para a resolução de sistemas de equações. Vamos na presente lição abordar o estudo do método gráfico para resolução de sistemas de equações.



OBJECTIVOS DA LIÇÃO

Ao terminar o estudo desta lição você deverá ser capaz de:

- Representar graficamente uma função dada na forma analítica
- Resolver sistemas de duas equações com duas incógnitas pelo método gráfico.



Para a melhor compreensão desta lição necessitamos estudar 60 minutos.

Antes de mais vamos fazer uma pequena revisão sobre o estudo de funções do primeiro grau. Resolva os exercícios que se seguem:



EXERCÍCIOS DE REVISÃO

1. Represente no sistema cartesiano ortogonal (SCO) os seguintes pontos:

A:(1:-3)

B:(3:0)

C (2:2)

2. Represente graficamente a seguinte função $y=3x-2$

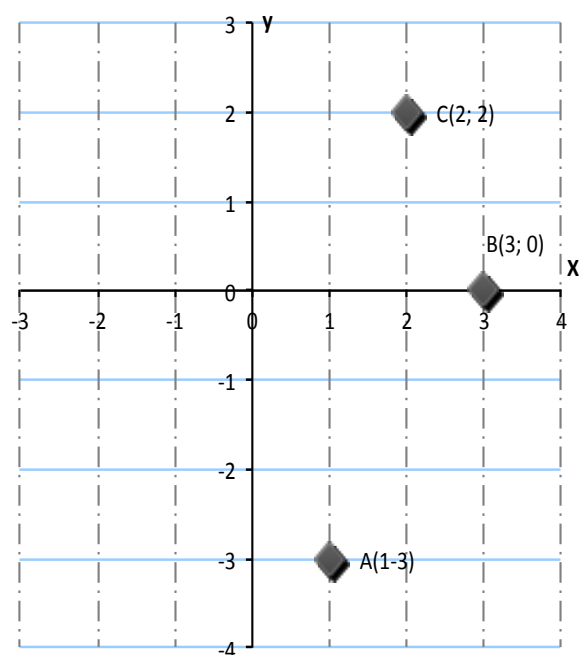
Caro aluno, já terminou a resolução dos exercícios das actividades de verificação? Se a resposta é sim, então confira as suas respostas na chave.



CHAVE DE CORRECÇÃO

Agora veja se você acertou em todas as questões das actividades de verificação, comparando as suas respostas com as que se apresentam a seguir.

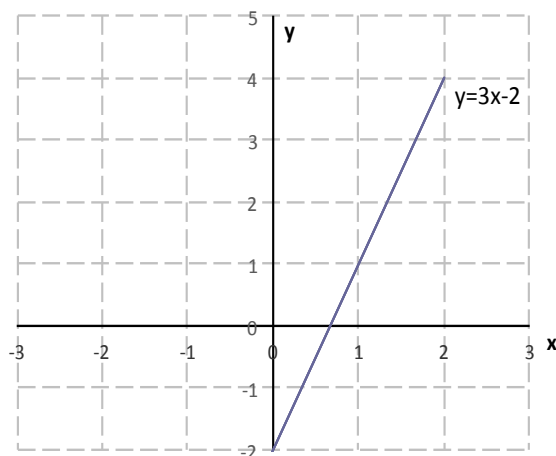
1.a)



Lembre-se que uma função linear é uma recta, então basta apenas encontrar dois de seus pontos para poder representá-la.

$$y = 3x - 2$$

X	y
0	$y = 3 \cdot (0) - 2$ $y = 0 - 2$
2	$y = 3 \cdot (2) - 2$ $y = 4$



Se assim resolveu então podemos dar início ao estudo do método gráfico na resolução de sistemas de equações.

O método gráfico

O amigo estudante deve já ter notado que os sistemas por nós estudados levam duas equações e duas incógnitas. Cada uma das equações pode ser representada no sistema cartesiano ortogonal (SCO) na forma de uma recta. O método gráfico consiste em representar no mesmo sistema cartesiano ortogonal as duas equações. A solução do sistema será o ponto de intersecção das rectas.

Para melhor perceber vamos resolver o sistema que se segue:

$$\begin{cases} 4x + 2y = 10 \\ 2x = 4y \end{cases}$$

Vamos numa primeira fase isolar em ambas equações a variável y

$$\begin{cases} 4x + 2y = 10 \\ 2x = 4y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y = 10 - 4x \\ 4y = 2x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{10 - 4x}{2} \\ y = \frac{2x}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 - 2x \\ y = \frac{1}{2}x \end{cases}$$

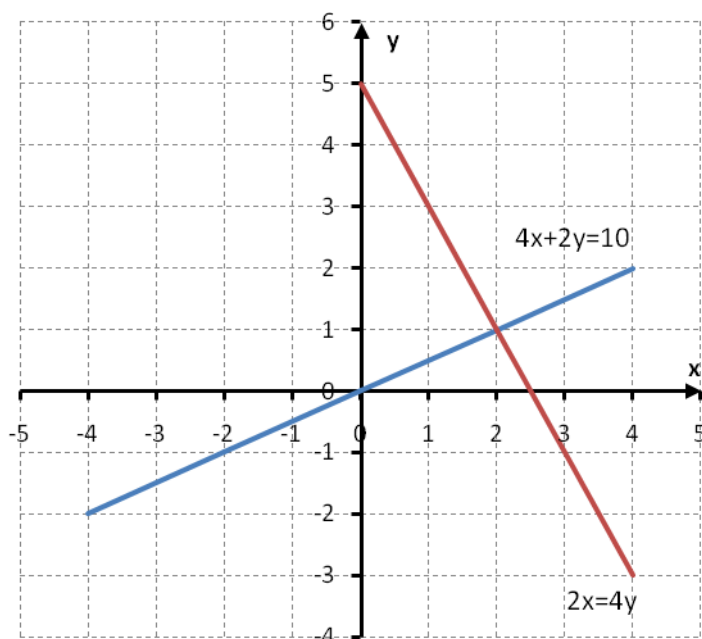
$$y = 5 - 2x$$

X	y
0	$y = 5 - 2 \cdot (0)$ $y = 5$
3	$y = 5 - 2 \cdot (3)$ $y = -1$

$$y = \frac{1}{2}x$$

X	y
0	$y = \frac{1}{2} \cdot (0)$ $y = 0$
3	$y = \frac{1}{2} \cdot (3)$ $y = \frac{3}{2}$

Representemos agora os dois gráficos no mesmo SCO:



O ponto onde as rectas se intersectam tem as coordenadas (2:1), esta é a solução do sistema dado.

Sol: (2:1)

Caro estudante, terminado o estudo do texto sobre a representação gráfica da proporcionalidade directa, realize as actividades de verificação.



ACTIVIDADES DE VERIFICAÇÃO

Amigo estudante, resolva os exercícios das actividades de verificação e veja se entendeu a matéria discutida nesta lição

1. Resolva os sistemas abaixo pelo método gráfico.

a)
$$\begin{cases} x + 2y = 6 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x - y = -2 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$$

Caro aluno, já terminou a resolução dos exercícios das actividades de verificação? Se a resposta é sim, então confira as suas respostas na chave.



CHAVE DE CORRECÇÃO

Agora veja se você acertou em todas as questões das actividades de verificação, comparando as suas respostas com as que se apresentam a seguir.

$$a) \begin{cases} x + 2y = 6 \\ 2x - y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y = 6 - x \\ -y = 2 - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{6-x}{2} \\ y = 2x - 2 \end{cases}$$

$$y = \frac{6-x}{2}$$

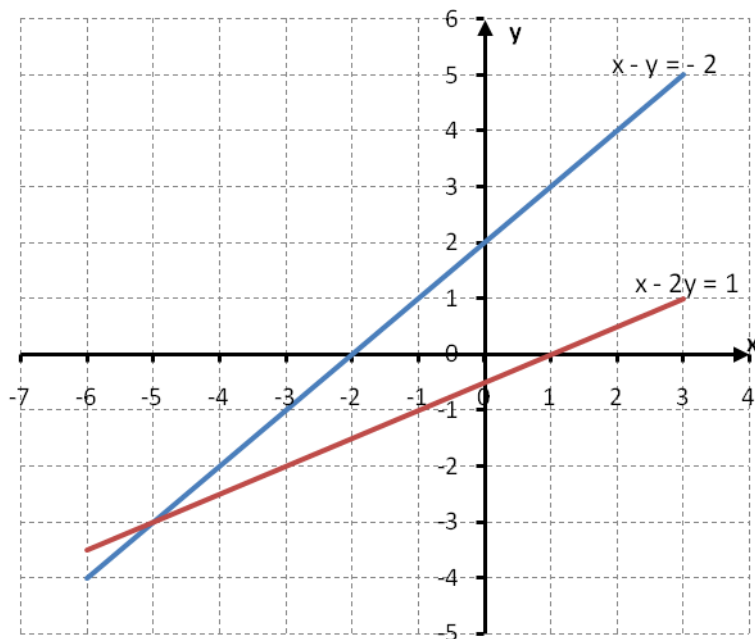
X	y
0	$y = \frac{6-0}{2}$ $y = 3$
3	$y = \frac{3}{2}$

$$y = 2x - 2$$

X	Y
0	$y = 2 \cdot (0) - 2$ $y = -2$
3	$y = 2 \cdot (3) - 2$ $y = 4$

Sol: (2:2)

$$b) \begin{cases} x - y = -2 \\ x - 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 2 \\ y = \frac{x-1}{2} \end{cases}$$



Muito bem estimado estudante, se terminou com sucesso a resolução dos exercícios desta secção então passe ao estudo da lição seguinte. Caso não, reestude o texto e refaça as actividades desta lição.

LIÇÃO Nº 6: CLASSIFICAÇÃO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES



INTRODUÇÃO

Caro estudante, terminado o estudo da resolução dos sistemas de duas equações com duas incógnitas, agora vamos classificá-los em função da natureza da sua solução.



OBJECTIVOS DA AULA

No fim do estudo desta lição o caro estudante você deve ser capaz de:

- Resolver sistemas de duas equações com duas incógnitas.
- Classificar os sistemas de equações



Para a melhor compreensão desta lição precisamos estudar 60 minutos.

Vamos a partir de já dar início a presente aula.

Os Sistemas de duas equações com duas incógnitas podem ser divididos em dois grandes grupos, os possíveis e os impossíveis. Os possíveis o podem ser determinados ou indeterminados.

Sistemas possíveis determinados.

Estes sistemas apresentam apenas um par de soluções, graficamente existe apenas um ponto de intersecção ou seja estes sistemas são representados por rectas concorrentes.

Resolvamos o sistema que se segue: $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$
$$\hline 3x = 3$$

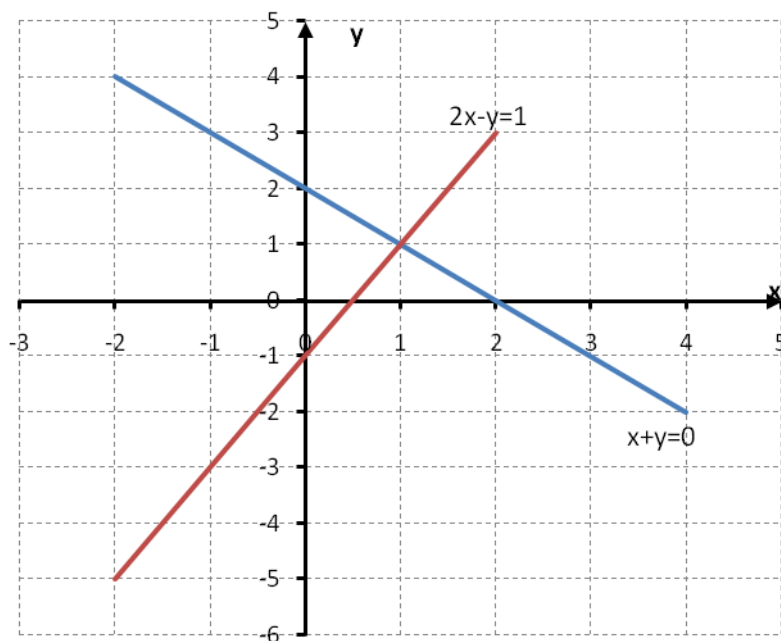
$$x = 1$$

$$x + y = 2$$

$$1 + y = 2$$

$$y = 2 - 1$$

$$y = 1$$

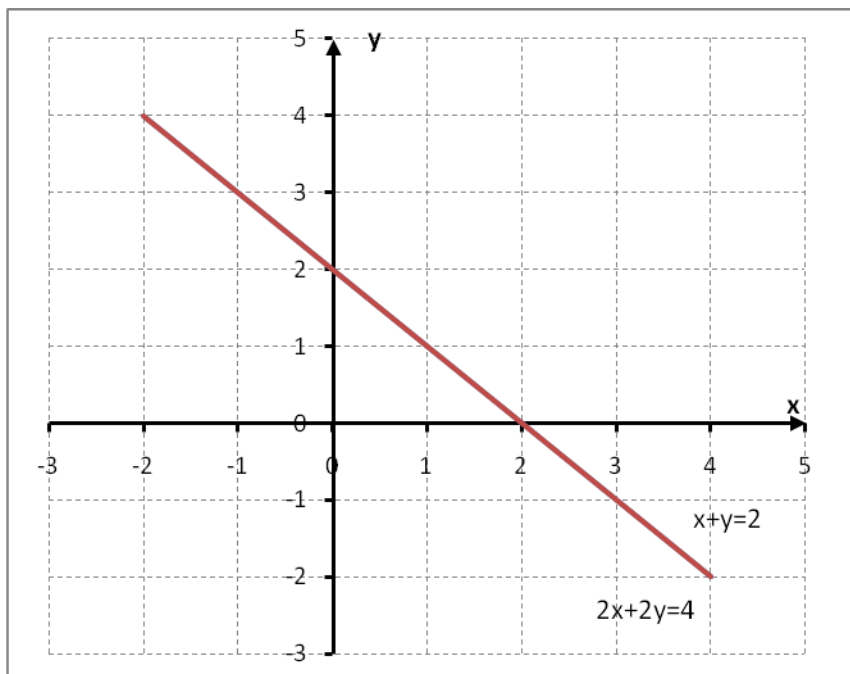


1. Sistemas possíveis indeterminados.

Estes sistemas apresentam uma infinidade de pares de soluções, graficamente temos duas rectas a coincidir.

$$a) \begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow (-2) \begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + 2y = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\begin{cases} -2x - 2y = -4 \\ 2x + 2y = 4 \end{cases}}{0 = 0}$$

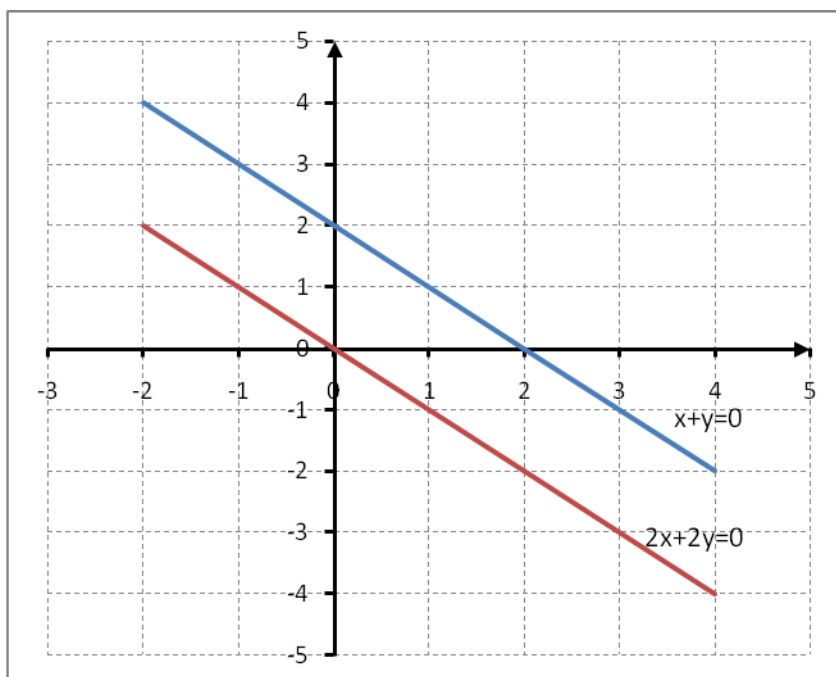


Sistemas impossíveis

Estes sistemas são caracterizados por não possuir nenhum par de soluções, graficamente é representado por rectas paralelas.

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow (-2) \begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + 2y = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\begin{cases} -2x - 2y = -4 \\ 2x + 2y = 0 \end{cases}}{0 = -4}$$



Caro estudante, terminado o estudo do texto sobre a representação gráfica da proporcionalidade directa, realize as actividades de verificação.



ACTIVIDADES DE VERIFICAÇÃO

Amigo estudante, resolva os exercícios das actividades de verificação e veja se entendeu a matéria discutida nesta lição

1. Resolva analiticamente e classifique os sistemas que se seguem:

a)
$$\begin{cases} 5x - 3y = 15 \\ 2x + 3y = 6 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2x - 3y = 2 \\ x - \frac{3}{2}y = 2 \end{cases}$$

2. Resolva graficamente e classifique o sistema:

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 2x + 3y = 6 \end{cases}$$

Caro aluno, já terminou a resolução dos exercícios das actividades de verificação? Se a resposta é sim, então confira as suas respostas na chave.



CHAVE DE CORRECÇÃO

Agora veja se você acertou em todas as questões das actividades de verificação, comparando as suas respostas com as que se apresentam a seguir.

$$1. a) \begin{cases} 5x - 3y = 15 \\ 2x + 3y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x - 3y = 15 \\ 2x + 3y = 6 \end{cases}$$

$$7x = 21$$

$$x = 3$$

$$2x + 3y = 6$$

$$2 \cdot (3) + 3y = 6$$

$$6 + 3y = 6$$

$$3y = 6 - 6$$

$$y = 0$$

Sol: (3:0)

Estamos diante de um sistema possível determinado.

$$b) \begin{cases} 2x - 3y = 2 \\ x - \frac{3}{2}y = 2 \end{cases}$$

$$(-2) \begin{cases} 2x - 3y = 2 \\ x - \frac{3}{2}y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 2 \\ -2x + 3y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 2 \\ -2x + 3y = -2 \end{cases}$$

$$0 = 0$$

Estamos diante de um sistema possível indeterminado.

$$2. \begin{cases} 2x - y = 4 \\ 4x - 2y = 0 \end{cases}$$

$$2x - y = 2$$

$$y = 2x - 2$$

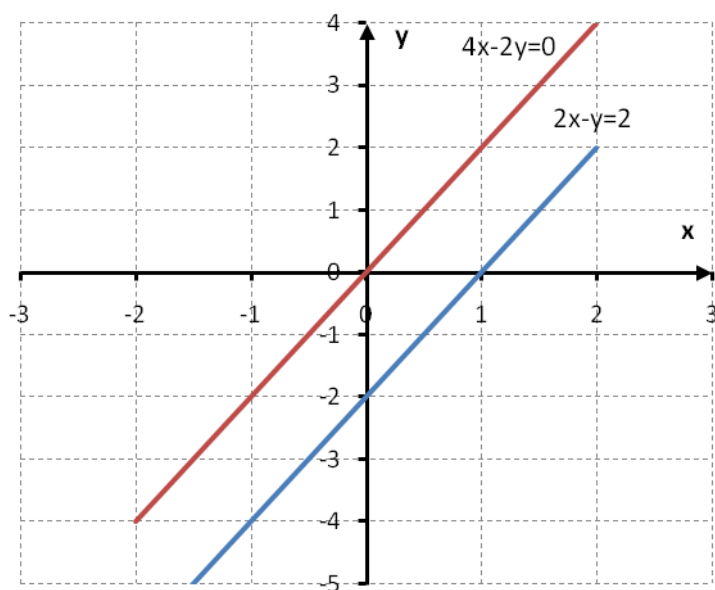
X	Y
-2	-6
2	2

$$4x - 2y = 2$$

$$y = 2x$$

X	Y
-2	-4
2	4

Temos aqui um sistema impossível



Muito bem estimado estudante, se terminou com sucesso a resolução dos exercícios desta secção então passe ao teste do fim de unidade. Caso não, reestude o texto e refaça as actividades desta lição.



TESTE DO FIM DA UNIDADE

Parabéns, caro estudante! Você terminou com sucesso o estudo da primeira unidade do 2º módulo auto instrucional de matemática. Agora resolva os exercícios de teste de fim da unidade. Boa sorte!

1. Marque com x os pares que são solução da equação seguinte

$$3x + 2y = 16$$

- a) (2:5) _____
- b) (4:2) _____
- c) (5:2) _____
- d) (3:3.5) _____

2. Considere a equação $2x + \frac{y}{2} = 1$

- a) Resolva a equação e ordene a y.
- b) Complete a tabela que segue:

X	-1	0	$\frac{1}{2}$	1
Y				

3. Considere as equações

- i) $a - 3b = 13$
- ii) $2a + b = 2$

- a) Prove que o par ordenado (-1:4) é solução das duas equações.
- b) Encontre uma solução da primeira que não seja da segunda.

4. Escreva os seguintes sistemas na forma canônica.

a)
$$\begin{cases} \frac{3x}{y} = 1 \\ \frac{2}{x} = \frac{5}{y-1} \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2(x-2) + 3y = -7 \\ 3x - 2(y-4) = -4 \end{cases}$$

5. Resolva os seguintes sistemas pelo método de substituição e verifique as soluções encontradas.

a) $\begin{cases} 4x + y = 0 \\ 6x - 3y = 36 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x - y = 12 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 6 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 4x - 3y = 5 \\ 3x + y = 7 \end{cases}$

6. Resolva pelo método de adição ordenada os sistemas seguintes e verifique as soluções.

a) $\begin{cases} 3x + y = 3 \\ 3x + 4y = 30 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 6a - 5b = 15 \\ -7a + 16b = 13 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 4x + y = 0 \\ 6x - 3y = 36 \end{cases}$

7. Resolva pelo método misto os sistemas seguintes e verifique as soluções.

a) $\begin{cases} 7x - 3y = -5 \\ 4x - 5y = 7 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x + 2y = 40 \\ x - 3y = -5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x - y = 12 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 6 \end{cases}$

8. A festa estava animada! Meus amigos vieram e trouxeram os cachorros da vizinhança. Éramos 37 entre amigos e cachorros, num total de 118 pés. Quantos amigos eram? Quantos cachorros estiveram na festa?

9. Meu irmão é cinco anos mais velho do que eu. O triplo da minha idade somado ao dobro da idade dele dá 100 anos. Quais são nossas idades?

10. Numa cantina, 2 copos de sumo e 3 fatias de bolo custam 57Mt. O preço de 3 copos de sumo e 5 fatias de bolo 93Mt. Quais os preços de cada fatia de bolo e cada copo de sumo?

11. Em uma garagem há automóveis e motocicletas. Contando, existem 17 veículos e 58 rodas. Qual o número de cada tipo de veículo?

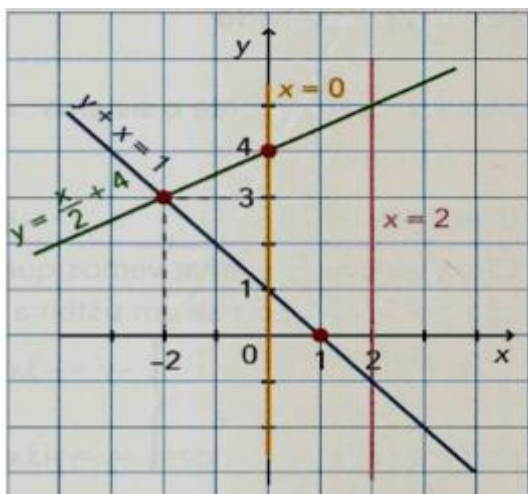
12. Resolva graficamente cada um dos exercícios que se seguem.

a) $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x + y = 13 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$

13. Resolva e classifique cada um dos sistemas que se seguem.

a) $\begin{cases} x + 3y = -\frac{1}{2} \\ y = \frac{23}{6} - \frac{x}{3} \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x + 2y = 20 \end{cases}$ c) $\begin{cases} y = 2x + 3 \\ y = -x + 5 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2x - y = 2 \\ y - x = 1 \end{cases}$

14. Observe a figura abaixo e diga se são verdadeiras ou falsas as proposições que se seguem.



a) O sistema é possível $\begin{cases} x + y = 1 \\ y = \frac{x}{2} + 4 \end{cases}$


determinado.

b) O sistema formado pelas equações das rectas $x=2$ e $x=0$ é indeterminado.

c) O ponto $(2; -1)$ é a solução do sistema $\begin{cases} x = 2 \\ y + x = 1 \end{cases}$

d) O ponto $(3; 2)$ é a solução do sistema $\begin{cases} x + y = 1 \\ y = \frac{x}{2} + 4 \end{cases}$

15. Dado problema:



A diferença das idades de dois irmãos é 10. A idade do mais velho é igual ao dobro da idade que o mais novo terá daqui a 10 anos.

- a) Escreve um sistema de equações que traduza algebricamente o problema;
- b) Resolve o sistema e classifica-o;
- c) Quais as idades dos dois irmãos?

Ora bem, caro estudante, terminada a resolução do teste do fim da unidade; confira as suas respostas na chave de correcção que segue.



CHAVE DE CORRECÇÃO

Confira as suas respostas nesta chave e veja se compreendeu a matéria tratada nesta unidade temática. Vamos a isso!

1. a) X b) X c) d) X

2. a) $y = 2 - 4x$

b)

X	-1	0	$\frac{1}{2}$	1
Y	6	2	0	-2

3. b) Fazendo $b=0$ teremos $a=13$ sol: (13:0)

4. a) $\begin{cases} 3x - y = 0 \\ 5x - 2y = -2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + 3y = -3 \\ 3x - 2y = -12 \end{cases}$

5. a) (2:-8) b) (9:6) c) (2:1)

6. a) (-2:9) b) (5:3) c) (2:8)

7. a) (-2:3) b) (10:5) c) (9:6)

8. Éramos 15 amigos e 22 cachorros.

9. 18 e 23 anos respectivamente.

10. A fatia de bolo custa 15Mt e a fatia de o copo de sumo custa 6Mt

11. São 12 automóveis e 5 motocicletas.

12. 1a) (2:1) b) (1:2) c) (4:1)

- 13.

- a) Sistema impossível
- b) Sistema possível indeterminado
- c) Sistema possível determinado com solução (13/3:2/3)
- d) Sistema possível determinado com solução (3:4)

14. a) V b) F c) V d) F

15. a) $\begin{cases} x - y = 10 \\ x = 2(y + 10) \end{cases}$

- b) Sistema possível determinado (0:-10)
- c) O problema é impossível, pois é impossível alguém ter idade negativa.

Ora viva, caro estudante! Se terminou com sucesso o estudo desta unidade, então passe ao estudo da unidade seguinte. Caso não, estude novamente todas as lições e refaça todas as actividades desta unidade com a ajuda dos seus colegas ou consultando o seu tutor.

3 UNIDADE TEMÁTICA V: CÍRCULO E CIRCUNFERÊNCIA

Após a discussão sobre os sistemas de duas equações com duas incógnitas, continuemos o estudo deste módulo tratando o círculo e a circunferência. Nesta seção de estudo teremos os seguintes assuntos de destaque:

- Conceito de círculo e circunferência
- Ângulo central e circunscrito
- Cálculo de áreas do círculo, sector circular e coroa circular e perímetro da Circunferência



OBJECTIVOS OPERACIONAIS

Ao terminar o seu estudo, você deverá ser capaz de:

- Conhecer o círculo e a circunferência bem como a sua diferença
- Identificar o raio, o diâmetro, o sector circular a coroa circular, a corda e semicircunferência;
- Conhecer e relacionar ângulo central e ângulo inscrito
- Determinar a área do círculo, do sector circular, da coroa circular e o perímetro da circunferência.

LIÇÃO Nº 1: CÍRCULO E CIRCUNFERÊNCIA



INTRODUÇÃO

Caro estudante seja bem-vindo a primeira lição da presente unidade. Falamos diariamente do círculo e da circunferência, será que sabemos de facto o que é o círculo? Sabemos o que é a circunferência? Sabemos diferenciar um do outro? Vamos na presente lição abordar estes dois conceitos e não só.



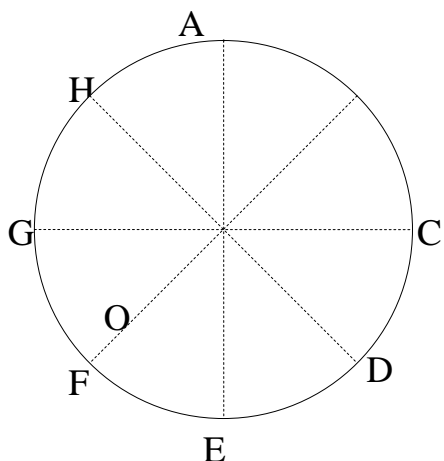
OBJECTIVOS DA LIÇÃO

No fim do estudo desta lição o caro estudante você deve ser capaz de:

- ✓ Definir os conceitos de circunferência e círculo.
- ✓ Identificar o centro da circunferência, o raio, a corda e o diâmetro.
- ✓ Identificar recta secante, recta tangente e recta exterior.
- ✓ Representar a secante, a recta tangente e a recta exterior numa circunferência



Para a melhor compreensão desta lição necessitamos estudar 60 minutos.



Caro estande sem mais demora vamos dar inicio a nossa aula:

Circunferência

Vejamos as figuras a baixo:

O ponto O está ligado por segmentos de recta, aos pontos A, B, C, D, E, F, G e H. Todos esses pontos estão a uma mesma distância do ponto O. Esse conjunto de pontos que estão a uma mesma distância do ponto O, formam uma circunferência.

Definição:

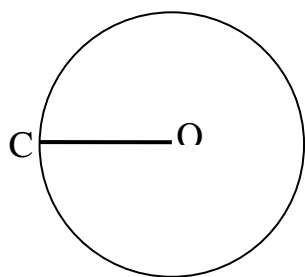
A circunferência é o conjunto dos pontos de um plano que estão a uma mesma distância (denominada raio) de um ponto do plano (chamado centro).

Neste caso circunferência será a linha curva fechada que contém os pontos A, B, C, D, E, F, G e H. o centro da circunferência será o ponto O.

Centro da circunferência:

Diz-se que o ponto A é centro da circunferência γ se todos os pontos da mesma circunferência γ são equidistantes do ponto A.

O raio da circunferência:

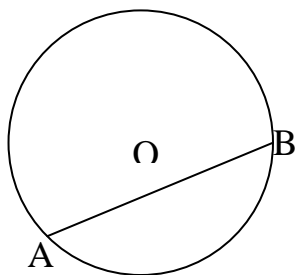


Ao segmento de recta que liga um dos pontos da circunferência ao centro da mesma, chamamos raio da circunferência.

Exemplo:

O segmento \overline{OC} é raio da circunferência ao lado.

A corda

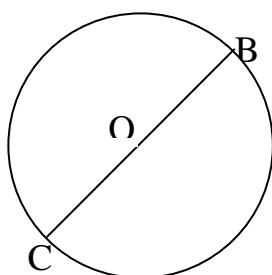


Ao segmento de recta que interliga dois pontos da circunferência chamamos corda.

Exemplo:

O segmento \overline{AB} da figura ao lado chamamos diâmetro porque tem as duas extremidades na circunferência.

O diâmetro



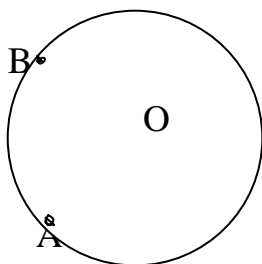
Ao segmento de recta que liga dois pontos da circunferência passando pelo centro da mesma chamamos diâmetro. Podemos ainda dizer que o diâmetro é a corda que passa pelo centro da circunferência.

Exemplo:

O segmento \overline{BC} da figura ao lado chamamos diâmetro porque passa do centro da circunferência e tem as duas extremidades na circunferência

Caro estudante é importante lembrar que o diâmetro é o dobro do raio.

$$D = 2 \cdot r$$



Arco de uma circunferência.

Seja dado a figura ao lado:

Escolhamos dois pontos arbitrários na linha da circunferência dada, por exemplo o ponto A e B. podemos facilmente ver que a circunferência fica dividida em duas linhas curvas:

- ✓ A linha que sai de A para B no sentido dos ponteiros do relógio (\widehat{AB})
- ✓ A linha que sai de B para A no sentido dos ponteiros do relógio (\widehat{BA})

As linhas \widehat{AB} e \widehat{BA} são ambas arcos da circunferência dada. O arco \widehat{AB} é menor que o arco \widehat{BA} (no sentido horário).

A designação \widehat{AB} indica o menor dos arcos compreendidos entre os pontos A e B.

Definição:

Arco é o menor comprimento entre dois pontos que pertencem à circunferência.

No caso em que os dois arcos da circunferência são iguais a circunferência fica dividida ao meio e chamamos a cada arco de semicircunferência.

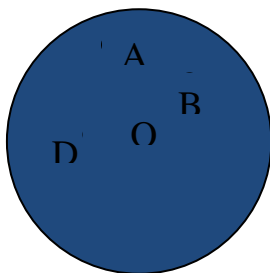
É importante lembrar que $\widehat{AB} \neq \overline{AB}$.

\widehat{AB} é um arco

\overline{AB} é um segmento de recta.

Círculo

Vejamos a figura ao lado.



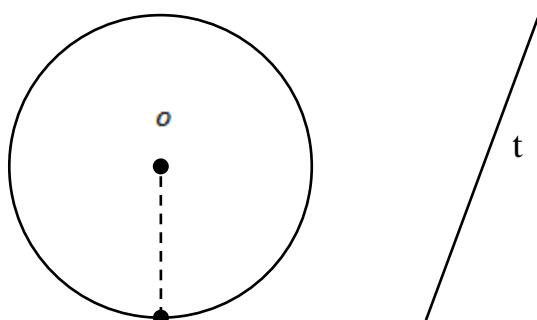
Os pontos A, B, D, e O, são pontos internos da circunferência, pois fazem parte da zona limitada pela circunferência. A esta zona interna que é limitada pela circunferência chamamos círculo.

Definição:

Círculo é conjunto de todos os pontos que estão no interior da circunferência, incluindo o centro.

Posição de uma recta em relação a uma circunferência:

Observemos a figura a baixo:

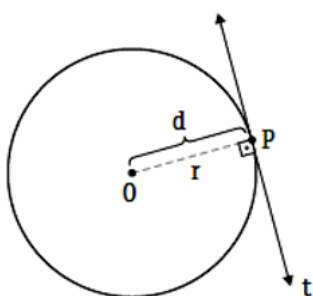


Temos nesta figura uma circunferência de centro O de raio r e uma recta t . Vamos a partir de agora classificar a recta em relação a circunferência.

Em relação a uma circunferência uma recta pode ser:

- ✓ Recta secante
- ✓ Recta tangente
- ✓ Recta exterior

Recta tangente a uma circunferência



Olhando para figura ao lado podemos ver uma recta designada recta “t” e uma circunferência de centro O e de raio r . A letra d representa a distância mínima entre a o centro da circunferência e a recta t .

A recta “t” toca na circunferência em apenas um ponto. A recta **t** é por isso designada recta tangente.

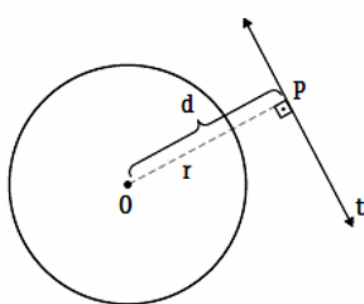
Definição:

Diz-se que uma recta “t” é tangente a circunferência de centro **O** se esta recta toca a circunferência em apenas um ponto.

- ✓ O ponto P é chamado ponto de tangencia. Isto porque a recta t intersecta a circunferência de centro **O** neste ponto.
- ✓ A distância do centro da circunferência ate a recta “t” é igual ao raio: $d = r$

O ponto P é chamado ponto de tangencia.

Recta externa a uma circunferência



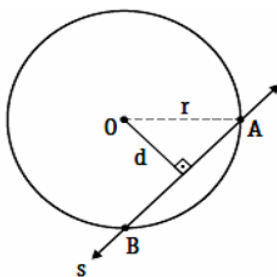
Observando a figura ao lado podemos concluir que a recta t não toca na circunferência de centro **O** em nenhum dos seus pontos. Por isso podemos chama-la recta externa

Definição:

Diz-se que uma recta “t” é externa a circunferência de centro **O** se esta recta não toca a circunferência em nenhum dos seus pontos.

- ✓ A distancia do centro da circunferência ate a recta “t” é maior que raio: $d < r$

Recta externa a uma circunferência



Observando a figura ao lado podemos concluir que a recta t toca a circunferência de centro **O** em dois pontos. Podemos então chama-la recta secante a circunferencia de centro **O**.

Definição:

Diz-se que uma recta “t” é secante a circunferência *de centro O* se esta recta toca a circunferência em dois pontos.

- ✓ Os pontos A e B são designados pontos de secância. Isto porque são os pontos da circunferência que intersectam a recta “t”.
- ✓ A distancia do centro da circunferência ate a recta “t” é menor que raio: $d > r$

Caro estudante, terminado o estudo do texto sobre a representação gráfica da proporcionalidade directa, realize as actividades de verificação.



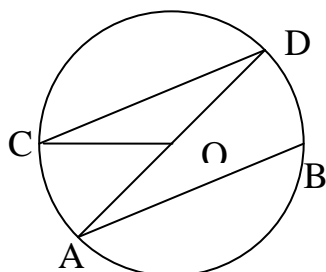
ACTIVIDADES DE VERIFICAÇÃO

Amigo estudante, resolva os exercícios das actividades de verificação e veja se entendeu a matéria discutida nesta lição

1 – Complete:

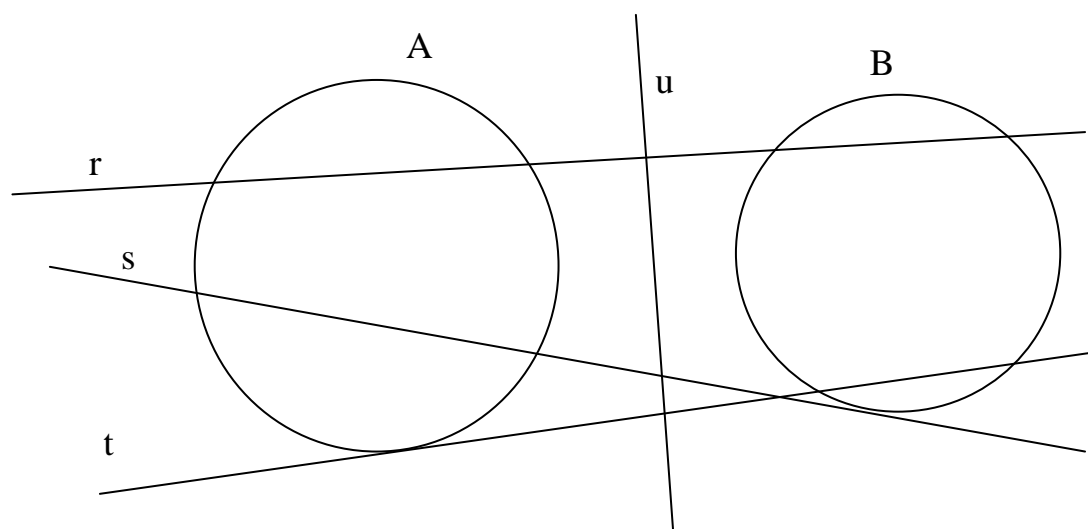
- a) O _____ é a maior corda de uma circunferência.
- b) _____ é um segmento de recta com extremidades em dois pontos da circunferência.
- c) _____ é uma corda que contém o centro da circunferência.

2 - Considerando o centro da circunferência e os segmentos assinalados na figura, indique os que são:



- a) Raios _____
- b) Cordas _____
- c) Diâmetros _____

3- Observe a figura que se segue e assinale as alternativas correctas



- a) A recta **r** é secante a circunferência A e externa a circunferência B ☐
- b) A recta **s** é secante a circunferência A e externa a circunferência B ☐
- c) A recta **u** é externa a circunferência B ☐
- d) A recta **t** é secante a circunferência B e externa a circunferência A ☐
- e) A recta **s** é tangente a circunferência A e tangente a circunferência B ☐
- f) A recta **u** é externa a circunferência A ☐

Caro aluno, já terminou a resolução dos exercícios das actividades de verificação? Se a resposta é sim, então confira as suas respostas na chave.



CHAVE DE CORRECÇÃO

Agora veja se você acertou em todas as questões das actividades de verificação, comparando as suas respostas com as que se apresentam a seguir.

1. a) Diâmetro b) Corda c) Diâmetro
2. a) \overline{OC} , \overline{OA} , \overline{OD} b) \overline{CD} , \overline{AD} , \overline{AB} c) \overline{AD}
3. a) () b) () c) (X) d) () e) () f) (X)

Muito bem estimado estudante, se terminou com sucesso a resolução dos exercícios desta secção então passe ao estudo da lição seguinte. Caso não, reestude o texto e refaça as actividades desta lição.

LIÇÃO Nº 2: ÂNGULO CENTRAL E ÂNGULO INSCRITO



INTRODUÇÃO

Caro estudante seja bem-vindo a segunda lição do estudo do círculo e da circunferência. Vamos na presente aula dar continuidade ao estudo da circunferência trabalhado sobre os conceitos de ângulo central e ângulo inscrito.



OBJECTIVOS DA AULA

No fim do estudo desta lição o caro estudante você deve ser capaz de:

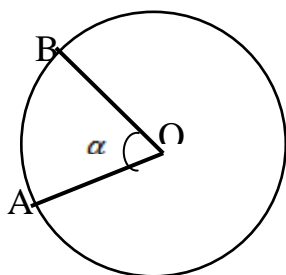
- ✓ Identificar o ângulo central.
- ✓ Identificar o ângulo inscrito.
- ✓ Relacionar ângulos centrais
- ✓ Relacionar ângulos inscritos



Para a melhor compreensão desta lição necessitas de estudar 60 minutos.

Sem muito demorar vamos a partir de agora dar início ao estudo do ângulo central e do ângulo inscrito:

Ângulo central



Na figura ao lado podemos observar o ângulo \widehat{AOB} que tem o seu vértice a coincidir com o centro da circunferência e cujos seus lados coincidem com a circunferência nos pontos A e B. Este ângulo chamamos de ângulo central.

Definição:

Ângulo central é o ângulo cujo vértice está no centro da circunferência e cujos seus lados intersectam a circunferência.

Medida do ângulo central:

O ângulo central é igual a corda correspondente

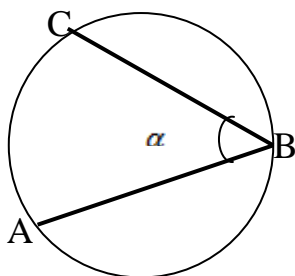
$$\alpha = m\widehat{AB}$$

Onde: $m\widehat{AB}$ é medida do menor arco $[AB]$

É importante saber que o ângulo α e o arco \widehat{AB} são ambos medidos em graus são iguais.

Ângulo circunscrito ou ângulo inscrito

Vejamos a figura ao lado:



O ângulo \widehat{ABC} tem o seu vértice na circunferência e os seus dois lados a intersectarem a circunferência dada nos pontos A e B, por isso o chamaremos de ângulo inscrito ou circunscrito.

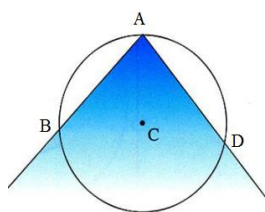
Definição:

Ângulo inscrito na circunferência é o ângulo cujo vértice está sobre um ponto da circunferência e cujos lados intersectam a circunferência em mais dois pontos.

Ângulo inscrito

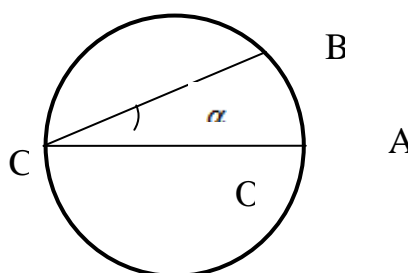
Chamamos ângulo inscrito a todo ângulo cujo seu vértice esteja sobre um ponto da circunferência e os respectivos lados interceptem a circunferência, cada um em um ponto.

Veamos a seguir alguns casos de ângulos inscritos:



1. Ângulo inscrito que abrange o centro

Este ângulo recebe este nome pois o centro da circunferência é abrangido pela zona que é limitada pelos lados do ângulo e a circunferência.

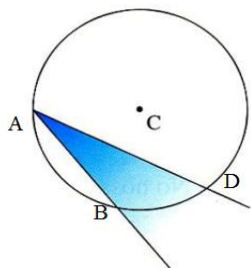


2. Ângulo Inscrito com o lado assente sobre o diâmetro:

Observemos a figura a esquerda:

A figura ao lado representa o ângulo inscrito sobre o diâmetro da circunferência e os seus respectivos lados os segmentos de recta \overline{AC} e \overline{BC} . O segmento \overline{AC} coincide com o diâmetro da circunferência

3. Ângulo inscrito que não abrange o centro



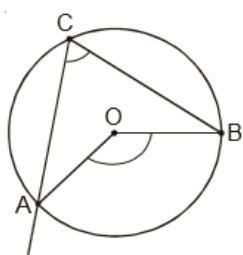
Estamos agora diante de uma situação em que o centro da circunferência é externo a zona limitada pelos lados do ângulo e a circunferência.

Relação entre ângulo inscrito e corda:

A relação ângulo inscrito e o arco correspondente a este ângulo é dada pela expressão seguinte:

$$\alpha = \frac{m\widehat{AB}}{2}$$

Onde: Vejamos o seguinte exemplo:



Dada a figura ao lado identifique o ângulo central, o ângulo inscrito e a corda que está relacionada a ambos ângulos.

Podemos facilmente observar que:

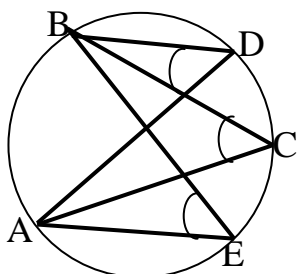
\widehat{AB} é arco da circunferência

O ângulo \widehat{AOB} é ângulo central

O ângulo \widehat{ACB} é um ângulo inscrito

Relação entre ângulos inscritos

Observemos a figura abaixo.



Podemos ver na figura ao lado o arco \widehat{AB} e também os ângulos inscritos $A\hat{C}B$, $A\hat{D}B$ e $A\hat{E}B$. Medindo cada um destes três ângulos podemos chegar a conclusão de que são congruentes isto é tem a mesma amplitude., isto acontece porque estão relacionados a um mesmo arco (\widehat{AB})

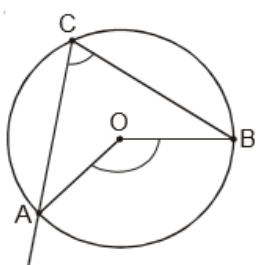
Teorema:

Todos ângulos inscritos numa circunferência relacionados a mesma corda são iguais.

Na figura ao lado $A\hat{C}B = A\hat{D}B = A\hat{E}B$

Relação entre ângulo central e ângulo inscrito

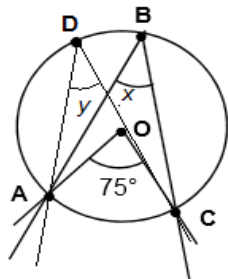
Vejamos a figura ao lado:



O ângulo $A\hat{C}B$ é um ângulo inscrito e o ângulo $A\hat{O}B$ é um ângulo central. Facilmente conseguimos ver que o ângulo central $A\hat{O}B$ é maior que o ângulo inscrito $A\hat{C}B$. Para ser mais precisos o ângulo central $A\hat{O}B$ é duas vezes maior que o ângulo inscrito $A\hat{C}B$.

Teorema:

O ângulo central relacionado a uma corda é duas vezes maior que o ângulo inscrito relacionado ao mesmo ângulo.



O ângulo \widehat{ACB} e o ângulo \widehat{AOB} estão ambos relacionados com a corda \widehat{AB} .

$$2 \cdot \widehat{ACB} = \widehat{AOB}$$

Vejamos o seguinte exemplo:

Dada figura ao lado determine:

- a) Valor de x
- b) Valor de y .

Observando a figura podemos facilmente ver que os ângulos \widehat{ABC} e \widehat{ADC} são inscritos e o ângulo \widehat{AOC} é um ângulo central.

Dados:

$$\widehat{ABC} = x$$

$$\widehat{ADC} = y$$

$$\widehat{AOC} = 75^\circ$$

Formula/ resolução

$$a) \widehat{AOC} = 2 \cdot \widehat{ABC}$$

$$\widehat{ABC} = \frac{\widehat{AOC}}{2}$$

$$x = \frac{75^\circ}{2}$$

$$x = 37,5^\circ$$

$$b) \widehat{AOC} = \widehat{ADC}$$

$$x = y$$

$$y = 37,5^\circ$$

Caro estudante, terminado o estudo do texto sobre a representação gráfica da proporcionalidade directa, realize as actividades de verificação.



ACTIVIDADES DE VERIFICAÇÃO

Amigo estudante, resolva os exercícios das actividades de verificação e veja se entendeu a matéria discutida nesta lição

1. Assinale com **x** as afirmações verdadeiras.

a) O ângulo central tem o seu vértice no centro da circunferência. ☐

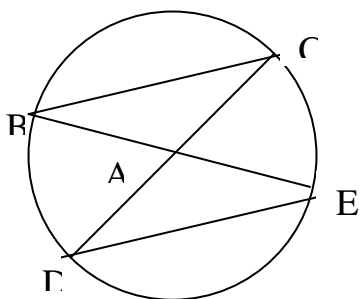
b) O ângulo central mede o dobro do arco correspondente. ☐

c) O ângulo inscrito é caracterizado por que tem o vértice no interior da circunferência. ☐

d) O ângulo inscrito é igual ao arco correspondente. ☐

e) Se um ângulo inscrito e um ângulo central estão ligados ou correspondem ao mesmo arco então estes são iguais. ☐

2. Assinale com **X** as afirmações verdadeiras



a) O ângulo $\angle BAC$ é inscrito ☐

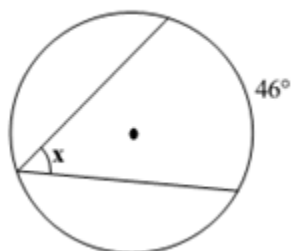
b) O ângulo $\angle BED$ é inscrito ☐

c) O ângulo $\angle BCD$ é central ☐

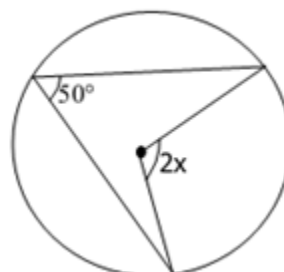
d) O ângulo $\angle DAE$ é central ☐

3. Determine o valor de x nas figuras abaixo:

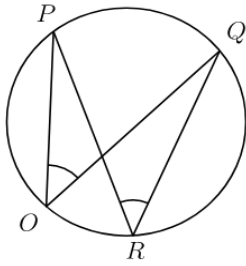
a)



b)



4. Dada a figura a baixo



Determine o valor de x sabendo que $\widehat{POQ} = 3x + 2^\circ$ e que $\widehat{PRQ} = 110^\circ - 6x$.

Caro aluno, já terminou a resolução dos exercícios das actividades de verificação? Se a resposta é sim, então confira as suas respostas na chave.



CHAVE DE CORRECÇÃO

Agora veja se você acertou em todas as questões das actividades de verificação, comparando as suas respostas com as que se apresentam a seguir.

1. a)() b)() c)(X) d)() e)() f)()

2. a)() b)(X) c)() d)(X)

3. a) $x = \frac{46^\circ}{2} = 23^\circ$ b) $2 \cdot 50^\circ = 2x \leftrightarrow x = 50^\circ$

4.

Dados

$$P\hat{Q}R = 3x + 2$$

$$P\hat{R}Q = 110^\circ - 6x$$

$$P\hat{O}Q = P\hat{R}Q$$

$$3x + 2^\circ = 110^\circ - 6x$$

$$3x + 6x = 110^\circ - 2^\circ$$

$$9x = 108^\circ$$

$$x = \frac{108^\circ}{9}$$

$$x = 12^\circ$$

Muito bem estimado estudante, se terminou com sucesso a resolução dos exercícios desta secção então passe ao estudo da lição seguinte. Caso não, reestude o texto e refaça as actividades desta lição.

LIÇÃO Nº 3



INTRODUÇÃO

Caro estudante seja bem -vindo a 3ª lição referentes ao estudo do círculo e da circunferência. Na aula passada demos inicio a classificação dos ângulos em relação a circunferência e a correspondente corda, vamos na presente aula dar continuidade falando de outros ângulos não abordados na aula passada.



OBJECTIVOS DA AULA

No fim do estudo desta lição o caro estudante você deve ser capaz de:

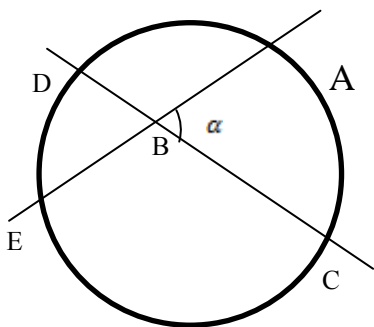
- ✓ Identificar o ângulo inscrito semi-inscrito
- ✓ Identificar o ângulo ex-inscrito
- ✓ Identificar o ângulo externo
- ✓ Identificar ângulo inscrito sobre o diâmetro



Para a melhor compreensão desta lição precisamos estudar 60 minutos.

Caro estudante vamos dar inicio a presente lição.

Anglo interno



O vértice do ângulo ABC é um ponto interno a circunferência, porem este ponto não é o centro da mesma. Dai que este ângulo não pode ser chamado ângulo inscrito, nem ângulo central.

Estamos diante de um ângulo interno.

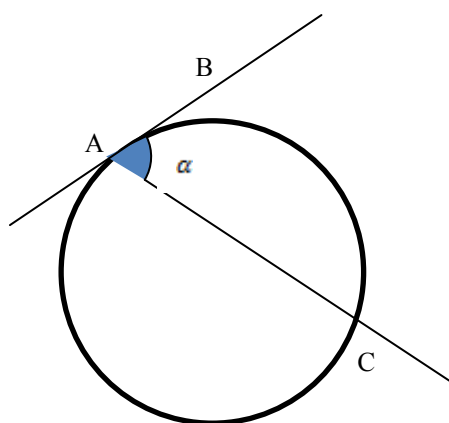
Anglo interno é todo o cujo seu vértice é interno a circunferência.

Medida de um ângulo interno:

A medida do ângulo interno é dada pela soma dos arcos opostos limitados pelos lados deste ângulo.

$$\alpha = \frac{\widehat{AC} + \widehat{DE}}{2}$$

Ângulo semi-inscrito



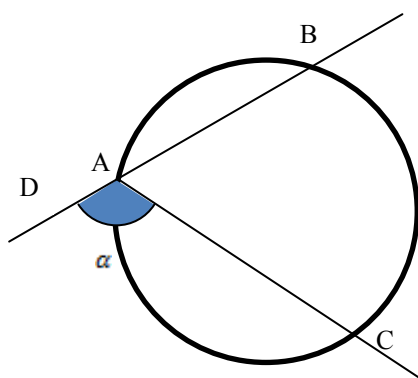
Dada a figura ao lado podemos ver que o ângulo BAC tem o seu vértice na circunferência com o seu lado AB sendo tangente a circunferência e o seu lado AC secante a circunferência. Este ângulo é chamado de ângulo semi-inscrito.

Ângulo semi-inscrito é todo ângulo, com vértice na circunferência cujo um dos seus lados é tangente a mesma e o outro secante.

Medida do ângulo semi-inscrito:

O ângulo semi-inscrito é igual a metade do menor arco limitado pelo lado do ângulo tangente a circunferência.

$$\alpha = \frac{m\widehat{AC}}{2}$$



Ângulo ex-inscrito

Dada a figura ao lado podemos ver que o ângulo DAC tem o vértice na circunferência e os seus dois lados interceptam a circunferência cada um em dois pontos distintos (são tangentes a circunferência). O ângulo DAC é complementar ao ângulo BAC.

Diz se que m ângulo é ex-inscrito se este tiver o vértice na circunferência e só um dos lados intercepta a circunferência em dois pontos.

Medida do ângulo ex-inscrito:

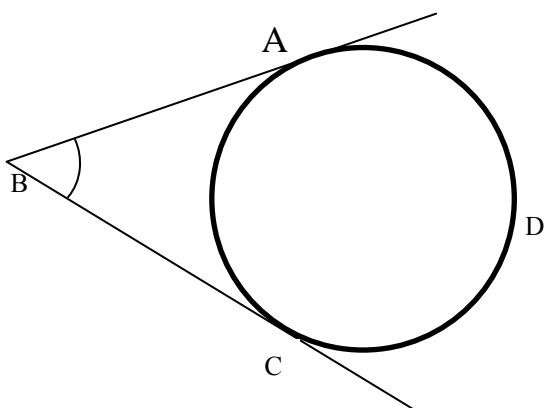
$$\alpha = \frac{m \widehat{BAC}}{2}$$

Onde: $m \widehat{BAC}$ é o maior arco do ponto B até ao ponto C

Anglo exterior

Diz-se que um ângulo é exterior se o seu vértice for externo a circunferência.

- ✓ Lados tangentes a circunferência
- ✓ Um lado tangente a circunferência e um lado secante a circunferência.
- ✓ Lados secantes a circunferência.



Ângulo exterior com lados tangentes

Diz se que um ângulo exterior tem lados tangentes a uma circunferência se estes interceptam a circunferência cada um em apenas um ponto.

Medida do ângulo exterior em lados tangentes:

$$\alpha = \frac{m\widehat{ADC} - m\widehat{AC}}{2}$$

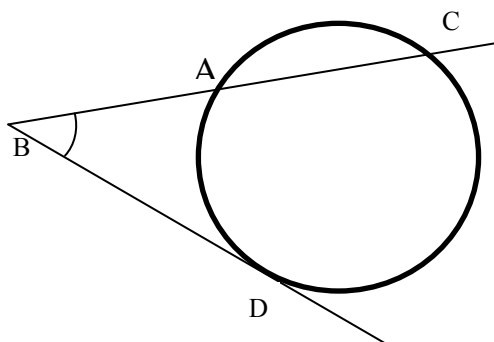
Onde: $m\widehat{ADC}$ é o maior arco $[AC]$

$m\widehat{AC}$ é o menor arco $[AC]$

Ângulo exterior com um lado secante e o outro tangente

O ângulo exterior com um lado tangente e outro secante é caracterizado por ter:

✓ O vértice externo a circunferência



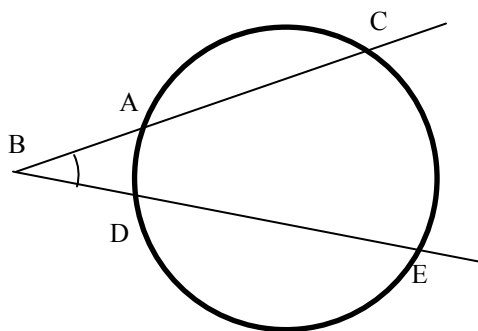
✓ Tem um lado que intercepta a circunferência em apenas um ponto

✓ Tem um lado que intercepta a circunferência em dois pontos.

Medida do ângulo exterior com um dos lados secante e outro tangente

$$\alpha = \frac{m\widehat{CD} - m\widehat{AD}}{2}$$

Ângulo exterior com lados secantes



O ângulo exterior com dois lados secantes é caracterizado por ter:

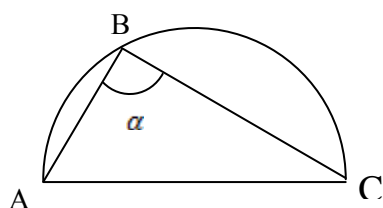
✓ O vértice externo a circunferência

✓ Cada um dos seus lados interceptam a circunferência em dois pontos.

Medida do ângulo exterior com um dos lados secante e outro tangente:

$$\alpha = \frac{m\widehat{CE} - m\widehat{AD}}{2}$$

Ângulo inscrito sobre o diâmetro



Diz-se que um ângulo está inscrito sobre o diâmetro se este tiver o seu vértice na circunferência e os seus lados a interceptarem a mesma nos extremos do diâmetro.

Medida de um ângulo inscrito numa semicircunferência:

O ângulo inscrito sobre a semicircunferência é um ângulo recto.

$$\alpha = 90^\circ$$

Caro estudante, terminado o estudo do texto sobre a representação gráfica da proporcionalidade directa, realize as actividades de verificação.

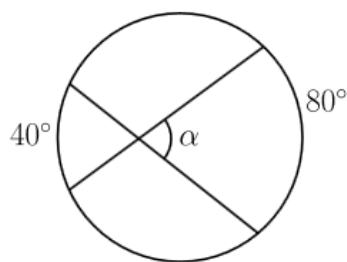


ACTIVIDADES DE VERIFICAÇÃO

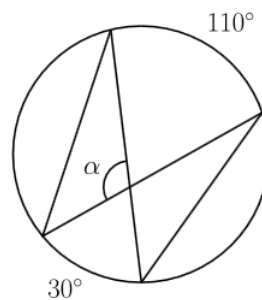
Amigo estudante, resolva os exercícios das actividades de verificação e veja se entendeu a matéria discutida nesta lição

1. Determine o valor do ângulo α em cada um dos casos:

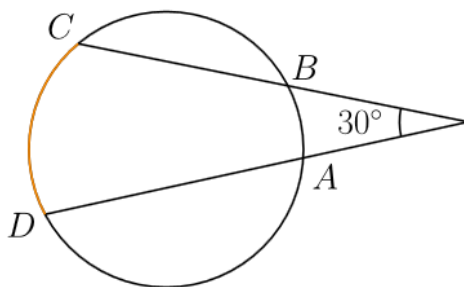
a)



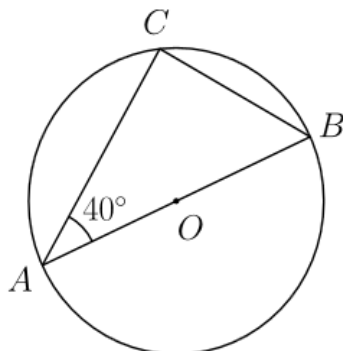
b)



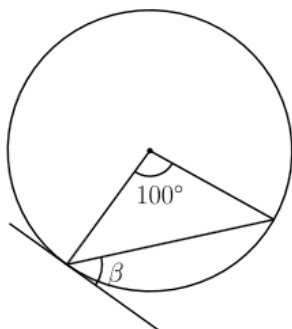
2. determine o comprimento da corda CD



3. Determine o valor do arco AC na circunferência abaixo, sabendo que O é centro da circunferência.



4. Determine a medida do ângulo B



Caro aluno, já terminou a resolução dos exercícios das actividades de verificação? Se a resposta é sim, então confira as suas respostas na chave.



CHAVE DE CORRECÇÃO

Agora veja se você acertou em todas as questões das actividades de verificação, comparando as suas respostas com as que se apresentam a seguir.

1. a)

Dados

$$\alpha = ?$$

$$m(AB) = 80^\circ$$

$$m(CD) = 40^\circ$$

$$\alpha = \frac{m(AB) + m(CD)}{2}$$
$$\alpha = \frac{80^\circ + 40^\circ}{2} = 60^\circ$$

b)

Dados

$$\alpha = ?$$

$$m(AB) = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

$$m(CD) = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

$$\alpha = \frac{m(AB) + m(CD)}{2}$$
$$\alpha = \frac{150^\circ + 70^\circ}{2} = 110^\circ$$

2.

Dados

$$\alpha = 30^\circ$$

$$m(AB) = 50^\circ$$

$$m(CD) = ?$$

$$\alpha = m(CD) - m(AB)$$

$$m(CD) = \alpha + m(AB)$$

$$m(CD) = 30^\circ + 50^\circ = 80^\circ$$

3.

<i>Dados</i>	$m(\widehat{AC}) = \widehat{ABC}$
$\widehat{CAB} = 40^\circ$	$\widehat{ABC} + \widehat{CAB} + \widehat{ACB} = 180^\circ$
$m(\widehat{AC}) = ?$	$\widehat{ABC} + 40^\circ + 90^\circ = 180^\circ$
$\widehat{ACB} = 90^\circ$	$\widehat{ABC} = 180^\circ - 40^\circ - 90^\circ$
	$\widehat{ABC} = 50^\circ$
	$m(\widehat{AC}) = 50^\circ$

4.

<i>Dados</i>	$\beta = \frac{\alpha}{2}$
$\alpha = 100^\circ$	$\beta = \frac{100^\circ}{2}$
$\beta = ?$	$\beta = 50^\circ$

Muito bem estimado estudante, se terminou com sucesso a resolução dos exercícios desta secção então passe ao estudo da lição seguinte. Caso não, reestude o texto e refaça as actividades desta lição.

LIÇÃO Nº 2: REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA PROPORCIONALIDADE DIRECTA



INTRODUÇÃO

Caro estudante está agora entrando para a última aula do estudo do círculo e da circunferência. Vamos na presente aula falar sobre o sector circular a coroa circular a área círculo, do sector circular e também da coroa circular.



OBJECTIVOS DA AULA

No fim do estudo desta lição o caro estudante você deve ser capaz de:

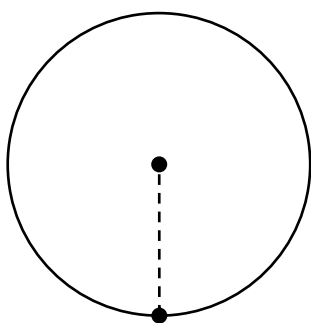
- ✓ Determinar o perímetro da circunferência e do arco.
- ✓ Identificar sector circular e coroa circular.
- ✓ Determinar a área do círculo, do sector circular e da coroa circular.



Para a melhor compreensão desta lição necessitas de estudar 60 minutos.

Caro estudante está dado o pontapé de saída para a presente aula.

Perímetro da circunferência



Desejamos vedar uma capoeira circular como representa a figura ao lado. Quantos metros de rede são necessários sabendo que a raio circular é mede 1m?

Para a resolução deste tipo de problemas é necessário determinar o perímetro da circunferência.

Como podemos determinar o perímetro de uma circunferência?

O perímetro da circunferência pode ser facilmente determinado através da seguinte equação:

$$P = 2 \cdot \Pi \cdot r$$

Onde: r representa o raio da circunferência

O símbolo Π é uma letra grega que representa uma constante. Geralmente usa-se

$$\pi = 3,14$$

Vamos a partir de agora resolver o problema que nos foi colocado.

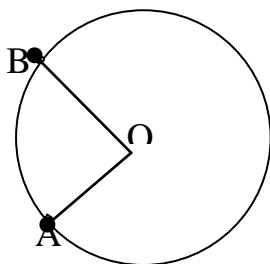
Dados: Fórmula/resolução

$$r = 1m$$

$$P = 2 \cdot \Pi \cdot r$$

$$\Pi = 3, \text{ de centro } O \quad \begin{aligned} P &= 2 \cdot 3,14 \cdot 1m \\ P &= 6,28m \end{aligned}$$

Comprimento do arco



Observe a figura ao lado. Nos é dada uma circunferência de centro O com arco e ângulo central \widehat{AOB} .

Precisamos então determinar o comprimento do arco menor \widehat{AB} sabendo que o ângulo AOB mede 60° . Como poderíamos determinar o comprimento deste arco?

Consideremos a $\widehat{\text{arcoAB}}$ como uma porção da circunferência λ . O ângulo que corresponde a circunferência λ tem uma amplitude de 360 e o ângulo central correspondente ao arco $\widehat{\text{AB}}$ mede 60.

Usando esta linha de pensamento podemos fazer a seguinte correspondência:

	Ângulo central correspondente	Expressão para o comprimento
Circunferência λ	360°	$2 \cdot \pi \cdot r$
Arco AB	60°	x

A letra “x” representa o comprimento do arco. Fazendo o produto dos meios pelo produto dos extremos teremos:

$$x = \frac{60}{360} (2 \cdot \pi \cdot r)$$

$$x = \left(\frac{1}{6}\right) \cdot 2 \cdot \pi \cdot r$$

$$x = \frac{2 \cdot 3.14 \cdot 1m}{6}$$

$$x = 1.023m$$

Podemos a partir deste problema concluir que o comprimento de um arco pode ser determinado através da seguinte equação:

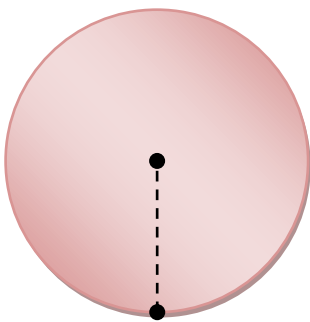
$$x = \frac{\theta}{360} (2 \cdot \pi \cdot r)$$

Onde: θ representa o ângulo central correspondente a corda

r representa o raio da circunferência

$$\pi = 3.14$$

Área do círculo



Vejamos a figura ao lado. Temos representado um círculo k de raio $2m$. Determinemos a sua superfície.

Este problema pode ser facilmente solucionado através da seguinte equação.

$$A = \pi \cdot r^2$$

Onde: r representa o raio do círculo

$$\pi = 3.14$$

Resolução:

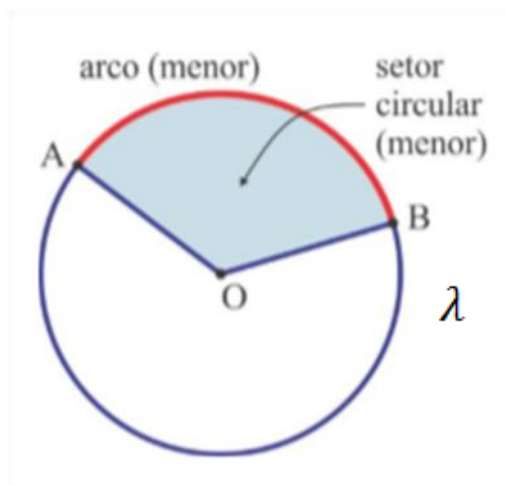
$$A = \pi \cdot r^2$$

$$A = 3.14 \cdot (2m)^2$$

$$A = 3.14 \cdot 4m^2$$

$$A = 12.56m^2$$

Área do setor circular



Vejamos a figura ao lado. Dada a circunferência λ de centro O , identificamos como setor circular a região representada pelo conjunto de pontos interiores ao ângulo central \widehat{AOB} e a circunferência λ .

Neste caso, o setor circular é limitado pelos

Segmentos \overline{AO} , \overline{BO} e o arco \widehat{AB} .

Podemos determinar a área desse setor circular relacionando o setor circular dado com a área do círculo o qual ele pertence.

Determinemos a área do setor circular AOB sabendo que o raio da circunferência λ mede $2m$ e o ângulo central \widehat{AOB} mede 90° .

Podemos ver que o setor circular AOB é uma porção do círculo λ . Assim sendo podemos relacionar a área do círculo λ e a área do setor circular AOB .

	Ângulo central correspondente	Expressão para a área
Círculo λ	360°	$\pi \cdot r^2$
Sector circular AOB	90°	A_{sector}

A letra “x” representa a área do sector circular AOB. Fazendo o produto dos meios pelo produto dos extremos teremos:

$$x = \left(\frac{90^\circ}{360^\circ}\right) \cdot \pi \cdot r^2$$

$$x = 0.25 \cdot 3.14 \cdot (2m)^2$$

$$x = 0.25 \cdot 3.14 \cdot 4m^2$$

$$x = 3.14m^2$$

De forma análoga podemos determinar a área para qualquer sector circular recorrendo a seguinte expressão:

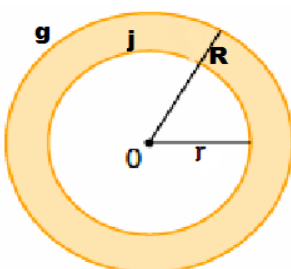
$$A_{sector} = \left(\frac{\alpha}{360^\circ}\right) \cdot \pi \cdot r^2$$

Onde: α representa o ângulo central correspondente ao sector circular.

r representa o raio do círculo

$$\pi = 3.14$$

Área da coroa circular



Vejam a figura ao lado:

As circunferências g e j são identificadas como

circunferências concêntricas porque possuem o mesmo centro. O raio R da circunferência g é maior que o raio r da circunferência j .

A região que interna a circunferência g e externa a circunferência j , recebe o nome de coroa circular.

Na figura apresentada, temos a coroa circular identificada pela região pintada.

A área da coroa circular é dada pela diferença entre a área do círculo maior e a área do círculo menor como podemos ver logo de seguida.

$$\begin{aligned}A_{coroa} &= A_g - A_j \\A_{coroa} &= \Pi \cdot R^2 - \Pi r^2 \\A_{coroa} &= \Pi(R^2 - r^2)_j\end{aligned}$$

Podemos então concluir que a área da coroa circular pode ser determinada através da seguinte equação.

$$A_{coroa} = \Pi(R^2 - r^2)_j$$

Onde: r representa o raio do círculo menor

R Representa o raio do círculo maior

$$\pi = 3.14$$

Exemplo:

Dada figura acima determine a área da coroa circular sabendo que o raio do círculo maior mede $R=5m$ e o raio do círculo menor mede $r=3m$.

Dados

$$r = 4m$$

$$R = 5m$$

Resolução

$$A_{\text{coroa}} = \Pi(R^2 - r^2)$$

$$A_{\text{coroa}} = 3,14 \cdot [(5m)^2 - (4m)^2]$$

$$A_{\text{coroa}} = 3,14 \cdot (25 - 16)m^2$$

$$A_{\text{coroa}} = 3,14 \cdot 9m^2$$

$$A_{\text{coroa}} = 28,26m^2$$

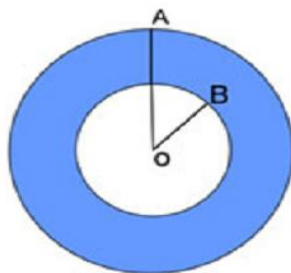
Caro estudante, terminado o estudo do texto sobre a representação gráfica da proporcionalidade directa, realize as actividades de verificação.



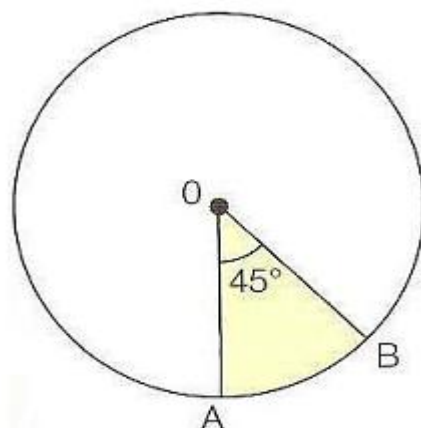
ACTIVIDADES DE VERIFICAÇÃO

Amigo estudante, resolva os exercícios das actividades de verificação e veja se entendeu a matéria discutida nesta lição.

1. Dadas as seguintes medidas, calcule os elementos pedidos da circunferência.
 - a) O perímetro da circunferência cujo raio é 10 cm.
 - b) O perímetro da circunferência cujo diâmetro é 12 cm.
2. Determine a medida do raio de uma praça circular que possui 9420 m de perímetro (Use $\pi = 3,14$).
3. Uma curva numa linha férrea deve ser traçada em círculo. O raio que deve ser dado ao círculo para que os trilhos mudem 25° de direcção numa distância de 40π metros é:
A: 308 m B: 268 m C: 258 m D: 288 m
4. Calcule o valor aproximado da área de uma praça circular com 8 metros de raio. Utilize $\pi=3,14$.
5. Na figura abaixo, sabendo que o segmento \overline{OA} mede 9 cm e o segmento \overline{OB} mede 4 cm, calcule a área da coroa circular apresentada em azul. Utilize $\pi=3,14$.



6. Considere o sector circular AOB na circunferência da figura.



Determine o valor da área do sector circular sabendo que o raio mede 10cm.

7. Laura cultiva flores em um canteiro com formato de semicírculo, cujo diâmetro mede 16 m. A área ocupada por esse canteiro é igual a:

- a) $256\pi \text{ m}^2$ b) $128\pi \text{ m}^2$ c) $64\pi \text{ m}^2$ d) $32\pi \text{ m}^2$ e) $16\pi \text{ m}^2$

8. Adriana planta flores num canteiro circular de raio 8 m. Ao redor desse canteiro, ela pretende plantar ervas medicinais formando uma coroa circular, de maneira que a parte destinada às flores sofrerá uma redução de 2 m em seu diâmetro. A área ocupada pelas ervas medicinais neste canteiro será igual a:

- a) 13π b) 14π c) 15π d) 16π e) 8π

Caro aluno, já terminou a resolução dos exercícios das actividades de verificação? Se a resposta é sim, então confira as suas respostas na chave.



CHAVE DE CORRECÇÃO

Agora veja se você acertou em todas as questões das actividades de verificação, comparando as suas respostas com as que se apresentam a seguir.

1. a)

<i>Dados</i>	$P = 2 \cdot \Pi \cdot r$
$r = 10cm$	$P = 2 \cdot 3,14 \cdot 10$
$P = ?$	$P = 62,8cm$

b)

<i>Dados</i>	$P = 2 \cdot \Pi \cdot r = \Pi \cdot D$
$D = 12cm$	$P = 3,14 \cdot 12$
$P = ?$	$P = 37,68cm$

2.

<i>Dados</i>	$P = 2 \cdot \Pi \cdot r$
$r = ?$	$r = \frac{P}{2 \cdot \Pi}$
$P = 9420m$	$r = \frac{9420}{2 \cdot 3,14}$
	$r = 1500m$

3.

Dados

$$\widehat{AB} = 40$$

$$\alpha = 25^\circ$$

$$r = ?$$

$$x = \frac{\alpha \cdot (2 \cdot \Pi \cdot r)}{360}$$

$$r = \frac{360^\circ}{\alpha} \cdot \frac{x}{2\Pi}$$

$$r = \frac{360^\circ}{25^\circ} \cdot \frac{40\Pi}{2\Pi}$$

$$r = 288m$$

4.

Dados

$$r = 8m$$

$$A = ?$$

$$A = \pi r^2$$

$$A = 3,14 \cdot 8^2$$

$$A = 3,14 \cdot 64$$

$$A = 200,96m^2$$

5.

Dados

$$r = 4m$$

$$R = 9m$$

Resolução

$$A_{coroa} = \pi(R^2 - r^2)$$

$$A_{coroa} = 3,14 \cdot [(9m)^2 - (4m)^2]$$

$$A_{coroa} = 3,14 \cdot (81 - 16)m^2$$

$$A_{coroa} = 3,14 \cdot 65m^2$$

$$A_{coroa} = 204,1m^2$$

6.

Dados

$$\alpha = 45^\circ$$

$$r = 10cm$$

Resolução

$$A_{sector} = \left(\frac{\alpha}{360^\circ} \right) \cdot \pi \cdot r^2$$

$$A_{sector} = \left(\frac{45^\circ}{360^\circ} \right) \cdot \pi \cdot 10^2$$

$$A_{sector} = \left(\frac{45^\circ}{360^\circ} \right) \cdot 3,14 \cdot 100^2$$

$$A_{sector} = 3,14 \cdot 25$$

$$A_{sector} = 78,5cm^2$$

7.

Resolução:

Como o diâmetro do círculo mede 16 m, o raio mede 8 m.

Calculando a área do círculo:

$$A = \pi \cdot r^2$$

$$A = \pi \cdot 8^2$$

$$A = 64\pi m^2$$

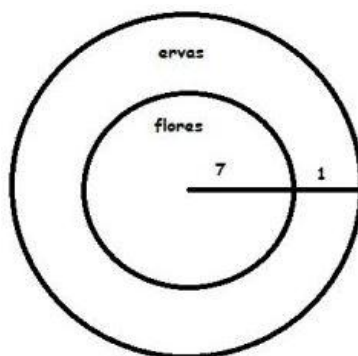
A área do semicírculo será a metade da área do círculo: $32\pi m^2$

Resposta: D

8. Resolução

Adriana plantava em um círculo cujo raio mede 8 metros. Como ela vai plantar ervas medicinais em volta, reduzindo em 2 metros o diâmetro, o raio passará a medir 7 metros.

A área ocupada pelas ervas medicinais será a diferença entre as áreas dos círculos cujos raios medem 8 e 7 metros.



Calculando:

$$A = \pi \cdot 8^2 - \pi \cdot 7^2$$

$$A = 64\pi - 49\pi$$

$$A = 15\pi$$

Resposta: C

Muito bem, amigo estudante. Se você acertou em todas as questões das atividades de verificação, então passe ao estudo da lição seguinte. Caso não, estude novamente o texto e refaça as atividades com a ajuda dos seus colegas ou do tutor.



TESTE DO FIM DA UNIDADE

Parabéns, caro estudante! Você terminou com sucesso o estudo da primeira unidade do 1º módulo auto instrucional de matemática. Agora resolva os exercícios de teste de fim da unidade. Boa sorte!

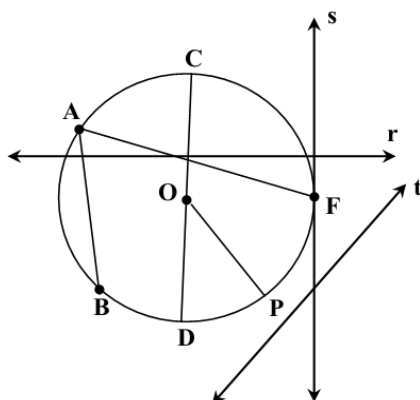
1. Assinale as alternativas correctas

- a) O ponto central é o ponto fixo equidistante a todos os pontos coplanares da circunferência. ☐
- b) O diâmetro é uma corda. ☐
- c) A circunferência faz parte do círculo. ☐
- d) O raio é uma corda. ☐
- e) O arco é um segmento da circunferência. ☐

2. Assinale com V as alternativas correctas e com F as falsas.

- a) Uma recta é tangente à circunferência quando ambas possuem apenas um ponto em comum. ☐
- b) Uma recta é externa à circunferência quando todos os seus pontos são externos à circunferência. ☐
- c) Uma recta é secante à circunferência quando todos os seus pontos são internos à circunferência. ☐
- d) O centro da circunferência é um ponto interno dessa circunferência. ☐

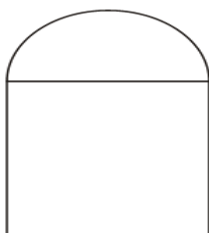
3. Considerando as definições dadas e observando a figura, complete as afirmações:



- a) s é recta _____ à circunferência.
 b) \overline{CD} chama-se _____.
 c) r é recta _____ à circunferência.
 d) \overline{AF} chama-se _____.

4. A figura a seguir é uma janela com formato de um semicírculo sobre um rectângulo. Sabemos que a altura da parte rectangular da janela é 1 m e a altura total da janela é

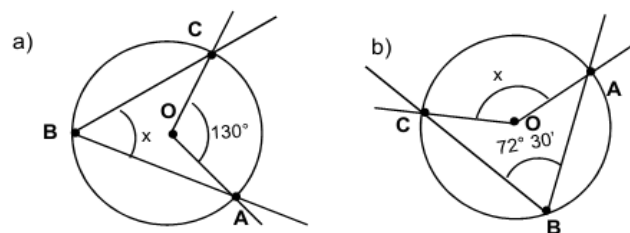
1,5 m.

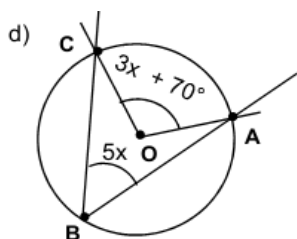


A largura da parte rectangular, expressa em metros, deve ser:

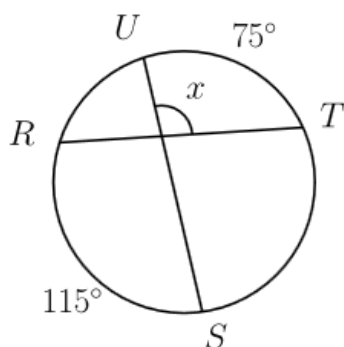
- a) 0,5 b) 1 c) 2 d) π e) 2π

5. Determine em cada caso a medida do ângulo desconhecido

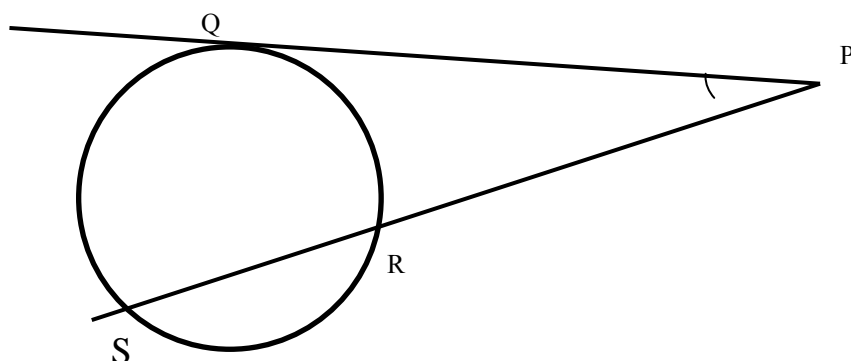




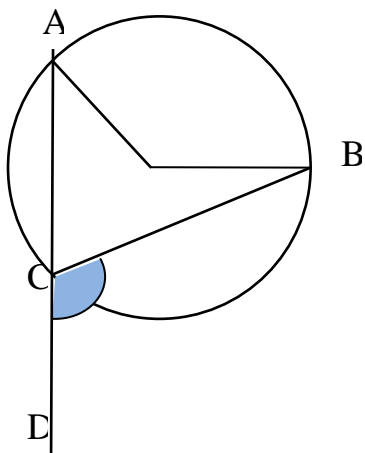
6. Determine o valor de x



7. De um ponto “P” exterior a uma circunferência se traça a tangente PQ e a secante PRS de modo que os arcos SQ e SR sejam congruentes. Se o arco QR mede 80° , calcular $m\angle QPR$.



8. Determine a medida do ângulo \widehat{BCD} sabendo que o arco AB mede 150°



9. Uma pista de atletismo tem a forma circular e seu diâmetro mede 80 m. Um atleta treinando nessa pista deseja correr 10 km diariamente. Determine o número aproximado de voltas completas que ele deve dar nessa pista a cada dia.

10. A roda de um carro tem 30 cm de raio. Depois de a roda completar uma volta, o carro terá se deslocado aproximadamente:

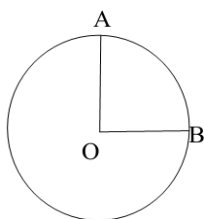
Usando $\pi = 3,14$

a) 60 cm b) 120 cm c) 180 cm d) 188 cm e) 198 cm

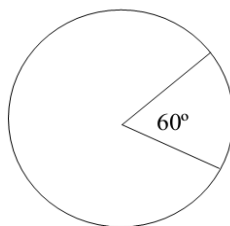
11. Calcule o comprimento de um arco de 75° de uma circunferência de raio 5 cm.

12. Determine seguintes casos. Em todos os casos o raio da circunferência é de 90 cm.

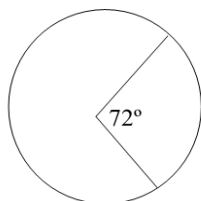
A.



B.



C.



Ora bem, caro estudante, terminada a resolução do teste do fim da unidade; confira as suas respostas na chave de correcção que segue.



CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) (X) b) (X) c) (X) d) () e) ()
2. a) V b) V c) F d) F
3. a) Tangente b) Diâmetro c) Secante d) Corda
4. a) () b) (X) c) () d) ()
5. a) 65° b) 145° c) 10°
6. 95°
7. 30°
8. 90°
9. Aproximadamente 40 voltas
10. a) () b) () c) (X) d) ()
11. 6,5cm
12. a) 2025cm^2 b) 1350cm^2 c) 1620cm^2

Ora viva, caro estudante! Se terminou com sucesso o estudo desta unidade, então passe ao estudo da unidade seguinte. Caso não, estude novamente todas as lições e refaça todas as actividades desta unidade com a ajuda dos seus colegas ou consultando o seu tutor.

UNIDADE TEMÁTICA VI: PROPORCIONALIDADES E FUNÇÃO LINEAR

Estimado estudante, vamos terminar o estudo do módulo um da disciplina de matemática tratando da congruência de triângulos e do teorema de Pitágoras

Nesta secção teremos os seguintes assuntos de destaque:

- Ângulos e relação entre ângulos
- Congruência de triângulos
- Teorema de Pitágoras.



RESULTADOS DA APRENDIZAGEM

Caro estudante, até ao fim do estudo deste módulo você:

- Conhece o círculo e a circunferência bem como a sua diferença
- Identifica o raio, o diâmetro, o sector circular a coroa circular, a corda e semicircunferência;
- Conhece e relacionar ângulo central e ângulo inscrito



OBJECTIVOS OPERACIONAIS

Ao terminar o seu estudo, você deverá ser capaz de:

- Conhecer e identificar a relação entre ângulos
- Conhecer os critérios de congruência de triângulos e aplicar na resolução de problemas geométricos e quotidianos
- Conhecer e aplicar o teorema de Pitágoras na determinação do comprimento de lado de um triângulo
- Aplicar o teorema de Pitágoras na resolução de problemas da vida quotidiana.



RESULTADOS DE APRENDIZAGEM

Caro estudante, até ao fim do estudo deste módulo você:

- Conhecer e identificar a relação entre ângulos
- Conhecer os critérios de congruência de triângulos e aplicar na resolução de problemas geométricos e quotidianos
- Conhecer e aplicar o teorema de Pitágoras na determinação do comprimento de lado de um triângulo
- Aplicar o teorema de Pitágoras na resolução de problemas da vida quotidiana.

LIÇÃO Nº 1: ÂNGULOS E RELAÇÃO ENTRE ÂNGULOS



INTRODUÇÃO

Caro estudante seja bem-vindo a 1ª lição referente a presente unidade. Vamos na presente lição dar início ao estudo do ângulo, e das relações entre ângulo, ou seja entender a presente aula será de extrema importância.



OBJECTIVOS DA AULA:

- ✓ Identificar ângulos
- ✓ Classificar ângulos
- ✓ Conhecer as relações que podem existir entre os ângulos
- ✓ Resolver exercícios ligados a ângulos e a sua relação entre estes.

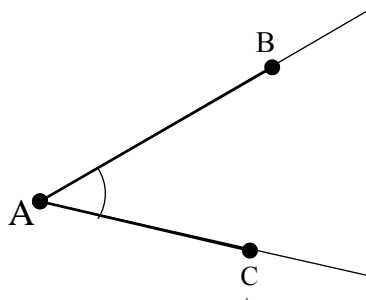


Para a melhor compreensão desta lição necessitas de estudar 60 minutos.

Caro estudante vamos a partir de já dar início a presente lição.

Ângulo

Ângulo é a união de duas semi-rectas distintas de mesma origem.



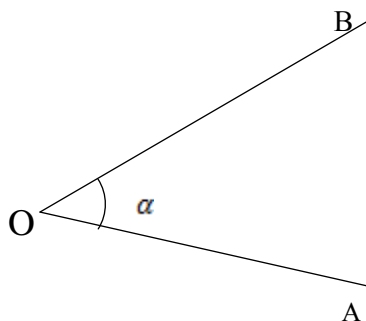
Onde: **A** é o vértice ou origem das semi-rectas

\overrightarrow{AB} e \overrightarrow{AC} são as ditas semi-rectas

Denota-se: $\angle BAC$ ou $\angle A$

Medida de um ângulo

A medida de um ângulo corresponde a abertura entre as duas semi-rectas, unidas pelo vértice O.



Denota-se: \widehat{AOB} ou \widehat{O} ou ainda $\sphericalangle AOB$

A unidade de medida do ângulo é o grau:

1° lê-se um grau

Classificação de ângulos

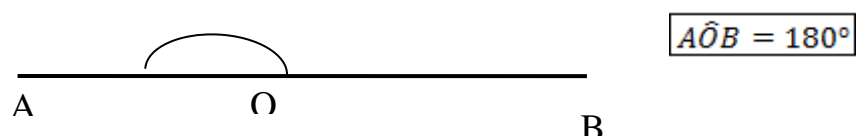
a) Ângulo nulo

Diz-se que um ângulo é nulo se este mede exactamente 0° , isto é os seus lados são semi-rectas que coincidem.



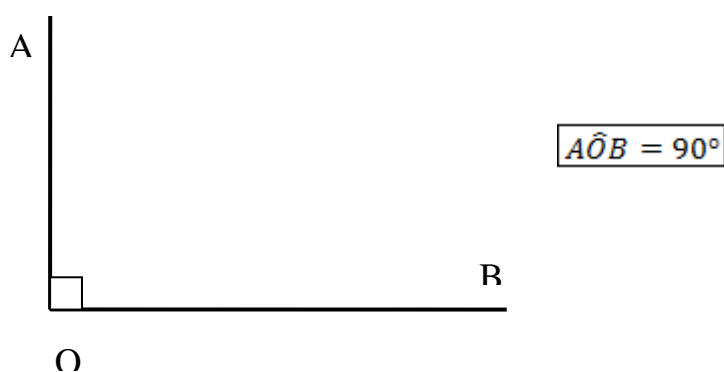
b) Ângulo raso

Diz-se que um ângulo é raso se este mede exactamente 180° , isto é os seus lados são semi-rectas opostas.



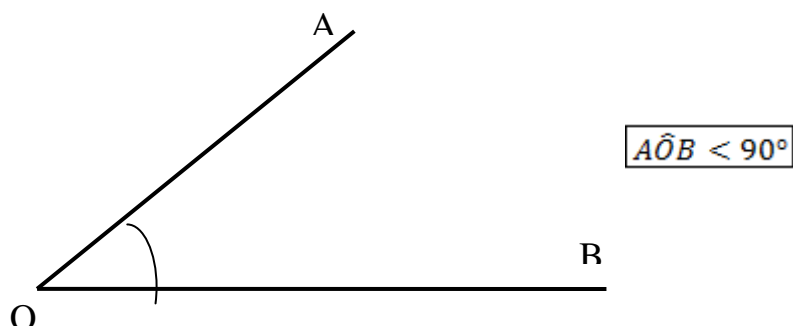
c) Ângulo recto

Diz-se que um ângulo é recto se este mede exactamente 90° , isto é os seus lados são semi-rectas perpendiculares.



d) Ângulo agudo

Diz-se que um ângulo é agudo se este mede menos que 90° .



e) Ângulo obtuso

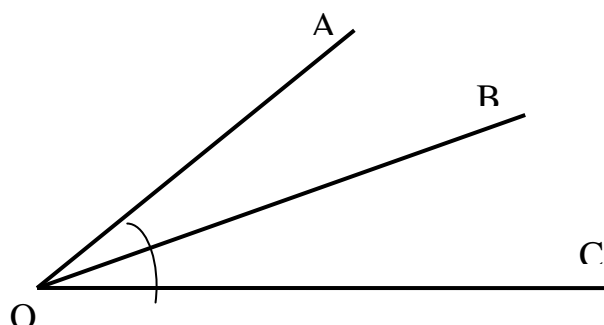
Diz-se que um ângulo é agudo se este mede mais que 90° .



Relação entre ângulos

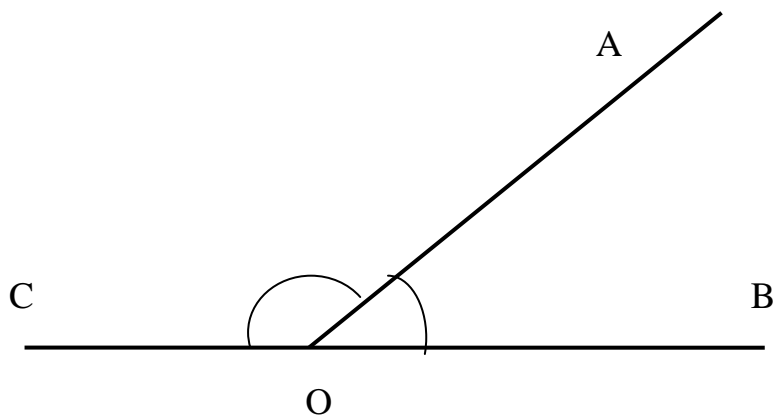
a) Ângulos consecutivos

Diz-se que 2 ângulos são complementares se estes tiverem um dos seus lados em comum.



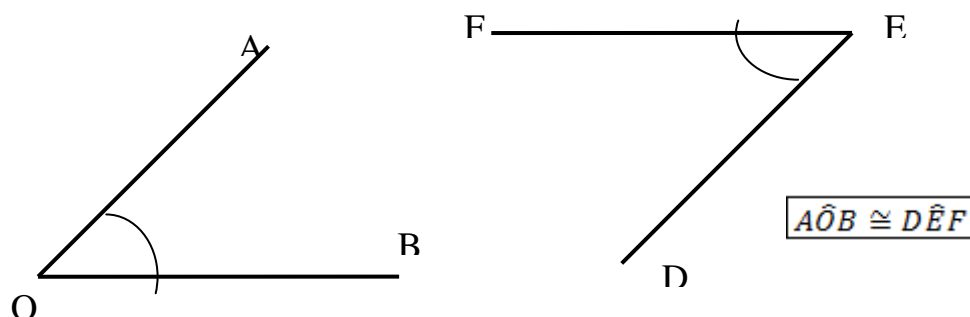
b) Ângulos adjacentes.

Diz-se que dois ângulos são adjacentes se estes tiverem um lado em comum e os lados não comuns forem semi-rectas opostas



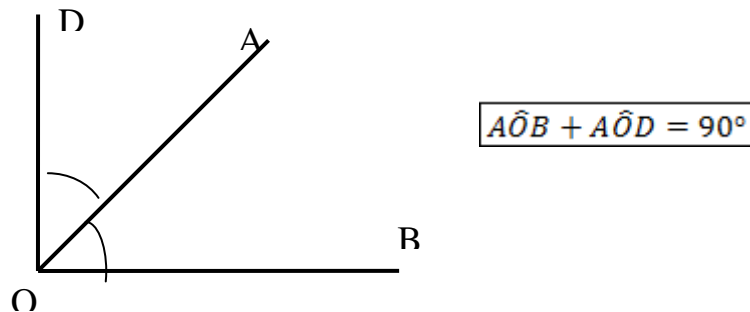
c) Ângulos congruentes

Diz-se que dois ângulos são congruentes se estes tiverem a mesma medida.



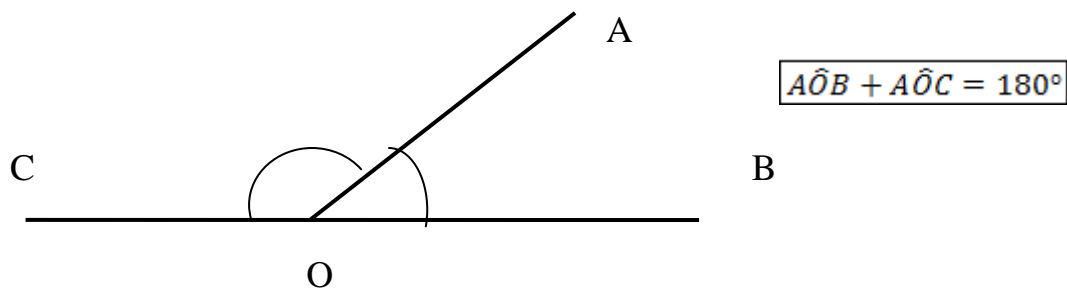
d) Ângulos complementares

Chamamos ângulos complementares a dois ângulos cujas suas medidas somam 90° .



e) Ângulos suplementares.

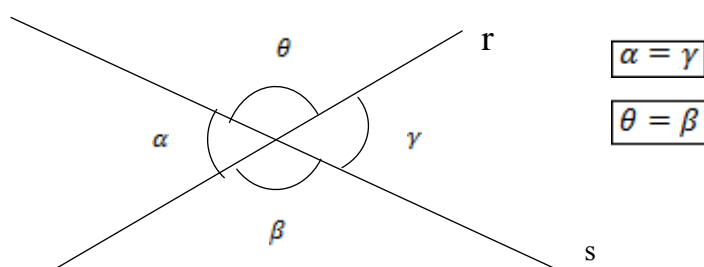
Chamamos ângulos suplementares a um par de ângulos cuja soma é 180° .



e) Ângulos opostos pelo vértice (o.p.v)

Ângulos opostos pelo vértice têm a mesma medida.

Veja a figura abaixo:



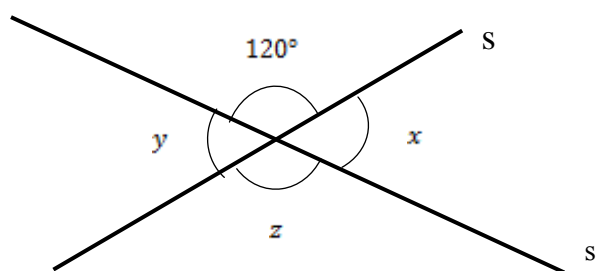
O cruzamento das rectas **s** e **r** forma quatro ângulos, nomeadamente α, β, θ e γ .

Os ângulos α e γ são verticalmente opostos

Os ângulos β e θ são verticalmente opostos.

Exemplo:

Dadas as rectas abaixo determine os ângulos desconhecidos:



Resolução:

O ângulo de 120° e o ângulo y são adjacentes:

$$y = 180^\circ - 120^\circ$$

$$y = 60^\circ$$

Os ângulos x e y são verticalmente opostos pelo vértice

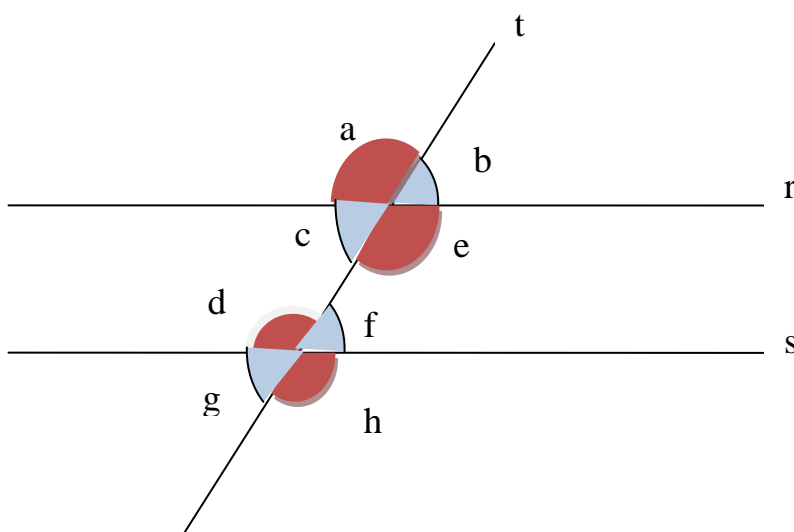
$$y = x$$

$$x = 60^\circ$$

O ângulo de 120° e o ângulo z são verticalmente opostos pelo vértice:

$$z = 120^\circ$$

Duas rectas paralelas interceptadas por uma recta transversal



Analisemos a figura dada:

- ✓ As rectas **r** e **s** são rectas paralelas
- ✓ A recta **t** é transversal as rectas **r** e **s**. Há apenas um ponto de encontro entre as rectas **r** e **t**, bem como entre as rectas **s** e **t**.
- ✓ $a + b = 180^\circ$

Ângulos internos

Chamamos ângulos internos aos que se encontram na região entre as rectas **r** e **s**, isto é os ângulos **c**, **e**, e **f**.

Ângulos externos

Chamamos ângulos externos aos que se encontram fora da zona limitada pelas recta **r** e **s**, neste caso acima da recta **r** e abaixo da recta **s**, isto é os ângulos **a**, **b**, **g** e **h**.

Ângulos colaterais

Chamamos ângulos colaterais a dois ângulos que se encontram no mesmo lado em relação recta transversal. Os ângulos **a**, **c**, **d** e **g** encontram-se a esquerda da

recta **t**, então são colaterais. os ângulos **b**, **e**, **f** e **h** se encontram a direita da recta **t** daí que são ângulos colaterais.

Ângulos alternos

Chamamos ângulos alternos dois ângulos que se encontram em lados diferentes em relação a recta transversal **t**. Ex: os ângulos **a** e **b** são alternos.

Ângulos correspondentes

chamamos ângulos correspondentes a dois ângulo que ocupam posições similares em relação a intercessão de duas rectas. os pares de ângulos **a** e **d**, **b** e **f**, **c** e **g**, **e** e **h** são correspondentes.

Observada a figura a cima podemos então concluir que:

- ✓ Os ângulos **a**, **e**, **d** e **h** são congruentes
- ✓ Os ângulos **b**, **c**, **f** e **g** são congruentes

Caro estudante, terminado o estudo do texto sobre a representação gráfica da proporcionalidade directa, realize as actividades de verificação.



ACTIVIDADES DE VERIFICAÇÃO

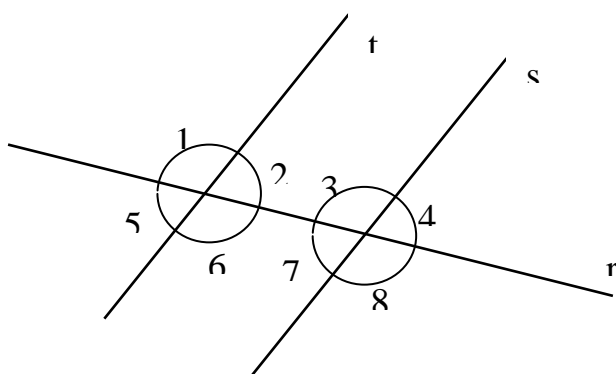
Amigo estudante, resolva os exercícios das actividades de verificação e veja se entendeu a matéria discutida nesta lição

1. Das afirmações que se seguem marque com V as verdadeiras e com F as falsas.

a) Um ângulo de 70° é recto. ☐

- b) O ângulo nulo mede 0° ☐
- c) Um ângulo de 60° é obtuso ☐
- d) um ângulo de 180° é chamado r^{eto} ☐

2. Assinale com X as afirmações verdadeiras.

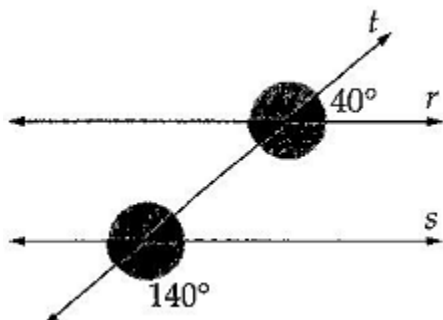


- a) Os ângulos 1 e 2 são colaterais
()
- b) Os ângulos 2 e 6 são alternos
()
- c) Os ângulos 7 e 4 são internos
()

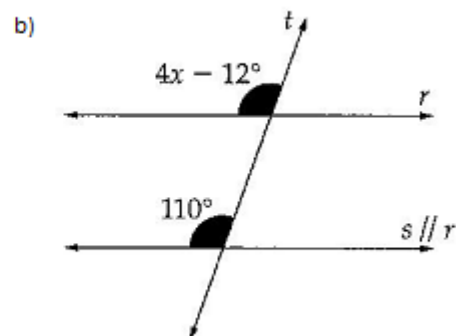
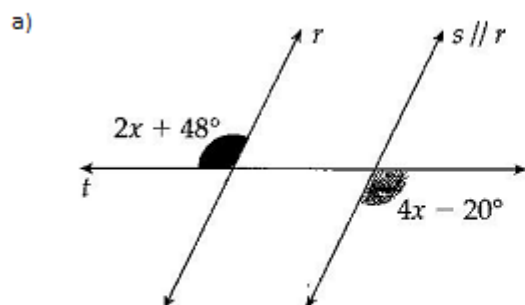
()

- d) Os ângulos 6 e 8 são externos ()
- e) Os ângulos 1 e 8 são correspondentes. ()
- f) Os ângulos 6 e 3 são opostos pelo vértice. ()

3. Sendo r e s paralelas determine a medida de todos ângulos da figura.



4. Determine a medida x nas figuras que se seguem



Caro aluno, já terminou a resolução dos exercícios das actividades de verificação? Se a resposta é sim, então confira as suas respostas na chave.



CHAVE DE CORRECÇÃO

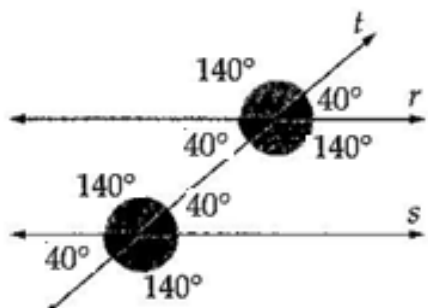
Agora veja se você acertou em todas as questões das actividades de verificação, comparando as suas respostas com as que se apresentam a seguir.

1. a)(F) b)(V) c)(F) d)(V)

2. a) Alternos b) alternos c) Opostos pelo vértice

d)Correspondentes e)

3.



4.

a)

$$2x + 48^\circ = 4x - 20^\circ$$

$$2x - 4x = -20^\circ - 48^\circ$$

$$-2x = -68^\circ$$

$$x = \frac{-68}{-2}$$

$$x = 34$$

b)

$$4x - 12^\circ = 110^\circ$$

$$4x = 110^\circ + 12^\circ$$

$$4x = 122^\circ$$

$$x = \frac{122^\circ}{4^\circ}$$

$$x = 30,5^\circ$$

Muito bem estimado estudante, se terminou com sucesso a resolução dos exercícios desta secção então passe ao estudo da lição seguinte. Caso não, reestude o texto e refaça as actividades desta lição.

LIÇÃO Nº 2: TRIANGULOS



INTRODUÇÃO

Caro estudante seja bem-vindo a segunda lição para a presente unidade. Muito fala-se sobre o triângulo, por isso vamos dedicar a nossa lição ao estudo do mesmo e dos seus constituintes.



OBJECTIVOS DA AULA:

- ✓ Definir o triângulo
- ✓ Classificar os triângulos
- ✓ Definir constituintes de triângulos
- ✓ Resolver exercícios referentes aos triângulos

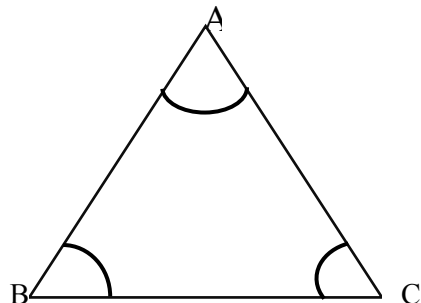


Para a melhor compreensão desta lição necessitas de estudar 60 minutos.

Vamos se mais demora dar inicio a presente lição

O triângulo

Chamamos triângulo a figura plana que é formada por 3 lados e 3 ângulos.



Dado o triângulo ABC:

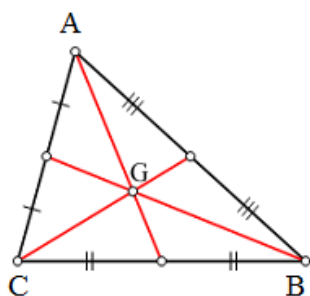
- ✓ \overline{AB} , \overline{BC} e \overline{CA} são os lados do triângulo
- ✓ \widehat{ABC} , \widehat{ACB} e \widehat{BAC} são os ângulos internos

Os triângulos podem ser classificados quanto aos seus lados ou quanto aos seus ângulos

1. Elementos de um triângulo

Mediana

Chamamos mediana ao segmento que une o vértice ao ponto médio do lado oposto. A mediana divide o correspondente lado em duas partes iguais.

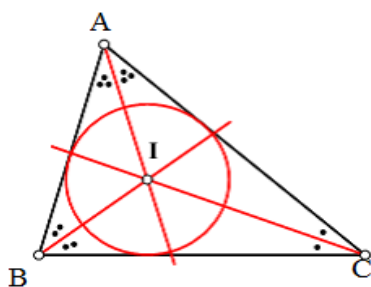


O ponto no qual as medianas concorrem é chamado **baricentro**. O ponto **G** é baricentro do triângulo ABC.

O baricentro divide a mediana numa razão 2:1, isto é, a distância do ponto G ao vértice é o dobro da distância de G ao ponto médio do lado oposto.

Bissetriz

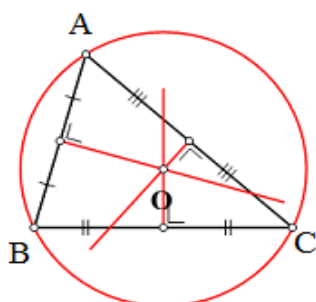
Chamamos bissetriz ao segmento que parte do vértice e divide o respectivo ângulo interno em duas partes iguais.



O ponto no qual as bissetrizes concorrem é chamado **inventor**. Incentro é também o ponto médio da circunferência inscrita ao triângulo. O ponto **I** é inventor do triângulo ABC.

Mediatriz

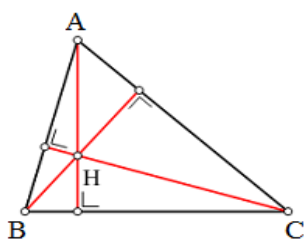
Chamamos mediatriz ao segmento perpendicular (“que forma um ângulo recto”) ao lado do triângulo, e passa pelo seu ponto médio. A mediatriz não precisa passar pelo vértice do triângulo.



O ponto no qual as mediatrizes concorrem é chamado **circucentro**. circucentro é também o centro da circunferência circunscrita ao triângulo. O ponto **O** é circucentro do triângulo ABC.

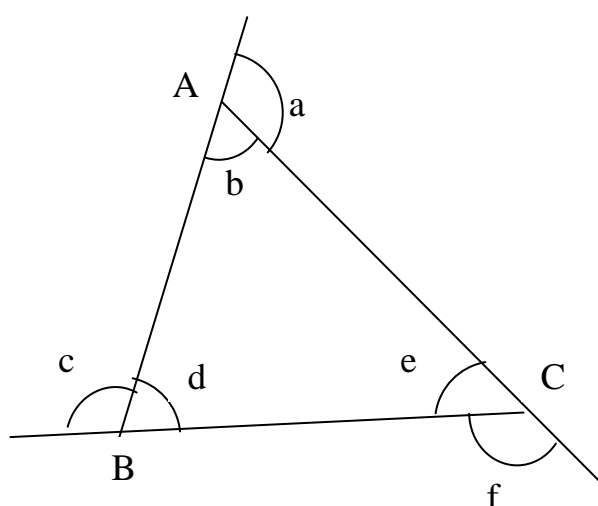
Altura

Chama-se altura ao segmento que une o vértice ao lado oposto e é perpendicular à este lado.



O ponto no qual as alturas concorrem é chamado **ortocentro**. O ponto **H** é ortocentro do triângulo ABC.

2. Ângulos internos e externos de um triângulo:

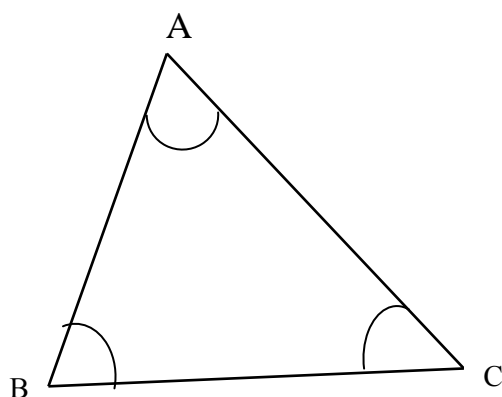


- ✓ Os ângulos **b**, **d** e **e** do triângulo $\triangle ABC$ são ângulos internos
- ✓ Os ângulos **a**, **c** e **f** do triângulo $\triangle ABC$ são ângulos externos
- ✓ A soma entre um ângulo interno e o ângulo externo ligado á este é sempre igual a 180°

Classificação dos triângulos quanto aos seus lados:

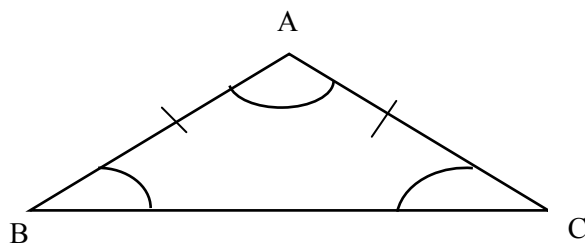
a) Triângulo escaleno

Diz-se que um triângulo é escaleno se este tiver os seus 3 lados diferentes.



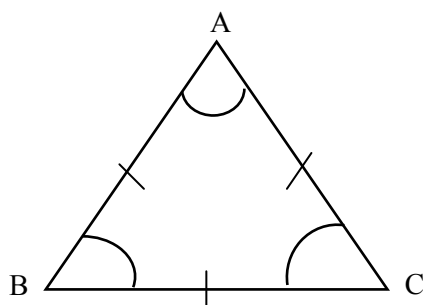
b) Triângulo isósceles

Diz-se que um triângulo é isósceles se este tiver dois lados iguais



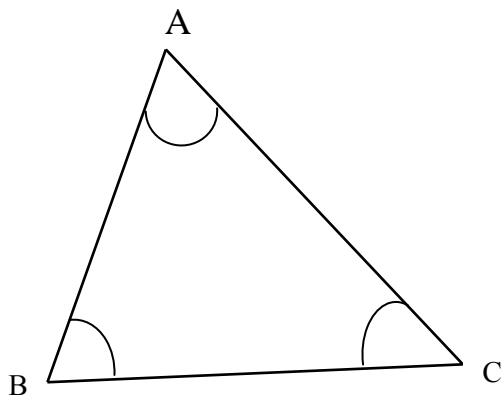
c) Triângulo equilátero

Diz-se que um triângulo é equilátero se este tiver os 3 lados iguais.



1. Classificação dos triângulos quanto aos seus ângulos internos

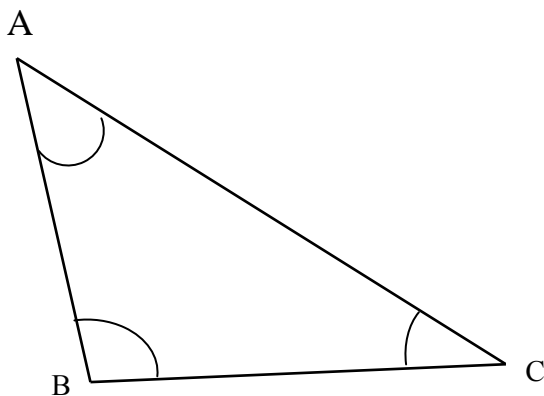
a) Triângulo acutângulo



Diz-se que um triângulo é acutângulo se os seus 3 ângulos internos forem agudos, isto é, os seus 3 ângulos internos têm menos de 90° .

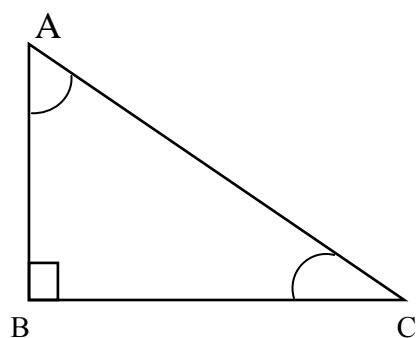
b) Triângulo obtusângulo

Diz-se que um triângulo é obtusângulo se um dos ângulos internos for obtuso, isto é, mais de 90° graus.



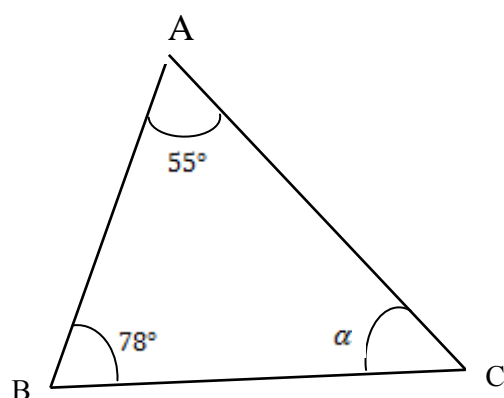
c) Triângulo rectângulo

Diz-se que um triângulo é rectângulo se este tiver um ângulo recto, isto é de 90° .



Exemplo:

Dados o triângulo da figura determine o ângulo desconhecido



$$\angle ABC + \angle ACB + \angle BAC = 180^\circ$$

$$\angle ACB = 180^\circ - \angle BAC - \angle ABC$$

$$\angle ACB = 180^\circ - 55^\circ - 78^\circ$$

$$\angle ACB = 47^\circ$$

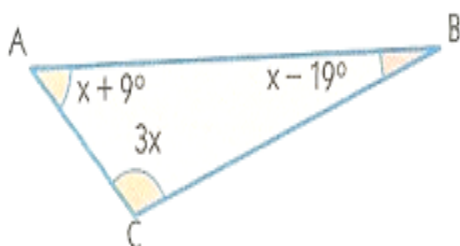
Caro estudante, terminado o estudo do texto sobre a representação gráfica da proporcionalidade directa, realize as actividades de verificação.



ACTIVIDADES DE VERIFICAÇÃO

Amigo estudante, resolva os exercícios das actividades de verificação e veja se entendeu a matéria discutida nesta lição

1. Determine as medidas dos ângulos \hat{A} , B e C do triângulo.

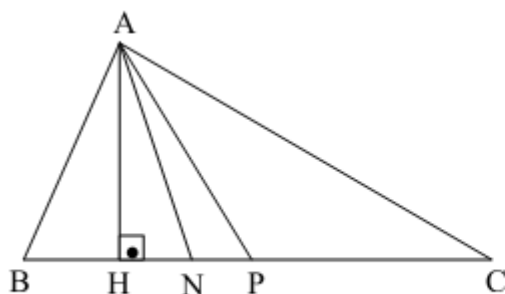


2. Num triângulo rectângulo, a medida de um dos ângulos agudos é o quádruplo da medida do outro.

3. Num triângulo, dois ângulos externos medem, respectivamente, 110° e 130°

Quanto mede cada ângulo desse triângulo ?

4. Na figura abaixo. Determine os segmentos que representam, mediana, bissectriz e altura, sabendo que $BP = PC$ e $\hat{BAN} = \hat{NAC}$.



$\overline{AH} =$ _____

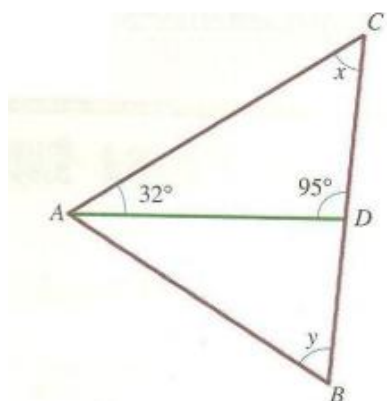
—

$\overline{AN} =$ _____

—

$\overline{AP} =$ _____

5. No triângulo, AD é bissetriz. CALCULE x e y



Caro aluno, já terminou a resolução dos exercícios das actividades de verificação? Se a resposta é sim, então confira as suas respostas na chave.



CHAVE DE CORRECÇÃO

Agora veja se você acertou em todas as questões das actividades de verificação, comparando as suas respostas com as que se apresentam a seguir.

1.

Dados

$$\hat{A}BC = x - 19^\circ$$

$$\hat{A}CB = 3x$$

$$\hat{B}AC = x + 9^\circ$$

Resolução

$$\hat{A}BC + \hat{A}CB + \hat{B}AC = 180^\circ$$

$$(x - 19^\circ) + (3x) + (x + 9^\circ) = 180^\circ$$

$$x + 3x + x = 180^\circ - 9 + 19$$

$$5x = 190^\circ$$

$$x = \frac{190^\circ}{5}$$

$$x = 38^\circ$$

$$\hat{A}BC = 38^\circ - 19^\circ = 19^\circ$$

$$\hat{A}CB = 3 \cdot 38^\circ = 114^\circ$$

$$\hat{B}AC = 38^\circ + 9^\circ = 47^\circ$$

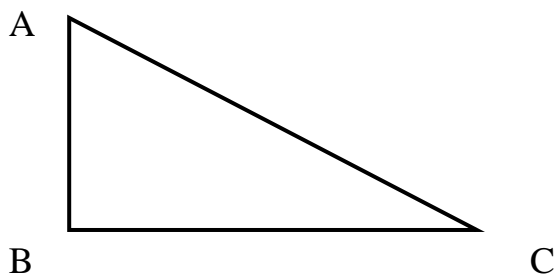
2.

Dados

$$\hat{A}BC = 90^\circ$$

$$\hat{A}CB = x$$

$$\hat{B}AC = 4x$$



Re solucao

$$\hat{A}BC + \hat{A}CB + \hat{B}AC = 180^\circ$$

$$90^\circ + x + 4x = 180^\circ \quad \hat{A}BC = 90^\circ$$

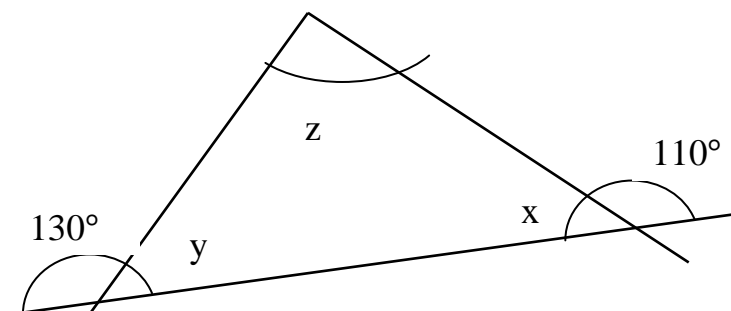
$$x + 4x = 180^\circ - 90 \quad \hat{A}CB = 18^\circ$$

$$5x = 90^\circ \quad \hat{B}AC = 72^\circ$$

$$x = \frac{90^\circ}{5}$$

$$x = 18^\circ$$

3. Dados:



$$130^\circ + y = 180^\circ$$

$$y = 180^\circ - 130^\circ$$

$$y = 50^\circ$$

$$110^\circ + x = 180^\circ$$

$$x = 180^\circ - 110^\circ$$

$$x = 70^\circ$$

$$x + y + z = 180^\circ$$

$$z = 180^\circ - x - y$$

$$z = 180^\circ - 50 - 70$$

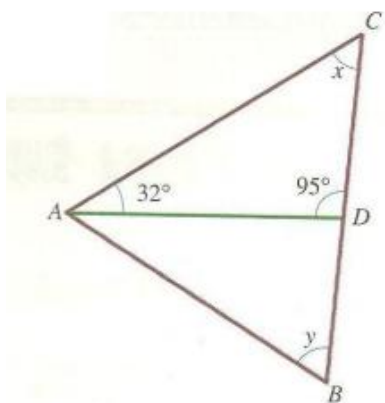
$$z = 60^\circ$$

4. \overline{AH} - Altura

\overline{AN} - Bissetriz

\overline{AP} -Mediana

5.



$$x + 32^\circ + 95^\circ = 180^\circ$$

$$x = 180^\circ - 95^\circ - 32^\circ$$

$$x = 53^\circ$$

$$\hat{BAC} = 2 \cdot 32^\circ$$

$$\hat{BAC} = 64^\circ$$

$$\hat{BAC} + \hat{ACD} + \hat{ABD} = 180^\circ$$

$$64^\circ + 53^\circ + \hat{ABD} = 180^\circ$$

$$\hat{ABD} = 180^\circ - 64^\circ - 53^\circ$$

$$\hat{ABD} = 63^\circ$$

Muito bem estimado estudante, se terminou com sucesso a resolução dos exercícios desta secção então passe ao estudo da lição seguinte. Caso não, reestude o texto e refaça as actividades desta lição.

LIÇÃO Nº 3: CONGRUÊNCIA E CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS



INTRODUÇÃO

Caro estudante seja bem vindo a 2ª lição referente ao presente capítulo. Vamos na presente lição introduzir o conceito de congruência. Um conceito largamente aplicado, em varias áreas de matemática assim como em varias situações da vida quotidiana.



OBJECTIVOS DA AULA:

- ✓ Definir o conceito de congruência de segmentos
- ✓ Definir o conceito de congruência de ângulos
- ✓ Definir o conceito de congruência de polígonos
- ✓ Definir o conceito de congruência de triângulos
- ✓ Identificar a congruência de triângulos através do critério lado-lado-lado
- ✓ Identificar a congruência de triângulos pelo critério angulo-angulo
- ✓ Identificar a congruência de triângulos pelo critério lado-angulo-lado
- ✓ Resolver exercícios referentes a congruência de triângulos

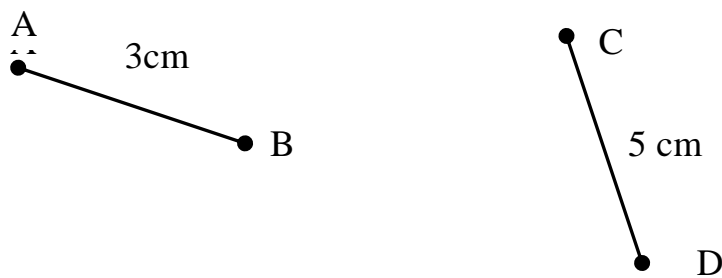


Para a melhor compreensão desta lição necessitamos estudar 60 minutos.

Sem mais delongas vamos agora dar o pontapé de saída para a presente aula.

Congruência de segmentos de recta

Dados dois segmentos de recta diz-se que estes são congruentes se estes possuem a mesma medida.

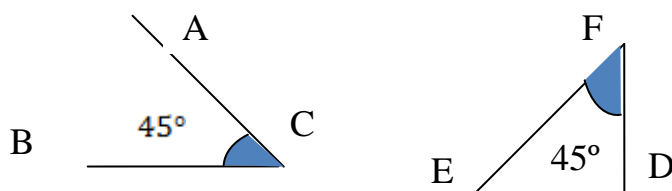


Dados os segmentos AB e CD, sendo que estes possuem a mesma medida diz-se que são congruentes.

Escreve-se: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

Ângulos congruentes

Dados dois ângulos diz-se que estes são congruentes se possuírem a mesma medida.



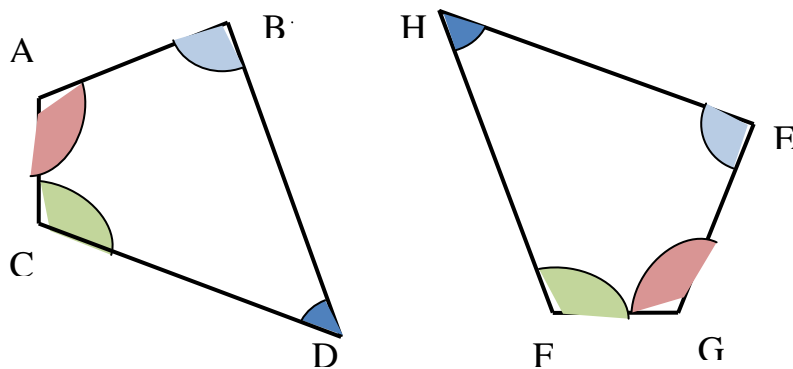
Os ângulos $\angle ACB$ e $\angle EFD$ têm a mesma medida daí que se diz que são congruentes.

Escreve-se: $\angle ACB \cong \angle EFD$

Congruência de polígonos

Dadas dois polígonos diz-se que estes são congruentes se possuírem lados correspondentes congruentes e ângulos também congruentes. De maneira

simplificada podemos dizer que dois polígonos são congruentes se estes possuírem a mesma forma e tamanho.



Analizamos os polígonos ABCD e EFGH:

$$\overline{AB} \cong \overline{EG}$$

$$\overline{BD} \cong \overline{DE}$$

$$\overline{DC} \cong \overline{FH}$$

$$\overline{CA} \cong \overline{GF}$$

$$\angle ACB \cong \angle EGF$$

$$\angle ABD \cong \angle GEH$$

$$\angle BDC \cong \angle EHF$$

$$\angle ACD \cong \angle GFH$$

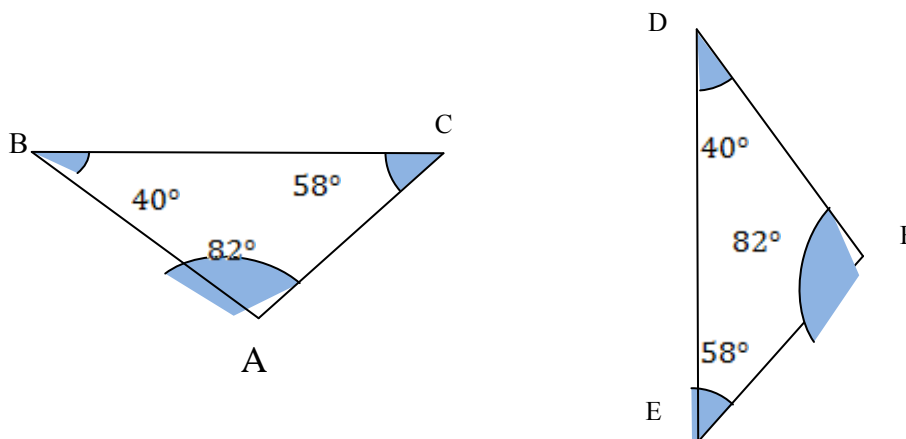
Confirmada a congruência entre os ângulos correspondentes e lados correspondentes podemos concluir que estes polígonos são congruentes.

$$ABCD \cong EFGH$$

Congruência de triângulos

Congruência de triângulos

Sejam dados os triângulos a baixo:



- ✓ O triângulo ABC possui os lados AB, BC e CA. Este possui também três ângulos nomeadamente ABC, ACB e BAC.
- ✓ O triângulo DEF possui por sua vez os lados DE, EF e FD. O mesmo possui também três ângulos DEF, DFE e EDF.

Comparemos os lados e os ângulos do triângulo ABC com os do triângulo DEF:

1. Usemos a partir de já uma régua graduada para determinar as medidas dos lados de ambas figuras:

$$\overline{AB} = 10,8cm$$

$$\overline{BC} = 6cm$$

$$\overline{CA} = 9cm$$

$$\overline{DE} = 10,8cm$$

$$\overline{EF} = 6cm$$

$$\overline{FD} = 9cm$$

Vamos agora relacionar os ângulos do triângulo ABC com os correspondentes ângulos do triângulo DEF:

$$\hat{A}BC = \hat{E}DF = 40^\circ$$

$$\hat{A}CB = \hat{D}EF = 58^\circ$$

$$\hat{B}AC = \hat{E}FD = 82^\circ$$

Conclusões:

1. Os lados correspondentes dos triângulos ABC e DEF são congruentes.
2. Os ângulos do triângulo ABC são congruentes aos correspondentes ângulos do triângulo DEF.
3. Das duas conclusões anteriores podemos concluir que os triângulos ABC e DEF são triângulos congruentes.

Assim como qualquer par de polígonos, dois triângulos são congruentes se os seus ângulos correspondentes forem congruentes e os seus lados correspondentes forem também congruentes.

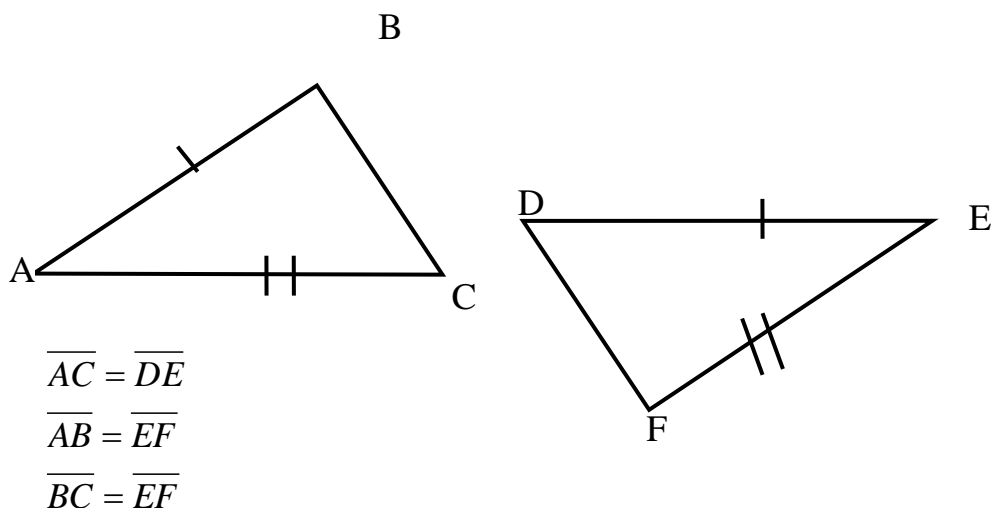
Critérios de congruência de triângulos

Tivemos que comparar todos ângulos e lados dos triângulos ABC e DEF com a finalidade de sabermos se de facto havia congruência entre os dois. Porém em vários casos isto não é aplicável pois nem sempre são conhecidos todos os dados do triângulo. Dai vem a necessidade de aplicar-se alguns critérios, que estabelecem mínimas condições para que dois triângulos sejam considerados congruentes. Vamos aqui abordar 3 critérios de congruência de triângulos:

- a) Critério lado lado lado (l.l.l.)
- b) Critério lado ângulo lado (l.a.l.)
- c) Critério ângulo lado ângulo (a.l.a)

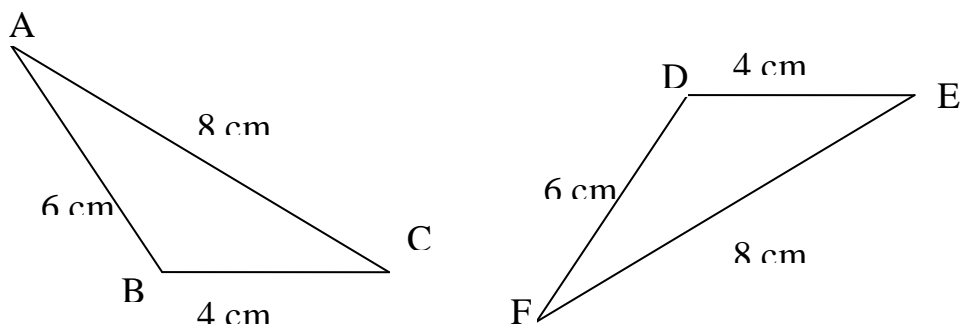
Critério lado lado lado (l.l.l.)

Para qualquer par de triângulos, diz-se que estes são congruentes se tiverem os três lados correspondentes congruentes. Isto é o comprimento dos lados correspondentes deve ser igual.



Exemplo:

1. Prove pelo critério lado-lado-lado que os triângulos $\triangle ABC$ e $\triangle CDE$ são congruentes:



O critério lado-lado-lado prevê que os lados correspondentes de dois triângulos semelhantes devem ser congruentes, isto é devem ter a mesma medida.

Vamos então tirar a medida dos lados destes triângulos:

Dados:

$$\overline{AC} = 8cm$$

$$\overline{AB} = 6cm$$

$$\overline{BC} = 4cm$$

$$\overline{EF} = 8cm$$

$$\overline{DF} = 6cm$$

$$\overline{DE} = 4cm$$

Comparando estes lados teremos:

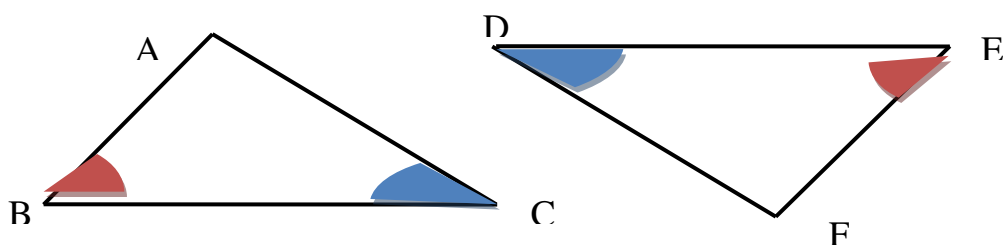
$$\overline{AC} = \overline{EF}$$

$$\overline{AB} = \overline{DF}$$

$$\overline{BC} = \overline{DE} \quad \text{c.q.d.}$$

Cr terio Angulo-lado-Angulo

Para qualquer par de triângulos, diz-se que estes são congruentes se tiverem pelo menos dois dos seus ângulos internos congruentes (geometricamente iguais). Isto é, a existência de dois ângulos internos iguais é suficiente para que dois triângulos seja declarados congruentes.



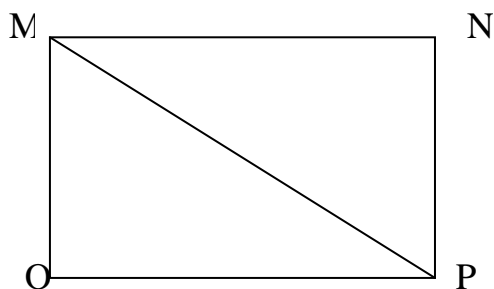
$$\angle ABC \cong \angle DEF$$

$$\angle ACB \cong \angle DEF$$

$$\overline{BC} \cong \overline{DE}$$

Exemplo:

Pelo critério angulo-lado-angulo que triângulos MNO e OPM são congruentes



O critério angulo-lado-angulo estabelece dois triângulos são congruentes se ambos tiverem dois ângulos correspondentes congruentes e o lado adjacente a estes ser também congruente ângulo forem também congruentes.

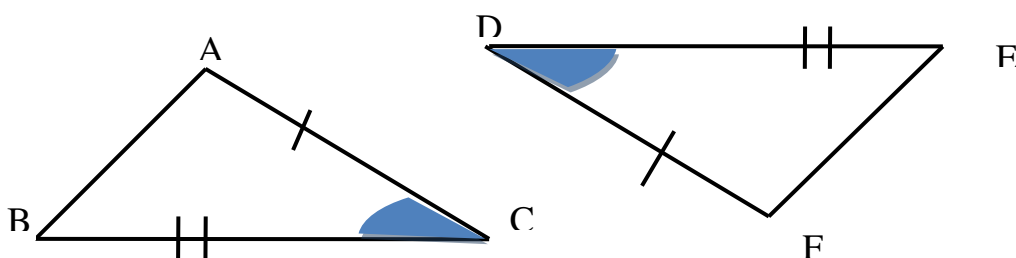
A diagonal MP é lado dos dois triângulos.

$$\angle OMP \cong \angle MPN$$

$$\angle MPO \cong \angle NMP$$

Critério lado-angulo-lado

Para qualquer par de triângulos, diz se que estes são congruentes se estes tiverem dois lados correspondentes congruentes e o ângulo formado por estes lados também for congruente.



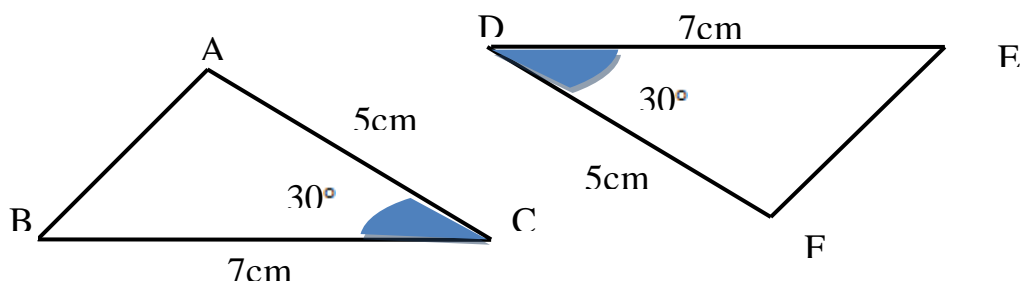
$$\angle ACB \cong \angle EDF$$

$$\overline{AC} \cong \overline{DE}$$

$$\overline{BC} \cong \overline{DF}$$

Exemplo:

Prove que os triângulos ABC e DEF são congruentes pelo critério angulo-lado-angulo



O critério lado-angulo-lado estabelece que há congruência entre dois triângulos se estes tiverem um ângulo congruente e os lados adjacentes também congruentes.

Dados:

$$\overline{AC} = 5cm$$

$$\overline{BC} = 7cm$$

$$\angle ACB = 30^\circ$$

$$\overline{DF} = 5cm$$

$$\overline{DE} = 7cm$$

$$\angle EDF = 30^\circ$$

$$\overline{AC} = \overline{DF}$$

$$\overline{BC} = \overline{DE}$$

$$\angle ACB \cong \angle EDF$$

c.q.d.

Caro estudante, terminado o estudo do texto sobre a representação gráfica da proporcionalidade directa, realize as actividades de verificação.



ACTIVIDADES DE VERIFICAÇÃO

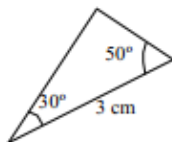
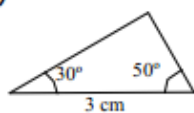
Amigo estudante, resolva os exercícios das actividades de verificação e veja se entendeu a matéria discutida nesta lição

1. das afirmações que se seguem marque com x as que estiverem correctas.

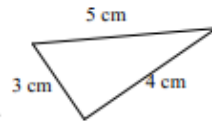
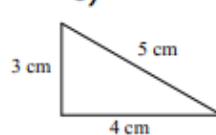
- a) Todos os lados de um quadrado são congruentes. ()
- b) Se dois triângulos têm dois ângulos e um lado respectivamente congruentes, então esses triângulos são congruentes. ()
- c) Se dois triângulos possuem dois lados e um ângulo respectivamente congruentes, então esses triângulos são congruentes()
- d) Se dois triângulos têm dois ângulos respectivamente congruentes, então esses triângulos são congruentes()
- e) Se dois triângulos têm os três lados respectivamente congruentes, então esses triângulos são congruentes. ().
- f) Todos os quadrados são congruentes entre si. ()

2. Na congruência de triângulos, estudamos três casos, são eles: L.L.L., L.A.L., e A.L.A. . Indique o caso de congruência nos pares de triângulos abaixo:

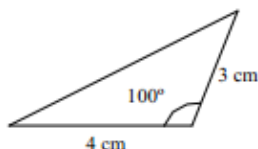
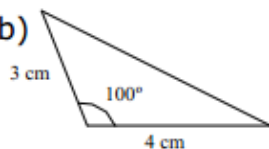
a)



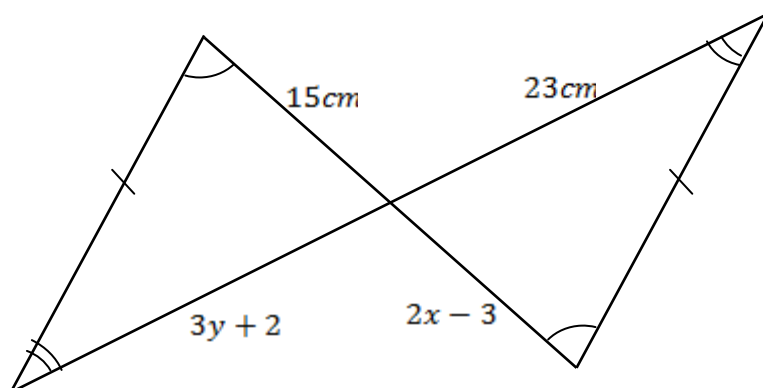
c)



b)



3. Na figura, o $\triangle ABC$ é congruente ao $\triangle EDC$. Determine o caso de congruência e o valor de x e y .



Caro aluno, já terminou a resolução dos exercícios das actividades de verificação? Se a resposta é sim, então confira as suas respostas na chave.



CHAVE DE CORRECÇÃO

Agora veja se você acertou em todas as questões das actividades de verificação, comparando as suas respostas com as que se apresentam a seguir.

1. a)(X) b)() c)() d)() e)(X) f)()

2. a) Critério angulo-lado-angulo b) Critério lado-lado-lado c) Critério lado-angulo-lado

3. Congruência pelo critério angulo-lado-angulo

$$2x - 3 = 15$$

$$2x = 15 + 3$$

$$2x = 18$$

$$x = 9$$

$$3y + 2 = 23$$

$$3y = 23 - 2$$

$$3y = 21$$

$$y = 7$$

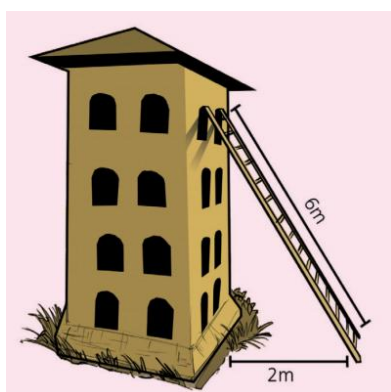
Muito bem estimado estudante, se terminou com sucesso a resolução dos exercícios desta secção então passe ao estudo da lição seguinte. Caso não, reestude o texto e refaça as actividades desta lição.

LIÇÃO Nº4: TEOREMA DE PITÁGORAS



INTRODUÇÃO

Caro estudante seja bem-vindo a primeira lição referente ao estudo do teorema de Pitágoras. Acredita-se que Pitágoras tenha sido o homem que descobriu a relação entre o comprimento dos lados de um triângulo rectângulo. Vejamos o seguinte problema:



A figura a cima representa uma escada de 6m, a base da escada dista 2m do plano da parede. Qual é a altura que esta escada alcança nestas condições.

Estamos diante dum problema que pode ser facilmente resolvido recorrendo ao teorema de Pitágoras.

Vamos a partir de já dar inicio ao estudo deste teorema.



OBJECTIVOS DA AULA

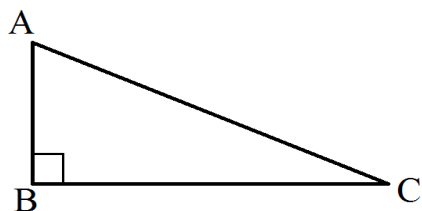
- ✓ Enunciar o teorema de Pitágoras
- ✓ Aplicar o teorema de Pitágoras na determinação do comprimento de lado de um triângulo
- ✓ Resolver exercícios recorrendo ao teorema de Pitágoras



Para a melhor compreensão desta lição precisamos estudar 60 minutos.

O triângulo rectângulo

Observe a figura que se segue:



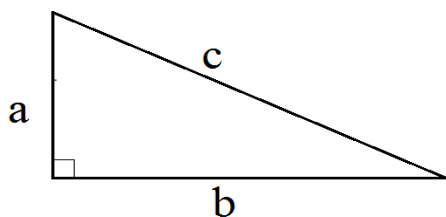
O triângulo ABC é um triângulo rectângulo, pois o ângulo interno ABC é um ângulo recto.

O maior dos lados de um triângulo rectângulo é designado hipotenusa, e os restantes lados são designados catetos.

- ✓ O lado \overline{CA} é a hipotenusa do triângulo ABC porque é o mais comprido dos lados do triângulo ABC.
- ✓ Os lados \overline{AB} e \overline{BC} são catetos do triângulo ABC.

Exemplo:

Dado o triângulo abaixo indique a hipotenusa e os catetos.

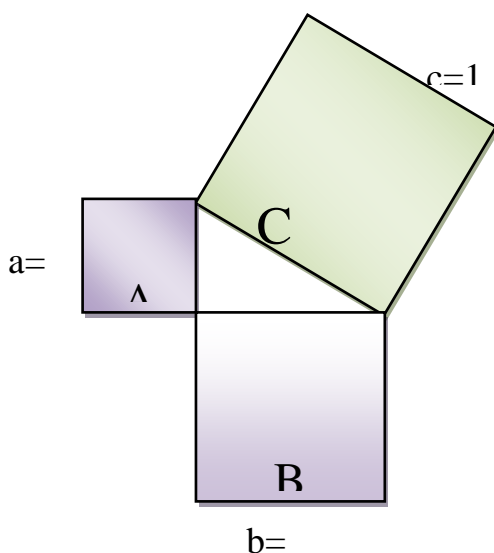


Resposta: O lado **c** é hipotenusa do triângulo dado.

Os lados **b** e **a** são catetos do triângulo dado.

O Teorema de Pitágoras

Observe a figura a baixo:



Calculemos as áreas de cada um dos quadrados dados:

Veja que o triângulo é formado pelos lados **a**, **b** e **c** que pertencem respectivamente aos quadrados **A**, **B** e **C**.

Área do quadrado A:

$$A_A = a^2 = 6^2 = 36$$

Área do quadrado B:

$$A_B = b^2 = 8^2 = 64$$

Área do quadrado C:

$$A_C = c^2 = 10^2 = 100$$

Relacionemos as áreas dos quadrados:

$$A_C = A_A + A_B$$

$$100 = 64 + 36$$

$$100 = 100$$

Conclusão:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Teorema de Pitágoras:

Dado um triângulo rectângulo, o quadrado da sua hipotenusa é igual a soma dos quadrados dos catetos do mesmo.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Onde: **c** é hipotenusa

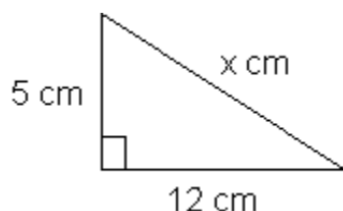
a e **b** são catetos

É importante o domínio deste teorema na resolução de problemas matemáticos razão pelo qual vamos agora em forma de exemplo resolver um exercício:

Exemplo 1:

Resolvamos os exercícios que se seguem:

Determine a medida indicada na figura



Estamos aqui diante de um triângulo rectângulo nos são dadas a medidas de ambos catetos estes são aqui indicados pelas letras **a** e **b**, é necessário determinarmos a medida da hipotenusa vamos indicar pela letra **c**.

Dados

$$a = 5\text{cm}$$

$$b = 12\text{cm}$$

$$c = ?$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 5^2 + 12^2$$

$$c^2 = 25 + 144 = 169$$

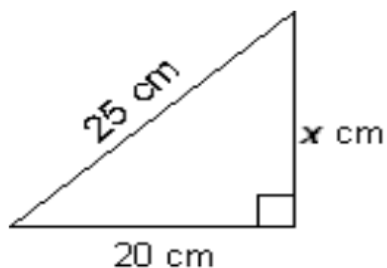
$$c = \sqrt{169}$$

$$c = 13$$

Resposta: a hipotenusa mede 13cm

Vamos agora ao exemplo nº2:

Determine o valor de x na figura abaixo



Neste caso é dada a medida da hipotenusa que vamos representar pela letra **c** é da hipotenusa e de um dos catetos que será representado pela letra **b**. É aqui necessário determinar da medida do outro cateto, que será representado pela letra **a**.

Dados :

$$a = x$$

$$b = 20\text{cm}$$

$$c = 25\text{cm}$$

Resolução

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$a^2 = c^2 - b^2$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$a = \sqrt{25^2 - 20^2}$$

$$a = \sqrt{625 - 400}$$

$$a = \sqrt{225}$$

$$a = 15$$

Resposta: o cateto **a** mede 15cm.

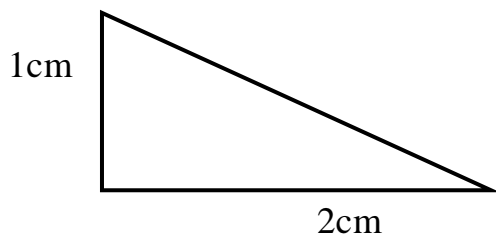
Caro estudante, terminado o estudo do texto sobre a representação gráfica da proporcionalidade directa, realize as actividades de verificação.



ACTIVIDADES DE VERIFICAÇÃO

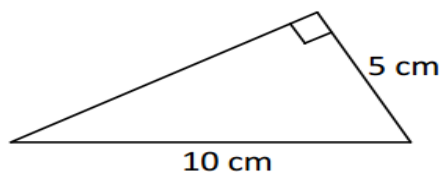
Amigo estudante, resolva os exercícios das actividades de verificação e veja se entendeu a matéria discutida nesta lição

1. Qual é o valor exacto da hipotenusa do triângulo (ver figura)?

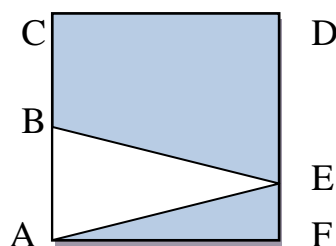


2. Num triângulo rectângulo, a hipotenusa é igual a 15 cm e um dos catetos é igual a 10 cm. Calcula o outro cateto.

3. Qual é o perímetro do triângulo (ver figura) arredondado ao centímetro?



4. Considera a figura a baixo. Qual é a medida do comprimento de \overline{AE} , em centímetros?



- **ACDF** é um quadrado de lado 4cm
- **B** é o ponto medio de \overline{AC}

Nota: Arredonda às décimas.

Caro aluno, já terminou a resolução dos exercícios das actividades de verificação? Se a resposta é sim, então confira as suas respostas na chave.



CHAVE DE CORRECÇÃO

Agora veja se você acertou em todas as questões das actividades de verificação, comparando as suas respostas com as que se apresentam a seguir.

1.

Dados :

$$a = 1\text{cm}$$

$$b = 2\text{cm}$$

$$c = ?$$

Resolução

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 1^2 + 2^2$$

$$c = \sqrt{1^2 + 2^2}$$

$$c = \sqrt{1^2 + 2^2}$$

$$c = \sqrt{1 + 4}$$

$$c = \sqrt{5}$$

Resposta: A hipotenusa mede $\sqrt{5}$ cm.

2.

Dados :

$$a = x$$

$$b = 10\text{cm}$$

$$c = 15\text{cm}$$

Resolução

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$a^2 = c^2 - b^2$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$a = \sqrt{15^2 - 10^2}$$

$$a = \sqrt{125 - 100}$$

$$a = \sqrt{25}$$

$$a = 5$$

Resposta: o cateto **a** mede 5cm.

3. O perímetro do triângulo é dado pela soma dos seus três lados, porem nos é dada a medida da hipotenusa e de apenas um dos catetos. Devemos em primeiro lugar determinar a medida do segundo cateto.

Dados :

$$a = ?$$

$$b = 5cm$$

$$c = 10cm$$

$$P = ?$$

Resolução

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$a^2 = c^2 - b^2$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$a = \sqrt{10^2 - 5^2}$$

$$a = \sqrt{100 - 25}$$

$$a = \sqrt{75}$$

$$a \approx 9cm$$

$$P = a + b + c$$

$$P = 5 + 9 + 10$$

$$P = 24cm$$

Resposta: O triângulo tem 24cm de perímetro

4.

Dados :

$$a = \overline{EF} = 1cm$$

$$b = \overline{AF} = 4cm$$

$$c = \overline{AE} = ?$$

Resolução

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$C = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$c = \sqrt{1^2 + 4^2}$$

$$c = \sqrt{17}$$

$$c = 4,1cm$$

Resposta: O comprimento do segmento \overline{AE} é de 4,1cm

Muito bem estimado estudante, se terminou com sucesso a resolução dos exercícios desta secção então passe ao estudo da lição seguinte. Caso não, reestude o texto e refaça as actividades desta lição.

LIÇÃO Nº 5



INTRODUÇÃO

Caro estudante seja desde já bem-vindo última das lições referente ao 3ª unidade do presente módulo. Vamos na presente lição aprofundar o estudo do teorema de Pitágoras através de situações diárias que nos conduzem a utilização deste teorema.

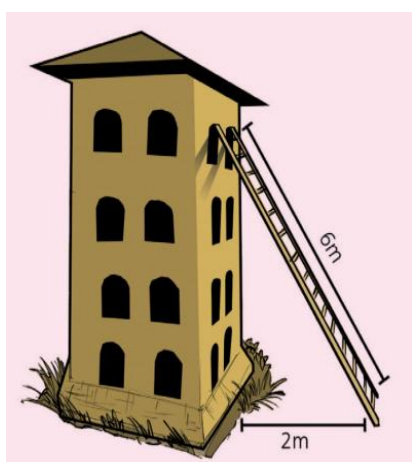


OBJECTIVOS DA AULA

- ✓ Aplicar o teorema de Pitágoras na resolução de problemas da vida quotidiana.



Para a melhor compreensão desta lição necessitamos estudar 60 minutos.



A presente lição será de carácter prático, vamos então dar início a mesma.

A figura ao lado representa uma escada de 6m, a base da escada dista 2m do plano da parede. Qual é a altura que esta escada alcança nestas condições.

Estamos diante de problemas que podem ser facilmente resolvidos recorrendo ao teorema de Pitágoras.

Com certeza esta problema já é familiar, pois foi colocado como exemplo de utilização do teorema de Pitágoras. Vamos a partir de já resolvê-lo em conjunto:

Dados

$$a = ?$$

$$b = 2m$$

$$c = 6m$$

Resolução :

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$a^2 = c^2 - b^2$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$a = \sqrt{6^2 - 2^2}$$

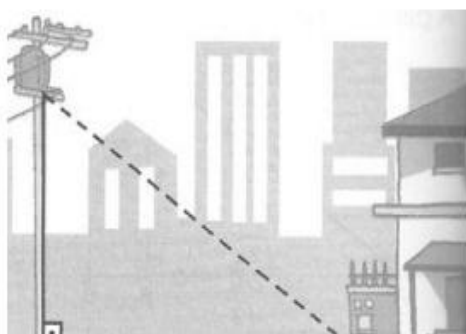
$$a = \sqrt{36 - 4}$$

$$a = \sqrt{32}$$

$$a \approx 5,66$$

A escada tem um alcance de 5,66m aproximadamente.

Problema 2:



Quantos metros de fio são necessários para “puxar luz” de um poste de 6m de altura até a caixa

de luz que está ao lado da casa e a 8m da base do poste?

Um breve comentário:

Observando a figura podemos concluir que a altura do poste é um dos catetos e a distância a partir da base do poste até a base da casa como sendo o outro cateto. O trajecto que o fio precisa fazer é exactamente a hipotenusa do triângulo da figura.

Solucionando o problema:

Dados :

$$a = 6m$$

$$b = 8m$$

$$c = ?$$

Resolução :

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$c = \sqrt{6^2 + 8^2}$$

$$c = \sqrt{36 + 64}$$

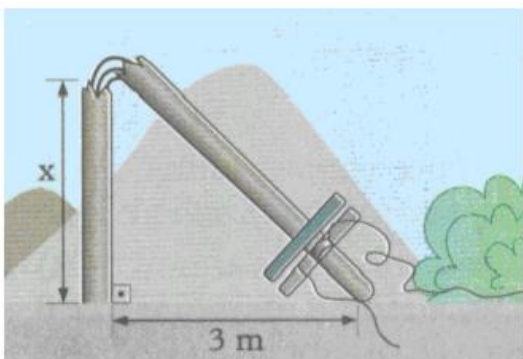
$$c = \sqrt{100}$$

$$c = 10$$

Resposta: São necessários 10 metros de fio.

Problema 3:

Um breve comentário:



Este poste quebrado se encontra na forma de um triângulo rectângulo o que torna valida a utilização do teorema de Pitágoras. A medida de um dos catetos vale 3m a medida do outro cateto vale x e a medida da hipotenusa vale $(9-x)$. Podemos a partir de já resolver o presente problema.

Solucionando o problema:

Dados :

$$a = 3$$

$$b = x$$

$$c = (9 - x)$$

Resolução

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$(9 - x)^2 = 3^2 + x^2$$

$$(9 - x)(9 - x) = 9 + x^2$$

$$81 - 18x + x^2 = 9 + x^2$$

$$x^2 - x^2 - 9x + 81 - 9 = 0$$

$$-18x = -72$$

$$x = \frac{-72}{-18}$$

$$x = 4$$

Resposta : O poste se quebrou a 4 metros do solo.

Resolvidos estes três problemas podemos sem dúvida nenhuma dizer que cada exercício é único, porém podemos seguir um pequeno algoritmo para a resolução deste tipo de problemas:

- I. Antes de qualquer procedimento devemos ler e entender o problema colocado.
- II. Este problema deve ser traduzido em um problema matemático
- III. Este problema matemático deve ser resolvido
- IV. Devemos extrair a solução do problema original

Caro estudante, terminado o estudo do texto sobre a representação gráfica da proporcionalidade directa, realize as actividades de verificação.

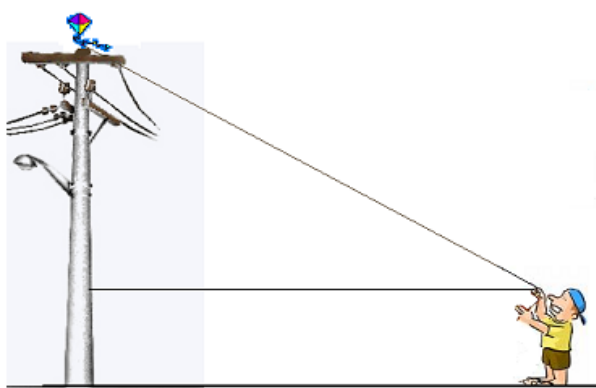


ACTIVIDADES DE VERIFICAÇÃO

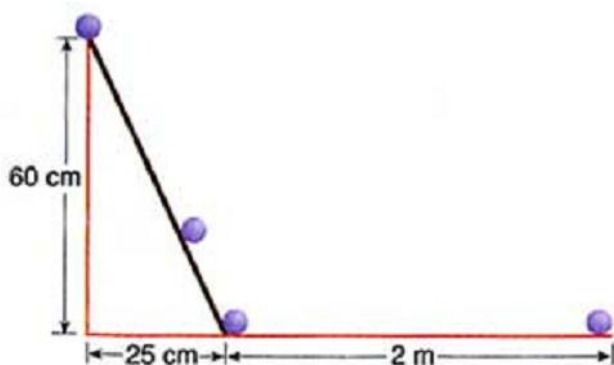
Amigo estudante, resolva os exercícios das actividades de verificação e veja se entendeu a matéria discutida nesta lição

1. A distância do menino ao poste é de 12 metros, sabendo que o menino tem 1,60m e a altura do

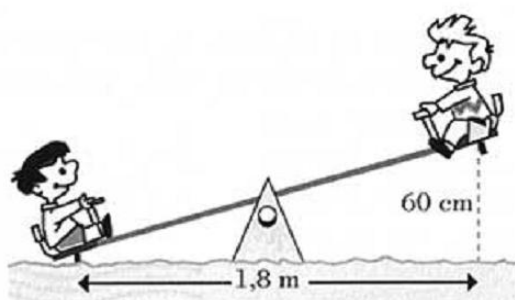
poste é de 6,60m, a que distância está o papagaio do menino?



2. Qual é a distância percorrida pelo berlinde (a bolinha roxa da figura), em centímetros?



3. O Pedro e o João estão a «andar» de balanço, como indica a figura:



A altura máxima a que pode subir cada um dos amigos é de 60 cm. Qual o comprimento do balanço?

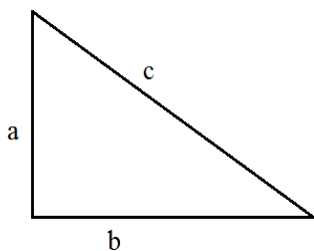
Caro aluno, já terminou a resolução dos exercícios das actividades de verificação? Se a resposta é sim, então confira as suas respostas na chave.



CHAVE DE CORRECÇÃO

Agora veja se você acertou em todas as questões das actividades de verificação, comparando as suas respostas com as que se apresentam a seguir.

1.



Dados :

$$b = 12m$$

$$a = (6.6 - 1.6)m = 5m$$

c ?

Resolução

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$c = \sqrt{12^2 + 5^2}$$

$$c = \sqrt{144 + 25}$$

$$c = \sqrt{169}$$

$$c = 13$$

Resposta: o papagaio está a 13 metros do rapaz.

2.

Chamemos a distância total percorrida pela bola por x ;

Dados :

$$a = 60cm$$

$$a = 25cm$$

$$c ?$$

$$(x - c) = 2m = 200cm$$

$$x = ?$$

Resolução :

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$c = \sqrt{60^2 + 25^2}$$

$$c = \sqrt{3600 + 625}$$

$$c = \sqrt{4225}$$

$$c = 65$$

$$x = c + 200cm$$

$$x = 265cm = 2,65m$$

Resposta: o berlinde percorreu 2,65metros

3.

Dados :

$$a = 60cm$$

$$a = 180cm$$

$$c = ?$$

Resolução :

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$c = \sqrt{180^2 + 60^2}$$

$$c = \sqrt{32400 + 3600}$$

$$c = \sqrt{36000}$$

$$c \approx 190$$

Resposta: Tem 190cm.

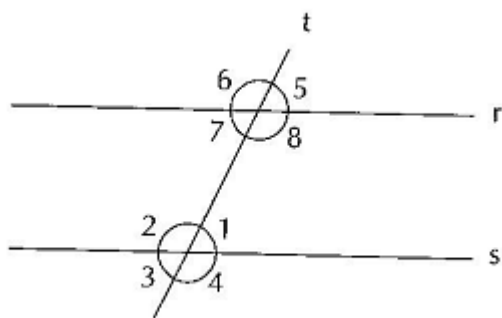


TESTE DO FIM DA UNIDADE

Parabéns, caro estudante! Você terminou com sucesso o estudo das unidades módulo auto instrucional de matemática. Agora resolva os exercícios de teste de fim da unidade. Boa sorte!

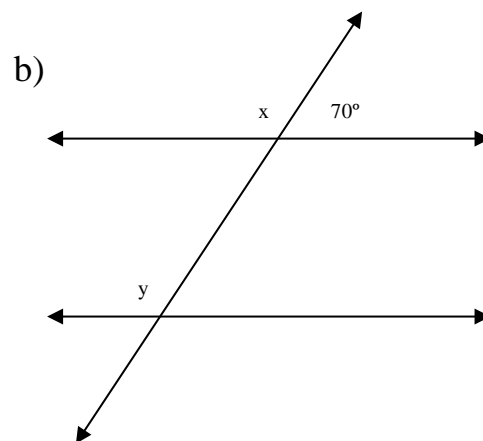
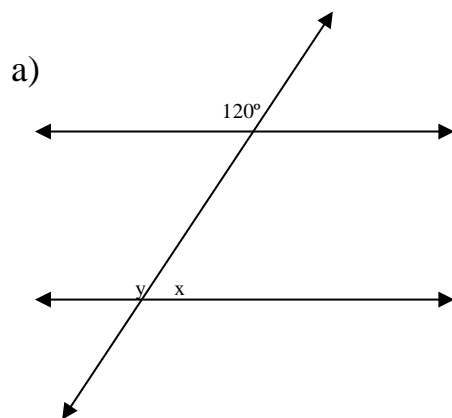
1. Nesta figura, as rectas r e s são paralelas e t é uma transversal.

ASSINALE a afirmação FALSA:



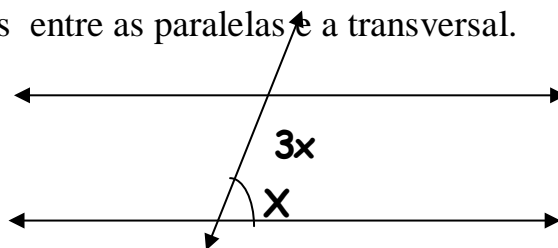
- a) $1 = 8$, pois são alternos internos.
- b) $4 = 8$, pois são correspondentes.
- c) $1 = 7$, pois são alternos internos.
- d) $2 = 6$, pois são correspondentes.

2. Nas figuras a seguir $r \parallel s$ e t é transversal, determine as medidas x e y dos ângulos destacados:



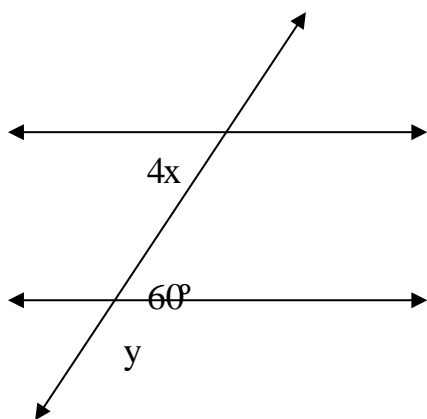
3. Duas retas paralelas, cortadas por uma transversal, determinam dois ângulos colaterais internos em que a medida de um deles é o triplo da medida do outro. Faça uma figura representativa dessa situação e determine as medidas dos oito ângulos

formados entre as paralelas e a transversal.

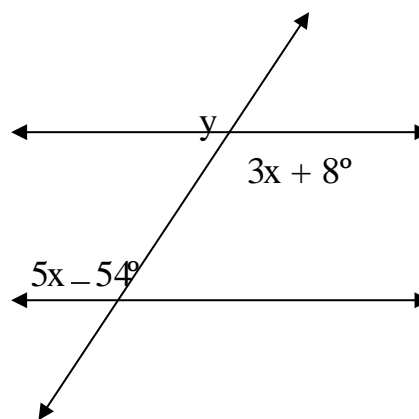


4. Determine as medidas x e y em cada caso, sabendo que $r \parallel s$ e t é transversal:

a)



b)

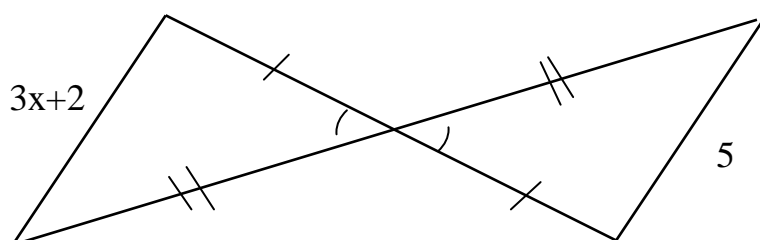


5. Assinale com X as afirmações correctas.

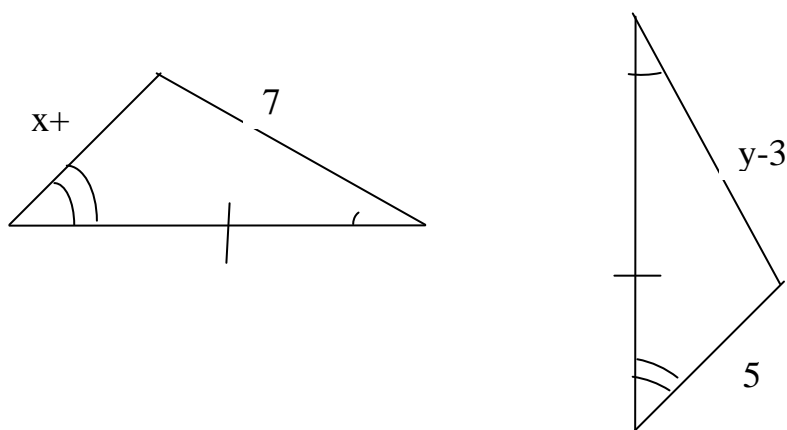
- a) dois segmentos de recta são congruentes se estes tiverem o mesmo comprimento, mesma direcção e mesmo sentido
- b) se os catetos de dois triângulos rectângulos forem congruentes os respectivos triângulos serra também congruentes.
- c) dois polígonos são descritos como congruentes se tiverem a mesma forma e tamanho.
- d) todos triângulos equiláteros são congruentes.

6. identifique o caso de congruência e determine os valores de x e y para cada um dos casos.

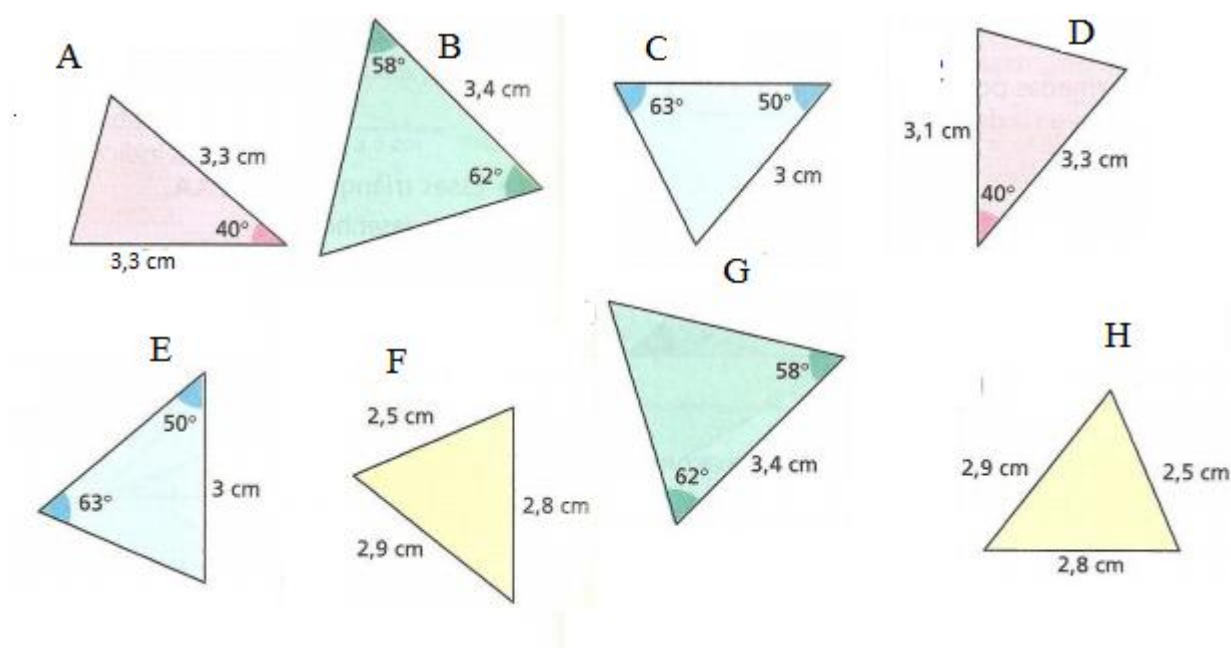
a)



b)



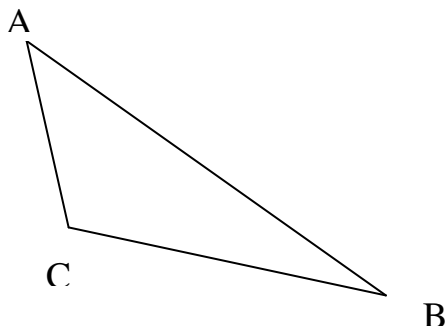
7. Dados os triângulos marque com V as alternativas verdadeiras e com F as falsas



- a) os triângulo A e B são congruentes pelo critério lado-lado-lado
- b) os triângulos A e D são congruentes pelo critério lado-angulo-lado
- c) os triângulos A e D são congruentes pelo critério angulo-lado-angulo
- d) os triângulos B e C são congruentes pelo critério lado-angulo-lado

8. Classifique os triângulos que se seguem

a)



Quanto aos lados:

A: Escaleno ()

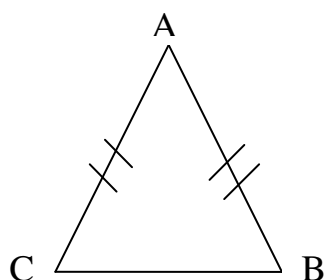
B: Isósceles ()

Quanto aos ângulos

:

A: acutângulo ()

b)



Quanto aos lados:

A: Escaleno ()

B: Isósceles ()

Quanto aos ângulos

:

naç A: acutângulo ()

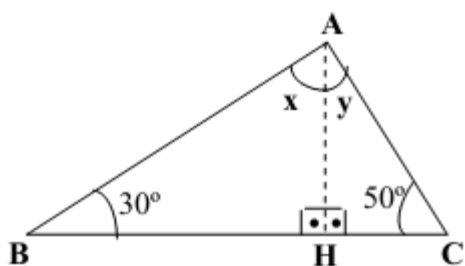
lado oposto no

seu ponto médio. ()

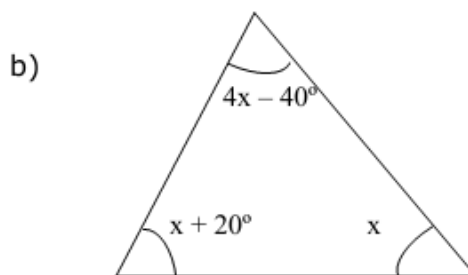
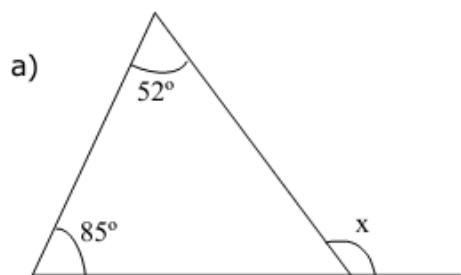
b) Mediana é o segmento determinado por um vértice e pelo ponto médio do lado oposto a este vértice. ()

c) A altura é o segmento de recta que une um vértice ao lado oposto e é perpendicular a esse lado()

10. Na figura abaixo, \overline{AH} é altura, calcule x e y :

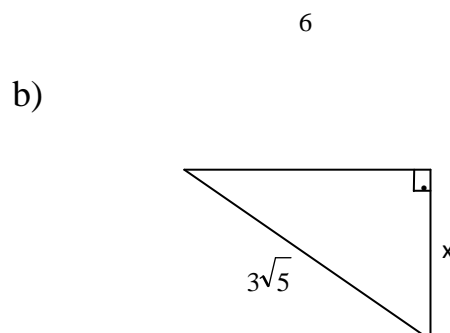
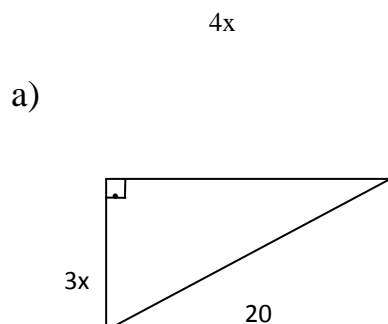


11. Determine o valor dos termos desconhecidos nos triângulos abaixo:



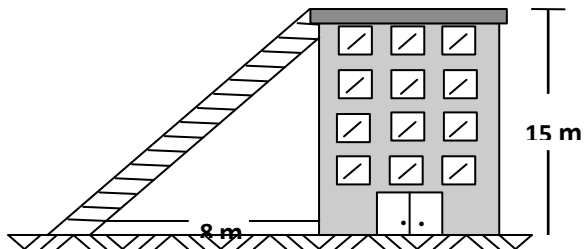
12. determine a hipotenusa de um triangulo rectangulo sabendo que que os catetos de te triangulo medem 5cm e 7cm respectivamente.

13. Utilizando o Teorema de Pitágoras, determine o valor de x nos triângulos retângulos:



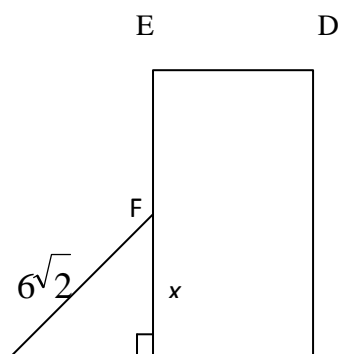
14. A figura mostra um edifício que tem 15 m de altura, com uma escada colocada a 8 m de sua base ligada ao topo do edifício. O comprimento dessa escada é de:

- a) 12 m.
- b) 20 m.
- c) 15 m.
- d) 17 m



15. Na figura tem-se que $AB \cong BC$ e F é ponto médio do lado BE do retângulo $BCDE$. Determine:

- a. a medida x indicada na figura.
- b. a área do retângulo $BCDE$.



A x BC

Ora bem, caro estudante, terminada a resolução do teste do fim da unidade; confira as suas respostas na chave de correcção que segue.



CHAVE DE CORRECÇÃO

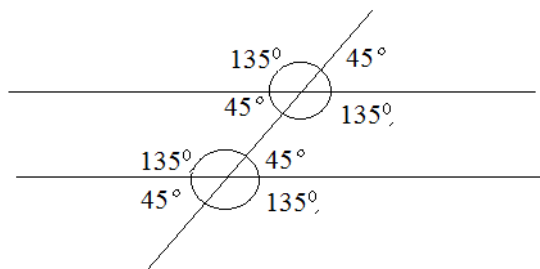
Confira as suas respostas nesta chave e veja se compreendeu a matéria tratada nesta unidade temática. Vamos a isso!

1. a) (F) b) () c) () d) ()

2. a) $x=120^\circ$ $y=60^\circ$

b) $x=130^\circ$ $y=70^\circ$

3.



4. a) $x=15^\circ$ $y=120^\circ$
b) $x=31^\circ$ $y=149^\circ$

5. a) () b) (X) c) (X) d) ()

6. a) $x=1$ b) $x=3$ $y=4$

7. a) (F) b) (V) c) (F) d) (F)

8. a) Escaleno e obtusângulo b) isósceles e acutângulo

9. a)() b)(X) c)()

10. $x=60^\circ$ $y=40^\circ$

11. a) $x=137^\circ$ b) $x=33,3^\circ$

12. hipotenusa mede 8,6cm

13. a) $x=4$ b) $x=3$

14. a)() b)() c)() d)(X)

15. $x=6$

Ótimo, querido estudante. Se você resolveu com sucesso todas as questões do teste de fim da unidade, então passe à resolução dos teste de fim de módulo. Caso não estude novamente as matérias que lhe pareceram mais difícil e refaça os exercícios deste teste com a ajuda dos seus colegas ou do tutor. Boa sorte!



TESTE DE FIM DO MÓDULO / PREPARAÇÃO PARA O TESTE

1. Assinale com V as proposições verdadeiras e com F as falsas.

a) $-2,5 \in \mathbb{N}$ () b) $\mathbb{Q} \subset \mathbb{Q}^+$ () c) $54 \in \mathbb{Z}$ () d) $2\frac{3}{4} \in \mathbb{Z}_0^-$ ()

2. Complete e obtenha proposições verdadeiras.

a) $|-245| =$ b) $|+56| =$ c) $\left| -\frac{3}{7} \right| =$ d) $\left| +4\frac{8}{9} \right| =$

3. Compare, use os símbolos $<$, $=$ e $>$.

a) -5 e 0 b) $\frac{2}{3}$ e $\frac{1}{3}$ c) 65 e -65 d) $-\frac{4}{5}$ e $-\frac{8}{10}$

4. Represente na recta graduada o seguinte conjunto: $\left\{ -2; \frac{2}{3}; -\frac{1}{2}; 0 \right\}$

5. Escreva na forma de potência de:

a) Expoente positivo

i. $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$ ii. $10 \cdot 10 \cdot 10 =$ iii. $0,0001 =$ iv. $1000000 =$

b) Expoente negativo

i. $\frac{1}{3} =$ ii. $\left(\frac{4}{5} \right)^3 =$ iii. $\frac{6}{7} =$

6. Calcule.

a) $\sqrt{9} =$ b) $\sqrt{121} =$ c) $\sqrt{256} =$ d) $\sqrt{324} =$

7. Preste atenção à tabela seguinte. Preencha os espaços pontilhados.

nº	Propriedades	Expressão
1	$\frac{4}{5} \cdot 1 = 1 \cdot \frac{4}{5} = \frac{4}{5}$
2	Propriedade da dos n.ºs inteiros	$(+3) + [(-5) - (-4)] = 3 - 1$
3	Propriedade da multiplicação dos n.ºs	$\frac{5}{10} + = \frac{4}{10} + \frac{5}{10} =$
4	Elemento neutro da	$0 + = 0,6 + 0 = 0,6$

8. Resolva as expressões numéricas

a) $(+12) + [-(-5) + (-16)]$ b) $\frac{1}{3} - \left[\frac{1}{4} + \left(\frac{5}{6} - \frac{4}{3} + \frac{3}{4} \right) - \frac{1}{2} \right]$ c) $\frac{2 - \frac{1}{3} - \frac{1}{6}}{-1 + \frac{1}{8} + \frac{5}{4}}$

9. Dadas as identidades: $3 + 5 = \sqrt{64}$, $x(2x - 1) = 0$, $2(x - 1) = 4(x - 2)$,
 $\frac{2x}{3} - \frac{2(x+1)}{3} = 4(x - 2)$ e $2 + x - 3 = 3x - 1$; transcreva para a sua folha de exercícios
as equações lineares.

10. Marque com V as proposições verdadeiras e com F as falsas.

a) $p = 2$ é solução da equação $2p - p - 2 = 0$ ()

b) $m = -1$ é solução da equação $2(m + 2) = 3(m - 4)$

c) $x = 0$ é solução da equação $x + \frac{x}{3} = x - 1$

11. Encontrar a solução de cada uma das equações seguintes.

a) $-2w + 3 = 2 + w + 1$

b) $\frac{2x-3}{3} = \frac{3x+2}{2}$

c) $2(3x-2) + \frac{x+1}{2} = 2(2x+1)$

12. O perímetro de um triângulo é 48. A medida dos seus lados é $2x$, $2x+2$ e $4x+4$. Quanto mede cada um dos lados deste triângulo.

13. A soma da minha idade com a do meu pai é 56. Calcular do meu pai sabendo que a idade dele é o triplo da minha menos 8 anos

14. Um número inteiro é composto de três algarismos cuja soma é 18. O algarismo das unidades é o dobro do algarismo das centenas e o das dezenas é a soma do das unidades e dos das centenas. Qual é esse número?

15. A solução da equação: $\frac{3x+2}{5(y-2)} = \frac{1}{2}$

em ordem á x é:

a) $\frac{5y-7}{3}$ () b) $\frac{3x-7}{5}$ () c) $\frac{5y+7}{3}$ () d) $\frac{3x+7}{5}$ ()

16. Resolva os seguintes sistema de equações pelo método de substituição:

a) $\begin{cases} 3x + 5y = 7 \\ 2x + 4y = 10 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \frac{2}{x+1} + \frac{3}{y+2} = 3 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$

17. Resolva os seguintes sistemas de equações pelo método de adição ao coeficiente simétrico

a) $\begin{cases} 3x + 5y = -6 \\ x - 2y = -2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x + y = 2 \\ \frac{x}{2} + 4y = 2 \end{cases}$

18. Resolva os seguintes sistemas pelo método misto

$$\text{a) } \begin{cases} -2x + 4y = 3 \\ x - 3y = 2 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1 \\ 1x + 3y = 4 \end{cases}$$

19. Pelo método gráfico resolva os seguintes sistemas de equações

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + y = 1 \\ x - 2y = 3 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} -x + y = 2 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$$

20. O sistema

$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 4x + 2y = 3 \end{cases}$$

É classificado como:

- a) Possível determinado () b) Possível indeterminado () c) Impossível ()

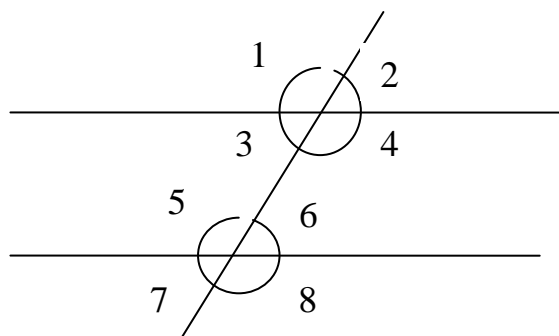
21. Quais são os números naturais cuja soma é 75 e a sua diferença é 37?

- a) 56 e 19 () b) 50 e 25 () c) 50 e 13 () d) 50 e 19 ()

22. Se 5kg de tomate e 3kg de batata custa 135Mt e 2kg de tomate e 6kg de batata custam 150Mt. Quanto custa respectivamente o kg de tomate e o kg de batata?

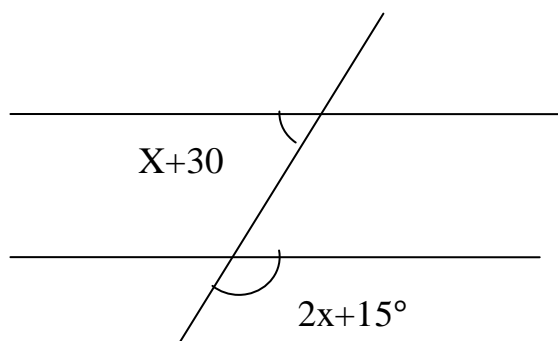
- a) 18Mt e 16Mt () b) 15Mt e 20Mt () c) 20Mt e 15Mt () d) 20Mt e 20Mt ()

23. Assinale com X a alternativa correcta



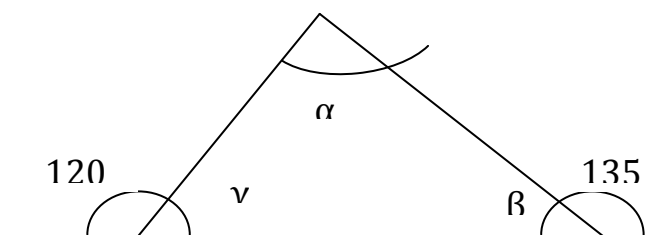
- a) Os ângulos 1 e 2 são colaterais internos ☐
- b) Os ângulos 1 e 2 são colaterais externos ☐
- c) Os ângulos 1 e 2 são alternos internos ☐
- d) Os ângulos 1 e 2 são alternos externos ☐

24. É correcto afirmar que para a figura a baixo o valor de x é:



- a) $x=30^\circ$ ()
- b) $x=45^\circ$ ()
- c) $x=60^\circ$ ()
- d) $x=90^\circ$ ()

25. Dado triangulo abaixo os valores de α , β e γ são respectivamente:



- a) 60° , 45° e 75° ()
- b) 45° , 75° e 60° ()
- c) 75° , 45° e 60° ()
- d) nenhuma alternativa está correcta ()



CHAVE DE CORREÇÃO

Estimado estudante, confira as suas respostas nesta chave de respostas e veja se entendeu toda a matéria tratada neste módulo. Mãos à obra!

1. a) $-2,5 \in \mathbb{N}$ (F) b) $\mathbb{Q} \subset \mathbb{Q}^+$ (F) c) $54 \in \mathbb{Z}$ (V)

d) $2\frac{3}{4} \in \mathbb{Z}_0^-$ (F)

2. a) $|-245| = 245$

b) $|+56| = 56$

c) $\left| -\frac{3}{7} \right| = \frac{3}{7}$

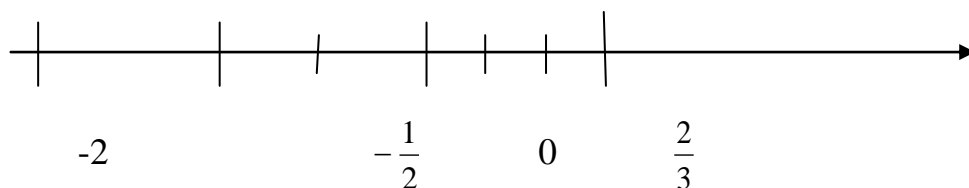
d) $\left| +4\frac{8}{9} \right| = 4\frac{8}{9}$

3. Compare, use os símbolos $<$, $=$ e $>$.

a) $-5 < 0$ b) $\frac{2}{3} > \frac{1}{3}$ c) $65 > -65$

d) $-\frac{4}{5} \text{ e } -\frac{8}{10} \Leftrightarrow \underset{(2)}{-\frac{4}{5}} \dots \dots \underset{(1)}{-\frac{8}{10}} \Leftrightarrow -\frac{8}{10} \dots \dots -\frac{8}{10} \Rightarrow -\frac{8}{10} = -\frac{8}{10}$

4. : $\left\{ -2; \frac{2}{3}; -\frac{1}{2}; 0 \right\}$



5. a)

i. $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4$

ii. $10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3$

iii. $0,0001 = \frac{1}{10000} = \frac{1}{10^4} = \left(\frac{1}{10} \right)^4$

iv. $1000000 = 10^6$

5.b)

$$i. \frac{1}{3} = 3^{-1} \quad ii. \left(\frac{4}{5}\right)^3 = \left(\frac{5}{4}\right)^{-3} \quad iii. \frac{6}{7} = \left(\frac{7}{6}\right)^{-1}$$

6.

$$a) \sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$$

$$b) \sqrt{121} = \sqrt{(11)^2} = 11$$

$$\begin{array}{r} 9 \overline{) 3} \\ 3 \overline{) 3} \\ \hline 1 \end{array}$$

$$1 \quad 9 = 3 \cdot 3 = 3^2$$

$$\begin{array}{r} 121 \overline{) 11} \\ 11 \overline{) 11} \\ \hline 1 \end{array}$$

$$1 \quad 121 = 11 \cdot 11 = 11^2$$

$$c) \sqrt{256} = \sqrt{(2^4)^2} = 2^4 = 16$$

$$d) \sqrt{324} = \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2} = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 6 \cdot 3 = 18$$

$$\begin{array}{r} 256 \overline{) 2} \\ 128 \overline{) 2} \\ 64 \overline{) 2} \\ 32 \overline{) 2} \\ 16 \overline{) 2} \\ 8 \overline{) 2} \\ 4 \overline{) 2} \\ \hline 2 \end{array}$$

$$2 \quad 2$$

$$1 \quad 256 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^8 = 2^4 \cdot 2^4 = (2^4)^2$$

$$\begin{array}{r} 324 \overline{) 2} \\ 162 \overline{) 2} \\ 81 \overline{) 3} \\ 27 \overline{) 3} \\ 9 \overline{) 3} \\ 3 \overline{) 3} \\ \hline 3 \end{array}$$

$$3 \quad 3$$

$$1 \quad 324 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2$$

7. Preste atenção à tabela seguinte. Preencha os espaços pontilhados.

nº	Propriedades	Expressão
1	<i>Elemento neutro da multiplicação de números racionais.</i>	$\frac{4}{5} \cdot 1 = 1 \cdot \frac{4}{5} = \frac{4}{5}$
2	Propriedade associativa da adição dos n.ºs inteiros	$(+3) + [(-5) - (-4)] = 3 - 1$
3	Propriedade comutativa da multiplicação dos n.ºs racionais.	$\frac{5}{10} \cdot \frac{4}{10} = \frac{4}{10} \cdot \frac{5}{10} = \frac{20}{100}$
4	Elemento neutro da adição dos números racionais	$0 + 0,6 = 0,6 + 0 = 0,6$

8. Resolva as expressões numéricas

$$\begin{aligned}
 a) & (+12) + [-(-5) + (-16)] = \\
 & 12 + (5 - 16) = \\
 & 12 - 11 \\
 & = 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b) & \frac{1}{3} - \left[\frac{1}{4} + \left(\frac{5}{6} - \frac{4}{3} + \frac{3}{4} \right) - \frac{1}{2} \right] = \frac{1}{3} - \left[\frac{1}{4} + \left(\frac{5}{6} - \frac{4}{3} + \frac{3}{4} \right) - \frac{1}{2} \right] = \frac{4}{12} - \left[\frac{3}{12} + \left(\frac{10}{12} - \frac{16}{12} + \frac{9}{12} \right) - \frac{6}{12} \right] = \\
 & \frac{4 - [3 + (10 - 16 + 9) - 6]}{12} = \frac{4 - (3 + 3) - 6}{12} = \frac{4 - 3 - 3 - 6}{12} = \frac{4 - 12}{12} = -\frac{8}{12} = -\frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}
 2 - \frac{1}{3} - \frac{1}{6} &= \frac{2}{1} - \frac{1}{(6)} - \frac{1}{(2)} = \frac{12}{6} - \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{12 - 3}{6} = \frac{9}{6} = \frac{9}{6} \cdot \frac{8}{8} = \frac{3 \cdot 4}{3} = \frac{12}{3} = 4 \\
 -1 + \frac{1}{8} + \frac{5}{4} &= -\frac{1}{(8)} + \frac{1}{(1)} + \frac{5}{(2)} = -\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{10}{8} = \frac{-1 + 1 + 10}{8} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}
 \end{aligned}$$

9.

$$2(x-1)=4(x-2), \quad 2+x-3=3x-1 \quad \text{e} \quad \frac{2x}{3}-\frac{2(x+1)}{3}=4(x-2)$$

10.

a) $p=2$

b) $m=-1$

c) $x=0$

$$2p-p-2=0$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot 2 - 2 - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4 - 4 = 0$$

$$0=0$$

$$2(m+2)=3(m-4) \Leftrightarrow$$

$$2 \cdot (-1+2)=3 \cdot (-1-4) \Leftrightarrow$$

$$2 \cdot 1 = 3 \cdot (-4)$$

$$\Leftrightarrow 2 = -12$$

$$x + \frac{x}{3} = x - 1$$

$$\Leftrightarrow 0 + \frac{0}{3} = 0 - 1$$

$$0 = -1$$

a) (V)

b) (F)

c) (F)

11.

a) $-2w+3=2+w+1 \Leftrightarrow -2w-w=2+1-3 \Leftrightarrow -3w=3-3 \Leftrightarrow -3w=0$
 $\Rightarrow w=0$

b) $\frac{2x-3}{3} = \frac{3x+2}{2} \Leftrightarrow \frac{2x-3}{\underset{(2)}{3}} = \frac{3x+2}{\underset{(3)}{2}} \Leftrightarrow 2 \cdot (2x-3) = 3 \cdot (3x+2) \Leftrightarrow 4x-6=9x+6 \Leftrightarrow 4x-9x=6+6$
 $\Leftrightarrow -5x=6 \Rightarrow x=-\frac{6}{5}$

$$2(3x-2) + \frac{x+1}{2} = 2(2x+1) \Leftrightarrow \frac{2 \cdot (3x-2)}{\underset{(2)}{1}} + \frac{x+1}{\underset{(1)}{2}} = \frac{2(2x+1)}{\underset{(2)}{1}} \Leftrightarrow 4(3x-2) + x+1 = 4(2x+1) \Leftrightarrow$$

$$12x-8+x+1=8x+4 \Leftrightarrow 13x-7=8x+4 \Leftrightarrow 13x-8x=4+7 \Leftrightarrow 5x=11$$

$$\Rightarrow x = \frac{11}{5}$$

12.

$$P = l_1 + l_2 + l_3 \Leftrightarrow 48 = 2x + (3x + 2) + (4x + 4) \Leftrightarrow 48 = 2x + 2x + 2 + 4x + 4 \Leftrightarrow 48 = 8x + 6 \Leftrightarrow 48 + 6 = 8x$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{42}{8} = 5,25$$

$$l_1 = 2x = 2 \cdot 5,25 = 10,5cm$$

$$l_2 = 2x + 2 = 2 \cdot 5,25 + 2 = 10,5 + 2 = 12,5cm$$

$$l_3 = 4x + 4 = 4 \cdot 5,25 + 4 = 21 + 4 = 25cm$$

13.

A minha idade é x

A idade do meu pai é $3x - 8$.

A soma das idades é 56.

Assim:

$$x + (3x - 8) = 56 \Leftrightarrow x + 3x - 8 = 56 \Leftrightarrow 4x = 56 + 8 \Leftrightarrow 4x = 64 \Leftrightarrow x = \frac{64}{4} = 16$$

$$\Rightarrow x = 16$$

Deste modo, a idade do meu pai é: $3x - 8 = 3 \cdot 16 - 8 = 48 - 8 = 40$

14.

Seja CDU o número composto pelos C, D e U algarismos que compõem o número de que estamos a procura.

✓ C é o algarismo das centenas;

✓ U é o algarismo das unidades, por isso: $U = 2 \cdot C$, e;

✓ D é o algarismo das dezenas, por isso $D = 2 \cdot C + C$

A equação deste problema será: $C+D+U=18$

$$C + D + U = 18 \Leftrightarrow C + 2C + 2C + C = 18 \Leftrightarrow 6C = 18 \Rightarrow C = \frac{18}{6} = 3$$

$$C = 3$$

$$U = 2C = 2 \cdot 3 = 6$$

$$D = 2C + C = 2 \cdot 3 + 3 = 6 + 3 = 9$$

Caro amigo, sendo que o número de que estamos a procura apresenta-se na forma CDU, então ele será 396.

15. a) (X) b) () c) () d) ()

16. a) Sol(1:2) b) Sol(4:8)

17. a) Sol(-2:0) b) Sol($\frac{5}{3}$; 7)

18. a) Sol(-3,5:12,5) b) Sol(2; $\frac{6}{11}$)

19. a) Sol(1-1) b) Sol(2:4)

20. a) () b) () c) (X)

21. a) (X) b) () c) () d) ()

22. a) () b) (X) c) () d) ()

23. a) () b) () c) () d) (X)

24. a) () b) (X) c) () d) ()

25. a) () b) () c) (X) d) ()

BIBLIOGRAFIA:

1. **Nhezê, Ismael:** Livro de matemática 8ª classe.
2. **Paulo, Luís de Nascimento & Muchango, Orlando:** Módulo1 de matemática, 8ª classe, Ensino Secundário à Distância.
3. **Chissico, Paulo & Mondlane, Abel:** Módulo1 de matemática, Curso de Formação de Professores Primários em Exercícios, via Educação à distância.
4. Escola E.B. 2,3 de Quarteira nº2-2008/2009.
5. **Equações: Ficha de trabalho de matemática - 7º ano:** Resolução de problemas conducentes as equações lineares com uma incógnita
6. **Agrupamento de Escolas Pampilhosa - 8º ano (2006/2007):**Fichas de equações sobre equações do 1º grau.