



REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DESENVOLVIMENTO HUMANO
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

$$7x - 9 = 5$$

Módulo 1

Matemática

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO
À DISTÂNCIA (PESD) 1º CICLO

**PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À
DISTÂNCIA (PESD) 1º CICLO**

**Módulo 1 de:
Matemática**

Moçambique

FICHA TÉCNICA

Consultoria

CEMOQE MOÇAMBIQUE

Direcção

Manuel José Simbine (Director do IEDA)

Coordenação

Nelson Casimiro Zavale

Belmiro Bento Novele

Elaborador

Paulo Chissico

Revisão Instrucional

Nilsa Cherindza

Lina do Rosário

Constância Alda Madime

Décio Langa

Revisão Científica

Teresa Macie

Revisão linguística

Rogério Uelemo

Maquetização e Ilustração

Elísio Bajone

Osvaldo Companhia

Rufus Maculuve

Impressão

CEMOQE, Moçambique

Índice

INTRODUÇÃO	5
UNIDADE TEMATICA I: NÚMEROS RACIONAIS	8
LIÇÃO Nº 1: NÚMERO NATURAIS, COMPARAÇÃO E REPRESENTAÇÃO DOS NÚMEROS NATURAIS	11
LIÇÃO Nº 2: REVISÃO DAS QUATRO OPERAÇÕES EM IN	16
LIÇÃO Nº 3: CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS POSITIVOS.....	20
LIÇÃO Nº 4: ORDENAÇÃO DOS NÚMEROS INTEIROS RELATIVOS.....	26
LIÇÃO Nº 5: ADIÇÃO E MULTIPLICAÇÃO DOS NÚMEROS INTEIRO RELATIVOS	35
LIÇÃO Nº 6: PROPRIEDADES DA ADIÇÃO E DA MULTIPLICAÇÃO DOS NÚMEROS INTEIRO RELATIVOS ...	43
LIÇÃO Nº 7: DIVISÃO DOS NÚMEROS INTEIROS RELATIVOS E RESOLUÇÃO DE EXPRESSÕES NUMÉRICAS	51
LIÇÃO Nº 8: CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS RELATIVOS.....	57
LIÇÃO Nº 9: ORDENAÇÃO DO NÚMEROS RACIONAIS RELATIVOS	62
LIÇÃO Nº 10: ADIÇÃO DOS NÚMEROS RACIONAIS	72
LIÇÃO Nº 11: MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO DOS NÚMEROS RACIONAIS RELATIVOS	81
LIÇÃO Nº 12: POTENCIAÇÃO EM Q	91
LIÇÃO Nº 13: ADIÇÃO E MULTIPLICAÇÃO DE POTÊNCIAS EM Q	98
LIÇÃO Nº 14 : PROPRIEDADES E DIVISÃO DAS POTÊNCIAS.	107
LIÇÃO Nº 15 : POTÊNCIAS DE BASE 10	117
LIÇÃO Nº 16 : NOTAÇÃO CIENTÍFICA	124
LIÇÃO Nº 17 : RAIZ QUADRADA DE UM NÚMERO RACIONAL NÃO NEGATIVO	129
UNIDADE TEMÁTICA II: EQUAÇÕES LINEARES COM UMA INCÓGNITA.....	143
LIÇÃO Nº 1: EQUAÇÕES LINEARES OU DO 1º GRAU	145
LIÇÃO Nº 2: SOLUÇÃO DE UMA EQUAÇÃO LINEAR	150
LIÇÃO Nº 3: RESOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES LINEARES DO TIPO $ax + b = 0$	157
LIÇÃO Nº 4: RESOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES ESCRITAS NA FORMA $ax + d = kx + c$	165
LIÇÃO Nº 5: RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES LINEARES COM PARENTESSES E PRINCÍPIOS DE EQUIVALÊNCIA DAS EQUAÇÕES.....	170
LIÇÃO Nº 6: CLASSIFICAÇÃO DAS EQUAÇÕES LINEARES	177
LIÇÃO Nº 7: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS CONDUZIDOS ÀS EQUAÇÕES LINEARES	182

MENSAGEM DA SUA EXCELÊNCIA MINISTRA DA EDUCAÇÃO E DESENVOLVIMENTO HUMANO

CARO ALUNO!

Bem-vindo ao Programa do Ensino Secundário à Distância (PESD).

É com grata satisfação que o Ministério da Educação e Desenvolvimento Humano coloca nas suas mãos os materiais de aprendizagem especialmente concebidos e preparados para que você e muitos outros jovens e adultos, com ou sem ocupação profissional, possam prosseguir com os estudos ao nível secundário do Sistema Nacional de Educação, seguindo uma metodologia denominada por “Ensino à Distância”.

Com este e outros módulos, pretendemos que você seja capaz de adquirir conhecimentos e habilidades que lhe vão permitir concluir, com sucesso, o Ensino Secundário do 1º Ciclo, que compreende a 8ª, 9ª e 10ª classes, para que possa melhor contribuir para a melhoria da sua vida, da vida da sua família, da sua comunidade e do País. Tendo em conta a abordagem do nosso sistema educativo, orientado para o desenvolvimento de competências, estes módulos visam, no seu todo, o alcance das competências do 1º ciclo, sem distinção da classe.

Ao longo dos módulos, você irá encontrar a descrição do conteúdo de aprendizagem, algumas experiências a realizar tanto em casa como no Centro de Apoio e Aprendizagem (CAA), bem como actividades e exercícios com vista a poder medir o grau de assimilação dos mesmos.

ESTIMADO ALUNO!

A aprendizagem no Ensino à Distância é realizada individualmente e a ritmo próprio. Pelo que os materiais foram concebidos de modo a que possa estudar e aprender sozinho. Entretanto, o Ministério da Educação e Desenvolvimento Humano criou Centros de Apoio e Aprendizagem (CAA) onde, juntamente com seus colegas se deverão encontrar com vários professores do ensino secundário (tutores), para o esclarecimento de dúvidas, discussões sobre a matéria aprendida, realização de trabalhos em grupo e de experiências laboratoriais, bem como da avaliação formal do teu desempenho, designada de Teste de Fim do Módulo (TFM). Portanto, não precisa de ir à escola todos dias, haverá dias e horário a serem indicados para a sua presença no CAA.

Estudar à distância exige o desenvolvimento de uma atitude mais activa no processo de aprendizagem, estimulando em si a necessidade de muita dedicação, boa organização, muita disciplina, criatividade e sobretudo determinação nos estudos.

Por isso, é nossa esperança de que se empenhe com responsabilidade para que possa efectivamente aprender e poder contribuir para um Moçambique Sempre Melhor!

COM TRABALHO!

Maputo, aos 13 de Dezembro de 2017



CONCEITA ERNESTO XAVIER SORTANE
MINISTRA DA EDUCAÇÃO E
DESENVOLVIMENTO HUMANO

Av. 24 de Julho 167-Telefone nº21 49 09 98-Fax nº21 49 09 79-Caixa Postal 34-EMAIL: L_ABMINEDH@minedh.gov.mz ou
L_mined@mined.gov.mz
mjfm

INTRODUÇÃO

Estimado estudante, bem-vindo ao estudo do 1º módulo da disciplina de matemática. Neste módulo, vamos tratar de dois capítulos, a saber: Números racionais e equações lineares.

Estes capítulos estão divididos por vinte e quatro (24) lições, teste de fim da unidade (TFU) e teste de preparação (TP) e das respectivas guias de correcção.

Estimado estudante, estes testes permitir-lhe-ão ver se entendeu a matéria tratada em cada lição, unidade ou módulo. O teste de preparação serve, ainda, para prepará-lo para a realização do Teste do Fim do Módulo (TFM).

As lições constituídos de um texto expositivos, actividades de lição, e respectivas guias de correcção.

Os textos desenvolvem as matérias de estudo. As actividades de lição são exercícios que permitem que você verifique o seu nível de compreensão dos conteúdos tratados na lição. As guias de correcção seguem-se às actividades de lição e é nelas que você, estimado estudante, vai conferir as suas respostas e verificar percebeu a matéria tratada tanto na lição como no módulo.

O tempo médio para o estudo deste módulo será de 60 horas. Este tempo, divide-se por:



- 54 horas equivalentes 18 dias, levando (3) de trabalho por dia para o estudo dos textos de, realização das actividades da lição e confrontação das suas respostas com as fichas de correcção, e;
- 9 horas, levando 3 horas a resolver os exercícios das actividades das três unidades e 3 horas a resolver o teste de preparação e consultar as respectivas chaves de correcção.

Para o estudo deste módulo você vai precisar do material básico escolar, isto é: Caderno de exercícios, lápis, lapiseira, borracha, régua graduada, entre outro. Vamos ao estudo do módulo!

ESTRUTURA DO MÓDULO

1º Unidade: Números Racionais

2º Unidade: Equações lineares com uma incógnita

3º unidade: proporcionalidades e funções lineares

4º unidade: sistemas de duas equações com duas incógnitas

5º unidade: proporcionalidades e função linear

OBJECTIVOS DO MÓDULO

No fim do estudo deste módulo o estimado estudante deve ser capaz de:

- Identificar os números naturais, inteiros e racionais;
- Realizar operações com os números naturais, inteiros e racionais;
- Determinar a solução de uma equação do 1º grau;
- Identifica e resolve sistemas de equações lineares com duas incógnitas recorrendo a vários métodos;
- resolver problemas conducentes a sistemas de equações lineares com duas incógnitas;
- Classificar um sistema de equações lineares de duas incógnitas de duas equações lineares tendo em conta a solução;

- Identificar e relaciona os conceitos de círculo;
- Determinar a área do círculo, área do sector circular e área da coroa circular assim como perímetro da circunferência;
- Definir, identificar, e demonstrar a congruência de triângulos;
- Enunciar a teorema de Pitágoras;
- Aplicar conhecimentos adquiridos no presente módulo para resolução de problemas do quotidiano.

METAS DO MÓDULO

No fim de estudo deste módulo o estimado estudante:

- Identifica os números naturais, inteiros e racionais;
- Realiza operações com os números naturais, inteiros e racionais;
- Determina a solução de uma equação do 1º grau;
- Identifica e resolve sistemas de equações lineares com duas incógnitas recorrendo a vários métodos;
- Resolve problemas conducentes a sistemas de equações lineares com duas incógnitas;
- Classifica um sistema de equações lineares de duas incógnitas de duas equações lineares tendo em conta a solução;
- Identifica e relaciona os conceitos de círculo;
- Determina a área do círculo, área do sector circular e área da coroa circular assim como perímetro da circunferência;
- Define, identifica, e demonstra a congruência de triângulos;
- Enuncia a teorema de Pitágoras;
- Aplica conhecimentos adquiridos no presente módulo para resolução de problemas do quotidiano.



INTRODUÇÃO

Caro estudante, começemos o estudo deste módulo tratando dos números racionais. Nesta unidade temática vamos tratar dos números naturais, os números inteiros e dos números racionais; destacando:

- Os números naturais, os inteiros e os números racionais;
- A relação de ordem nos conjuntos dos números naturais, inteiros e racionais, e;
- As operações nos conjuntos dos números naturais, inteiros e racionais.

Esta unidade está dividida em 17 lições como se mostra a seguir:

LIÇÃO Nº 1: Número Naturais, Comparação e representação dos Números Naturais

LIÇÃO Nº 2: Revisão das quatro operações em IN

LIÇÃO Nº 3: Conjunto dos números inteiros positivos

LIÇÃO Nº 4: Ordenação dos números inteiros relativos.

LIÇÃO Nº 5: Adição e multiplicação dos números inteiro relativos

LIÇÃO Nº 6: Propriedades da adição e da multiplicação dos números inteiro

LIÇÃO Nº 7: Divisão dos números inteiros relativos e resolução de Expressões numéricas



LIÇÃO Nº 8 : Conjunto dos números racionais relativos

LIÇÃO Nº 9 : Ordenação dos números racionais relativos

LIÇÃO Nº 10: Adição dos números racionais

LIÇÃO Nº 11 : Multiplicação e divisão dos números racionais relativos

LIÇÃO Nº 12 : Potenciação em \mathbb{Q}

LIÇÃO Nº 13 : Adição e multiplicação de potências em \mathbb{Q}

LIÇÃO Nº 14 : Propriedades e divisão das potências

LIÇÃO Nº 15 : Potências de base 10

LIÇÃO Nº 16 : Notação científica

LIÇÃO Nº 17 : Raiz quadrada de um número racional não negativo



TEMPO DE ESTUDO

- Para o estudo destas lições e a resolução das actividades da unidade você vai precisar de 18 horas de trabalho.

MATERIAL DE ESTUDO

- No estudo desta unidade você necessitar do material básico escolar: caderno de exercícios, lápis, lapizeira, borracha, régua e outros.



OBJECTIVOS DE APRENDIZAGEM

Ao terminar o seu estudo, você deverá ser capaz de:

- Identificar os números racionais,
- Comparar os números racionais;
- Efectuar operações nos conjuntos dos números racionais
- Resolver problemas do dia-a-dia envolvendo os números racionais



RESULTADOS DA APRENDIZAGEM

Caro estudante, até ao fim do estudo deste módulo você:

- Identifica os números naturais inteiros e racionais;
- Compara os números naturais, inteiros e racionais;
- Efectua operações nos conjuntos dos números naturais, inteiros e racionais, e;
- Resolve problemas do dia-a-dia envolvendo os números naturais, inteiros e racionais

LIÇÃO Nº 1: NÚMERO NATURAIS, COMPARAÇÃO E REPRESENTAÇÃO DOS NÚMEROS NATURAIS



INTRODUÇÃO

Bem-vindo, caro aluno, à primeira lição do Módulo 1 de Matemática.

Nesta lição vai estudar com mais pormenor os números naturais, que já conhece de classes anteriores. Vai fazer algumas revisões sobre a teoria de conjuntos e vai aprender a identificar os elementos de um conjunto e a relacioná-los entre si. Vai também aprender a representar números naturais numa recta graduada.

Bom estudo!



OBJECTIVOS DA LIÇÃO

Caro estudante, ao terminar o estudo desta lição deverá ser capaz de:

- ✓ Identificar os elementos dum conjunto dos números Naturais.
- ✓ Comparar os números naturais.
- ✓ Representar os números naturais na recta graduada.



Para a melhor compreensão desta lição necessitas de estudar 60 minutos.

Caro estudante, bem vindo ao estudo do Módulo 1 de matemática. Nesta primeira lição vamos discutir sobre os números naturais, a relação de ordem entre eles, as operações no conjunto \mathbb{N} e as respectivas propriedades.

Então vamos a isso!

1.1.1. Número Naturais, Comparação e representação dos Números Naturais

Você conhece muito bem os números naturais, sabe que formam um conjunto designado por \mathbb{N} . Aprendeu e realizou operações neste conjunto, porém convidamo-lo a uma pequena revisão.

1. Escreva na ordem crescente o conjunto dos números naturais de menores que 12.
2. Indique na ordem decrescente o conjunto dos números naturais a partir de 21 até 10.

Isso mesmo querido estudante, você acertou ao escrever:

1. $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$
2. $\{21, 20, 19, 18, 17, 16, 15, 14, 13, 12, 11, 10\}$

Os números naturais formam um conjunto numérico denominado “Conjunto dos Números naturais” e designado pelo símbolo “ \mathbb{N} ”, indicado como se apresenta a seguir.

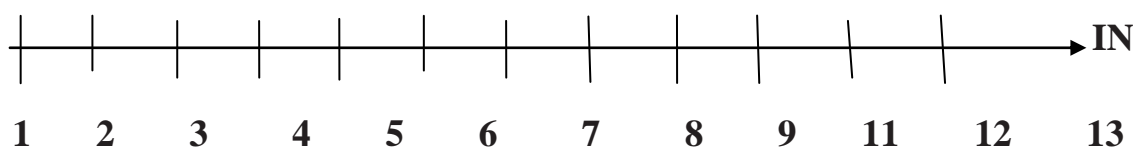
$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, \dots, 123, \dots\}$$

Mas pode-se excluir de \mathbb{N} o número zero (0) e designar o conjunto pelo símbolo \mathbb{N}^* como se apresenta a seguir.

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, \dots, 123, \dots\}$$

Como podemos ver, os números naturais cresce de zero (0) ou de um (1) até ao infinito. Para elucidar esta ordem representa-se estes números numa recta graduada, na qual se faz corresponder um número natural a um ponto da recta.

A recta a baixo trata da representação dos números naturais na recta.



Observando a recta graduada, percebemos que dados dois números naturais x e y será verdadeira apenas uma das seguintes proposições; $x > y$, $x < y$ ou $x = y$.

Assim por exemplo:

se $x = 12$ e $y = 47$, teremos que $12 < 47$;

Se $x = 47$ e $y = 15$, teremos que $47 > 15$, e;

Se $x = 12$ e $y = 12$, teremos que $12 = 12$.



ACTIVIDADES DE LIÇÃO

Ora viva caro estudante, voce acabou de fazer revisão do que já sabia sobre o Conjunto dos números Naturais. Então vamos aprofundar a revisão realizando alguma actividades.

1. Apresente:

- a) O conjunto dos números naturais incluindo o zero menores que 15.
- b) Na ordem decrescente e de 5 em 5 os números naturais de 30 a 15
- c) O conjunto \mathbb{N} .
- d) O conjunto \mathbb{N}^*

2. Complete os espaços partilhados com os símbolos " \in " ou " \notin ", da relação de pertença, conforme um dado elemento pertence ou não ao conjunto considerado.

- a) $1 \dots \mathbb{N}$; b) $23,7 \dots \mathbb{N}$; c) $-23 \dots \mathbb{N}_0$; d) $42 \dots \mathbb{N}_0$ e) $-28 \dots \mathbb{N}$
- f) $14,80 \dots \mathbb{N}_0$ g) $\frac{3}{4} \dots \mathbb{N}$

3. Compare, use os símbolos: $<$, $>$ ou $=$

- a) $34 \dots 43$ b) $2 \dots 218$ c) $315 \dots 315$ d) $531 \dots 513$ e) $9654 \dots 6594$

4. Assinalar com V ou com F, as proposições a seguir, conforme elas são verdadeiras ou falsas.

- a) $9750 = 7950$ () b) $63,76 \in \mathbb{N}_0$ () c) $90 < 60$ () d) $6376 \in \mathbb{N}$ ()
- e) $98789 > 89789$ ()

Muito bem caro estudante, se você terminou a resolução dos exercícios das actividades da lição, confira as suas respostas na chave que se segue.



CHAVE DE CORRECÇÃO

Amigo estudante, confira as suas respostas e veja se percebeu a matéria tratada nesta lição.

1.

a) $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14\}$

b) $\{30,25,20,15\}$

c) $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,\dots\}$

d) $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,\dots\}$

2.

a) $1 \in \mathbb{N}$; b) $23,7 \notin \mathbb{N}$; c) $-23 \notin \mathbb{N}_0$; d) $42 \in \mathbb{N}_0$ e) $-28 \notin \mathbb{N}$

f) $14,80 \notin \mathbb{N}_0$ g) $\notin \frac{3}{4}\mathbb{N}$, pois os números com sinal menos(-), os números

decimais e as fracções não são naturais; por isso foram assinalados pelo símbolo “ \notin ” que significa “não pertença”

2.

a) $34 < 43$ b) $2 < 218$ c) $315 = 315$ d) $531 > 513$ e) $9654 > 6594$

4.

a) $9750 = 7950$ (F) b) $63,76 \in \mathbb{N}_0$ (F) c) $90 < 60$ (F) d)

$6376 \in \mathbb{N}$ (V)

e) $98789 > 89789$ (V)

Isso mesmo caro estudante, terminada com sucesso a realização das actividades de lição, passe ao estudo da lição seguinte. Caso não, restude novamente o texto e refaça as actividades com a ajuda dos seus colegas ou do tutor.

LIÇÃO Nº 2: REVISÃO DAS QUATRO OPERAÇÕES EM IN



INTRODUÇÃO

Caro estudante, terminamos a discussão sobre os números naturais e a relação de ordem em IN. Então passemos à revisão das operações neste conjunto. Mãos à obra!



OBJECTIVOS DA LIÇÃO

No fim do estudo desta lição você deve ser capaz de:

- Efectuar as quatro operações básicas em IN.
- Aplicar as operações da adição e da multiplicação de números naturais na resolução de problemas.



Para a melhor compreensão desta lição necessitas de estudar 90 minutos.

Caro esudente, vamos fazer algumass actividades de revisões.

1. Resolva as operações.

a) $23 + 642 =$ b) $642 + 23 =$ c) $765 - 712 =$ d) $712 - 765$ e) $756 \times 54 =$ f) $54 \times 756 =$ g) $9966 : 33 =$ h) $33 : 9966$

Preste atenção à resolução das actividades de revisão.

a) $23 + 642 = 665$ b) $642 + 23 = 665$ c) $765 - 712 = 53$

a) $712 - 765$ impossível em IN.

Isso mesmo, numa subtracção de números naturais, sempre que o diminuendo for menor que o diminuidor a diferença não é um número natural, por isso diz-se que essa operação não é possível em IN.

b) $756 \times 54 = 40\,824$ f) $54 \times 756 = 40\,824$ g) $9\,966 : 33 = 302$

c) $33 : 9\,966$ impossível em IN.

Exactamente. Numa divisão, se o dividendo for menor que o divisor o quociente não é um número natural, portanto nestas condições diz-se que a operação não é possível em IN.

Continuemos o estudo das operações com os números naturais revendo as propriedades tanto da adição quanto da multiplicação.

1.2.1. Número Naturais, Comparação e representação dos Números Naturais

Preste atenção à tabela que se segue:

Operações	Propriedade	Fórmula	Conteúdo da propriedade
Adição	Comutativa	$a + b = b + a$	A troca da ordem das parcelas não altera a soma de números naturais
	Associativa	$a + (b + c) = (a + b) + c$	Associando as parcelas a soma mantém-se
	Elemento neutro da adição	$a + 0 = 0 + a = a$	O Zero (0) elemento neutro da adição de números naturais
Multiplicação	Comutativa	$ab = ba$	A troca de factores não altera o produto de

ão			números naturais
	Associativa	$a.(b.c) = (a.b).c$	Associando os factores o produto não se altera
	Elemento neutro da multiplicação	$a.1 = 1.a = a$	A unidade (1) é o elemento neutro da multiplicação de números naturais.
	Absorvente	$a.0 = 0.a = 0$	O Zero (0) elemento absorvente da multiplicação de números naturais.



ACTIVIDADES DA LIÇÃO

Caro estudante, realize as actividades de lição que se apresentam a seguir.

1. Efectue as operações.

a) $658 + 576 =$ b) $87\,654 - 8\,1654 =$ c) $234 \times 567 =$ d) 96
 $123 : 423 =$
e) $456\,354 - 546\,435 =$

2. Resolva as expressões numéricas seguintes.

a) $235 + 100 - 95 - (124 + 116) + 5$ b) $[(45 - 20) + (105 - 95)] : 7 + 2 \cdot 5$

Estimado estudante, já terminou a realização das actividades de verificação?
Então consulte a chave de correcção.



CHAVE DE CORRECÇÃO

Vamos, amigo estudante, continue o estudo da lição comparando as suas respostas com as que se apresentam nesta chave.

1.

- a) $658 + 576 = 1\,234$ b) $87\,654 - 8\,1654 = 6\,000$ c) $234 \times 567 = 132\,678$
- d) $227,241135 \notin \mathbb{N}$ e) $456\,354 - 546\,435 \notin \mathbb{N}$

2. -]

3. ‘;

- a) $235 + 100 - 95 - (124 + 116) + 5$ A regra é resolver primeiro o que está dentro de parentesis curvos “(...)”

$$= 235 + 100 - 95 - 240 + 5$$

$$= 335 - 95 - 240 + 5$$

$$= 240 - 240 + 5$$

$$= 5$$

- b) $[(45 - 20) + (105 - 95)] : 7 + 2 \cdot 5$ Neste caso, resolve-se primeiro o que está dentro de parentesis curvos “(...)” e transformam-se parentesis rectos “[...]” parentesis curvos.

$$= (25 + 10) : 7 + 2 \cdot 5$$

$$= 35 : 7 + 2 \cdot 5$$

$$= 5 + 10$$

$$= 15$$

Ótimo! Passe para o estudo da lição seguinte, se e apenas se tiver alcançado 100% de acertos. Caso não, reestude a lição e resolva os exercícios das respectivas actividades da lição, consultando a quem você quiser.

LIÇÃO Nº 3: CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS POSITIVOS



INTRODUÇÃO

Caro estudante, parabéns por ter terminado com sucesso o estudo dos números naturais.

Agora continuemos o nosso estudo tratando do conjunto dos números inteiros relativos (\mathbb{Z}), dos subconjuntos especiais do conjunto dos números inteiro, do módulo ou valor absoluto de um número inteiro e da relação de ordem em \mathbb{Z} .

Vamos a isso!



OBJECTIVOS DA LIÇÃO

Amigo estudante, no fim da lição você deve ser capaz de:

- Identificar o conjunto dos números inteiros relativos;
- Indicar os subconjuntos especiais do conjunto do números inteiros relativos;
- Indicar a aplicação dos números inteiros relativos na vida e na matemática,



Para a melhor compreensão desta lição necessitas de estudar 60 minutos.

1.3.1. Conjunto dos números inteiros positivos

Amigo estudante, os números naturais representam quantidades de objectos inteiros, não repartidos.

Por esta razão são chamados Números Inteiros. Os números naturais excluindo o zero;

$\mathbb{N}^* = \mathbb{N} \setminus \{0\} = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; \dots\}$ denominam-se **Números Inteiros Positivos** e podemos escrevê-los da seguinte forma: $+1; +2; +3; +4; +5; +6; +7; \dots + 100; \dots; + 1250; \dots$ onde (+) chama-se sinal positivo.

Caro estudante, das actividades efectuadas na lição anterior entendeu que a diferença de números naturais iguais é o número zero (0). Vejamos os exemplos que se seguem:

- $23 - 23 = 0$
- $345 - 345 = 0$
- $x - x = 0$, com $x \in \mathbb{N}^*$

Das mesmas actividades, também entendeu que a diferença entre os números naturais, sendo o diminuendo menor que o diminuidor:

- $1 - 2;$
- $3 - 1;$
- $234\ 367 - 763\ 234$, ou;
- $x - y$ com $x < y$ e $x, y \in \mathbb{N}^*$ não é possível em \mathbb{N}

Assim, para que a subtracção fosse possível em \mathbb{N} , independentemente da natureza dos seus termos surgiram os números $-1; -2; -3; -4; -6; -7; \dots; -100; \dots; -1250; \dots$, denominados **Números Inteiros Negativos**.

Isso mesmo, caro estudante; o conjunto \mathbb{N} foi estendido e criou-se o **Conjunto dos Números Inteiros (\mathbb{Z})**, cujos elementos são os números inteiros positivos, o número zero (0) e os números inteiros negativos, como se ilustra a baixo:

$$\mathbb{Z} = \{\dots, 1250, \dots, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, +5, +6, \dots, +121, \dots\}$$

Os sinais positivo (+) e negativo (-) indicam a posição de um dado número em relação ao número inteiro zero (0), por isso diz-se que são Sinais Posicionais e não Sinais Operacionais.

Deste modo, torna-se fácil perceber que:

Os números inteiros positivos formam o conjunto \mathbb{Z}^+ (zê mais):

$\mathbb{Z}^+ = \{+1; +2; +3; +4; +5; +6; +7; \dots + 100; \dots; +1250; \dots\}$ denominado conjunto dos números inteiros positivos.

Os números inteiros negativos formam o conjunto \mathbb{Z}^- (zê menos):

$\mathbb{Z}^- = \{-1; -2; -3; -4; -5; -6; -7; -100; -1250; \dots\}$ denominado conjunto dos números inteiros negativos.

Os números inteiros positivos incluindo o zero (0) formam o conjunto \mathbb{Z}_0^+ (zê zero mais):

$\mathbb{Z}_0^+ = \{0; +1; +2; +3; +4; +5; +6; +7; +100; +1250; \dots\}$ denominado conjunto dos números inteiros não negativos.

Os números inteiros negativos incluindo o zero (0) formam o conjunto \mathbb{Z}_0^- (zê zero menos):

$\mathbb{Z}_0^- = \{-1; -2; -3; -4; -5; -6; -7; -100; -1250; \dots\}$, denominado conjunto dos números inteiros não positivos.

Analisando os elementos do conjunto dos números inteiros relativos (\mathbb{Z}), percebemos que este inclui os números naturais e os números naturais incluindo

o zero (0), então pode-se escrever: $\mathbb{N}^* \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

Caro estudante, você não entendeu a aplicação dos números inteiros relativos? Então preste atenção às seguintes situações.

▪ Medição da temperatura

Certamente já ouviu dizer: “amanhã a temperatura vai atingir 33° positivo” ou “ontem a temperatura baixou até 15° negativo na Alemanha”. 33° positivos representam-se por $+33^{\circ}$ ou simplesmente 33° e 15° negativos representam-se por -15° .

▪ Medição de altitudes

Tomando nível das águas do mar como referência (cota zero – 0), os pontos mais altos são denominados altitudes positivas e os seus valores indicam com (+) e os pontos mais baixos são denominados altitudes negativas e os seus valores indicam-se com (-). Por exemplos:

- ✓ Altitude positiva de $+1500$ metros
- ✓ Altitude negativa de -250 metros

▪ Operações matemáticas

A subtracção passa a ser possível independentemente da natureza dos seus termos, como veremos nas lições seguintes.

O Estimado estudante pode aplicar os números inteiros relativos em muitas outras situações, desde que estabeleça o ponto de referência (0), tome os números à cima ou à direita deste como positivo e os números à baixo ou à esquerda como negativos.



ACTIVIDADES DA LIÇÃO

Caro estudante, vamos realizar actividades e verificar se compreendemos ou não a matéria sobre os números inteiros relativos a caracterização do conjunto por eles formados. Faça-o com muita atenção!

1. Marque com V as proposições verdadeira e com F as falsas com relação aos números inteiros relativos.

a) $2,5 \in \mathbb{Z}$ () b) $-1 \in \mathbb{Z}$ () c) $-25 \notin \mathbb{Z}^-$ () d) $5\frac{3}{4} \notin \mathbb{Z}_0^+$ ()

d) $-4 \in \mathbb{Z}_0^-$ () f) $30 \in \mathbb{Z}_0^+$ () g) $3 \notin \mathbb{Z}^+$ ()

2. Complete de modo a formar proposições verdadeira referentes à relação de inclusão.

a) $\mathbb{N} \dots \mathbb{Z}$ b) $\{0;1;3,4\} \dots \mathbb{Z}^+$ c) $\{-1;0;2\} \dots \mathbb{Z}$ d) $\mathbb{Z}_0^+ \dots \mathbb{Z}$

e) $\mathbb{Z}_0^- \dots \mathbb{Z}$

3. Marque com x as proposições verdadeiras em relação à aplicação dos números inteiros relativos.

- a) Os números inteiros negativos usam-se na medição do comprimento de um campo com a forma de um rectângulo. ()
- b) O número de artigos adquiridos numa loja de venda de material escolar indica-se através dos números inteiros positivos. ()
- c) Grandezas como a temperatura e a altitude medem-se através de números relativos. ()
- d) Todas as proposições anteriores são falsas. ()



CHAVE DE CORRECÇÃO

Caro estudante, já terminou a realização das actividades de lição? Então confira as suas respostas nesta chave.

1.

a) $2,5 \in \mathbb{Z}$ (F) b) $-1 \in \mathbb{Z}$ (V) c) $-25 \notin \mathbb{Z}^-$ (F) d)

$$5\frac{3}{4} \notin \mathbb{Z}_0^+ \text{ (V)}$$

e) $-4 \in \mathbb{Z}_0^-$ (V) f) $30 \in \mathbb{Z}_0^+$ (V) g) $3 \notin \mathbb{Z}^+$ (F)

2.

a) $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ b) $\{0;1;3,4\} \not\subset \mathbb{Z}^+$ c) $\{-1;0;2\} \subset \mathbb{Z}$ d)

$$\mathbb{Z}_0^+ \subset \mathbb{Z}$$

e) $\mathbb{Z}_0^- \subset \mathbb{Z}$

3.

- a) Os números inteiros negativos usam-se na medição do comprimento de um campo com a forma de um rectângulo. ()
- b) O número de artigos adquiridos numa loja de venda de material escolar indica-se através dos números inteiros positivos. (X)
- c) Grandezas como a temperatura e a altitude medem-se através de números relativos.
(X)
- d) Todas as proposições anteriores são falsas. ()

Óptimo amigo estudante! Se as suas respostas estão todas correctas, passe ao estudo da lição seguinte. Caso não, reestude o texto com muita atenção, refaça as actividades de lição e volte a confirmar as suas resposta na chave de correcção.

LIÇÃO Nº 4: ORDENAÇÃO DOS NÚMEROS INTEIROS RELATIVOS.



INTRODUÇÃO

Caro estudante, você já conhece o conjunto dos números inteiros relativos e os seus subconjuntos especiais. Agora vamos tratar da ordenação dos números inteiros relativos.



OBJECTIVOS DA LIÇÃO

Querido estudante, ao terminar o estudo desta lição você deverá ser capaz de:

- Representar os números inteiros relativos na recta graduada;
- Indicar o módulo ou valor absoluto de um número inteiro relativo;
- Comparar os números inteiros relativos, e;
- Indicar o simétrico de um número inteiro relativo.



Para a melhor compreensão desta lição necessitas de estudar 90 minutos.

1.4.1. Ordenação dos números inteiros relativos

Amigo estudante, comecemos o estudo desta lição resolvendo os seguintes exercícios.

1. Represente na recta graduada.

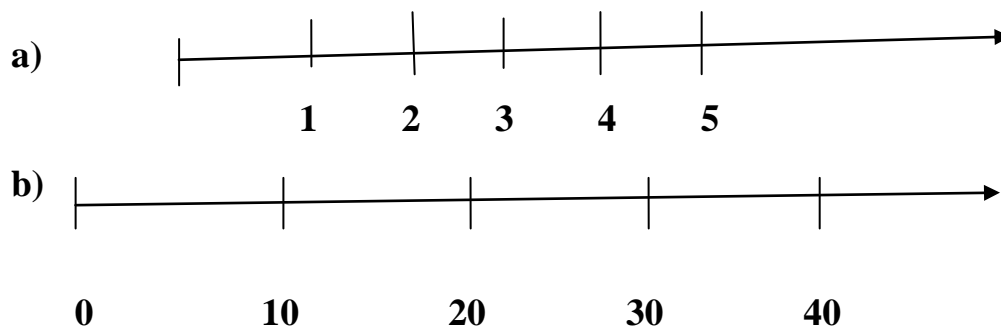
a) $\{1;2;3;4;5\}$ b) $\{0;10;20;30;40\}$

2. Compare. Use os símbolos $<$, $=$ e $>$.

a) $34 \dots 43$ b) $452\ 765 \dots 452\ 765$ c) $452\ 765 \dots 254\ 765$

Caro estudante resolva o exercício proposto.

1.



2.

a) $34 < 43$ b) $452\,765 = 452\,765$ c) $452\,765 > 254\,765$

Ótimo caro estudante, você realizou com sucesso o exercício de revisão. Agora representemos na recta graduada e determine os módulos ou valores absolutos de números inteiros relativos.

1. Represente na recta os conjuntos.

a) $\mathbb{Z}_0^+ = \{0; +1; +2; +3; +4; +5; \dots\}$

b) $\mathbb{Z}_0^- = \{\dots; -4; -3; -2; -1; 0\}$

c) $\mathbb{Z} = \{\dots; -3; -2; -1; 0; +1; +2; +3; \dots\}$

2. Complete de modo a obter proposições verdadeiras em relação ao módulo ou valor absoluto de um número relativo.

a) $|+3| = \dots$ b) $|-43| = \dots$ c) $|0| = \dots$ d) $|-345| = \dots$ e)

$|+627| = \dots$

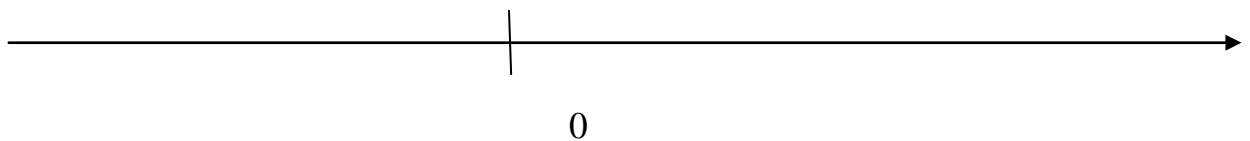
f) $|+627| = \dots$

Exacto! Para representar os números relativos na recta graduada procederemos da seguinte forma:

- Traçar a recta na posição horizontal.

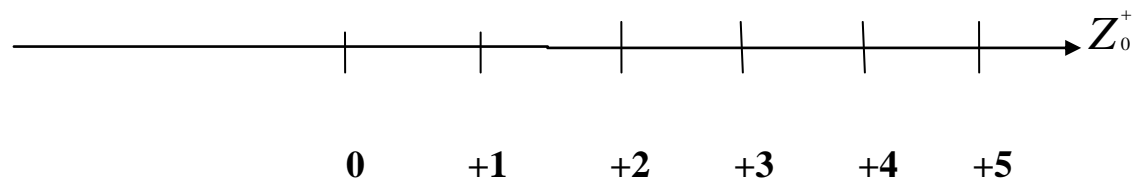


- Marcar o ponto origem e marcá-lo pelo número inteiro zero (0).



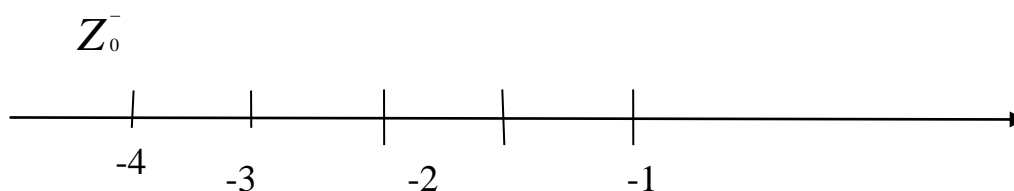
- Dividir a recta em partes iguais e fazer corresponder os números inteiros positivos aos pontos da divisão da recta à direita do zero.

a)

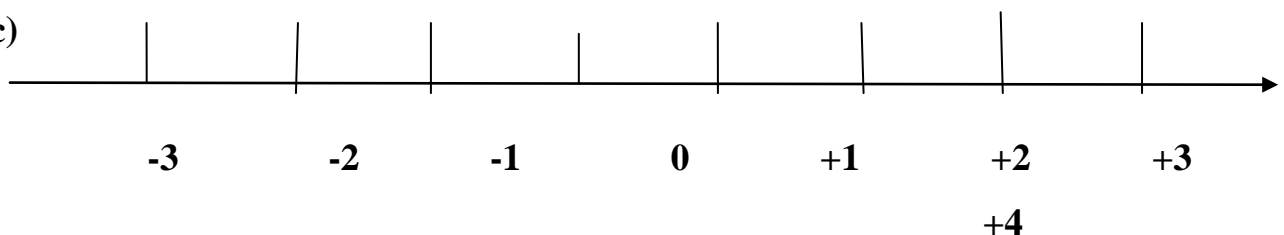


- Fazer corresponder os números inteiros negativos aos pontos da divisão da recta à esquerda do zero.

b)



c)



Das rectas podemos perceber que:

- ✓ Os números inteiros não negativos crescem de zero (0) até ao mais infinito ($+\infty$)
- ✓ Os números inteiros não positivos decrescem de zero (0) até ao menos ao infinito ($-\infty$)
- ✓ Qualquer número inteiro negativo é menor que zero (0) isto é $x < 0$, para todo o x de \mathbb{Z}_0^-

Exemplos:

$$-45 < 0$$

$$-3 < 0$$

$$-67\,895 < 0$$

- ✓ Qualquer número inteiro positivo é maior que zero (0), isto é $x > 0$, para todo o x de \mathbb{Z}_0^+

Exemplos

$$+1 > 0$$

$$63 > 0$$

$$45\,620 > 0$$

Caro estudante, continuemos o nosso estudo tratando do módulo ou valor absoluto de um número inteiro relativo.

Mas o que é e como se representa o módulo ou valor numérico de um número relativo?

Isso mesmo. Chamamos módulo ou valor numérico ao um número positivo

$|x|$ tal que:

$$|x| = \begin{cases} x, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

O módulo de um número negativo é um número positivo, o módulo de número positivo é também um número positivo e o módulo de zero é igual a zero.

Estimado estudante, o módulo é valor absoluto de um número relativo. Ele indica a distância que separa um dado número relativo do zero na recta graduada, portanto o módulo ou valor absoluto de um número relativo é um positivo ou igual a zero

Ora, você só terá resolvido correctamente se tiver feito como se mostra a seguir. Então preste muita atenção!

a) $|+3| = 3$

b) $|-43| = 43$

c) $|0| = 0$

d) $|-345| = 345$

e) $|+627| = 627$

f) $|-627| = 627$

Prestando muita atenção ao valor absoluto de um número podemos perceber que:

- ✓ Dados dois números inteiro relativo, será maior o que tiver maior módulo ou valor absoluto.

Exemplos:

$$+627 > +3$$

$$+354 < +3\,435$$

$$+395 > +359$$

- ✓ Dados dois números inteiros relativos, será maior o que tiver menor módulo ou valor absoluto.

Exemplos:

$$-345 < -43$$

$$-56 < -45$$

$$-65\,545 < -56\,545$$

Caro estudante, prestando atenção aos números relativos -627 e $+627$ percebemos que eles têm sinais contrários, isto é; um é positivo e outro é negativo. Porém têm o mesmo módulo ou valor absoluto. Números como estes, chamam-se *números simétricos*.

A seguir apresentamos outros exemplos de números simétricos.

$$-1 \text{ e } +1;$$

$$+25 \text{ e } -25$$

$$-100 \text{ e } +100$$

$$+645\,925 \text{ e } -645\,925$$

Muito bem querido estudante, terminado o estudo do texto passemos à secção seguinte, onde vai avaliar o seu desempenho resolvendo actividades de lição.



ACTIVIDADES DE LIÇÃO

Óptimo estimado estudante, continuemos o estudo da nossa lição resolvendo os exercícios que se apresentam a seguir.

1. Represente na recta graduada os conjuntos que se seguem.

a) $\{-3; -2; -1; 0; +1\}$

b) $\{-20; -10; 0; +10; +20; +30\}$

c) $\{-50; -25; 0; +50; +75; +100\}$

2. Complete e forme proposições correctas em relação ao módulo de um número inteiro relativo.

a) $|-45| = \dots$ b) $|+75| = \dots$ c) $|0| = \dots$ d) $|-265| = \dots$ e) $|+3567| = \dots$

3. Compare, use os símbolos $<$, $=$ e $>$

a) $0 \dots +23$ b) $+45 \dots +56$ c) $342 \dots -342$ d) $-64 \dots -64$ e) $-657 \dots 0$

g) $+5 \dots +5$

4. Indicar o simétrico de:

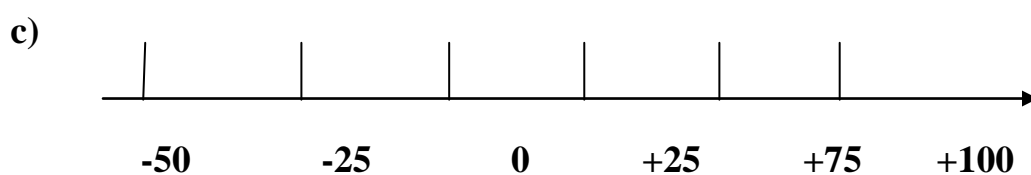
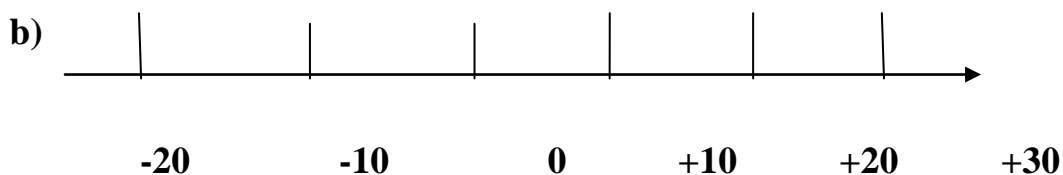
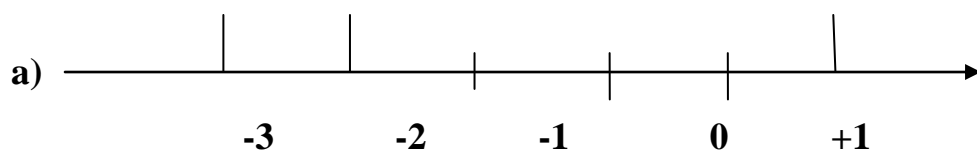
a) 7 b) -35 c) +89 d) -100 987 e) +65 000 f) 12 348

Já terminou a realização das actividades de lição? Força! Compare as suas respostas com as que se apresentam na chave que segue.



CHAVE DE CORRECÇÃO

Estimada estudante, vamos! Confira as suas respostas nesta chave de correcção.



2.

a) $0 < +23$ b) $+45 < +56$ c) $+342 > -342$ d) $-64 = -64$ e) $-657 < 0$

f) $+5 = +5$

3.

a) $|-45| = 45$ b) $|+75| = 75$ c) $|0| = 0$ d) $|-265| = 265$ e) $|+3567| = 3567$

5. O simétrico:

a) De 7 é -7


b) De -35 é +35

c) De +89 é -89

d) De -100 987 é +100 987

e) De +65 000 é -65 000

f) De 12 348 é -12 348



Ótimo caro amigo, se acertou em todas as questões de lição passe ao estudo da lição seguinte. Caso não, reestude o texto e refaça os exercícios com a ajuda dos seus colegas ou do seu tutor.



LIÇÃO Nº 5: ADIÇÃO E MULTIPLICAÇÃO DOS NÚMEROS INTEIRO RELATIVOS



INTRODUÇÃO

Estimado estudante, terminado com sucesso o tratamento da relação de ordem, passemos ao estudo das operações no conjunto dos números inteiros relativos. Deste modo, vamos começar este estudo tratando da adição algébrica em \mathbb{Z} .



OBJECTIVOS DA LIÇÃO

- Efectuar operações de adição de números inteiros relativos.
- Efectuar operações de subtração de números inteiros relativos.
- Efectuar operações da multiplicação de números com o mesmo sinal e com sinais diferentes.



Para a melhor compreensão desta lição necessitas de estudar 90 minutos.

De certeza que ainda se lembra de ter aprendido em classes anteriores como se adicionam dois números naturais.

Ora vejamos:

$$21+39 = 60$$

$$124+243 = 367$$

Como se vê, a soma de números naturais é um número natural. Mas você caro estudante sabe que os números naturais são inteiros positivos podemos escrever:

$$(+21) + (+39) = (+60)$$

$$(+124) + (+243) = (+367)$$

Como podemos ver, a soma de números inteiros positivos é também um número inteiro positivo cujo módulo é igual a soma dos módulos das parcelas.

1.5.1. Adição e multiplicação dos números inteiro relativos

Caro estudante, para facilitar o cálculo na adição de números relativos deverá escrevê-los sem os respectivos sinais posicionais, isto é; simplificar a sua escrita como se mostra nos exemplos a seguir.

$$(+1)+(+3)+(+4)+(+5) = 1+3+4+5 = 4+4+5 = 8+5 = 13$$

$$(+5)+(+2)+(+6)+(+7)+(+8) = 5+2+6+7+8 = 7+6+7+8 = 13+7+8 = 20+8 = 28$$

Ótimo querido estudante, você entendeu como se adicionam os números inteiros positivos. A gora a questão é: Como adicionar os números inteiros negativos?

Ora preste muita atenção à resolução das seguintes operações:

$$(-4)+(-6) = (-10)$$

$$(-3)+(-2)+(-6)+(-1) = (-12)$$

Aqui também vemos que a soma de números inteiros negativos é também um número inteiro negativo cujo módulo é igual à soma dos módulos das parcelas.

Caro amigo, dissemos que para facilitar os nossos cálculos devemos eliminar os sinais posicionais. Ora vejamos como isso se deve fazer:

$$+(+) = + \qquad +(-) = - \qquad -(+) = - \text{ o que significa que dois sinais positivos}$$

seguidos resultam num sinal também positivo e dois sinais contrário seguidos (positivo e negativo, e inversamente) resultam num sinal negativo.

Deste modo, passaremos a:

$$(-4)+(-6) = -4-6 = -10$$

$$(-3)+(-2)+(-6)+(-1) = -3-2-6-1 = -12$$

Amigo estudante, vamos tratar da adição de números inteiros relativos com sinais contrários. Então preste bastante atenção.

$$(+4)+(-6) = (-2)$$

$$(-7)+(+12) = (+5)$$

Destes exemplos, você caro estudante deve perceber que a soma de dois números inteiros relativos com sinais contrários é inteiro positivo ou negativo igual à diferença dos módulos das parcelas. O sinal soma é igual ao sinal da parcela com maior módulo.

Muito bem. Já podemos adicionar quaisquer números inteiros relativos. Então vamos resolver alguns exercícios.

1. Efectue os cálculos.

a) $(+6)+(+7)+(+10) =$

b) $(-12)+(+9)+(-6) =$

c) $(+15)-(-7)+(+5)+(-25) =$

d) $[+(-7)+(+4)]-[-(+11)-(-10)] =$

Exacto! Para resolver estes exercícios temos que prestar bastante atenção às instruções dadas nos exemplos anteriores. Ora vejamos:

a) $(+6)+(+7)+(+10) = 6+7+10 = 13+10 = 23$; primeiro simplificamos a escrita da expressão dada. A seguir adicionar as parcelas duas a duas.

b) $(-12)+(+9)+(-6) = -12+9-6 = -12-6+9 = -18+9 = 9$; após a simplificação da escrita da expressão, agrupamos os números negativos entre si e os números positivos entre si. A seguir adicionamos as parcelas duas a duas.

c) $(+15)-(-7)+(+5)+(-25) = 15+7+5-25 = 22+5-25 = 27-25 = 2$

d) $[+(-7)+(+4)]-[-(+11)-(-10)] = (-7+4)-(-11+10) = (-3)-(-1) = -3+1 = -2$

Muito bem caro estudante, acabou de mostrar que percebeu muito bem a matéria sobre a adição de números inteiros relativo. Agora vamos tratar da multiplicação em \mathbb{Z} .

Preste atenção à resolução dos seguintes exemplos.

$$(+4).(+5) = 4.5 = 20 = (+20)$$

$$(+6).(+4) = 6.4 = 24 = (+24)$$

Daqui vemos caro estudante que o produto de números inteiros positivos é um número inteiro positivo cujo módulo é igual ao produto dos módulos dos factores. De facto $(+).(+) = +$

Prestando atenção aos exemplos a seguir você amigo estudante, poderá aprender a multiplicação de números inteiros negativos. Então vamos a isso!

$$(-3).(-2) = 3.2 = (+6)$$

$$(-6).(-8) = 6.8 = (+48)$$

Como podemos ver, o produto de números inteiros negativos é um número positivo cujo módulo é igual produto dos módulos dos factores. De facto $(-).(-) = (+)$

Óptimo, ficou bem claro que o produto de números inteiros positivos é um número positivo. O produto de números negativos é um número positivo. Agora

a questão é: *como efectuar a multiplicação de números inteiro com sinais contrários?*

Então preste atenção aos exemplos seguintes:

$$(+4).(-9) = -36$$

$$(-12).(+10) = -120$$

$$3.(-5) = -15$$

Você estimado estudante, percebeu que multiplicamos os módulos dos factores e damos o sinal negativo. O facto é que $(+).(-) = (-).(+) = -$

Assim podemos perceber que o produto de números inteiros de sinais contrário é um número inteiro negativo, cujo módulo é igual ao produto dos módulos dos factores.

Caro estudante, vamos resolver alguns exercícios de fixação.

1 Efectue as operações seguintes.

a) $(+6).(+21) =$

b) $(-12).(-9) =$

c) $(-24).(+11) =$

d) $(-2).(+3).(+3).(-1) =$

Isso mesmo, estimado aluno, você resolveu com sucesso os exercícios de fixação ao proceder como se explica a seguir.

a) $(+6).(+21) = 6.21 = 126$; multiplicamos os módulos dos factores e mantém-se o sinal positivo; pois o produto de números positivos é um número positivo.

b) $(-12).(-9) = 108$, multiplicamos os factores e damos o sinal positivo ao produto; pois o produto de números inteiros negativos é um número positivo.

c) $(-24).(+11) = -264$, multiplicamos os factores e damos o sinal negativo ao produto; pois o produto de números inteiros com sinais contrários é um número negativo.

d) $(-2).(+3).(+3).(-1) = (-6).(+3).(-1) = (-18).(-1) = 18$



ACTIVIDADES DE LIÇÃO

Caro estudante, vamos realizar as actividades de lição.

1. Efectuar as operações.

a) $(+1).(+2) =$

b) $(+3).(-6) =$

c) $(-5).(-9) =$

d) $(-12).(+8) =$

e) $(-21).(-11) =$

f) $(+5).(+13) =$

g) $(+10).(-6) =$

2. Marque com X a igualdade incorrecta.

a) $(+4).(-5) = -20$ () b) $(-54)-(-60) = -6$ () c) $234+(-134) = 100$ ()

d) $(-7).(-4) = 28$ ()

3. Resolva as seguintes expressões numéricas simples.

a) $(+32)+(-25)-(-3)-(+9)$ $(+2).[-(-6)+(+4)-(+11)]$



CHAVE DE CORRECÇÃO

Muito bem querido estudante! Terminada a realização das actividades de verificação, compare as suas respostas com as que se apresentam na chave de correcção.

1.

a) $(+1)+(+2) = 1+2 = 3$, pois simplificamos a escrita e passamos a adicionar números naturais.

b) $(+3)-(+6) = 3-6 = -3$, simplificando escrita ficamos com a adição de inteiros com sinais contrários. Aqui subtraímos os módulos das parcelas e damos à diferença o sinal da parcela com maior valor absoluto.

c) $(-5)+(-9) = -5-9 = -14$, tratando-se de números inteiros negativos adicionam-se os módulos das parcelas e dá-se à o mesmo sinal que as parcelas.

d) $(-12)+(+8) = -12+8 = -4$, as parcelas tem sinais contrários; por isso procedemos como na alternativa b).

e) $(-21).(-11) = 21.11 = 231$, aqui trata-se da multiplicação de números inteiros negativos. Assim, multiplicam-se os módulos dos factores e dá-se ao produto o sinal dos factores.

f) $(+5).(+13) = 5.13 = 65$, tratando-se da multiplicação de inteiros positivo; vamos multiplicar os módulos dos factores e dar ao produto o sinal dos factores.

g) $(+10)+(-6) = 10-6 = 4$.

2.

a) $(+4).(-5) = -20$ ()

b) $(-54)-(-60) = -6$ (X), aqui $-(-)=+$, daí que passamos a ter $-54+60 = 6$; pois subtraem-se os módulos das parcelas e dá-se à diferença o sinal da parcela com maior módulo.

c) $234+(-134) = 100$ ()

d) $(-7).(-4) = 28$ ()

3.

$$\text{a) } (+32)+(-25)-(-3)-(+9)$$

$$=32-25+3-9$$

$$= 32+3-25-9$$

$$= 35-34$$

$$= 1$$

$$\text{b) } (+2).[-(-6)+(+4)-(+11)]$$

$$= 2,(6+4-11)$$

$$= 2.(10-11)$$

$$= 2.(-1)$$

$$= -2$$

Ótimo. Se acertou em todas as questões das actividades de lição, então passe ao estudo da lição seguinte. Caso não, estude novamente o texto e refaça as respectivas actividades.

LIÇÃO Nº 6: PROPRIEDADES DA ADIÇÃO E DA MULTIPLICAÇÃO DOS NÚMEROS INTEIRO RELATIVOS



INTRODUÇÃO

Muito bem, caro estudante. Você já adicionou e multiplicou os números inteiros relativos. Agora vamos tratar das propriedades da adição e multiplicação no conjunto dos números inteiros.

Estude esta lição bastante atenção



OBJECTIVOS DA AULA

Ao terminar o estudo desta lição você deve ser capaz de:

- ✓ Identificar as propriedades da adição de números inteiros relativos.
- ✓ Identificar as propriedades de da multiplicação de números inteiros relativos.
- ✓ Aplicar as propriedades da adição e da multiplicação na resolução de problemas concretos.



Para a melhor compreensão desta lição necessitas de estudar 90 minutos.

1.6.1. Propriedades da adição e da multiplicação dos números inteiro relativos

Comecemos o nosso estudo resolvendo exercícios de adição de números inteiros relativos. Vamos imediatamente a isso!

1. Resolva e compare os resultados.

a) $(+9)+(+7) =$ b) $(+7)+(9) =$ c) $(-21)+(+21) =$ d) $(+21) +(-21) =$ e)
 $(-234)+0 =$ f) $0+(-234) =$ g) $[(-4)+(-5)]+(+12) =$ h) $(-4)+[(-5)+(+12)] =$

Amigo estudante! Compare as suas respostas com as que se apresentam a seguir.

a) $(+9)+(+7) = 9+7 = 15$ b) $(+7)+(9) = 7+9 = 15$

c) $(-21)+(+21) = -21+21 = 0$ d) $(+21) +(-21) = 21-21 = 0$

e) $(-234)+0 = -234+0 = -234$ f) $0+(-234) = 0-234 = -234$

g) $[(-4)+(-5)]+(+12) = (-4-5)+12 = -9+12 = 3$

h) $(-4)+[(-5)+(+12)] = -4+(-5+12) = -4+(+7) = -4+7 = 3$

Destes exercícios podemos perceber que:

- ✓ $(+9)+(+7) = (+7)+(9)$
- ✓ $(-21)+(+21) = (+21) +(-21) = 0$
- ✓ $(-234)+0 = 0+(-234) = -234$
- ✓ $(-4)+[(-5)+(+12)] = [(-4)+(-5)]+(+12)$

De um modo geral fica

Propriedade	Fórmula	Conteúdo da propriedade
Comutativa	$a + b = b + a$	A troca da ordem das parcelas não altera o valor da soma
Associativa	$(a + b) + c = a + (b + c)$	Associando as parcelas duas a duas o resultado mantém-se.

Elemento Neutro	$a + 0 = 0 + a = a$	O inteiro zero (0) é elemento neutro da adição de números inteiros relativos.
Elemento simétrico	$a + (-a) = (-a) + a = 0$	O inteiro $(-a)$ é simétrico do inteiro $(+a)$ e a soma de inteiros simétricos é nula

Ótimo, querido estudante; tratemos agora das propriedades da multiplicação de números inteiros relativos.

2. Resolva os seguintes exercícios da multiplicação.

- a) $(+6).(+11) =$ b) $(+11).(+6) =$
c) $(-23).(+11) =$ d) $(+11).(-23) =$
e) $(+8).[(-2).(+3)] =$ f) $[(+8).(-2)].(+3) =$
g) $(+56). 0 =$ h) $0.(+56) =$
i) $(-342).(+1) =$ l) $(+1).(-342) =$

Amigo estudante, confira as suas respostas na chave que segue.

- a) $(+6).(+11) = 6+11 = 17$ b) $(+11).(+6) = 11+6 = 17$
c) $(-23).(+11) = -23+11 = -12$ d) $(+11).(-23) = 11-23 = -12$
e) $(+8).[(-2).(+3)] = (+8).(-6) = -48$ f) $[(+8).(-2)].(+3) = (-16).(+3) = -48$
g) $(+56). 0 = 0$ h) $0.(+56) = 0$
i) $(-342).(+1) = -342$ l) $(+1).(-342) = -342$

Destes exercícios pode se perceber que:

$$(+6).(+11) = (+11).(+6)$$

$$(-23).(+11) = (+11).(-23)$$

$$(+8).[(-2).(+3)] = [(+8).(-2)].(+3)$$

$$(+56).0 = 0.(+56)$$

$$(-342).(+1) = (+1).(-342)$$

De um modo geral fica:

Propriedade	Fórmula	Conteúdo da propriedade
Comutativa	$a \cdot b = b \cdot a$	A troca da ordem dos factores não altera o valor do produto
Associativa	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$	Associando os factores dois a dois o resultado mantém-se.
Elemento absorvente	$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$	O inteiro zero (0) é elemento absorvente da multiplicação dos números inteiros relativos.
Elemento neutro	$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$	O inteiro um (1) é elemento neutro da multiplicação dos números inteiros

Ótimo estimado estudante, vamos terminar o estudo da adição e multiplicação de números inteiros relativos tratando da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição algébrica.

3. Resolva e compare

a) $5. [(+6)+(-4)] = 5.(6-4) = 5.2 = 10$

b) $[5.(+6)]+[5.(-4)] = (+30)+(-20) = 10$

c) $(-6).[(+3)-(-2)] = (-6).(+5) = -30$

d) $[(-6).(+3)] - [(-6).(-2)] = (-18) - (+12) = -18 - 12 = -30$

De onde se pode ver que:

✓ $5. [(+6)+(-4)] = [5.(+6)]+[5.(-4)]$

✓ $[5.(+6)]+[5.(-4)] = [(-6).(+3)] - [(-6).(-2)]$

Deste modo podemos concluir que:

$$a . (b + c) = a.b + a c$$

Força, caro estudante. Agora passe à realização das actividades da lição,



ACTIVIDADES DA LIÇÃO

Ora bem amigo estudante, continue o estudo desta lição realizando as actividades de verificação.

1. Preencha a tabela.

Propriedade	Expressão
Comutativa da adição em \mathbb{Z}	$3-7 = -7+3 = \dots$
...	$0.132 = \dots 0 = 0$
...	$10.(9-8) = 10.9 - \dots = 10$
Associativa da multiplicação em \mathbb{Z}	$[3.(-2)].(+5) = 3. \dots = \dots$
...	$-16 + 16 = \dots = 0$
Elemento neutro da adição em \mathbb{Z}	$\dots + \dots = -20 + 0 = \dots$
...	$1.67 = 67.1 = 67$

2. Aplique as propriedades da adição e multiplicação em \mathbb{Z} e resolva as expressões numéricas.

a) $-30 - (-15) + (+10) + 5$

b) $(+3).(-5).2.(-1)$

c) $[-(-6) + (-4) - (+1)] - [(+25) + (-17) + (-8)]$

d) $[-4.(7-5) + 2.(+4)] . [6.(56 - 53)] + 6$

Ora muito bem, querido estudante. Prossiga o estudo desta lição comparando as suas respostas com as que se apresentam na chave de correcção.



CHAVE DE CORRECÇÃO

Preencha a tabela.

Propriedade	Expressão
Comutativa da adição em \mathbb{Z}	$3-7 = -7+3 = -4$
Elemento absorvente da multiplicação números inteiros relativos	$0.132 = 132.0 = 0$
Distributiva da multiplicação em relação à subtração de números inteiros relativos	$10.(9-8) = 10.9 - 10.8 = 10$
Associativa da multiplicação em \mathbb{Z}	$[3.(-2)].(+5) = 3.[(-2).(5)] = -30$
Simétrico aditivo	$-16 + 16 = +16 - 16 = 0$
Elemento neutro da adição em \mathbb{Z}	$0 + 20 = -20 + 0 = -20$
Elemento neutro da multiplicação de números inteiros relativos	$1.67 = 67.1 = 67$

2.

$$\begin{aligned}
 &\text{a) } -30 - (-15) + (+10) + 5 \\
 &= -30 + 15 + 10 + 5 \\
 &= -30 + 30 \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

Simplificamos a escrita da expressão e associamos as parcelas positivas entre si e as negativas também entre si. Daqui surgem as parcelas simétricas -30 e +30 cuja soma é igual a zero (0).

$$\begin{aligned}
 &\text{b) } (+3).(-5).2.(-1) \\
 &= -15.2.(-1) \\
 &= -30.(-1)
 \end{aligned}$$

$$= 30$$

Efectua-se multiplicação da esquerda para direita, tendo em conta as regras da multiplicação de números inteiros relativos.

$$c) [-(-6) + (-4) - (+1)] - [(+25) + (-17) + (-8)]$$

$$= (6-4-1) - (25-17-8)$$

$$= (2-1) - (25-25)$$

$$= 1-0$$

$$= 1$$

Simplificar a escrita da expressão transformando os parenteses rectos “[...]” em parenteses curvos “(...)” e eliminando os sinais posicionais. Resolver as operações que estão enseridas em parenteses curvos da esquerda para direita não temo nenhuma operação prioritária.

$$d) [-4.(7-5) + 2.(+4)] . [6.(56 - 53)] + 6$$

$$= (-4.2)+8).(6.3)+6$$

$$= (-8+8).18+6$$

$$= 0.18+6$$

$$= 6$$

Resolvem-se primeiro as operações inseridas em parentesis curvos e transformam-se os parenteses rectos em parenteses curvos. Depois resolve-se a multiplicação e a adição algébrica da esquerda para direita.

Ótimo, estimado estudante. Terminada a verificação do seu desempenho, passe ao estudo da lição seguinte, apenas se tiver acertado em todos os exercícios anteriores. Caso não, reestude a lição e refaça as respectivas actividades com a ajuda dos seus colegas ou do seu tutor.

LIÇÃO Nº 7: DIVISÃO DOS NÚMEROS INTEIROS RELATIVOS E RESOLUÇÃO DE EXPRESSÕES NUMÉRICAS



INTRODUÇÃO

Caro estudante, bem-vindo ao estudo de mais uma lição. Aqui vamos tratar da divisão de números inteiros relativos. Preste bastante atenção!



OBJECTIVOS DA AULA

Caro estudante, ao terminar o estudo desta lição você deverá ser capaz de:

- ✓ Dividir os números inteiros relativos.
- ✓ Resolver expressões numéricas envolvendo as quatro operações básicas



Para a melhor compreensão desta lição necessitas de estudar 60 minutos.

Comecemos o estudo da nossa lição resolvendo alguns exercícios. Então, vamos imediatamente a isso!

1. Resolva os exercícios seguintes.

a) $[(+2).(-4) + (+3).(+5)] + [(-18) - (-11)] + (+4)$

b) $(+9):(+3)$ c) $(-24):(-14)$ d) $(-48):(+12)$ e) $(+60):(-15)$

Isso caro estudante,

1.7.1. Divisão dos números inteiros relativos e resolução de Expressões numéricas

Preste atenção à resolução dos exercícios propostos.

1.

$$\text{a) } [(+2).(-4) + (+3).(+5)] + [(-18) - (-11)] + (+4)$$

= $[(-8) + (+15)] + (-18 + 11) + (+4)$, resolvemos a multiplicação no parentesis rectos, transformamos os parentesis rectos da segunda parcela em parentesis curvos e simplificamos a escrita.

= $(-8 + 15) + (-7) + (+4)$, transformamos os parentesis rectos em parentesis curvos na primeira parcela, simplificamos a escrita e resolvemos a operação inserida em parentesis na segunda parcela.

= $(+7) + (-7) + (+4)$, resolvemos a operação inserida em parentesis na primeira parcela.

= $7 - 7 + 4$, desembaraçamos de parentesis, simplificando escrita.

= $0 + 4$, resolvemos da esquerda para direita adicionado os simétricos 7 e -7

$$= 4$$

$$\text{b) } (+9) : (+3) = 9 : 3 = 3$$

Portanto; o quociente (resultado da divisão) de números inteiros positivos é um inteiro positivo pois $(+) : (+) = +$

$$\text{c) } (-24) : (-12) = (+2)$$

O quociente de dois números inteiros negativo é um número inteiro positivo, pois; $(-) : (-) = +$

d) $(-48):(+12) = (-4)$

e) $(+60):(-5) = (-12)$

O quociente de dois números inteiros com sinais contrários é um número inteiro negativo, pois $(-):(+) = (+):(-) = -$

Ótimo estimado estudante, Agora vamos à secção das actividades de verificação.



ACTIVIDADES DA LIÇÃO

Amigo estudante, resolva os exercícios seguintes e veja se percebeu a matéria que acabou de aprender.

1. Efectue os cálculos.

a) $(+66):(-3) =$ b) $(-33):(-11) =$ c) $(-108):(+9) =$ d) $(-45):(-9) =$

e) $(-169):(-13):(+13) =$

2. Assinalar com Z a alternativa cujo quociente é um número inteiro.

a) $(-121):(-11) =$ b) $(+3):(+4) =$ c) $(+5):(-4) =$ d) $(+12):(-3):(-2) =$

3. Determine o valor de cada expressão numérica.

a) $(+3).(-8):(+4)$ b) $(-12):(-4).(+2)$ c) $(-2).[(-5).(+4):(-10)] + [-1.(2+2)]$

Ótimo, depois de resolver estes exercícios passe à conferência dos seus resultados na chave de que se apresenta a seguir.



CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) $(+66):(-3) = (-11)$, pois $66:3=11$ e $(+):(-) = -$

b) $(-33):(-11) = (+3)$, pois $33:11 = 3$ e $(-):(-) = +$

c) $(-108):(9) = (-12)$, pois $108:9 = 12$ e $(-):(+) = -$

d) $(-45):(-9) = (+5)$

e) $(-169):(-13):(13) = (13):(13) = (+1)$

2. a) $(-121):(-11) = (+11)$ (**Z**), pois $121:11 = 11$ e $(-):(-) = +$. Assinalado por Z visto que $(+11)$ é número inteiro.

b) $(+3):(4) = (+0,75)$; pois $3:4=0,75$ e $(+):(+) = +$. Não assinalado por Z porque $+0,75$ é um número decimal.

c) $(+5):(-4) = (-1,25)$; pois $5:4 = 1,25$ e $-1,25$ é um número decimal.

d) $(+12):(-3):(-2) = (-4):(-2) = (+2)$ (**Z**); assinalado por Z porque $(+2)$ é um número inteiro.

3. a) $(+3).(-8):(4)$

$$= (-24):(4)$$

$$= (-6)$$

b) $(-12):(-4).(2)$

$$= (+3).(2)$$

$$= (+6)$$

$$c) (-2).[(-5).(+4):(-10)] + [-1.(2+2)]$$

$$= (-2).[(-20):(-10)] + [-1.(+4)]$$

$$= (-2).(+2) + (-4)$$

$$= (-4) + (-4) = (-8) = -8$$

Ótimo caro estudante, passe ao estudo da lição seguinte depois de terminar com sucesso a resolução das actividades da lição. Caso não, estude novamente o texto e refaça as actividades da lição com a ajuda dos seus colegas ou do seu tutor.

LIÇÃO Nº 8: CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS RELATIVOS



INTRODUÇÃO

Caro estudante, terminado o estudo dos números inteiros relativos, das operações e suas propriedades em \mathbb{Z} , tratemos do conjunto dos números racionais \mathbb{Q} .

Nesta lição, vamos fazer a descrição do conjunto \mathbb{Q} ; indicando tanto a natureza dos seus elementos como a representação gráfica destes elementos. Portanto, convidamo-lo a prestar muita atenção!



OBJECTIVOS DA LIÇÃO

No fim desta lição, você deverá ser capaz de:

- ✓ Caracterizar o conjunto dos números racionais.
- ✓ Representar graficamente os números racionais relativos.
- ✓ Representar graficamente as fracções decimais.
- ✓ Identificar dízimas finitas e infinitas periódicas



Para a melhor compreensão desta lição necessitas de estudar 60 minutos.

1.8.1. Conjunto dos números racionais relativos

Nas lições anteriores estudámos dois conjuntos numéricos:

- Conjunto dos números naturais (\mathbb{N})
- Conjunto dos números inteiros (\mathbb{Z})

Aprendemos também, que o conjunto dos números naturais está contido no conjunto dos números inteiros relativos, ou seja: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$

Contudo, como vimos na lição anterior, algumas operações, como seja o caso de algumas divisões, não são possíveis em \mathbb{Z} , por exemplo:

$6 \div 4$, em que 1,5 não é um número inteiro.

Por isso torna-se necessário ampliar o conjunto \mathbb{Z} de modo a formar o conjunto \mathbb{Q} , dos números racionais.

O conjunto dos números racionais (\mathbb{Q}) é formado por todos os números que podem ser escritos na forma de uma fracção cujos termos são números inteiros. Dai que este conjunto define-se da seguinte maneira.

$$\mathbb{Q} = \left\{ q = \frac{a}{b} : a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

Assim fica fácil perceber que :

$$\mathbb{Q} = \mathbb{Z} \cup \{ \text{fracções} \} \quad \text{ou} \quad \mathbb{Q}$$

Números inteiros	<ul style="list-style-type: none">✓ Dízimas finitas✓ Dízimas infinitas periódicas
------------------	--

Caro estudante, deste gráfico podemos perceber que os números inteiros, as dízimas finitas e as dízimas infinitas periódicas podem ser representadas na forma de uma fracção; por isso são números racionais.

Amigo estudante, continuemos o estudo dos números racionais discutindo sobre a sua representação gráfica.

Os números inteiros representam objectos ou conjuntos de objectos inteiros, por exemplo:

- ✓ Uma laranja inteira;
- ✓ Duas barras inteiras de sabão a bingo;
- ✓ Dez pacotes de sabonetes;

- ✓ Mil toneladas de açúcar, entre outros.

As dízimas finitas e as dízimas infinitas periódicas, representam-se através de partes de objectos como se exemplifica a seguir.

a) $\frac{1}{3} = 0,666\dots$ (representação gráfica), divide-se a unidade em

três partes iguais e destaca-se uma parte (sombreando, tracejando ou pintando) para indicar que esta é parte tomada.

b) $\frac{3}{4} = 0,75$ (representação gráfica), divide-se uma unidade em

quatro partes iguais e destacam-se três partes (sombreando, tracejando ou pintando) para indicar que são as partes tomadas.

c) $\frac{6}{4} = 1\frac{2}{4} = 1,5$ (representação gráfica), apresentam-se duas unidades.

Divide-se a segunda unidade em quatro partes. Destaca-se a 1ª unidade e duas partes de 2ª unidade para indicar que foi tomada uma unidade inteira e duas partes da 2ª unidade.

Caro estudante, está preocupado porque não sabe o que é uma dízima? Fique tranquilo. Dízima é um número decimal.

As dízimas como 0,75; 1,5; 2,175; -5,85; entre outras são finitas.

Mas as dízimas tais como:

0,6666 ... , de período 6;

3,212121 ... , de período 21;

2,123123123123 ... , de período 123, entre outras são dízimas infinitas periódicas.

Isso mesmo, caro estudante. Terminamos o estudo do texto desta lição, agora vamos resolver exercícios para ver se entendeu tudo o que acabou de aprender.



ACTIVIDADES DA LIÇÃO

Estimado estudante, vamos resolver as actividades de lição.

1. Assinale com V a alternativa correcta e com F a falsa em relação aos subconjuntos do conjunto \mathbb{Q} .

a) $\left\{-2; -1.6666; -\frac{3}{6}; 5.45\right\} \subset \mathbb{Q}$ ()

b) $\{0; +3; +12; +28.36\} \not\subset \mathbb{Q}$ ()

c) $\mathbb{Q}^+ \not\subset \mathbb{Q}$ ()

d) $\mathbb{Q}_o^+ \subset \mathbb{Q}$ ()

2. Marque com X apenas as proposições em relação aos números racionais.

a) $-1.75 \notin \mathbb{Q}$ () b) $125 \in \mathbb{Q}$ () c) $+4\frac{2}{3} \in \mathbb{Q}$ ()

d) $4.75757575... \notin \mathbb{Q}$ ()

Ótimo, querido estudante, já que terminou a resolução destas actividades, confira as suas respostas na chave que se apresenta a seguir.



CHAVE DE CORRECÇÃO

Compare as suas respostas com as que se apresentam nesta chave de correcção.

1.a) $\left\{-2; -1,6666; -\frac{3}{6}; 5.45\right\} \subset \mathcal{Q}$ (V), esta alternativa é verdadeira pois todos os elementos do conjunto dado são números racionais.

b) $\{0; +3; +12; +28.36\} \not\subset \mathcal{Q}$ (F), esta alternativa é falsa porque todos os elementos do conjunto dado são números racionais.

c) $\mathcal{Q}^+ \subset \mathcal{Q}$ (F), esta alternativa é falsa, pois o conjunto dos números racionais positivos é subconjunto do conjunto \mathcal{Q}

d) $\mathcal{Q}_0^+ \subset \mathcal{Q}$ (V), esta alternativa é verdadeira, pois o conjunto dos números racionais não negativos é subconjunto do conjunto \mathcal{Q} .

2.a) $-1.75 \notin \mathcal{Q}$ (), esta alternativa não está marcada com X porque Qualquer dizima finita pertence ao conjunto \mathcal{Q}

b) $125 \in \mathcal{Q}$ (X), esta alternativa está marcada com X porque número inteiro pertence ao conjunto \mathcal{Q}

c) $+4\frac{2}{3} \in \mathcal{Q}$ (X), esta alternativa está marcada com X porque qualquer fracção pertence a \mathcal{Q}

d) $4.75757575... \notin \mathcal{Q}$ (), esta alternativa não está marcada com X porque Qualquer dizima infinita periódica pertence ao conjunto \mathcal{Q}

Muito bem estimado estudante, se resolveu com sucesso todas as questões das actividades de lição, ao estudo da lição seguinte. Caso não, reestude a lição e refaça as respectivas actividades consultando os seus colegas ou ao seu tutor.

LIÇÃO Nº 9: ORDENAÇÃO DO NÚMEROS RACIONAIS RELATIVOS



INTRODUÇÃO

Estimado estudante, vamos tratar da relação de ordem no conjunto dos números racionais. Assim, teremos que aprender a representação dos números racionais na recta graduada, a determinação do módulo ou valor absoluto de um número racional e a comparação dos números racionais relativos.



OBJECTIVOS DA LIÇÃO

Ao terminar o estudo desta lição o estimado estudante deverá ser capaz de:

- ✓ Representar os números racionais na recta graduada.
- ✓ Determinar o módulo ou valor absoluto de um número racional.
- ✓ Comparar os números racionais.



Para a melhor compreensão desta lição necessitas de estudar 90 minutos.

Caríssimo estudante, vamos começar o estudo do texto desta lição fazendo algumas revisões. Preste bastante atenção!

1.9.1. Ordenação do números racionais relativos

1. Represente na recta graduada os seguintes conjuntos.

a) $\{-3; 0; +1, +3; +4\}$

$$b)\{ 0; +0,5; +1; +1,75\}$$

$$c)\left\{0; +\frac{1}{2}; +\frac{3}{4}; +1; +\frac{3}{2}\right\}$$

$$d)\left\{-1; -\frac{4}{6}; -\frac{3}{6}; -\frac{2}{6}; -\frac{1}{6}; 0\right\}$$

2. Completar de modo a obter proposições verdadeiras

$$a) |-3| = \quad b) |+3| = \quad c) \left| -\frac{4}{9} \right| = \quad d) |+1,75| =$$

$$e) |-3,25| =$$

3. Compare. Use os símbolos $<$, $=$ ou $>$.

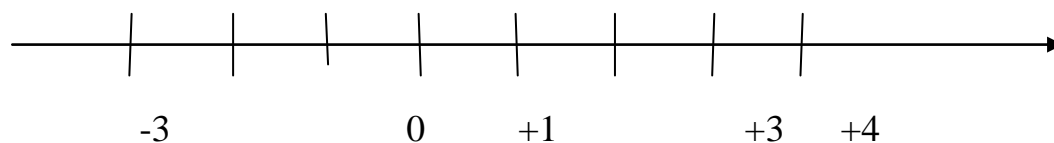
$$a) +35 \dots +35 \quad b) -10 \dots -12 \quad c) -100 \dots 0 \quad d) 7 \dots 0,5$$

$$e) \frac{1}{4} \dots \frac{2}{4}$$

$$f) -\frac{3}{5} \dots -\frac{1}{5} \quad g) \frac{2}{3} \dots \frac{1}{2} \quad h) -\frac{3}{4} \dots -\frac{5}{6}$$

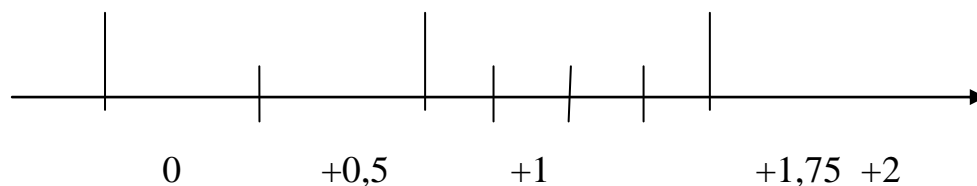
Ótimo, querido estudante. Vamos resolver os exercícios de revisão!

$$1. a)\{-3; 0; +1; +3; +4\}$$



Isso mesmo, traçamos a recta na posição horizontal, dividimo-la em partes iguais, assinalamos a origem pelo número racional zero (0), representamos à esquerda os números racionais negativos e à direita os números racionais positivos.

b) $\{0; +0,5; +1; +1,75\}$



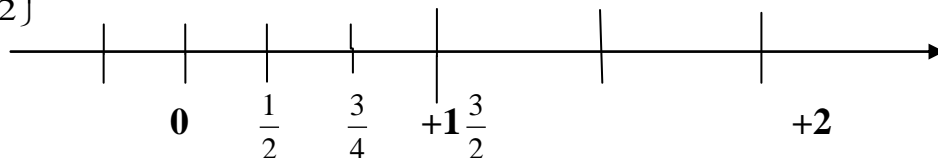
Exacto, caro estudante.

Traçamos a recta na posição horizontal, dividimo-la em três partes iguais e representamos nelas os números racionais 0; +1 e +2.

Transformamos o número racional 0,5 em fracção: $0,5 = \frac{1}{2}$, dividimos a unidade (distancia de 0 a 1) em duas partes iguais e indicamos 0,5 exactamente na metade do segmento da recta correspondente a uma unidade.

Transformamos o número racional 1,75 numa fracção mista: $+1,75 = +1\frac{3}{4}$, dividimos a segunda unidade (1 a 2) em quatro partes e representamos no traço correspondente ao fim da 3ª parte o número racional +1,75

c) $\left\{0; +\frac{1}{2}; +\frac{3}{4}; +1; +\frac{3}{2}\right\}$



Percebendo que $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$, dividimos a 1ª unidade (0 a 1) em quatro partes iguais

representamos os números racionais $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{4}$ nos traços correspondentes ao fim da 2ª e 3ª partes respectivamente.

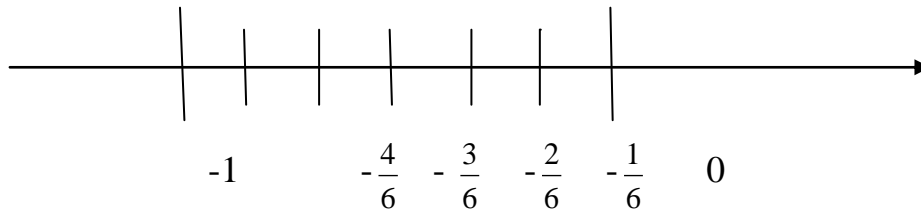
✓

Transformando a

fracção $\frac{3}{2}$ em número decimal obtém-se que $\frac{3}{2} = 1,5 = 1\frac{1}{2}$, daqui

dividimos a 2ª unidade (1 a 2) em duas partes iguais na metade o número racional $\frac{3}{2}$.

d) $\left\{-1; -\frac{4}{6}; -\frac{3}{6}; -\frac{2}{6}; -\frac{1}{6}; 0\right\}$



Ótimo estimado estudante, após traçar a recta na posição horizontal marcamos a origem da recta pelo número racional zero (0) e o racional negativo (-1) à esquerda de zero. A seguir:

- ✓ Dividimos a unidade (-1 à 0) e seis partes iguais, e;
- ✓ Representamos as fracções na sua ordem decrescente, a partir de $-\frac{1}{6}$ até $-\frac{4}{6}$

Deste trabalho, o querido estudante percebeu que para representar os números racionais na recta graduada temos que:

- ✓ Escrevê-los na forma de uma fracção;
- ✓ Dividir o segmento da recta que representa a unidade em tantas partes iguais conforme o denominador da fracção, e;
- ✓ Representar o número racional à esquerda ou à direita do zero, conforme ele é negativo ou positivo

Mas também, percebeu, a partir da recta graduada, que os números racionais crescem da esquerda para direita e decrescem no sentido contrário.

Assim, dados dois números racionais **a** e **b** apenas ocorre uma das seguintes situações:

▪ **$a > b$**

Exemplos:

$$0 > -3; \quad +1 > 0; \quad +3 > +1; +4 > +3$$

▪ $a < b$

Exemplos:

$$-\frac{4}{6} < -\frac{3}{6}; \quad -\frac{3}{6} < -\frac{2}{6}; \quad -\frac{2}{6} < -\frac{1}{6}; \quad -\frac{1}{6} < 0$$

▪ $a = b$

Exemplos:

$$+3 = +3; \quad 0,5 = \frac{1}{2}; \quad \frac{3}{2} = 1,5 = 1\frac{1}{2}$$

Caro estudante! Agora vamos resolver os exercícios da questão nº 2, onde somos convidados a reflectir sobre o módulo ou valor absoluto de um número racional.

Mas você já sabe que o módulo ou valor absoluto de um número relativo é um número não negativo que indica a distância que o separa do zero na recta graduada.

Deste modo teremos que:

$$2. \text{ a) } |-3| = 3 \quad \text{ b) } |+3| = 3 \quad \text{ c) } \left| -\frac{4}{9} \right| = \frac{4}{9} \quad \text{ d) } |+1,75| = 1,75$$

$$\text{ e) } |-3,25| = 3,25$$

Amigo estudante. Vamos fazer a comparação dos números racionais.

Preste bastante atenção!

a) $+35 = +35$; pois estes números têm o mesmo valor absoluto e têm o mesmo sinal posicional. b) $-10 > -12$, dado que os dois números são negativos e -10 tem menor módulo que -12

c) $-100 < 0$, porque -100 é um número negativo, e como, sabemos todo o número negativo é menor que zero (0).

d) $\frac{1}{4} < \frac{2}{4}$. Aqui estamos comparando fracções positivas com o mesmo denominador. Assim é maior aquela que tem maior numerador.

e) $7 > 0,5$.

✓ vamos transformar o número decimal e o número inteiro em fracções:

$$0,5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \text{ e } 7 = \frac{7}{1}.$$

$$✓ \quad 7 \dots\dots 0,5 \Leftrightarrow \frac{7}{1} \dots\dots \frac{1}{2}$$

✓ Determinamos o menor múltiplo comum dos denominadores $\text{mmc}(1;2)$

$$\mathbf{M}_1 = \{0;1;2;3;4;5;6;7;8;\dots\}; \quad \mathbf{M}_2 = \{0;2;4;6;8;\dots\}$$

$$\text{m.m.c.}(1; 2) = 2$$

✓ Dividimos o m.m.c. pelos denominadores das fracções dadas e colocamos

$$\text{os resultados e parentesis curvos abaixo de cada denominador: } \frac{7}{\underset{(2)}{1}} \dots\dots \frac{1}{\underset{(1)}{2}}.$$

✓ Multiplicamos o numerador e o denominador de cada fracção pelo número que está em parentesis abaixo do seu denominador: $\frac{14}{2} \dots\dots \frac{1}{2}$.

✓ Comparamos fracções positivas com o mesmo denominador, sendo que será maior a que tiver maior numerador: $\frac{14}{2} > \frac{1}{2} \Leftrightarrow 7 > 0,5$

f) $-\frac{3}{5} \dots\dots -\frac{1}{5}$, Veja caro estudante que as duas fracções são negativas e têm o mesmo denominador. Assim será maior aquela que tiver menor numerador :

$$-\frac{3}{5} < -\frac{1}{5}$$

g) $\frac{2}{3} > \frac{1}{2}$

✓ Vamos determinar o menor múltiplo comum dos denominadores (3; 2).

✓ $M_3 = \{0, 3, 6, 9, 12, 15, \dots\}$, $M_2 = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$, então m.m.c.(3; 2) = 6

$$\checkmark \quad \frac{2}{\underset{(2)}{3}} \dots\dots \frac{1}{\underset{(3)}{2}} \Leftrightarrow \frac{4}{6} \dots\dots \frac{3}{6} \Rightarrow \frac{4}{6} > \frac{3}{6}$$

$$\checkmark \quad \text{h) } -\frac{3}{4} \dots\dots -\frac{5}{6} \Leftrightarrow -\frac{\underset{(3)}{3}}{\underset{(3)}{4}} \dots\dots -\frac{\underset{(2)}{5}}{\underset{(2)}{6}} \Leftrightarrow -\frac{9}{12} \dots\dots -\frac{10}{12} \Rightarrow -\frac{9}{12} > -\frac{10}{12} \quad ; \quad \text{pois}$$

tratando-se de dois números racionais negativos, é maior aquele que tem menor valor absoluto.

Caro estudante, terminado o estudo do texto desta lição, passemos à realização das respectivas actividades.



ACTIVIDADES DA LIÇÃO

Amigo estudante, resolva os seguintes exercícios e verifique a sua aprendizagem.

1. Compare, Use os símbolos $<$, $=$ ou $>$.

a) $-756 \dots 567$ b) $1,87 \dots 18,7$ c) $-562 \dots 652$ d) $3 \dots \frac{5}{3}$ e)

$-\frac{7}{2} \dots -2,4$

f) $+\frac{7}{2} \dots +\frac{8}{3}$

2. Completar de modo a obter proposições.

a) $|-9| = \dots$ b) $\left| +\frac{5}{6} \right| = \dots$ c) $\left| -6\frac{4}{5} \right| = \dots$ d) $\left| +8\frac{7}{8} \right| = \dots$ e)

$|-0,33333| = \dots$

3. Representar na recta graduada.

a) $\{-2, -1,25; -1,5; -1; 0\}$

b) $\left\{ +\frac{2}{3}; +\frac{2}{6}; +\frac{5}{4} \right\}$

c) $\left\{ -\frac{5}{4}; 0; \frac{5}{4} \right\}$

Isso mesmo caro estudante, terminada a realização das actividades de verificação, confira as suas respostas na chave seguinte.



CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

a) $-756 < 567$ b) $1,87 < 18,7$ c) $-562 < 652$

d) $3 \dots \frac{5}{3} \Leftrightarrow \frac{3}{1} \dots \frac{5}{3} \Leftrightarrow \frac{3}{\underset{(3)}{1}} \dots \frac{5}{\underset{(1)}{3}} \Rightarrow \frac{9}{3} > \frac{5}{3} \Leftrightarrow 3 > \frac{5}{3}$, pois:

✓ Escreve-se o número racional 3 na forma de fracção $3 = \frac{3}{1}$;

✓ Determina-se o m.m.c. $(1;3) = 3$, que dividido pelos denominadores das fracções $\frac{3}{1}$ e $\frac{5}{3}$ e transforma-se estas fracções em outras com o mesmo denominador;

✓ A comparação das fracções resultantes corresponde à comparação das fracções inicialmente dadas.

e)

$$-\frac{7}{2} \dots -2,4 \Leftrightarrow -\frac{7}{2} \dots -\frac{24}{10} \Leftrightarrow -\frac{7}{\underset{(5)}{2}} \dots -\frac{24}{\underset{(1)}{10}} \Leftrightarrow -\frac{35}{10} \dots -\frac{24}{10} \Rightarrow -\frac{35}{10} < -\frac{24}{10} \Leftrightarrow -\frac{7}{2} < -2,4$$

Pois transforma-se a dízima finita $-2,4$ em fracção $-2,4 = \frac{24}{10}$ e procede-se como na alternativa anterior.

f) $+\frac{7}{2} \dots +\frac{8}{3} \Leftrightarrow \frac{7}{\underset{(3)}{2}} \dots \frac{8}{\underset{(2)}{3}} \Leftrightarrow \frac{21}{6} \dots \frac{16}{6} \Rightarrow \frac{21}{6} > \frac{16}{6} \Leftrightarrow +\frac{7}{2} > +\frac{8}{3}$, pois:

✓ Encontra-se o m.m.c. dos denominadores;

✓ Transformam-se as fracções dadas em outras com o mesmo denominador, e;

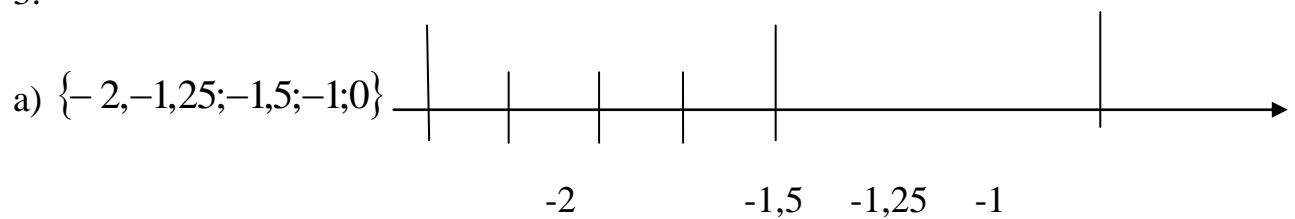
✓ Efectua-se a comparação.

2.

a) $|-9| = 9$ b) $\left| +\frac{5}{6} \right| = \frac{5}{6}$ c) $\left| -6\frac{4}{5} \right| = 6\frac{4}{5}$ d) $\left| +8\frac{7}{8} \right| = 8\frac{7}{8}$

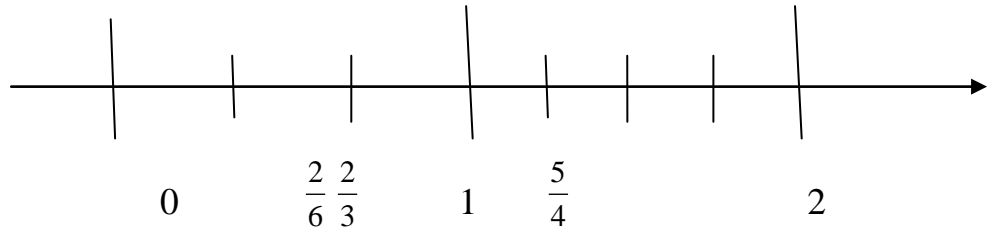
e) $|-0,33333| = 0,33333$

3.



0

b) $\left\{ +\frac{2}{3}; +\frac{2}{6}; +\frac{5}{4} \right\}$, Você percebe que: $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ e $\frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$



c) $\left\{ -\frac{5}{4}; 0; \frac{5}{4} \right\}$



LIÇÃO Nº 10: ADIÇÃO DOS NÚMEROS RACIONAIS



INTRODUÇÃO

Muito bem caro estudante, você está a trabalhar com muita atenção. Após o tratamento da relação de ordem no conjunto dos números racionais, passemos ao estudo da adição dos números racionais.



OBJECTIVOS DA LIÇÃO

Ao terminar o estudo desta lição, você deverá ser capaz de:

- Adicionar os números racionais relativos.
- Subtrair os números racionais relativos.
- Aplicar as propriedades da adição algébrica de números racionais na resolução de exercícios.



Para a melhor compreensão desta lição necessitas de estudar 90 minutos.

Caro estudante, comecemos o estudo desta lição resolvendo alguns exercícios.

1. Determine a soma

a) $21+39 =$ b) $124- 243 =$ c) $7+(-4)-(-3)-(+4)$ d) $\left(\frac{4}{5}\right)-\left(+\frac{3}{5}\right)$ e) $0,25 +$
1

f) $3+\left(+\frac{1}{2}\right)-\left(-\frac{2}{6}\right)$

Querido estudante, vamos resolver os exercícios propostos.

Preste muita atenção!

A resolução destes exercícios, orienta-nos para o estudo da adição dos números racionais. Então, vamos a isso.

1.10.1. Adição de números racionais

a) $21 + 39 = 60$, pois aqui estamos tratando da adição de números inteiros positivos.

b) $124 - 243 = -119$, isso mesmo, visto que estamos a adicionar algebricamente dois números inteiros com sinais contrários. Como você sabe, nestas condições subtraem-se os seus módulos e dá-se à diferença o sinal da parcela com maior módulo.

c) $7 + (-4) - (-3) - (+4) = 7 - 4 + 3 - 4 = 3 - 3 - 4 = -4$; pois,

- ✓ Simplifica-se a escrita da expressão numérica, e;
- ✓ Associam-se as parcelas duas a duas da esquerda para direita já que não temos operações prioritárias neste caso.

d) $\left(\frac{4}{5}\right) - \left(+\frac{3}{5}\right) = \frac{4}{5} - \frac{3}{5} = \frac{4-3}{5} = \frac{1}{5}$, Simplificamos a escrita e ficamos

com subtração de duas fracções com o mesmo denominador; onde subtraem-se os numeradores e mantém-se o denominador.

e) $0,25 + 1 = 0,25 + 1,00 = 1,25$ pois:

- ✓ Transforma-se o inteiro 1 em número decimal 1,00 com duas casas decimais;
- ✓ Adicionam-se dois números decimais: $0,25 + 1,00 = 1,25$

Mas podemos efectuar esta adição:

- ✓ Transformando o número decimal 0,25 e fracção decimal, $0,25 = \frac{25}{100}$ e o número inteiro 1 em fracção, $1 = \frac{1}{1}$;
- ✓ Adicionar as fracções $\frac{25}{100} + \frac{1}{1}$;
- ✓ Encontrar o m.m.c.(100; 1) = 100;

- ✓ Converter as fracções iniciais em noutras com o mesmo denominador, e;
- ✓ Efectuar a adição, adicionando os numeradores entre si e mantendo o denominador.

$$e) 0,25 + 1 = \frac{25}{100} + \frac{1}{1} = \frac{25}{100} + \frac{1}{1} \underset{(1)}{=} \frac{25}{100} + \frac{100}{100} = \frac{25+100}{100} = \frac{125}{100}$$

Caro estudante não se esqueça. Sempre que possível deverá fazer a simplificação da soma, dividindo o numerador e o denominador da fracção pelo seu maior divisor comum (m.d.c.); como se mostra a seguir.

$$\text{m.d.c.}(125; 100) = 25$$

$D_{125} = \{1; 5; 25; 125\}$, Onde D_{125} é o conjunto dos divisores de 125.

$D_{100} = \{1; 2; 4; 5; 20; 25; 100\}$, Onde D_{100} é o conjunto dos divisores de 100.

d.c. = $\{1; 5; 25\}$, onde d.c. significa “divisores comuns”; dentre os quais 25 é o maior.

Deste modo, para simplificar a soma temos que dividir os seus termos pelo m.d.c.(125; 100) = 25, como se faz a seguir: $\frac{125:25}{100:25} = \frac{5}{4}$

Assim;

e)

$$0,25 + 1 = \frac{25}{100} + \frac{1}{1} = \frac{25}{100} + \frac{1}{1} \underset{(1)}{=} \frac{25}{100} + \frac{100}{100} = \frac{25+100}{100} = \frac{125}{100} = \frac{5}{4}$$

Exacto caro estudante,

$$f) 3 + \left(+\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{2}{6}\right) = \frac{3}{1} + \frac{1}{2} + \frac{2}{6} = \frac{3}{1} + \frac{1}{2} + \frac{2}{6} \underset{(6)}{=} \frac{18}{6} + \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{18+3+2}{6} + \frac{33}{6} = \frac{33:3}{6:3} = \frac{11}{2}$$

Deste trabalho o estimado estudante entendeu que:

- ✓ A soma de números racionais positivos é um número racional positivo cujo módulo é igual à soma dos módulos das parcelas;
- ✓ A soma de números racionais negativos é um número racional negativo cujo módulo é igual à soma das parcelas, e;
- ✓ A soma de números racionais com sinais contrários é um número cujo módulo é igual à diferença entre os módulos das parcelas e o seu sinal

posicional é igual ao sinal posicional da parcela com maior módulo ou valor absoluto.

- ✓ Na adição de fracções com o mesmo denominador, adicionam-se os numeradores e mantém-se o denominador.
- ✓ Na adição de fracções com denominadores diferentes, as fracções iniciais são convertidas noutra com o mesmo denominador.
- ✓ É necessário simplificar a soma dividindo o numerador e o denominador pelo seu m.d.c.
- ✓ A simplificação da escrita obedece às regras seguintes: $+(+) = +$, $-(-) = +$, $-(+) = -$ e $+(-) = -$

1.10.2. Propriedades da adição de números racionais

Comecemos o nosso estudo resolvendo exercícios de adição de números inteiros relativos. Vamos imediatamente a isso!

1. Resolva e compare os resultados.

$$\begin{array}{llll} \text{a) } (+0,9) + (+1,7) = & \text{b) } (+1,7) + (0,9) = & \text{c) } \left(\frac{3}{2}\right) + \left(-\frac{3}{2}\right) & \text{d) } \left(-\frac{3}{2}\right) + \left(\frac{3}{2}\right) \text{ e) } \\ \left(-\frac{2}{6}\right) + 0 & \text{f) } 0 + \left(-\frac{2}{6}\right) & \text{g) } \left[\left(-\frac{1}{2}\right) + \left(+\frac{2}{3}\right)\right] + \frac{4}{6} & \text{h) } \left(-\frac{1}{2}\right) + \left[\left(+\frac{2}{3}\right) + \frac{4}{6}\right] \end{array}$$

Amigo estudante! Compare as suas respostas com as que se apresentam a seguir.



CHAVE DE CORRECÇÃO

Ora, confira as suas respostas com as que se apresentam na chave.

$$a) (+0,9)+(+1,7)=2,6 \quad b) (+1,7)+(0,9)=2,6$$

Então, $(+0,9)+(+1,7) = (+1,7)+(0,9)$, isto é; a troca de parcelas não altera a soma de números racionais.

$$c) \left(\frac{3}{2}\right) + \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{2} - \frac{3}{2} = \frac{3-3}{2} = 0$$

$$d) \left(-\frac{3}{2}\right) + \left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{3}{2} + \frac{3}{2} = \frac{-3+3}{2} = 0$$

Assim, $\left(+\frac{3}{2}\right) + \left(-\frac{3}{2}\right) = \left(-\frac{3}{2}\right) + \left(+\frac{3}{2}\right) = 0$, sendo $-\frac{3}{2}$ é simétrico de $+\frac{3}{2}$; podemos concluir que a soma de números racionais simétricos é igual zero (0).

$$e) \left(-\frac{2}{6}\right) + 0 = \left(-\frac{2}{6}\right) + \frac{0}{1} = -\frac{2}{6} + \frac{0}{6} = \frac{-2+0}{6} = -\frac{2}{6}$$

$$a) 0 + \left(-\frac{2}{6}\right) = \frac{0}{1} + \left(-\frac{2}{6}\right) = \frac{0}{6} - \frac{2}{6} = \frac{0-2}{6} = -\frac{2}{6}$$

Por isso, $\left(-\frac{2}{6}\right) + 0 = 0 + \left(-\frac{2}{6}\right) = \left(-\frac{2}{6}\right)$, daqui percebe-se que o número racional zero (0) é elemento neutro na adição de números racionais

$$g) \left[\left(-\frac{1}{2} \right) + \left(+\frac{2}{3} \right) \right] + \frac{4}{6} = \left[\left(-\frac{1}{2} \right) + \left(+\frac{2}{3} \right) \right] + \frac{4}{6} = \left[\left(-\frac{3}{6} \right) + \left(+\frac{4}{6} \right) \right] + \frac{4}{6} = \left(\frac{-3+4}{6} \right) + \frac{4}{6} = \frac{1}{6} + \frac{4}{6} = \frac{1+4}{6} = \frac{5}{6}$$

$$h) \left(-\frac{1}{2} \right) + \left[\left(+\frac{2}{3} \right) + \frac{4}{6} \right] = \left(-\frac{1}{2} \right) + \left(\frac{2}{3} + \frac{4}{6} \right) = \left(-\frac{1}{2} \right) + \left(\frac{2}{3} + \frac{4}{6} \right) = \left(-\frac{1}{2} \right) + \left(\frac{4}{6} + \frac{4}{6} \right) =$$

$$-\frac{1}{2} + \frac{8}{6} = -\frac{1}{2} + \frac{8}{6} = -\frac{3}{6} + \frac{8}{6} = \frac{-3+8}{6} = \frac{5}{6}$$

Então, $\left[\left(-\frac{1}{2} \right) + \left(+\frac{2}{3} \right) \right] + \frac{4}{6} = \left(-\frac{1}{2} \right) + \left[\left(+\frac{2}{3} \right) + \left(+\frac{4}{6} \right) \right]$, isto é; associando as parcelas a soma não se altera.

De um modo geral fica

Propriedade	Fórmula	Conteúdo da propriedade
Comutativa	$a + b = b + a$	A troca da ordem das parcelas não altera o valor da soma
Associativa	$(a + b) + c = a + (b + c)$	Associando as parcelas duas a duas o resultado mantém-se.
Elemento Neutro	$a + 0 = 0 + a = a$	O inteiro zero (0) é elemento neutro da adição de números inteiros relativos.
Elemento simétrico	$a + (-a) = (-a) + a = 0$	O inteiro (-a) é simétrico do inteiro (+a) e a soma de inteiros simétrico é nula

Caro estudante, vamos resolver as actividades da lição.



ACTIVIDADES DA LIÇÃO

Isso mesmo, isso mesmo querido estudante

1. Preencha a tabela.

Propriedade	Expressão
	$\frac{1}{2} + 7 = \dots \quad \frac{1}{2} = \frac{15}{2}$
	$\frac{1}{4} + 0 = \dots + 0 = \frac{1}{4}$
...	$-\frac{6}{7} + \left(+\frac{6}{7}\right) = \dots + \left(-\frac{6}{7}\right) = \dots$
Associativa da adição em \mathbb{Z}	$0,20 + \left[0,30 + \left(-\frac{15}{10}\right)\right] = (0,20 + 0,30) + \dots = \dots = \dots$
...	$-1,6 + 1,6 = \dots = 0$
Elemento neutro da adição em \mathbb{Z}	$0 + \dots = \frac{3}{4} + 0 = \dots$

2. Efectue as seguintes operações.

a) $\frac{5}{10} + \left(+\frac{3}{10}\right) + \left(-\frac{4}{10}\right)$ b) $-\frac{3}{5} - \left(+\frac{2}{3}\right) - \left(-\frac{4}{15}\right)$

c) $\left[0,4 + (-0,5) + \left(+\frac{6}{10}\right)\right] + \left[\left(-\frac{5}{6}\right) + \left(+\frac{1}{3}\right)\right]$

Caro estudante, já terminou a resolução dos exercícios de verificação? Então confira as suas respostas na chave a seguir.



CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

Propriedade	Expressão
Comutativa	$\frac{1}{2} + 7 = 7 + \frac{1}{2} = \frac{15}{2}$
Elemento neutro da adição de números racionais.	$\frac{1}{4} + 0 = \frac{1}{4} + 0 = \frac{1}{4}$
A adição de um número racional com o seu simétrico é igual a zero (0)	$-\frac{6}{7} + \left(+\frac{6}{7}\right) = \dots \frac{6}{7} + \left(-\frac{6}{7}\right) = 0$
Associativa da adição em Z	$0,20 + \left[0,30 + \left(-\frac{15}{10}\right)\right] =$ $(0,20 + 0,30) + \left(-\frac{15}{10}\right) = 0,50 - \frac{15}{10} = -\frac{10}{10} = -1,0$
A adição de um número racional com o seu simétrico é igual a zero (0)	$-1,6 + 1,6 = \dots = 0$
Elemento neutro da adição em Z	$0 + \frac{3}{4} = \frac{3}{4} + 0 = \frac{3}{4}$

3. Efectue as seguintes operações.

$$\text{a)} \quad \frac{5}{10} + \left(+\frac{3}{10}\right) + \left(-\frac{4}{10}\right) = \frac{5}{10} + \frac{3}{10} - \frac{4}{10} = \frac{3+5-4}{10} = \frac{8}{10} - \frac{4}{10} = \frac{8-4}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & -\frac{3}{5} - \left(+\frac{2}{3}\right) - \left(-\frac{4}{15}\right) = -\frac{3}{5} - \frac{2}{3} + \frac{4}{15} = -\frac{3}{\underset{(5)}{5}} - \frac{2}{\underset{(5)}{3}} + \frac{4}{\underset{(1)}{15}} = -\frac{9}{15} - \frac{10}{15} + \frac{4}{15} = \frac{-9-10+4}{15} \\ & = \frac{-19+4}{15} = -\frac{15}{15} = -1 \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} & \left[0,4 + (-0,5) + \left(+ \frac{6}{10} \right) \right] + \left[\left(- \frac{5}{6} \right) + \left(+ \frac{1}{3} \right) \right] = \left[-0,1 + \left(\frac{6}{10} \right) \right] + \left(- \frac{5}{6} + \frac{1}{3} \right) = \left(- \frac{1}{10} + \frac{6}{10} \right) + \left(- \frac{5}{6} + \frac{1}{3} \right) \\ & = \left(\frac{-1+6}{10} \right) + \left(- \frac{5}{6} + \frac{2}{6} \right) = \frac{5}{10} - \frac{3}{6} = \frac{5}{10} - \frac{3}{6} = \frac{30}{60} - \frac{30}{60} = \frac{30-30}{60} = 0 \end{aligned}$$

Ótimo caro estudante. Terminada com sucesso a realização dos exercícios desta lição, passe ao estudo da lição seguinte se tiver acertado na resolução de todos os exercícios propostos.

LIÇÃO Nº 11: MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO DOS NÚMEROS RACIONAIS RELATIVOS



INTRODUÇÃO

Muito bem caro estudante, você está a trabalhar com muita atenção. Após o tratamento da adição e subtração dos números racionais, passemos ao estudo da multiplicação e divisão dos números racionais.



OBJECTIVOS DA LIÇÃO

- Multiplicar os números racionais relativos.
- Dividir os números racionais relativos.
- Aplicar as propriedades da multiplicação de números racionais na resolução de exercícios.



Para a melhor compreensão desta lição necessitas de estudar 120 minutos.

1.11.1. Multiplicação de números racionais.

Caro estudante, vamos começar o estudo da divisão de números racionais resolvendo alguns exercícios.

2. Efectue as operações

a) $21 \cdot 39$ b) $(+3) \cdot (+2)$ c) $(-5) \cdot (-3)$ d) $(-4) \cdot (+3)$ e) $3 \cdot (-7)$ f) $0,25 \cdot 2$

g) $\left(\frac{4}{5}\right) \cdot \left(+\frac{3}{5}\right)$ h) $\left(-\frac{2}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)$ i) $\left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \left(+\frac{3}{2}\right)$ j) $\left(-\frac{6}{5}\right) \div \left(+\frac{3}{2}\right)$ l) $\frac{8}{6} \div \left(+\frac{4}{3}\right) \div \left(-\frac{1}{2}\right)$

Ótimo, amigo estudante. Vamos discutir a resolução dos propostos. D alternativa a) à alternativa i) estará tratando da multiplicação e nas alternativas j) e l) da divisão de números naturais. Então preste muita atenção!

a) $21 \cdot 39 = 819$

Aqui a penas trata-se da multiplicação de números inteiros positivo. Daí que o seu produto é um número inteiro positivo cujo módulo é igual ao produto dos módulos dos factores.

b) $(+3) \cdot (+2) = +6$

Esta é a mesma situação que a da a).

c) $(-5) \cdot (-3) = +15$

Neste caso trata-se da multiplicação de inteiros negativos, por isso o produto é um número positivo cujo módulo é igual ao produto dos módulos dos factores.

d) $(-4) \cdot (+3) = -12$

Exacto, caro estudante. Neste caso trata-se da multiplicação de números inteiros com sinais contrários, portanto; o seu produto é um número inteiro negativo, cujo módulo é igual ao produto dos módulos dos factores.

e) $3 \cdot (-7) = -21$

Esta é a mesma situação que a da d).

f) $0,25 \cdot 2$

Caro estudante, aqui tem uma multiplicação de um número decimal (0,25) por um número inteiro (2). Assim, podemos resolver usando uma das seguintes vias:

i. f) $0,25 \cdot 2 = 0,50 = 0,5$

Multiplica 25 por 2 e marcar no produto tantas casas decimais como as que existem nos factores.

ii. f) $0,25 \cdot 2 = \frac{25}{100} \cdot \frac{2}{1} = \frac{25 \cdot 2}{100 \cdot 1} = \frac{50}{100} = \frac{50 : 10}{100 : 10} = \frac{5}{10} = 0,5$

Nestas condições

- ✓ Transformam-se o número decimal 0,25 em fracção $0,25 = \frac{25}{100}$ e o número inteiro 2 em fracção $2 = \frac{2}{1}$;
- ✓ Resolve-se a multiplicação das duas fracções, multiplicando os numeradores entre si e os denominadores também entre si.
- ✓ Simplifica-se o produto, caso possível.

$$g) \left(\frac{4}{5}\right) \left(+\frac{3}{5}\right) = \frac{4 \cdot (+3)}{5 \cdot (+5)} = \frac{(+12)}{(+25)} = +\frac{12}{25}$$

Resolvemos multiplicando os numeradores entre si e os denominadores também entre si. Tratando-se dois números racionais positivos, o produto é um número racional positivo, cujo módulo é igual ao produto dos módulos dos factores.

$$h) \left(-\frac{2}{5}\right) \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{(-2) \cdot (-3)}{(-5) \cdot (-2)} = \frac{(+6)}{(+10)} = +\frac{6}{10} = +\frac{6:2}{10:2} = +\frac{3}{5}$$

Exacto, caro estudante! Resolvemos multiplicando os numeradores entre si e os denominadores também entre si. Como se trata da multiplicação de dois números racionais negativos o seu produto é um número racional positivo, cujo módulo é igual ao produto dos módulos dos factores.

$$i) \left(-\frac{1}{5}\right) \left(+\frac{3}{2}\right) = \frac{(-1) \cdot (+3)}{(+5) \cdot (+2)} = \frac{(-3)}{(+10)} = -\frac{3}{10}$$

Caro estudante, este é o caso da multiplicação de dois números racionais com sinais contrários. Por isso o produto é um número negativo e o módulo do produto é igual ao produto dos módulos dos factores.

1.11.2. Divisão de números racionais

Antes de resolver os exercícios da divisão, vamos falar do inverso multiplicativos ou simplesmente inverso de um número racional.

O número racional $\frac{a}{b}$, com $b \neq 0$ é inverso ou inverso multiplicativo do racional $\frac{b}{a}$, com $a \neq 0$ e reciprocamente, sendo $a, b \in \mathbb{Z}$.

Exemplos:

- ✓ $\frac{3}{4}$ é inverso de $\frac{4}{3}$ e vice-versa.
- ✓ $-\frac{9}{10}$ é inverso de $-\frac{10}{9}$
- ✓ 6 é inerso de $\frac{1}{6}$
- ✓ a é inverso de $\frac{1}{a}$

Caro estudante, vamos aprender a dividir números racionais.

$$\text{j)} \left(-\frac{6}{5}\right) \div \left(+\frac{3}{2}\right) = \left(-\frac{6}{5}\right) \left(+\frac{2}{3}\right) = \frac{-6 \cdot (+2)}{5 \cdot 3} = \frac{-12}{15} = \frac{-12 \div 3}{15 \div 3} = -\frac{4}{5}$$

Exacto. Para resolver esta alternativa tivemos que:

- ✓ Multiplicar a 1ª pelo inverso da 2ª fracção, e;
- ✓ Efectuar a operação multiplicando os numeradores entre si e os denominadores entre si.
- ✓

1.11.3. Propriedades da multiplicação de números racionais

Ótimo, querido estudante; tratemos agora das propriedades da multiplicação de números inteiros relativos.

2. Resolva os seguintes exercícios da multiplicação.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \frac{5}{6} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) &= \frac{5 \cdot (-3)}{6 \cdot 5} = \frac{-15}{30} = \frac{-15 \div 15}{30 \div 15} = -\frac{1}{2} & \text{b)} \\ -\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{6} &= \frac{-3 \cdot 5}{5 \cdot 6} = \frac{-15}{30} = \frac{-15 \div 15}{30 \div 15} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Então, $\frac{5}{6} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{6}$, portanto; a troca de factores não altera o produto de dos números racionais.

$$\mathbf{a \cdot b = b \cdot a}$$

$$\text{c)} \left[-\frac{2}{3} \cdot \left(+\frac{3}{6}\right)\right] \cdot (-3) = -\frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 6} \cdot \left(-\frac{3}{1}\right) = -\frac{6}{18} \cdot \left(-\frac{3}{1}\right) = \frac{(-6) \cdot (-3)}{18 \cdot 1} = \frac{18}{18} = \frac{18 \div 18}{18 \div 18} = \frac{1}{1} = 1$$

d)

$$\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left[\left(+\frac{3}{6}\right) \cdot (-3)\right] = -\frac{2}{3} \cdot \left[\frac{3}{6} \cdot \left(-\frac{3}{1}\right)\right] = -\frac{2}{3} \cdot \left[\frac{3 \cdot (-3)}{6 \cdot 1}\right] = -\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{9}{6}\right) = \frac{(-2) \cdot (-9)}{3 \cdot 6} = \frac{18}{18} = \frac{18 \div 18}{18 \div 18} = \frac{1}{1} = 1$$

Isso! $\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left[\left(\frac{3}{6}\right) \cdot (-3)\right] = \left[\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \frac{3}{6}\right] \cdot (-3)$, portanto associando os factores dois a dois não se altera o produto de números racionais.

$$\mathbf{(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)}$$

$$\text{e)} \left(\frac{4}{5}\right) \cdot 0 = \frac{4}{5} \cdot \frac{0}{1} = \frac{4 \cdot 0}{5 \cdot 1} = \frac{0}{5} = 0$$

$$\text{f)} 0 \cdot \left(\frac{7}{11}\right) = \frac{0}{1} \cdot \frac{7}{11} = \frac{0 \cdot 7}{1 \cdot 11} = \frac{0}{11} = 0$$

$$\mathbf{a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0}$$

O produto de um número racional por zero(0) é igual a zero.

$$\text{g)} \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot 1 = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{1} = \frac{(-1) \cdot 1}{2 \cdot 1} = -\frac{1}{2}$$

O produto de um número racional por um (1) é igual racional dado.

$$\mathbf{a \cdot 1 = 1 \cdot a = a}$$

Estimado estudante, continue. Resolva os exercícios que se seguem.

$$a) \left(+\frac{3}{5}\right) \cdot \left(+\frac{5}{3}\right) = \frac{3 \cdot 5}{5 \cdot 3} = \frac{15}{15} = \frac{15 \div 15}{15 \div 15} = \frac{1}{1} = 1$$

$$b) \left(-\frac{1}{10}\right) \cdot (-10) = \left(-\frac{1}{10}\right) \cdot \left(-\frac{10}{1}\right) = \frac{(-1)(-10)}{10} = \frac{10}{10} = \frac{10 \div 10}{10 \div 10} = \frac{1}{1} = 1$$

$$c) \left(+\frac{8}{9}\right) \cdot \left(+\frac{9}{8}\right) = \frac{8 \cdot 9}{9 \cdot 8} = \frac{72}{72} = \frac{72 \div 72}{72 \div 72} = \frac{1}{1} = 1$$

Você percebeu que o produto de um número racional pelo seu inverso multiplicativo é igual a unidade (1)

$$\frac{1}{a} \cdot a = a \cdot \frac{1}{a} = 1$$

Resumindo:

Propriedade	Fórmula	Conteúdo da propriedade
Comutativa	$a \cdot b = b \cdot a$	A troca da ordem dos factores não altera o valor do produto
Associativa	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$	Associando os factores dois a dois o resultado mantém-se.
Elemento absorvente	$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$	O inteiro zero (0) é elemento absorvente da multiplicação dos números inteiros relativos.
Elemento neutro	$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$	O inteiro um (1) é elemento neutro da multiplicação dos números inteiros.

Inverso multiplicativo de um número racional	$\frac{1}{a} . a = a . \frac{1}{a} = 1$	O produto de um racional pelo seu inverso multiplicativo é igual a unidade (1).
Distributiva da multiplicação em relação à adição	$a . (b + c) = a.b + a c$	
Distributiva da multiplicação em relação à subtração	$a . (b - c) = a.b - a c$	

Propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição

Cara estudante, realize as actividades da lição.



ACTIVIDADES DA LIÇÃO

1. Preencha a tabela seguinte.

Propriedade	Expressão
....	$\frac{1}{2} \dots = 7 \dots = \frac{7}{2}$
Elemento de números racionais.	$\frac{1}{4} \cdot 0 = \frac{1}{4} \dots = 0$
Multiplicação de um número racional pelo seu inverso é igual a um (1)	$\frac{6}{7} \cdot \left(+\frac{7}{6}\right) = \dots \frac{6}{7} = \dots$
Associativa da multiplicação em Q	$0,2 \cdot \left[3,0 \cdot \left(-\frac{5}{10}\right)\right] = (0,60) \cdot (\dots) = -0,03$
A de um número racional pela unidade (1) pelo seu é igual a esse número racional.	$-1,6 \cdot 1 = \dots (-1,6) = \dots$
Elemento da em Q	$0 \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \cdot 0 = 0$

2. Resolva as expressões numéricas.

a) $\left(+\frac{3}{4}\right) \cdot \left[-4 - \left(-\frac{1}{3}\right)\right]$ b) $\left[-\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \left(+\frac{1}{2}\right) \div \left(-\frac{1}{4}\right)\right] \div \left(-\frac{3}{4}\right)$

Ótimo, querido estudante! Terminada a resolução dos exercícios de verificação, confira as suas respostas na chave a seguir.



CHAVE DE CORRECÇÃO

Isso estimado amigo, vamos conferir as suas respostas e verificar se você entendeu a até aqui a matéria tratada sobre as operações com os números racionais.

1.

Propriedade	Expressão
Comutativa de multiplicação dos números racionais	$\frac{1}{2} \cdot 7 = 7 \cdot \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$
Elemento absorvente da multiplicação de números racionais.	$\frac{1}{4} \cdot 0 = 0 \cdot \frac{1}{4} = 0$
Multiplicação de um número racional pelo seu inverso multiplicativo é igual a um (1)	$\frac{6}{7} \cdot \left(+\frac{7}{6}\right) = \left(+\frac{7}{6}\right) \cdot \frac{6}{7} = 1$
Associativa da multiplicação em Q	$0,2 \cdot \left[3,0 \cdot \left(-\frac{5}{10}\right)\right] = (0,6) \cdot \left(-\frac{5}{10}\right) = -0,3$
Elemento neutro da multiplicação de um número racional pela unidade (1)	$-1,6 \cdot 1 = 1 \cdot (-1,6) = -1,6$
Elemento absorvente da multiplicação em Q	$0 \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \cdot 0 = 0$

2. Resolva as expressões numéricas.

$$\begin{aligned}
 a) \left(+\frac{3}{4}\right) \left[-4 - \left(-\frac{1}{3}\right)\right] &= \left[\left(+\frac{3}{4}\right) \cdot (-4)\right] - \left[\left(+\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)\right] = \left[\frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{4}{1}\right)\right] - \left[\frac{3 \cdot (-1)}{4 \cdot 3}\right] = \\
 \left[\frac{3 \cdot (-4)}{4 \cdot 1}\right] - \left(-\frac{3}{12}\right) &= \left(-\frac{3}{12}\right) - \left(-\frac{12}{4}\right) = -\frac{3}{12} + \frac{12}{4} = -\frac{3}{12} + \frac{12}{4} = \frac{-3 + 36}{12} = \frac{33}{12} = \frac{11}{4}
 \end{aligned}$$

- ✓ No primeiro passo aplicou-se a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição algébrica;
- ✓ Resolvemos as operações inseridas em parentesis rectos, e;
- ✓ Efectuamos a adição de fracções com denominadores diferentes.

$$\begin{aligned}
 b) \left[-\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \left(+\frac{1}{2}\right) \div \left(-\frac{1}{4}\right)\right] \div \left(-\frac{3}{4}\right) &= \left[-\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \left(+\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{4}{1}\right)\right] \div \left(-\frac{3}{4}\right) = \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - 2\right) \div \left(-\frac{3}{4}\right) = \\
 \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{2}{1}\right) \div \left(-\frac{3}{4}\right) &= \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{2}{1}\right) \div \left(-\frac{3}{4}\right) = \left(-\frac{2}{4} + \frac{1}{4} - \frac{8}{4}\right) \div \left(-\frac{3}{4}\right) = \left(\frac{-2-8+1}{4}\right) \div \left(-\frac{3}{4}\right) = \\
 -\frac{9}{4} \div \left(-\frac{3}{4}\right) &= -\frac{9}{4} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{(-9) \cdot (-4)}{4 \cdot 3} = \frac{36}{12} = 3
 \end{aligned}$$

- ✓ Resolvemos as operações inseridas em parentesis rectos dando prioridade à divisão;
- ✓ Prosseguimos resolvendo a adição algébrica de fracções com denominadores diferentes, e;
- ✓ Terminamos resolvendo a divisão de fracções.

Isso caro estudante. Se tiver acertado em todas as questões das actividades da lição, passe ao estudo da lição seguinte. Caso não, estude novamente o texto e refaça as actividades com a ajuda dos seus colegas ou consultando o seu tutor.

LIÇÃO Nº 12: POTENCIAÇÃO EM Q



INTRODUÇÃO

Ora muito bem. Discutidas as quatro operações básicas, vamos tratar da potenciação no conjunto dos números racionais. Para isso teremos que rever o conceito de potência, assim como efectuar a comparação das potências.



OBJECTIVOS DA LIÇÃO

Ao terminar o estudo desta lição, você caro estudante, deverá ser capaz de:

- ✓ Identificar os termos de uma potência;
- ✓ Indicar o valor de uma potência de expoente inteiro, e;
- ✓ Comparar potências.



Para a melhor compreensão desta lição necessitas de estudar 60 minutos.

Muito bem caro estudante, comecemos o estudo desta lição fazendo algumas actividades de revisão.

1. Escreva na forma de uma potência.

a) $3.3.3 =$ b) $(-2)(-2)(-2)(-2) =$ c) $\left(+\frac{4}{5}\right)\left(+\frac{4}{5}\right)\left(+\frac{4}{5}\right)\left(+\frac{4}{5}\right)\left(+\frac{4}{5}\right) =$

2. Encontrar o valor de cada uma das potências.

$$\begin{array}{ccccc} \text{a) } (+2)^3 = & \text{b) } \left(\frac{3}{4}\right)^2 = & \text{c) } 2^{-2} = & \text{d) } \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} = & \text{e) } 6^0 = \\ \left(\frac{5}{6}\right)^0 & & & & \end{array}$$

1.12.1. Potenciação em Q

Ótimo caro amigo, vamos resolver os exercícios propostos para nos recordarmos do que aprendemos nas classes anteriores sobre as potências. Preste muita atenção!

$$\begin{array}{ll} \text{1.a)} & 3.3.3 = 3^3 \\ & \text{b) } (-2)(-2)(-2)(-2) = (-2)^4 \\ \text{c) } & \left(+\frac{4}{5}\right)\left(+\frac{4}{5}\right)\left(+\frac{4}{5}\right)\left(+\frac{4}{5}\right)\left(+\frac{4}{5}\right) = \left(\frac{4}{5}\right)^5 \text{ Isso mesmo, } a.a.a....a = a^n, \text{ onde} \end{array}$$

n denomina-se expoente e a é base da potência. Recorde-se

ainda que a , como base representa o número que multiplica e n o número de vezes que a base foi multiplicada.

Na resolução da questão nº 2 você encontrará três situações. Numa, o expoente é um número positivo ($n > 0$); noutra o expoente é um número inteiro negativo ($n < 0$) e na terceira o expoente é igual a zero ($n = 0$).

i) Expoente inteiro positivo

$$\text{a) } (+2)^3 = 2.2.2 = 8$$

$$\text{b) } \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$$

- ✓ Neste caso, escreve-se a potência na forma de multiplicação e determina-se o respectivo produto.

Deste modo, $a^n = a.a.a.a.....a$, até tantas vezes consoante o valor do expoente.

ii) *Expoente inteiro negativo*

$$c) 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$

$$d) \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} + \frac{1}{\left(\frac{1}{5}\right)^1} = \frac{1}{\frac{1}{5}} = 1 \cdot \frac{5}{1} = \frac{5}{1} = 5$$

✓ Sendo que se trata de potências de expoentes negativos, inverte-se a fracção e determina-se o seu valor.

Deste modo, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, quando $a \in Q$ e $n \in Z$

iii) *Expoente igual a zero (0)*

$$e) 6^0 = 1$$

$$f) \left(\frac{5}{6}\right)^0 = 1$$

✓ Toda a potência de expoente nulo (0) é igual à unidade (1).

Daqui caro estudante, percebe-se que $a^0 = 1$, com $a \in Q$

Muitíssimo certo, querido estudante. Continuemos o estudo desta lição tratando da comparação de potências. Assim, resolva os seguintes exercícios.

3. Compare, use os símbolos $<$, $=$ e $>$.

$$a) (-3)^2 \dots (-2)^2 \quad b) \left(-\frac{2}{3}\right)^2 \dots \left(+\frac{2}{3}\right)^2 \quad c) \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \dots \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$$

Caríssimo estudante, preste atenção! Vamos à resolução destes exercícios.

$$a) (-3)^2 \dots (-2)^2 \Leftrightarrow (-3)(-3) \dots (-2)(-2) \Leftrightarrow 9 \dots 4 \\ \Rightarrow 9 > 4 \Leftrightarrow (-9)^2 > (-2)^2$$

$$b) \left(-\frac{2}{3}\right)^2 \dots \left(+\frac{2}{3}\right)^2 \Leftrightarrow \left(-\frac{2}{3}\right)\left(-\frac{2}{3}\right) \dots \left(+\frac{2}{3}\right)\left(+\frac{2}{3}\right) \Leftrightarrow \frac{4}{9} \dots \frac{4}{9} \\ \Rightarrow \frac{4}{9} = \frac{4}{9} \Leftrightarrow \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \left(+\frac{2}{3}\right)^2$$

$$c) \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \dots \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} \Leftrightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right) \dots \frac{1}{\left(-\frac{1}{2}\right)^2} \Leftrightarrow \frac{1}{4} \dots \left(-\frac{2}{1}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{1}{4} \dots \frac{4}{1} \Leftrightarrow \\ \frac{1}{4} \dots \frac{4}{1} \Leftrightarrow \frac{1}{4} \dots \frac{16}{4} \Rightarrow \frac{1}{4} < \frac{16}{4} \Leftrightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^2 < \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$$

Da resolução destes exercícios você, estimado estudante percebeu que para comparar potências temos que:

- ✓ Desenvolvê-las, ou seja determinar o valor numérico de cada potência, e;
- ✓ Comparar os respectivos valores numéricos.

Ótimo. Vamos verificar a sua aprendizagem resolvendo exercícios que se seguem.



ACTIVIDADES DA LIÇÃO

Caríssimo estudante, vamos a isso! Agora resolva os exercícios das actividades da lição.

1. Escreva na forma de uma multiplicação e determine o respectivo produto

a) $3^4 =$ b) $\left(\frac{5}{6}\right)^1 =$ c) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-1} =$ d) $\left(-\frac{3}{4}\right)^2 =$

d) $-0,5^{-3} =$

e) $\left(\frac{4}{7}\right)^0 =$ f) $(235)^0 =$

2. Marque com V as proposições verdadeiras e com F as falsas em relação à transformação de uma multiplicação numa potência.

a) $5.5.5.5 = 5^4$ () b) $\left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$ ()

c) $\left(-\frac{4}{5}\right) \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) = \left(\frac{4}{5}\right)^3$ ()

3. Compare as potências.

a) $(-2)^{-1} \dots (+2)^{-1}$ b) $\left(-\frac{1}{3}\right)^3 \dots \left(-\frac{2}{1}\right)^3$ c) $\left(-\frac{5}{6}\right)^2 \dots \left(+\frac{6}{5}\right)^{-3}$

Isso mesmo. Terminada a realização das actividades da lição, confira as suas respostas na chave de correcção que se apresenta a seguir.



CHAVE DE CORRECÇÃO

Caro estudante, confira as suas respostas nesta chave.

1.

$$\text{a) } 3^4 = 3.3.3.3 = 81$$

$$\text{b) } \left(\frac{5}{6}\right)^1 = \frac{5}{6}$$

$$\text{c) } \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} = \frac{4}{1} = 4$$

$$\text{d) } \left(-\frac{3}{4}\right)^2 = \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{(-3)(-3)}{4.4} = \frac{9}{16}$$

$$\text{d) } -0,5^{-3} = \left(-\frac{5}{10}\right)^{-3} = \left(-\frac{5}{10}\right)^3 = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{8}$$

$$\text{e) } \left(\frac{4}{7}\right)^0 = 1 \quad \text{f) } (235)^0 = 1$$

2.

$$\text{a) } 5.5.5.5 = 5^4 \text{ (V)}$$

$$\text{b) } \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^{-3} \text{ (F)}$$

$$\text{c) } \left(-\frac{4}{5}\right) \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) = \left(\frac{4}{5}\right)^3 \text{ (F)}$$

3.

$$\text{a) } (-2)^{-1} \dots (+2)^{-1} \Leftrightarrow \frac{1}{-2} \dots \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{1}{2} < \frac{1}{2} \Leftrightarrow (-2)^{-1} < (+2)^{-1}$$

b)

$$\left(-\frac{1}{3}\right)^3 \dots \left(-\frac{2}{1}\right)^3 \Leftrightarrow \left(-\frac{1}{27}\right) \dots \left(-\frac{8}{1}\right) \Rightarrow -\frac{1}{27} > -\frac{8}{1} \Leftrightarrow \left(-\frac{1}{3}\right)^3 > \left(-\frac{8}{1}\right)^3$$

$$\begin{aligned} c) \left(-\frac{5}{6}\right)^2 \dots \left(+\frac{6}{5}\right)^{-3} &\Leftrightarrow -\frac{25}{36} \dots \left(+\frac{5}{6}\right)^3 \Leftrightarrow \frac{25}{36} \dots \frac{125}{216} \Leftrightarrow \frac{25}{\underset{(6)}{36}} \dots \frac{125}{\underset{(216)}{216}} \Leftrightarrow \frac{150}{216} \dots \frac{125}{216} \\ &\Rightarrow \frac{25}{36} < \frac{125}{216} \Leftrightarrow \left(-\frac{5}{6}\right)^2 < \left(+\frac{6}{5}\right)^{-3} \end{aligned}$$

Muito bem! Conferidas as respostas, passe à outra lição se tiver acertado todas as questões das actividades da lição. Caso não estude novamente a lição e refaça estas actividades com a ajuda dos seus colegas ou do seu tutor.

LIÇÃO Nº 13: ADIÇÃO E MULTIPLICAÇÃO DE POTÊNCIAS EM Q



INTRODUÇÃO

Caro estudante, bem-vindo ao estudo desta lição. Nela vamos tratar da adição e da multiplicação de potências. Então, preste bastante atenção!



OBJECTIVOS DA LIÇÃO

Amigo estudante, ao terminar o estudo desta lição você deverá ser capaz de:

- ✓ Adicionar potências;
- ✓ Multiplicar
 - Potências de bases diferentes e expoentes iguais, e;
 - Potências de bases iguais e expoentes diferentes.



Para a melhor compreensão desta lição necessitas de estudar 120 minutos.

Muito bem, vamos estudar esta lição resolvendo alguns exercícios.

1. Efectue as seguintes operações.

a) $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(+\frac{2}{4}\right)^1$

b) $(-1)^{-3} - \left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}$ c) $\left(-\frac{5}{7}\right)^0 + \left(+\frac{6}{3}\right)^1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} - \left(-\frac{6}{6}\right)^4$

2. Resolva.

$$\text{a)} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{6}\right)^3 \quad \text{b)} } 2^3 \cdot \left(\frac{2}{4}\right)^2 \quad \text{c)} \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}$$

3. Encontrar o produto das seguintes potências.

$$\text{a)} \left(-\frac{3}{5}\right)^1 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)^2 \quad \text{b)} \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}$$

$$\text{c)} \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-8} \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{-3}$$

4. Determine o produto das seguintes potências.

$$\text{a)} \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2 \quad \text{b)} \left(\frac{5}{6}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{10}{9}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-3}$$

$$\text{c)} \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{8}{6}\right)^4$$

Muito bem caríssimo estudante, já resolveu todos os exercícios propostos para o estudo da lição? Agora vamos trabalhar juntos. Preste bastante atenção!

Ora o nº1 destes exercícios sugere-nos o tratamento da adição de potências. Portanto vamos a isso!

1.13.1. Adição de potências

$$\text{a)} \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(+\frac{2}{4}\right)^1 = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{2}{4}\right) = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{1+2}{4} = \frac{3}{4}$$

- ✓ Desenvolvemos, ou seja; determinamos o valor de cada potência, e;
- ✓ Adicionamos os valores numéricos das potências dadas.

$$b) (-1)^{-3} - \left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{-1}{1}\right)^3 - \left(\frac{-2}{1}\right)^3 = -\frac{1}{1} - \left(\frac{-8}{1}\right) = \frac{-1+8}{1} = +\frac{7}{1} = 7$$

✓ Trabalhamos como na alternativa a).

Amigo estudante, do trabalho realizado nas alternativas a) e b) ficou claro que para adicionar potências temos que:

- Desenvolver ou determinar o valor de cada potência, e;
- Adicionar os valores numéricos das potências dadas.

Força, caríssimo estudante. Continuemos o estudo da lição tratando da multiplicação de potências.

A iniciar o tratamento desta matéria, falemos da multiplicação de potências com bases diferentes e expoente também diferentes.

1.13.2. Multiplicação de potências

A resolução do nº2 destas questões remete-nos à multiplicação de potências de bases diferentes e expoentes também diferentes.

1.13.2.1. Potências com bases diferentes e expoentes também diferentes

$$a) \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{6}\right)^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{1}{4} \cdot \frac{64}{216} = \frac{64}{864} = \frac{64 \div 32}{864 \div 32} = \frac{2}{27}$$

- ✓ Desenvolvemos ou determinamos os valores numéricos das potências;
- ✓ Multiplicamos os valores das potências dadas, e;
- ✓ Simplificamos a fracção resultante.

$$b) 2^3 \cdot \left(\frac{2}{4}\right)^2 = 8 \cdot \frac{4}{16} = \frac{8}{1} \cdot \frac{4}{16} = \frac{32}{16} = 2$$

✓ Trabalhamos como na alternativa a) desta mesma questão.

Amigo estudante, o trabalho realizado nas alternativas a) e b) permite-nos perceber que para multiplicar potências com bases diferentes e expoentes também diferentes temos que:

- ✓ Desenvolver ou determinar o valor de cada potência, e;
- ✓ Multiplicar os valores numéricos das potências dadas.

O trabalho com o nº3 destas actividades conduz-nos à multiplicação de potências com bases iguais e expoentes diferentes.

1.13.2.2. Multiplicação de potências de bases iguais e expoentes diferentes

Então, estimado estudante. Preste bastante atenção!

$$a) \left(-\frac{3}{5}\right)^1 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3^3}{5^3} = \left(\frac{3}{5}\right)^3$$

Veja meu amigo que:

- ✓ A base, $\frac{3}{5}$; mantém-se, e;
- ✓ O expoente, 3; é a soma dos expoentes 1 e 2 das potências dadas.

$$a) \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{3+(-1)+(-3)} = \left(\frac{2}{3}\right)^{3-1-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{3-4} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$$

- ✓ Mantivemos a base e adicionamos algebricamente os expoentes.

Amigo estudante, o trabalho realizado nas alternativas a) e b) desta questão permite-nos perceber que para multiplicar potências com bases iguais e expoentes diferentes temos que:

- ✓ Manter a base, e;
- ✓ Adicionar algebricamente os expoentes.

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

Meu querido estudantes, vamos prosseguir o estudo desta lição discutindo a multiplicação de potências de bases diferentes e expoentes iguais.

1.13.2.3. Multiplicação de potências de bases diferentes e expoentes iguais

Caríssimo estudante, preste atenção!

$$a) \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{3} = \frac{3}{4} \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3} = \frac{12}{12} \cdot \frac{12}{12} = \left(\frac{12}{12}\right)^2$$

Veja meu amigo que:

- ✓ A base, $\frac{12}{12}$; é igual ao produto das bases $\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3}$, e;
- ✓ O expoente, 2; manteve-se.

b)

$$\left(\frac{5}{6}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{10}{9}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{5}{5} \cdot \frac{10}{9} \cdot \frac{3}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{5 \cdot 10 \cdot 3}{5 \cdot 9 \cdot 2}\right)^{-3} = \left(\frac{150}{90}\right)^{-3} = \left(\frac{150 \div 30}{90 \div 30}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{3}\right)^{-3}$$

- ✓ Mantivemos o expoente e multiplicamos a bases

Amigo estudante, o trabalho realizado nas alternativas a) e b) desta questão permite-nos perceber que para multiplicar potências com bases diferentes e expoentes iguais temos que:

- ✓ Manter o expoente, e;
- ✓ Multiplicar as bases.

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

Caro estudante, para multiplicar potências com bases iguais e expoentes também iguais pode usar qualquer uma das regras tratada nesta lição, isto é:

- ✓ Multiplicar as bases e manter os expoentes, ou;
- ✓ Manter as bases e adicionar os expoentes.

Veja os exemplos que se apresentam a seguir:

a)
$$\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{3+3} = \left(\frac{1}{2}\right)^6$$

b)
$$(-3)^5 \cdot (-5)^5 \cdot (-5)^5 \cdot (-5)^5 = (-5)^{5+5+5+5} = (-5)^{20}$$

Muito bem amigo estudante, termine o estudo desta lição verificando a sua aprendizagem. Então resolva os seguintes exercícios.



ACTIVIDADES DA LIÇÃO

Resolva os seguintes exercícios e veja se entendeu a matéria tratada nesta lição.

Faça-o com bastante atenção!

1. Efectue as seguintes operações.

$$a) \left(-\frac{5}{7}\right)^0 + \left(+\frac{6}{3}\right)^1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} - \left(-\frac{6}{6}\right)^4$$

$$b) \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}$$

$$c) \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-8} \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{-3}$$

$$d) \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{8}{6}\right)^4$$

Querido estudante, já terminou a resolução dos exercícios da lição? Então confira as suas respostas na chave que se apresenta a seguir.



CHAVE DE CORRECÇÃO

Força amigo estudante, confira as suas respostas.

$$a) \left(-\frac{5}{7}\right)^0 + \left(+\frac{6}{3}\right)^1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} - \left(-\frac{6}{6}\right)^4 = 1 + \left(+\frac{6}{3}\right) + \left(-\frac{2}{1}\right)^2 - (-1)^4 = 1 + 2 - 4 + 1 = 1 + 2 + 1 - 4 = 4 - 4 = 0$$

Esta alternativa remete-nos à adição de potências. Por isso:

✓ . Determinamos o valor de cada potência, e;

✓ Adicionamos algebricamente os valores das potências dadas

$$b) \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 = -\frac{1}{3} \cdot \frac{9}{4} = -\frac{9}{12} = -\frac{9 \div 3}{12 \div 3} = -\frac{3}{4}$$

A alternativa b) remete-nos à multiplicação de potências de bases diferentes e expoentes também diferentes, por isso:

✓ Determinamos o valor de cada potência, e;

✓ Multiplicamos os valores das potências dadas

$$\begin{aligned} c) \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-8} \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{-3} &= \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-8} \cdot \left(\frac{1-1}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-8} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-8} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{10-8-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = \frac{2}{1} = 2 \end{aligned}$$

Aqui resolvemos 1º a subtração inserida em parentesis da potência à esquerda.

O resultado encontrado remeteu-nos à multiplicação de potências de bases iguais e expoentes diferentes, por isso:

- ✓ Mantivemos a base;
- ✓ Adicionamos os expoentes, e;
- ✓ Calculamos o valor numérico da potência resultante

$$\begin{aligned}d) \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{8}{6}\right)^4 &= \left(\frac{3-1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{8}{6}\right)^4 = \left(\frac{2}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1+2}{4}\right)^4 \cdot \left(\frac{8}{6}\right)^4 = \\&= \left(\frac{2}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4 \cdot \left(\frac{8}{6}\right)^4 = \left(\frac{2 \cdot 3 \cdot 8}{2 \cdot 4 \cdot 6}\right)^4 = \left(\frac{48}{48}\right)^4 = 1^4 = 1\end{aligned}$$

Ótimo caro amigo, se acertou em todas as questões das actividades da lição então passe ao estudo da lição seguinte. Caso não, estude de novo o texto e refaça as actividades propostas nesta lição.

LIÇÃO Nº 14 : PROPRIEDADES E DIVISÃO DAS POTÊNCIAS.



INTRODUÇÃO

Estimado estudante, nesta lição continuamos a tratar das operações com potências de expoente inteiro. Assim vamos falar das propriedades e da divisão das potências.



OBJECTIVOS DA LIÇÃO

Ao terminar o estudo desta lição, você amigo estudante, deverá ser capaz de:

- ✓ Aplicar as propriedades das potências na resolução de problemas;
- ✓ Dividir potências com,
 - Bases diferentes e expoentes também diferentes;
 - Bases iguais e expoentes diferentes;
 - Bases diferentes e expoentes iguais, e;
 - Bases iguais e expoentes também iguais.



Para a melhor compreensão desta lição necessitas de estudar 90 minutos.

Caro estudante, como sempre; vamos estudar esta lição resolvendo exercícios. O nosso conselho é que experimente resolvê-los sozinho. Assim ao estudar o texto poderá concentrar-se aquilo que lhe tiver sido difícil. Mãos à obra!

1. Escreva na forma de uma potência.

a) De expoente inteiro positivo

i. $\left(-\frac{2}{3}\right)\left(-\frac{2}{3}\right)\left(-\frac{2}{3}\right)\left(-\frac{2}{3}\right)$ ii. $\left(+\frac{1}{7}\right)\left(+\frac{1}{7}\right)$ iii. $\left[(-2)(-2)\right]^p$

b) De expoente inteiro negativo

$$\text{i. } \left(\frac{1}{3}\right)^2 \quad \text{ii. } \left(\frac{5}{6}\right)^2 \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4}\right)^3$$

2. Indicar o valor numérico de cada potência.

$$\text{a) } \left(\frac{7}{8}\right)^1 \quad \text{b) } \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{4}\right)^0 \quad \text{c) } \left(\frac{1}{4}\right)^3$$

3. Resolva.

$$\text{a) } \left(\frac{2}{4}\right)^3 \div \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \quad \text{b) } (-3)^1 \div 2^2 \div 4^0 = \quad \text{c) }$$

$$\left(1 + \frac{1}{3}\right)^2 \div \left(1 - \frac{2}{3}\right)^1 \div \left(2 - 1 - \frac{1}{2}\right)^3 =$$

4. Efectue a divisão de potências de bases iguais e expoentes diferentes.

$$\text{a) } \left(\frac{2}{3}\right)^4 \div \left(\frac{2}{3}\right)^3 \quad \text{b) } \left(\frac{5}{6}\right)^6 \div \left(\frac{5}{6}\right)^4$$

$$\text{d) } \left(\frac{4}{6}\right)^2 \div \left(\frac{6}{4}\right)^{-1} \div \left(\frac{1}{3} + 1 - \frac{4}{6}\right)^{-5}$$

5. Faça a divisão de potências de bases diferentes e expoentes iguais.

$$\text{a) } \left(\frac{1}{2}\right)^3 \div \left(\frac{3}{4}\right)^3 \quad \text{b) } \left(+\frac{3}{2}\right)^2 \div \left(-\frac{3}{2}\right)^2 \quad \text{c) }$$

$$(2-1)^4 \div \left(\frac{5-4}{2}\right)^4 \div \left(\frac{1}{3} + 1 - \frac{2}{3}\right)^4$$

6. Dividir potências de bases iguais e expoentes iguais.

$$\text{a) } \left(\frac{2}{4}\right)^3 \div \left(\frac{2}{4}\right)^3 \left(\frac{6}{7}\right)^1 \div \left(\frac{6}{7}\right)^1 \quad \text{b) } \left(\frac{3}{5}\right)^4 \div \left(\frac{7-4}{2 \cdot \frac{5}{2}}\right)^4 \div \left(\frac{10-4-2}{5}\right)^4$$

Isso mesmo querido estudante, já resolveu sozinho! Agora vamos trabalhar juntos. Para começar falemos das propriedades das potências. Preste muita atenção.

1.14.1. Propriedades das Potências.

De certeza não foi nada difícil resolver o nº1 destas actividades. Assim temos que:

$$\text{i. } \left(-\frac{2}{3}\right)\left(-\frac{2}{3}\right)\left(-\frac{2}{3}\right)\left(-\frac{2}{3}\right) = \left(-\frac{2}{3}\right)^4 \quad \text{ii. } \left(+\frac{1}{7}\right)\left(+\frac{1}{7}\right) = \left(+\frac{1}{7}\right)^2$$

$$\text{iii. } [(-2)(-2)]^3 = [(-2)(-2)][(-2)(-2)][(-2)(-2)] = (-2)(-2)(-2)(-2)(-2)(-2) = (-2)^6$$

O caro estudante poderá concordar connosco se dissermos que isto é o mesmo que:

$$[(-2)(-2)]^3 = [(-2)^2]^3 = (-2)^{2 \times 3} = (-2)^6$$

De uma forma geral, o estimado amigo pode entender que

$$[a^n]^m = a^{n \times m}, \quad a \in Q, n \in Z, m \in Z$$

Daqui fica facilitada a resolução da alternativa b).

$$\begin{aligned} \text{i. } \left(\frac{1}{3}\right)^2 &= [3^{-1}]^2 = (3)^{-1 \times 2} = (3)^{-2} & \text{ii. } \left(\frac{5}{6}\right)^2 &= \left[\left(\frac{6}{5}\right)^{-1}\right]^2 = \left(\frac{6}{5}\right)^{-1 \times 2} = \left(\frac{6}{5}\right)^{-2} \\ \text{iii. } \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4}\right)^3 &= \left[\left(\frac{3}{4}\right)^3\right]^3 = \left\{\left[\left(\frac{4}{3}\right)^{-1}\right]^3\right\}^3 = \left(\frac{4}{3}\right)^{-1 \times 3 \times 3} = \left(\frac{4}{3}\right)^{-9} \end{aligned}$$

Muitíssimo bem, querido estudante. Você percebeu que em qualquer uma destas alternativas tivemos que inverter a base e elevá-la a -1.

Só depois disso é que aplicamos a propriedade dada na alternativa anterior.

Assim fica claro que:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}, \quad a, b \in \mathbb{Z}, a \neq 0, b \neq 0$$

Exacto, ilustre estudante! Você entendeu com bastante facilidade que:

$$\begin{aligned} \text{a) } \left(\frac{7}{8}\right)^1 &= \frac{7}{8} & \text{b) } \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{4}\right)^0 &= \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{4}\right)^0 = \left(\frac{12}{20} - \frac{5}{20}\right)^0 = \left(\frac{12-5}{20}\right)^0 = \left(\frac{7}{20}\right)^0 = 1 \\ \text{c) } \left(\frac{1}{4}\right)^3 &= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{4^3} \end{aligned}$$

De uma forma geral entende-se que:

$$\checkmark \left(\frac{a}{b}\right)^1 = \frac{a}{b}, \text{ com } a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$$

✓ $a^0 = 1$, para $a \in \mathbb{Q}$ e $a \neq 0$, isto é; quando a é um número racional diferente de zero.

✓ $\left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n}$, $a \in \mathbb{Z}$ e $a \neq 0$, ou seja quando a é um número inteiro diferente de zero.

Nas actividades seguintes vamos tratar da divisão de potências. Assim teremos que começar analisando a divisão de potências com bases diferentes e expoentes também diferentes.

1.14.2. Divisão de Potências

1.14.2.1. Potências de bases diferentes e expoentes diferentes

Caro estudante, tomemos a questão nº3 das actividades propostas nesta lição para discutir a divisão de potência de bases diferentes e expoentes diferentes.

Preste atenção!

$$\text{a) } \left(\frac{2}{4}\right)^3 \div \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{4} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{4}\right) \div \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}\right) = \left(\frac{8}{64}\right) \div \left(\frac{1}{9}\right) = \frac{1}{8} \div \frac{1}{9} = \frac{1}{8} \cdot \frac{9}{1} = \frac{9}{8}$$

$$\text{b) } (-3)^1 \div 2^2 \div 4^0 = -3 \div 4 \div 1 = -3 \cdot \frac{1}{4} \cdot 1 = -\frac{3}{4} \cdot 1 = -\frac{3}{4}$$

Isso, amigo estudante. Para resolver estas alternativas tivemos que:

✓ Determinar o valor numérico de cada potência $\left(\frac{2}{4}\right)^3 = \frac{8}{64}$; $\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$ e;

✓ Resolver a divisão: $\frac{8}{64} \div \frac{1}{9} = \frac{9}{8}$

Assim entende-se que para dividir potências de bases diferentes e expoentes diferentes temos que:

✓ Determinar o valor numérico de cada potência, e;

✓ Resolver a divisão.

1.14.2.2. Divisão de potências de bases iguais e expoentes diferentes

Estimado estudante, tomemos as actividades propostas no nº4 para discussão desta matéria. Vamos a isso.

$$a) \left(\frac{2}{3}\right)^4 \div \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}\right) \div \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}\right) = \frac{16}{81} \div \frac{8}{27} = \frac{16}{81} \cdot \frac{27}{8} = \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^1$$

Veja caro amigo, que isso é o mesmo que:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 \div \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^{4-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^1$$

Assim, de um modo geral temos que::

$$a^n \div a^m = a^{n-m}, \quad a \in \mathcal{Q} \text{ e } n, m \in \mathbb{Z} \text{ e } a \neq 0$$

$$b) \left(\frac{5}{6}\right)^6 \div \left(\frac{5}{6}\right)^4 = \left(\frac{5}{6}\right)^{6-4} = \left(\frac{5}{6}\right)^2$$

1.14.2.3. Divisão de potências de bases diferentes e expoentes iguais

Estimado estudante, vamos tratar da divisão de potências de bases diferentes e expoentes iguais. Então preste atenção ao seguinte trabalho.

$$a) \left(\frac{1}{2}\right)^3 \div \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\right) \div \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4}\right) = \frac{1}{8} \div \frac{27}{64} = \frac{1}{8} \cdot \frac{64}{27} = \frac{8}{27} = \frac{2^3}{3^3} = \left(\frac{2}{3}\right)^3$$

Como podemos ver, isso corresponde a:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3 \div \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \left(\frac{1}{2} \div \frac{3}{4}\right)^3 = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\right)^3 = \left(\frac{4}{6}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3$$

Ótimo! Você, bom amigo; percebe que:

$$a^n \div b^n = (a \div b)^n, \text{ com } a, b \in Q \text{ e } b \neq 0$$

b)

$$\left(+\frac{3}{2}\right)^2 \div \left(-\frac{3}{2}\right)^2 = \left[\left(+\frac{3}{2}\right) \div \left(-\frac{3}{2}\right)\right]^2 = \left[\frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)\right]^2 = \left(-\frac{6}{6}\right)^2 = (-1)^2 = 1$$

1.14.2.4. Potências de bases iguais e expoentes iguais

Ora bem amigo estudante, vamos terminar o estudo do texto desta lição tratando da divisão de bases diferentes e expoentes iguais.

Vamos a isso!

$$\text{a) } \left(\frac{2}{4}\right)^3 \div \left(\frac{2}{4}\right)^3 = \left(\frac{2}{4} \div \frac{2}{4}\right)^3 = \left(\frac{2}{4} \cdot \frac{4}{2}\right)^3 = \left(\frac{8}{8}\right)^3 = 1^3 = 1$$

Amigo estudante, nesta alternativa mantivemos o expoente e dividimos as bases.

$$\text{b) } \left(\frac{6}{7}\right)^1 \div \left(\frac{6}{7}\right)^1 = \left(\frac{6}{7}\right)^{1-1} = \left(\frac{6}{7}\right)^0 = 1$$

Nesta alternativa mantivemos a base e subtraímos o expoente.

Para dividir potências de bases iguais e expoentes iguais podemos:

- ✓ Manter a base e subtrair os expoentes, ou;
- ✓ Manter os expoentes e dividir as bases.

Caro estudante, terminado o estudo do texto desta lição vamos resolver as respectivas actividades.



ACTIVIDADES DE LIÇÃO

Estudante, verifique a sua aprendizagem resolvendo os seguintes exercícios.

1. Resolva os exercícios.

$$a) \left(1 + \frac{1}{3}\right)^2 \div \left(1 - \frac{2}{3}\right)^1 \div \left(2 - 1 - \frac{1}{2}\right)^3 =$$

$$b) \left(\frac{4}{6}\right)^2 \div \left(\frac{6}{4}\right)^{-1} \div \left(\frac{1}{3} + 1 - \frac{4}{6}\right)^{-5}$$

$$c) \left(\frac{3}{5}\right)^4 \div \left(\frac{7-4}{2 \cdot \frac{5}{2}}\right)^4 \div \left(\frac{10-4-2}{5}\right)^4$$

$$d) (2-1)^4 \div \left(\frac{5-4}{2}\right)^4 \div \left(\frac{1}{3} + 1 - \frac{2}{3}\right)^4$$

Caro estudante, terminou a resolução dos exercícios das actividades da lição?

Então confira as suas respostas na chave de correção que se apresenta a seguir.



CHAVE DE CORRECÇÃO

Confira as suas respostas nesta chave de correcção.

1.

$$\begin{aligned}
 a) & \left(1 + \frac{1}{3}\right)^2 \div \left(1 - \frac{2}{3}\right)^1 \div \left(2 - 1 - \frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{3}\right)^2 \div \left(\frac{1}{1} - \frac{2}{3}\right)^1 \div \left(\frac{2}{1} - \frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right)^3 = \\
 & \left(\frac{1}{(3)} + \frac{1}{(3)}\right)^2 \div \left(\frac{1}{(3)} - \frac{1}{(3)}\right)^1 \div \left(\frac{2}{(2)} - \frac{1}{(2)} - \frac{1}{(2)}\right)^3 = \left(\frac{3}{3} + \frac{1}{3}\right)^2 \div \left(\frac{3}{3} - \frac{1}{3}\right)^1 \div \left(\frac{4}{2} - \frac{2}{2} - \frac{1}{2}\right)^3 = \\
 & \left(\frac{4}{3}\right)^2 \div \left(\frac{2}{3}\right)^1 \div \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{16}{9} \div \frac{2}{3} \div \frac{1}{8} = \frac{16}{9} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{8}{1} = \frac{8}{3} \cdot \frac{8}{1} = \frac{64}{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b) & \left(\frac{4}{6}\right)^2 \div \left(\frac{6}{4}\right)^{-1} \div \left(\frac{1}{3} + 1 - \frac{4}{6}\right)^{-5} = \left(\frac{4}{6}\right)^2 \div \left(\frac{4}{6}\right) \div \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{1} - \frac{4}{6}\right)^{-3} = \left(\frac{4}{6}\right)^2 \div \frac{4}{6} \div \left(\frac{1}{(3)} + \frac{1}{(6)} - \frac{4}{(6)}\right)^{-3} = \\
 & \left(\frac{4}{6}\right)^{2-1} \div \left(\frac{1+1-4}{6}\right)^{-3} = \frac{4}{6} \div \left(\frac{2-4}{6}\right)^{-3} = \frac{4}{6} \div \left(-\frac{2}{6}\right)^{-3} = \frac{4}{6} \div \left(-\frac{6}{2}\right)^3 = \frac{4}{6} \div \left(-\frac{216}{8}\right) = -\frac{4}{6} \cdot \frac{8}{216} = \\
 & -\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{27} = -\frac{2}{81}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c) & \left(\frac{3}{5}\right)^4 \div \left(\frac{7-4}{2 \cdot \frac{5}{2}}\right)^4 \div \left(\frac{10-4-3}{5}\right)^4 = \left(\frac{3}{5}\right)^4 \div \left(\frac{3}{5}\right)^4 \div \left(\frac{10-7}{5}\right)^4 = \left(\frac{3}{5}\right)^4 \div \left(\frac{3}{5}\right)^4 \div \left(\frac{3}{5}\right)^4 = \\
 & \left(\frac{3}{5} \div \frac{3}{5} \div \frac{3}{5}\right)^4 = \left(\frac{3}{5 \cdot 3 \cdot 3}\right)^4 = \left(\frac{5}{3}\right)^4
 \end{aligned}$$

$$(2-1)^4 \div \left(\frac{5-4}{2}\right)^4 \div \left(\frac{1}{3} + 1 - \frac{2}{3}\right)^4 = (1)^4 \div \left(\frac{1}{2}\right)^4 \div \left(\frac{\binom{1}{3}}{\binom{1}{1}} + \frac{1}{\binom{1}{3}} - \frac{2}{\binom{1}{1}}\right)^4$$

$$\text{d)} = \left(1 \cdot \frac{2}{1}\right)^4 \div \left(\frac{1+3-2}{3}\right)^4 = \left(\frac{2}{1}\right)^4 \div \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \left(\frac{2}{1} \cdot \frac{3}{2}\right)^4 = \left(\frac{6}{2}\right)^4 = 3^4$$

LIÇÃO Nº 15 : POTÊNCIAS DE BASE 10



INTRODUÇÃO

Ora viva caro estudante, continuemos o estudo da potenciação falando de potências de base 10 e da notação científica. Preste muita atenção



OBJECTIVOS DA LIÇÃO

Ao terminar o estudo desta lição o amigo estudante deverá ser capaz de:

- ✓ Escrever os múltiplos de 10 na forma de uma potência de base 10;
- ✓ Usar a notação científica para escrever um número racional;
- ✓ Aplicar notação científica a problemas do dia-a-dia



Para a melhor compreensão desta lição necessitas de estudar 90 minutos.

Caro estudante, comecemos o estudo da nossa lição resolvendo exercícios de revisão.

1. Escreva na forma de uma potência.

a) $10 =$ b) $10 \cdot 10 =$ c) $10 \cdot 10 \cdot 10 =$

2. Converta numa potência de base 10 e expoente negativo

a) $\frac{1}{10} =$ c) $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} =$ d) $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} =$

Ótimo amigo estudante, tentou resolver estes exercícios, sozinho? Agora vamos resolvê-los juntos. Preste muita atenção.

a) $10 = 10^1$, pois na lição anterior você aprendeu que $a = a^1$; para todo o conjunto Q

b) $10 \cdot 10 = 10^2$ c) $10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3$, visto que a base (10) representa a o número que se multiplica e o expoente indica o número de vezes que essa base se multiplica; como explicamos na definição de uma potência.

Aplicando a definição de potências na resolução da 2ª questão destes exercícios temos:

a) $\frac{1}{10} = \left(\frac{1}{10}\right)^1 = 10^{-1}$

c) $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \left(\frac{1}{10}\right)^2 = 10^{-2}$

d) $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \left(\frac{1}{10}\right)^3 = 10^{-3}$

Destes trabalhos percebe-se que o produto de frações decimais (fracções com denominador 10) e expoente 1, transforma numa potência de base 10 com um expoente negativo.

A partir dos exercícios anterior podemos perceber ainda que:

$$1000 = 10^3, \text{ visto que } 1000 = 10 \cdot 10 \cdot 10$$

$$10000 = 10^4, \text{ visto que } 10000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$$

$$1000000 = 10^6, \text{ visto que } 1000000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$$

De igual modo, podemos entender que

$$0,1 = 10^{-1}, \text{ porque } 0,1 = \left(\frac{1}{10}\right)^1$$

$$0,01 = 10^{-2}, \text{ porque } 0,01 = \left(\frac{1}{10}\right)^2$$

$$0,0000001 = 10^{-7}, \text{ porque } 0,0000001 = \left(\frac{1}{10}\right)^7$$

Caro amigo, você percebeu que qualquer número racional pode ser escrito na forma de um produto com uma potência de base 10.

1.15.1. Potências de base 10

Os números racionais inteiros transformam-se num produto de base 10, com um expoente positivo.

A seguir apresentamos alguns exemplos concretos:

$$30 = 3 \cdot 10 = 3 \cdot 10^1$$

$$5000 = 5 \cdot 1000 = 5 \cdot 10^3$$


$$120000 = 12 \cdot 10000 = 12 \cdot 10^4$$

Entretanto, os números decimais transformam-se em potências de base 10 com expoente negativo. Veja os exemplos que se apresentam a seguir:

$$0,5 = 5 \cdot 0,1 = 5 \cdot 10^{-1}$$

$$0,0009 = 9 \cdot 0,0001 = 9 \cdot 10^{-4}$$

$$0,000025 = 25 \cdot 0,000001 = 25 \cdot 10^{-6}$$



Ora, muito bem. Terminado o estudo do texto sobre como escrever um número racional na forma de uma potência de base 10, vamos resolver alguns exercícios da lição.



ACTIVIDADES DE LIÇÃO

Estimados estudante, resolva os seguintes exercícios e veja se percebeu a matéria dada nesta lição. Mãos à obra!

1. Transforme numa potência de base 10

a) $100 =$ b) $100000 =$ c) $100000000 =$

2. Escreva na forma de potência.

a) $0,121 =$ b) $0,05600 =$ c) $0,2350 =$

5. Escrever na forma de um produto com uma potência de base 10.

a) $35 =$ b) $97865 =$ c) $120000 =$ d) $0,50 =$ e) $0,0789 =$

f) $0,002500 =$

Muito bem, já resolveu todas as questões destas actividades? Então confira as suas respostas na chave que segue.



CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) $100 = 10^2$ b) $100000 = 10^5$ c) $100000000 = 10^8$

Como vê, a base é dez e o expoente é o número de zeros à direita de 1.

2.

a) $0,121 = \frac{121}{1000} = 121 \cdot \frac{1}{1000} = 121 \cdot 10^{-3}$

b) $0,05600 = \frac{5600}{100000} = \frac{5600 \div 100}{100000 \div 100} = \frac{56}{1000} = 56 \cdot \frac{1}{1000} = 56 \cdot 10^{-3}$

c) $0,2350 = \frac{2350}{10000} = \frac{2350 \div 10}{10000 \div 10} = \frac{235}{1000} = 235 \cdot 10^{-3}$


Caro estudante, como já sabe, para converter um número decimal num produto de base 10 temos que:

- ✓ Converter o número dado numa fracção decimal;
- ✓ Simplificar por 10, ou 100, 1000, ...;
- ✓ Escrever o número dado na forma de um produto com uma fracção decimal de numerador igual a 1, e;
- ✓ Escrever o número dado na forma de um produto com uma potência igual à fracção decimal.

5. a) $35 = 3,5 \cdot 10 = 3,5 \cdot 10^1$ b) $97865 = 9,7865 \cdot 10000 = 9,7865 \cdot 10^4$

c) $120000 = 1,2 \cdot 100000 = 1,2 \cdot 10^5$

d) $0,50 = 5 \cdot 10^{-1}$ e) $0,0789 = 789 \cdot 10^{-4} = 7,9 \cdot 10^{-2}$ f) $0,002500 = 2,5 \cdot 10^{-3}$



Veja, amigo estudante, que ao escrever o número racional na forma de um produto de base 10 você deve assegurar que o factor seja maior que zero e menor que dez.

Isso mesmo caro estudante, se você acertou em todas as questões das actividades da lição então passe ao estudo da lição seguinte. Caso não, estude novamente o texto e resolver os exercícios desta lição. Peça ajuda a quem você quiser!

LIÇÃO Nº 16 : NOTAÇÃO CIENTÍFICA



INTRODUÇÃO

Amigo estudante, continuemos a tratar de como escrever um número racional na forma de um produto com uma potência de base 10. Nesta lição, vamos falar da notação científica.



OBJECTIVOS DA LIÇÃO

Ao terminar o estudo desta lição você deverá ser capaz de:

- ✓ Escrever um número racional na forma de um produto de base 10, e;
- ✓ Escrever um número racional sob forma de notação científica;



Para a melhor compreensão desta lição necessitas de estudar 90 minutos.

Muito bem, caro estudante. Agora vamos falar da notação científica. Porém, antes disso temos que resolver alguns exercícios de revisão.

1. Escreva na forma de um produto de base 10.

a) 0,025 b) 2500 c) 676555 d) 0,543260

Você tentou resolver sozinho? Agora vamos resolver junto.

$$\text{a) } 0,025 = \frac{25}{1000} = \frac{2,5 \cdot 10}{1000} = 2,5 \cdot \frac{10 \div 10}{1000 \div 10} = 2,5 \cdot \frac{1}{100} = 2,5 \cdot 10^{-2}$$

$$\text{b) } 2500 = 2,500 \cdot 10^3 = 2,5 \cdot 10^3$$

$$\text{c) } 676555 = 6,76555 \cdot 10^5$$

$$\begin{aligned} \text{d) } 0,543260 &= \frac{543260}{1000000} = \frac{5,43260 \cdot 100000}{1000000} = 5,43260 \cdot \frac{100000 \div 100000}{1000000 \div 100000} = \\ &= 5,43260 \cdot \frac{1}{10} = 5,43260 \cdot 10^{-1} \end{aligned}$$

1.16.1. Notação Científica

Naturalmente, o querido estudante está a perguntar-se: O que será a notação científica?

Sem querer apresentar uma definição formal, apenas vamos dizer que:

- Notação científica é a escrita de um número racional sob a forma de um produto de uma potência de base 10, onde o módulo do factor é um número racional maior que zero (0) e menor que 10.

$$n \cdot 10^e, \text{ onde } n \text{ chama-se mantissa e } e \text{ ordem de grandeza}$$

Assim por exemplo:

$$3,3 \cdot 10^3, \quad 3 \cdot 10^{-3}, \quad 1,3 \cdot 10^{23}, \quad -5,3 \cdot 10^{-43}, \quad \dots$$

Ao escrever um número racional sob forma de notação científica, deve-se ter o cuidado de arredondar o factor a menos de um décimo (0,1) ou a menos de um centésimo (0,01).

Caro estudante, vamos escrever sob forma de notação científica os seguintes números racionais.

$$a) 2350000000 = 235 \cdot 10^7 = 2,35 \cdot 100 \cdot 10^7 = 2,35 \cdot 10^2 \cdot 10^7 = 2,35 \cdot 10^{2+7} = 2,35 \cdot 10^9$$

$$a) 2359800000 = 23598 \cdot 100000 = 23598 \cdot 10^5 = 2,3598 \cdot 10000 \cdot 10^5 = 2,3598 \cdot 10^4 \cdot 10^5 = 2,3598 \cdot 10^{4+5} = 2,3598 \cdot 10^9 \approx 2,4 \cdot 10^9$$

c)

$$0,123456 \cdot 10^{15} = 123456 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{15} = 1,23456 \cdot 10^5 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{15} = 1,23456 \cdot 10^{5+(-6)+15} = 1,23456 \cdot 10^{5-6+15} = 1,23456 \cdot 10^{14} \approx 1,2 \cdot 10^{14}$$

O símbolo “ \approx ” lê-se “é aproximadamente igual a” e usa-se para indicar que o resultado apresentado corresponde a um arredondamento por defeito ou por excesso.

Caro estudante, para escrever um número racional sob forma de notação científica terá que:

- ✓ Escrever o número na forma de um produto de base 10;
- ✓ Reduzir a mantissa para um número cujo módulo está entre zero (0) e um (1);
- ✓ Multiplicar ou dividir as ordens de grandeza, conforme a multiplicação ou divisão de potências com bases iguais.

Muito certo, caro estudante. Já que acabou de estudar o texto desta lição, realize as actividades de lição que se apresentam a seguir.



ACTIVIDADES DA LIÇÃO

Amigo estudante, resolva os exercícios seguintes e verifique se percebeu a matéria tratada nesta lição. Mãos a obra!

1. Escreva na forma de notação científica.

a) 0,000006 b) 9000000000 c) 4568000000 d) 0,7654321890

Muito bem, já terminou a resolução dos exercícios da lição? Então confira as suas repostas na chave seguinte.



CHAVE DE CORRECÇÃO

Veja se entendeu a matéria tratada nesta lição. Confira as suas respostas na chave de correcção.

1. Escreva na forma de notação científica.

$$\text{a) } 0,000006 = \frac{6}{1000000} = 6 \cdot \frac{6}{1000000} = 6 \cdot 10^{-6}$$

$$\text{b) } 9000000000 = 9 \cdot 1000000000 = 9 \cdot 10^9$$

c)

$$4568000000 = 4568 \cdot 1000000 = 4,568 \cdot 10^3 \cdot 10^6 = 4,568 \cdot 10^{3+6} = 4,569 \cdot 10^9 \approx 4,6 \cdot 10^9$$

d)

$$\begin{aligned} 0,7654321890 &= \frac{7654321890}{10000000000} = 7654321890 \cdot \frac{1}{10000000000} = 7,654321890 \cdot 10^9 10^{-10} = \\ &7,654321890 \cdot 10^{9-10} = 7,654321890 \cdot 10^{-1} \approx 7,7 \cdot 10^{-1} \end{aligned}$$

Força querido estudante, Continue! Se tiver acertado em todas as questões das actividades de lição, então passe ao estudo da lição seguinte. Caso não, estude novamente o texto e refaça as actividades desta lição com ajuda dos seus colegas ou do seu tutor.

LIÇÃO Nº 17 : RAIZ QUADRADA DE UM NÚMERO RACIONAL NÃO NEGATIVO



INTRODUÇÃO

Caro estudante, terminado o estudo da potenciação; vamos tratar da raiz quadrada de um número racional não negativo.



OBJECTIVOS DA LIÇÃO

Ao terminar o estudo desta lição, você deve ser capaz de:

- ✓ Determinar os quadrados perfeitos menores que 100;
- ✓ Calcular a raiz quadrada de um quadrado perfeito usando a definição da raiz quadrada, e;
- ✓ Calcular a raiz quadrada através do método da decomposição em factores primo.



Para a melhor compreensão desta lição necessitas de estudar 90 minutos.

Muito bem, querido estudante, comecemos a nossa lição resolvendo exercícios de revisão.

1. Determine os quadrados dos números inteiros de zero (0) a dez (10).

1.17.1. Quadrado de um número racional

Ora, vamos imediatamente a isso.

$$\begin{aligned}
0^2 &= 0 \cdot 0 = 0 \\
1^2 &= 1 \cdot 1 = 1 \\
2^2 &= 2 \cdot 2 = 4 \\
3^2 &= 3 \cdot 3 = 9 \\
4^2 &= 4 \cdot 4 = 16 \\
5^2 &= 5 \cdot 5 = 25 \\
6^2 &= 6 \cdot 6 = 36 \\
7^2 &= 7 \cdot 7 = 49 \\
8^2 &= 8 \cdot 8 = 64 \\
9^2 &= 9 \cdot 9 = 81 \\
10^2 &= 10 \cdot 10 = 100
\end{aligned}$$

Para determinar o quadrado de um número x basta apenas:

- ✓ Elevar o número x ao expoente 2, e;
- ✓ Encontrar o valor da potência x^2

$$\text{Deste modo, } x^2 = x \cdot x = a$$

1.17.1.1. Raiz quadrada de um número racional

A operação inversa do quadrado de um número racional a , chama-se raiz quadrada e escreve-se: \sqrt{a} . Assim, diz-se que $\sqrt{a} = x$, se somente se $x^2 = a$.

Daqui, entende-se com bastante facilidade que $a \in Q_0^+$, ou seja; a é um número racional não negativo.

Em $\sqrt{a} = x$, $\sqrt{}$ chama-se radical, a chama-se radicando ou argumento do radical e x chama-se raiz quadrada do número racional a .

Preste atenção aos seguintes exemplos:

$$\begin{aligned}
\sqrt{1} &= 1, \text{ pois; } 1 \cdot 1 = 1 \\
\sqrt{4} &= 2, \text{ pois; } 2 \cdot 2 = 4 \\
\sqrt{\frac{1}{4}} &= \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}, \text{ pois; } \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \\
\sqrt{\frac{9}{25}} &= \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{25}} = \frac{3}{5}, \text{ pois; } \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{25}
\end{aligned}$$

Caro estudante, o cálculo da raiz quadrada de um número racional y através da sua definição requer que você saiba, de antemão, qual é o número racional x *que* multiplicado por si mesmo é igual y .

Ora, para números racionais com mais de dois algarismos este método torna-se impraticável. Deste modo, somos obrigado a recorrer a outros métodos do cálculo da raiz quadradas tais como: a decomposição em factores primos, algoritmo da raiz quadrada, tabela da raiz quadrada ou uso de calculadoras.

Nesta lição, vamos trata do cálculo da raiz quadrada através do método da decomposição em factores primos.

1.17.2. Método de decomposição em factores primos

Em que é que consiste este método?

Ora, amigo estudante ; vamos resolver as actividades que se propõem a seguir.

1. Use o método de decomposição em factores primos e determine:

a) $\sqrt{196}$ b) $\sqrt{2704}$

Querido estudante, vamos imediatamente.

a) $\sqrt{196}$

Para determinarmos a raiz quadrada do número racional 196 precisamos de decompô-lo em factores primos.

Decomposição em factores primos

196		2
.98		2
.49		7
..7		7
..1		

$$196 = 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 7 = 2^2 \cdot 7^2, \text{ deste modo:}$$

$$\sqrt{196} = \sqrt{2^2 \cdot 7^2} = \sqrt{(2 \cdot 7)^2} = \sqrt{14^2} = 14$$

Após a factorização ;

- ✓ Reescrevemos a raiz quadrada indicando o radicando na for de um produto dos quadrados dos factores primos;

- ✓ Determinamos o produto com base na multiplicação de potências com bases diferentes e expoentes iguais, e;
- ✓ Tiramos do radical a base da potência de expoente 2.

Como podemos ver, a raiz quadrada do número 196 é 14, pois $14 \cdot 14 = 196$

b) $\sqrt{2704}$

Para determinarmos a raiz quadrada do número racional 2 704 precisamos de decompô-lo em facrtores primos.

Decomposição em fatores primos

$$\begin{array}{r|l}
 2.704 & 2 \\
 1.352 & 2 \\
 ..676 & 2 \\
 ..338 & 2 \\
 ..169 & 13 \\
 ...13 & 13 \\
1 &
 \end{array}$$

$2704 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 13 \cdot 13 = 2^2 \cdot 2^2 13^2$, assim trabalhando como na alternativa a) temos que:

$$\sqrt{2704} = \sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 13^2} = \sqrt{(2 \cdot 2 \cdot 13)^2} = \sqrt{52^2} = 52$$

Esse processo deve ser muito utilizado e treinado, pois alguns alunos recorrem à calculadora a fim de agilizar os cálculos, mas essa atitude é considerada perigosa, já que muitos concursos e exames adoptam, cálculos envolvendo raízes de números, e nessas avaliações o uso de calculadoras não é permitido.

Ótimo caro aluno, terminado o estudo do texto desta lição vá à realização das actividades da lição.



ACTIVIDADES DA LIÇÃO

1. Determine o quadrado dos seguintes números racionais.

a) $\frac{5}{6}$ b) 11 c) -13 d) $-\frac{7}{8}$

2. Dada a raiz quadrada $\sqrt{144} = 12$, indique:

a) A raiz quadrada b) O radicando c) o radical

3. Calcule.

a) $\sqrt{169} =$ b) $\sqrt{\frac{49}{100}}$ c) $\sqrt{\frac{121}{169}} =$ d) $\sqrt{\frac{196}{225}}$

4. Dado $\sqrt{-169}$, assinale com V a alternativa verdadeira e com F a falsa.

a) $\sqrt{-169} = 13$ ()

b) $\sqrt{-169} = -13$ ()

c) A raiz quadrada de -169 não é um número racional, pois -169 é um número negativo ()

Estimado estudante, já resolveu todos os exercícios da lição? Se a resposta é sim, então confira as suas respostas na chave que se segue.



CHAVE DE CORRECÇÃO

Muito bem, confira as suas respostas nesta chave e veja se entendeu a matéria tratada nesta lição. Boa sorte!

$$1. a) \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{5^2}{6^2} = \frac{5 \cdot 5}{6 \cdot 6} = \frac{25}{36}$$

$$b) (11)^2 = 11 \cdot 11 = 121$$

$$c) (-13)^2 = (-13) \cdot (-13) = 169$$

$$d) \left(-\frac{7}{8}\right)^2 = \left(-\frac{7}{8}\right) \cdot \left(-\frac{7}{8}\right) = \frac{49}{64}$$

2. a) A raiz quadrada é 12 b) O radicando é 144 c) o radical é o símbolo $\sqrt{}$

3. a) $\sqrt{169} = 13$, decompondo em factores primos teremos que:

$$\begin{array}{r} 169 \overline{) 13} \\ 13 \overline{) 13} \\ 1 \overline{) 1} \end{array}$$

$$169 = 13 \cdot 13 = 13^2$$

$$\sqrt{169} = \sqrt{13^2} = 13$$

$$b) \sqrt{\frac{49}{100}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{100}} = \frac{7}{10}$$

$$c) \sqrt{\frac{121}{169}} = \frac{\sqrt{121}}{\sqrt{169}} = \frac{11}{13} \quad d) \sqrt{\frac{196}{225}} = \frac{\sqrt{196}}{\sqrt{225}} = \frac{14}{15}$$

4.

$$a) \sqrt{-169} = 13 \text{ (F)}$$

$$b) \sqrt{-169} = -13 \text{ (F)}$$

c) A raiz quadrada de -169 não é um número racional, pois -169 é um número negativo (V)

Muito bem, amigo estudante. Se você acertou em todas as questões das actividades da lição, então passe ao estudo da lição seguinte. Caso não, estude novamente o texto e refaça as actividades com a ajuda dos seus colegas ou do tutor.



ACTIVIDADES DA UNIDADE

Parabéns, caro estudante! Você terminou com sucesso o estudo da primeira unidade do 1º módulo auto instrucional de matemática. Agora resolva os exercícios das actividades da unidade. Boa sorte!

1. Marque com X apenas as alternativas correctas.

a) $-2\frac{2}{3} \notin \mathbb{Z}$ () b) $4,75 \in \mathbb{IN}$ ()

c) $+\frac{5}{10} \in \mathbb{Q}_0^-$ () d) $-765 \in \mathbb{Z}$ ()

2. Complete de modo a obter proposições correctas.

a) $\mathbb{IN} \dots \mathbb{Q}^+$ b) $\mathbb{Q}_0^+ \dots \mathbb{Q}_0^-$

c) $\mathbb{IN} \dots \mathbb{Z}_0^+$

c) $\mathbb{Z} \dots \mathbb{Q}$

3. Sentencie com V as alternativas verdadeiras e com F as falsas em relação ao valor absoluto de um número racional.

a) $\left| -32\frac{1}{2} \right| = -32\frac{1}{2}$ ()

b) $|-5,75| = -5,75$ ()

c) $\mathbb{IN}_0 = \mathbb{Z}_0$ ()

d) $\left| +\frac{32}{35} \right| = \frac{32}{35}$ ()

4. Compare. Use os símbolos $<$, $=$ ou $>$

a) $\frac{1}{3} \dots \frac{3}{9}$ b) $-\frac{5}{6} \dots -\frac{1}{6}$

c) $+5 \dots +\frac{4}{5}$

d) $1,2 \dots -\frac{3}{5}$

5. Represente na recta graduada os pontos.

a) $A = 0$, b) $B = \frac{2}{3}$ c) $N = -\frac{3}{4}$ d) $D = +\frac{4}{3}$

6. Escreva forma de uma potência de expoente.

a) Positivo

i. $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} =$ ii. $-\frac{5}{7} =$

b) Negativo

i. $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} =$ ii. $\frac{8}{9} =$

7. Determine a raiz quadrada

a) $\sqrt{196}$ b) $\sqrt{\frac{256}{289}}$

8. Preencha a tabela seguinte

Nº	Propriedade	Expressão Numérica
1	Comutativa de adição de n.ºs Racionais	$2 - (+3) = -3 + \dots = -1$
2	$\left[\left(-\frac{2}{3} \right) - \left(-\frac{1}{3} \right) \right] + \left(+\frac{1}{3} \right) = \left(-\frac{1}{3} \right) + \dots$
3	Distributiva da multiplicação em relação à subtracção.	$\frac{2}{3} \cdot (3 - 6) = \dots - 4$

4	$\left(+\frac{5}{6}\right) \cdot 1 = 1 \cdot \text{.....} = \text{.....}$
5	Inverso multiplicativo	$(\text{.....}) \cdot \left(-\frac{9}{10}\right) = -\frac{10}{9} \cdot (\text{.....}) = 1$

9. Resolva as expressões numéricas

a) $[(+6) + (-6) - (+1)] - [(+25) + (-17) + (-8)]$

b) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{6}{2}\right)^2 \div 2^2$

c) $2^3 \cdot 3^3 \left(\frac{1}{9}\right)^3 \div \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$

10. Encontra o valor de cada uma das expressões numéricas

a) $\left(-\frac{1}{2}\right) + \left[\frac{1}{3} - \left(+\frac{1}{2}\right)\right] - \left(-\frac{5}{10}\right)$

b) $2 \cdot \frac{1}{6} - \left[-\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^1\right] \div \left(\frac{2}{3}\right)^2$

c) $\left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{-1} \cdot \left[1 - \left(+\frac{4}{5}\right) + \left(\frac{1}{5}\right)\right]^2 \div \left(2 \cdot \frac{1}{5}\right)^3$

Ora bem, caro estudante, terminada a resolução das actividade da unidade; confira as suas respostas na chave de correcção que segue.



CHAVE DE CORRECÇÃO

Confira as suas respostas nesta chave e veja se compreendeu a matéria tratada nesta unidade temática. Vamos a isso!

1. a) $-2\frac{2}{3} \notin Z$ (X) b) $4,75 \in IN$ () c) $+\frac{5}{10} \in Q_0^-$ ()

d) $-765 \in Z$ (X)

2. a) $IN \subset Q^+$

b) $Q_0^+ \not\subset Q_0^-$

c) $IN \subset Z_0^+$

c) $Z \subset Q$

3. a) $\left| -32\frac{1}{2} \right| = -32\frac{1}{2}$ (F) b) $|-5,75| = 5,75$ (V)

c) $IN_0 = Z_0$ (V)

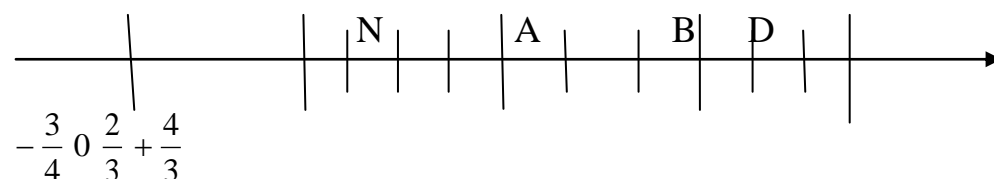
d) $\left| +\frac{32}{35} \right| = \frac{32}{35}$ (V)

4. a) $\frac{1}{3} \dots\dots \frac{3}{9} \Leftrightarrow \frac{1}{\underset{(2)}{3}} \dots\dots \frac{3}{\underset{(1)}{9}} \Leftrightarrow \frac{3}{9} = \frac{3}{9}$ b) $-\frac{5}{6} < -\frac{1}{6}$

c) $+5 \dots\dots +\frac{4}{5} \Leftrightarrow \frac{5}{\underset{(5)}{1}} \dots\dots \frac{4}{\underset{(1)}{5}} \Leftrightarrow \frac{25}{5} > \frac{4}{5}$

d) $1,2 \dots\dots -\frac{3}{5} \Leftrightarrow -\frac{12}{10} \dots\dots -\frac{3}{5} \Leftrightarrow -\frac{12}{\underset{(1)}{10}} \dots\dots -\frac{6}{\underset{(2)}{10}} \Leftrightarrow -\frac{12}{10} < -\frac{6}{10}$

5.. a) $A=0$, b) $B=\frac{2}{3}$ c) $N=-\frac{3}{4}$ d) $D=+\frac{4}{3}$



6. a) Positivo

$$\text{i. } \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \left(\frac{1}{10}\right)^4 \quad \text{ii. } -\frac{5}{7} = \left(-\frac{5}{7}\right)^1$$

b) Negativo

$$\text{i. } \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = (3)^{-3} = 3^{-3} \quad \text{ii. } \frac{8}{9} = \left(\frac{9}{8}\right)^{-1}$$

$$7. \text{ a) } \sqrt{196} = \sqrt{2^2 \cdot 7^2} = 2 \cdot 7 = 14 \quad \text{b) } \sqrt{\frac{256}{289}} = \sqrt{\frac{2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2}{17^2}} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{17} = \frac{16}{17}$$

8.

Nº	Propriedade	Expressão Numérica
1	Comutativa de adição de n°s Racionais	$2 - (+3) = -3 + 2 = -1$
2	Associativa da adição de números racionais	$\left[\left(-\frac{2}{3}\right) - \left(-\frac{1}{3}\right)\right] + \left(+\frac{1}{3}\right) = \left(-\frac{1}{3}\right) + \left(+\frac{1}{3}\right)$
3	Distributiva da multiplicação em relação à subtração .	$\frac{2}{3} \cdot (3 - 6) = 2 - 4$
4	Elemento neutro da multiplicação de números racionais	$\left(+\frac{5}{6}\right) \cdot 1 = 1 \cdot \left(+\frac{5}{6}\right) = \frac{5}{6}$
5	Inverso multiplicativo	$\left(-\frac{10}{9}\right) \cdot \left(-\frac{9}{10}\right) = -\frac{10}{9} \cdot \left(-\frac{9}{10}\right) = 1$

$$9. \text{ a) } [(+6) + (-6) - (+1)] - [(+25) + (-17) + (-8)]$$

$$= (6-6-1)-(26-17-8)$$

$$= -1-(25-25)$$

$$= -1-0$$

$$= -1$$

$$b) \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{6}{2}\right)^2 \div 2^2 = \left(\frac{2 \cdot 6}{3 \cdot 2}\right)^2 \div 2^2 = 2^2 \div 2^2 = 2^{2-2} = 2^0 = 1$$

$$a) 2^3 \cdot 3^3 \left(\frac{1}{9}\right)^3 \div \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = (2 \cdot 3)^3 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^3 \div \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \left(6 \cdot \frac{1}{9}\right)^3 \div \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} \\ = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \div \left(\frac{2}{3}\right)^{-2-1} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \div \left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{3-(-3)} = \left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1$$

10.a)

$$\left(-\frac{1}{2}\right) + \left[\frac{1}{3} - \left(+\frac{1}{2}\right)\right] - \left(-\frac{5}{10}\right) = -\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) + \frac{5}{10} = -\frac{1}{2} + \left(\frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}}{\frac{3}{(2)} \cdot \frac{2}{(3)}}\right) + \frac{5}{10} = -\frac{1}{2} + \left(\frac{2}{6} - \frac{3}{6}\right) + \frac{5}{10} = \\ -\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{6}\right) + \frac{5}{10} = -\frac{1}{2} - \frac{1}{6} + \frac{5}{10} = -\frac{15}{30} - \frac{5}{30} + \frac{15}{30} = \frac{-15+15-5}{30} = -\frac{5}{30} = -\frac{1}{6}$$

$$b) 2 \cdot \frac{1}{6} - \left[-\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^1\right] \div \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{6} - \left[-\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-1+1}\right] \div \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1}{3} - \left[-\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^0\right] \div \left(\frac{2}{3}\right)^2 \\ = \frac{1}{3} - \left(-\frac{2}{3} \cdot 1\right) \div \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1}{3} - \left(-\frac{2}{3}\right) \div \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1}{3} - \left(-\frac{2}{3}\right) \div \frac{4}{9} = \frac{1}{3} - \left(-\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{4}\right) = \frac{1}{3} - \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{3} + \frac{3}{2} = \\ \frac{1}{3} + \frac{3}{2} = \frac{2+9}{6} = \frac{11}{6}$$

Escreva

uma

equação

aqui.

$$\begin{aligned}
 c) \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{-1} \cdot \left[1 - \left(+\frac{4}{5}\right) + \left(\frac{1}{5}\right)\right]^2 \div \left(2 \cdot \frac{1}{5}\right)^3 &= \frac{2}{5} \cdot \left(1 - \frac{4}{5} + \frac{1}{5}\right)^2 \div \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \\
 \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{5-4+1}{5}\right)^2 \div \left(\frac{2}{5}\right)^3 &= \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 \div \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \left(\frac{2}{5}\right)^3 \div \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \left(\frac{2}{5}\right)^{3-3} = \left(\frac{2}{5}\right)^0 = 1
 \end{aligned}$$

Ora viva, caro estudante! Se terminou com sucesso o estudo desta unidade, então passe ao estudo da unidade seguinte. Caso não, estude novamente todas as lições e refaça todas as actividades desta unidade com a ajuda dos seus colegas ou consultando o seu tutor.

UNIDADE TEMÁTICA II: EQUAÇÕES LINEARES COM UMA INCÓGNITA



INTRODUÇÃO

Após a discussão sobre os números racionais, continuemos o estudo deste módulo tratando das equações lineares, também denominadas equações do 1º grau.

Nesta secção de estudo tratar do conceito de equação linear com uma incógnita, raiz ou solução de uma equação linear com uma incógnita, resolução de equações lineares com uma incógnita e da aplicação de equações lineares com uma incógnita na resolução de problemas da vida quotidiana.

Esta unidade é constituída de 07 lições como podemos ver na relação seguinte:

LIÇÃO Nº 1: Equações lineares ou do 1º grau

LIÇÃO Nº 2: Solução de uma equação linear

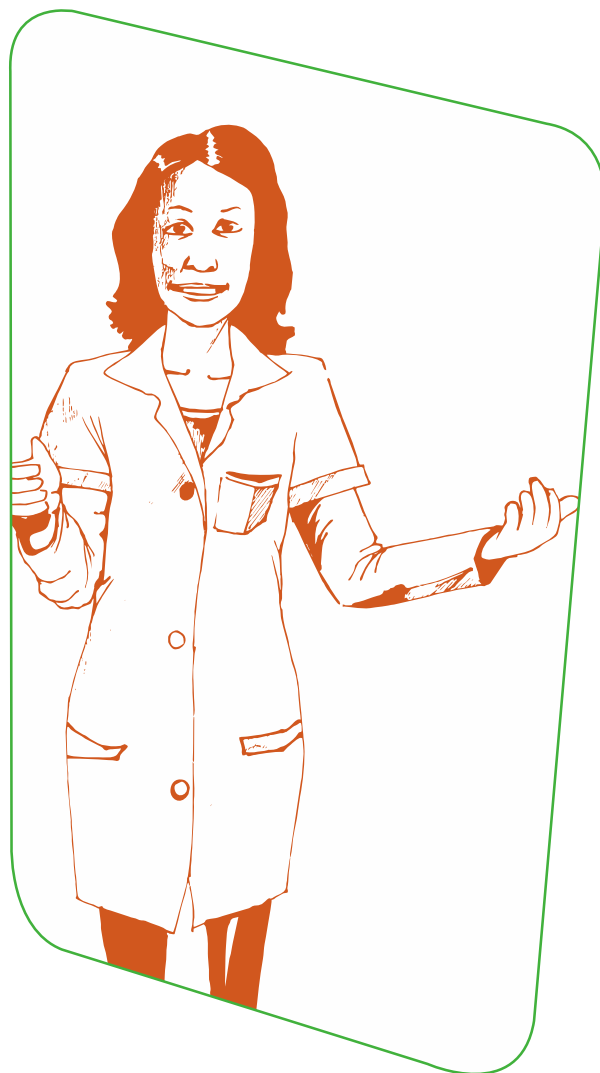
LIÇÃO Nº 3: Resolução das equações lineares do tipo $ax + b = 0$

LIÇÃO Nº 4: Resolução das equações escritas na forma $ax + d = kx + c$

LIÇÃO Nº 5: Rressolução de equações lineares com Parenteses e princípios de equivalência das equações

LIÇÃO Nº 6: Classificação das equações lineares

LIÇÃO Nº 7: resolução de problemas conducenes às equações equações lineares.





TEMPO DE ESTUDO

- Para o estudo destas lições e a resolução das actividades da unidade você vai precisar de 34,5 horas de trabalho.

MATERIAL DE ESTUDO

- No estudo desta unidade você necessitar do material básico escolar: caderno de exercícios, lápis, lapizeira, borracha, régua e outros.



OBJECTIVOS OPERACIONAIS

Ao terminar o seu estudo, você deverá ser capaz de:

- Identificar uma equação linear com uma incógnita;
- Identificar a raiz ou solução de uma equação com uma incógnita;
- Resolver uma equação linear com uma variável;
- Aplicar as equações lineares com uma variável na resolução de problemas da vida quotidiana.

RESULTADOS DA APRENDIZAGEM

Caro estudante, até ao fim do estudo deste módulo você:

- Identifica uma equação linear com uma incógnita;
- Identifica a raiz ou solução de uma equação com uma incógnita;
- Resolve uma equação linear com uma variável;
- Aplica as equações lineares com uma variável na resolução de problemas da vida quotidiana.

LIÇÃO Nº 1: EQUAÇÕES LINEARES OU DO 1º GRAU



INTRODUÇÃO

Estimado estudante, terminado o estudo do conjunto dos números racionais; vamos falar das equações lineares. Nesta lição, preocupar-nos-emos com a identificação dos membros, da incógnita e com a definição do conceito da equação linear.



OBJECTIVOS DA LIÇÃO

Ao terminar o estudo desta lição o nosso querido estudante deverá ser capaz de:

- ✓ Identificar uma equação linear;
- ✓ Indicar os membros e a incógnita de uma equação linear,e;
- ✓ Definir uma equação linear.



Para a melhor compreensão desta lição necessitas de estudar 60 minutos.

Comecemos o estudo desta lição com algumas revisões.

1. Dadas as seguintes identidade: $25 = 5^2$, $x^2 - 1 = 0$, $x + 6 = 0$, $2\sqrt{4} = 4$,
 $3x + \frac{x}{2} = 2x + 3$, $2x + 5 = 0$, $x^2 = 2x - 1$, $\frac{y}{3} - y = y + \frac{y}{5}$; preencha a tabela seguinte.

Caro amigo, vamos imediatamente a isso.

Identidade	Equações	Equações Lineares	Equações Lineares (do 1º grau)		
			1º Membro	2º Membro	Incógnita

Caro amigo, vamos imediatamente a isso.

Identidade	Equações	Equações Lineares	Equações Lineares (do 1º grau)		
			1º Membro	2º Membro	Incógnita
			$x + 6$	0	x
			$3x + \frac{x}{2}$	$2x + 3$	x
			2x + 5	0	x
			$\frac{y}{3} - y$	$y + \frac{y}{5}$	y

Amigo estudante, a primeira coluna da tabela apresenta todas as igualdades, incluindo aquelas que não têm nenhuma variável. Na coluna das equações estão indicadas todas as identidades que contêm pelo menos uma variável. Na coluna das equações lineares estão indicadas apenas as equações que não apresentam expoente.

Daqui entendemos que uma equação é uma igualdade que apresenta pelo menos uma variável.

Porém, a questão é:

- *o que é uma equação linear?*

Pela tabela podemos perceber que uma equação linear é uma igualdade que contém:

- ✓ Dois membros (o 1º antes e o 2º depois do sinal de igualdade);
- ✓ Pelo menos uma incógnita, e;
- ✓ A variável não apresenta nenhum expoente, pois este é igual a 1.

Caro estudante, você pode indicar mais exemplos das equações lineares.

Agora vamos à definição de uma equação linear.

2.1.1. Equação linear

Chamamos equação linear ou do 1º grau a toda a igualdade que se pode reduzir à forma

$ax + b = 0$, onde ***a*** e ***b*** são constantes (números racionais) e $a \neq 0$

Agora, caro estudante, verifique se compreendeu a matéria tratada nesta lição resolvendo os seguintes exercícios.



ACTIVIDADES DA LIÇÃO

Realize as actividades da lição e veja se entendeu a matéria que acabou de estudar. Mãos à obra!

1. Considere as identidades: $4x+5=3x+2$, $3\cdot\sqrt{25}=15$, $3x-\frac{x}{3}=x+\frac{x}{3}$,

$5y+\frac{3y}{4}=y+1$, $2^2+1=\sqrt{25}$, $2xy-3x+y=xy+x-y$ e $2x+5=0$; preencha a tabela

Identidade numéricas	Equações	Equações Lineares	Equações Lineares (do 1º grau)		
			1º Membro	2º Membro	Incógnita

2. Considere a equação $\frac{y}{6}-2y=3y+\frac{y}{5}$ e marque com X a alternativa correcta.

a) $\frac{y}{6}-2y$ e $\frac{y}{5}-3y$ são membros da equação $\frac{y}{6}-2y=3y+\frac{y}{5}$ ()

b) $\frac{y}{6}-2y$ é o 2º membro da equação $\frac{y}{6}-2y=3y+\frac{y}{5}$ ()

c) Na equação $\frac{y}{6}-2y=3y+\frac{y}{5}$ a incógnita é a variável x . ()

Terminada a realização das actividades da lição? Se a resposta é sim, então consulte a chave de correcção e verifique se entendeu a matéria tratada nesta lição.



CHAVE DE CORRECÇÃO

Caro estudante, continue o estudo desta lição conferindo as suas respostas na chave de correcção.

1.

Identidades numéricas	Equações	Equações Lineares	Equações Lineares (do 1º grau)		
			1º Membro	2º Membro	Incógnita
$2^2 + 1 = \sqrt{25}$ $3 \cdot \sqrt{25} = 15$	$4x + 5 = 3x + 2$	$4x + 5 = 3x + 2$	$4x + 5$	$3x + 2$	x
	$3x - \frac{x}{3} = x + \frac{x}{3}$	$3x - \frac{x}{3} = x + \frac{x}{3}$	$3x - \frac{x}{3}$	$x + \frac{x}{3}$	x
	$5y + \frac{3y}{4} = y + 1$	$5y + \frac{3y}{4} = y + 1$	$5y + \frac{3y}{4}$	$y + 1$	y
	$2xy - 3x + y = xy + x - y$	$2xy - 3x + y = xy + x - y$	$2xy - 3x + y$	$xy + x - y$	y, x
	$2x + 5 = 0$	$2x + 5 = 0$	$2x + 5$	0	x

2. a) (X) b) () c) ()

Que tal, querido estudante, acertou em todas as questões das actividades da lição? Se a resposta é “sim”, então passe para o estudo da lição seguinte. Caso não, estude novamente o texto e refaça com muita atenção as actividades propostas. Boa sorte!

LIÇÃO Nº 2: SOLUÇÃO DE UMA EQUAÇÃO LINEAR



INTRODUÇÃO

Estimado estudante, terminada com sucesso a discussão sobre o conceito e as características de uma equação do 1º grau, vamos falar da solução ou conjunto solução de uma equação linear. Preste bastante atenção.



OBJECTIVOS DA LIÇÃO

Ao terminar o estudo desta lição, você deverá ser capaz de:

- ✓ Indicar exemplos de equações do 1º grau;
- ✓ Identificar a solução ou conjunto solução de equação linear, e;
- ✓ Encontrar pelo método de tentativas a solução ou conjunto solução de uma equação linear.



Para a melhor compreensão desta lição necessitas de estudar 60 minutos.

Estimado estudante, iniciemos o estudo desta lição fazendo exercícios de revisão. Preste muita atenção!

1. Dadas as seguintes equações: $x^3 = 5x^2$, $\left(3x - \frac{3x}{4}\right) = \frac{x}{2} + \frac{2x}{3}$, $x(2x - 2) - 1 + x^2 = 0$, e $x - 5 = 10 - 2x$; transcreva para o seu caderno de exercícios as equações do 1º grau.

Amigo estudante, Você resolveu muito bem ao passar para o seu caderno as equações lineares seguintes: $\left(3x - \frac{3x}{4}\right) = \frac{x}{2} + \frac{2x}{3}$ e $x - 5 = 10 - 2x$, pois em cada uma das restantes equações temos uma variável com um expoente superior a 1 e por isso elas não são equações do 1º grau ou lineares.

Caro estudante, você já conhece as equações lineares ou do 1º grau. Agora vamos tratar da solução ou conjunto solução de uma equação linear.

2.2.1. Solução ou raiz de uma equação linear

Amigo, nesta seção do texto da nossa lição vamos ficar preocupados em responder a questão: *que é solução ou raiz de uma equação do primeiro grau?*

Ora, dado o conjunto $\{-3; 0; 3\}$, qual dos seus elementos é solução da equação $x + 3 = 0$?

Para resolver esta questão, vamos substituir a incógnita pelos elementos do conjunto dado:

Se $x = -3$, teremos que:

$$x + 3 = 0 \Leftrightarrow -3 + 3 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$$

Já que $x = -3$ satisfaz a condição de igualdade, então -3 é solução ou raiz de $x + 3 = 0$

Se $x = 0$, teremos que:

$$x + 3 = 0 \Leftrightarrow 0 + 3 = 0 \Leftrightarrow 3 \neq 0$$

Já que $x=0$ não satisfaz a condição de igualdade, então 0 não é solução ou raiz de $x+3=0$

Se $x = 3$, teremos que:

$$x+3=0 \Leftrightarrow 3+3=0 \Leftrightarrow 6 \neq 0$$

Já que $x=3$ não satisfaz a condição de igualdade, então 3 não é solução ou raiz de $x+3=0$

Deste modo, podemos entender que apenas $x = -3$ satisfaz a condição de igualdade estabelecida na equação $x+3=0$.

Assim, $x = -3$ é raiz ou solução da equação $x+3=0$

2.2.2. Definição da solução ou raiz de uma equação

Um número racional denomina-se solução de uma equação do 1º grau se ele satisfaz a condição de igualdade.

2. Veja se $x = \frac{1}{3}$ é solução de:

a) $3x-1=0$ b) $x-4=1$ c) $6x+3x=5-6x$

Muito bem, caro amigo. Para essa verificação temos que substituir a variável x por $\frac{1}{3}$ em cada uma destas equações e efectuar as transformações; como se mostra a seguir:

$$\text{a) } 3x-1=0 \Leftrightarrow 3 \cdot \frac{1}{3} - 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{\underset{(1)}{3}} - 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{\underset{(1)}{3}} - \frac{1}{\underset{(3)}{1}} = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{3} - \frac{3}{3} = 0 \Leftrightarrow 0 = 0 \text{ (V)}$$

Por isso, $x = \frac{1}{3}$ é solução ou raiz da equação $3x - 1 = 0$.

$$\text{b) } x - 4 = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{3} - 4 = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{\underset{(1)}{3}} - \frac{4}{\underset{(3)}{1}} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{3} - \frac{12}{3} = 1 \Leftrightarrow \frac{1-12}{3} = 1 \Leftrightarrow -\frac{11}{3} = 1 \text{ (F)}$$

Por isso $x = \frac{1}{3}$ não é solução ou raiz da equação $x - 4 = 1$

$$\text{c) } 6x + 3x = 5 - 6x \Leftrightarrow 6 \cdot \frac{1}{3} + 3 \cdot \frac{1}{3} = 5 - 6 \cdot \frac{1}{3} \Leftrightarrow 2 + 1 = 5 - 2 \Leftrightarrow 3 = 3 \text{ (V)}$$

Portanto, $x = \frac{1}{3}$ não é solução ou raiz da equação $6x + 3x = 5 - 6x$

Ora bem, amigo estudante, verifique a sua aprendizagem resolvendo os exercícios das actividades da lição.



ACTIVIDADES DE LIÇÃO

Força estimado estudante, continue o estudo desta lição realizando as actividades da lição.

1. Veja se $x = -2$ é solução das equações:

a) $2x + 4 = 0$ b) $\frac{x}{3} - x = \frac{x}{2} + 2$ c) $x - 3x = 2x - 6x$

2. Marque com X as alternativas correctas em relação à solução ou raiz de uma equação.

a) $x = -\frac{2}{3}$ é solução da equação $x + \frac{2}{2} = 2x + \frac{4}{3}$ ()

b) $x = 2$ é raiz de $x(x-1) = 3$ ()

c) $x = 5$ é raiz ou solução de $x + \frac{x}{2} = 2\left(x - \frac{x}{2}\right)$

3. Qual é a solução ou raiz de:

a) $x - 2 = 0$ b) $3x - 4 = 6x - 8$

Isso mesmo, amigo estudante, terminada a resolução dos exercícios das actividades de verificação; consulte as suas respostas na chave seguinte.



CHAVE DE CORRECÇÃO

Confira as suas respostas.

1. Substituindo X por -2 em cada equação teremos que:

a) $2x + 4 = 0 \Leftrightarrow -2 \cdot 2 + 4 = 0 \Leftrightarrow -4 + 4 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$ (V), então $x = -2$ é solução da equação $2x + 4 = 0$.

b)

$$\begin{aligned} \frac{x}{3} - x &= \frac{x}{2} + 2 \Leftrightarrow -\frac{2}{3} - (-2) = -\frac{2}{2} + 2 \Leftrightarrow -\frac{2}{3} + \frac{2}{1} = -\frac{2}{2} + \frac{2}{1} \Leftrightarrow \frac{-2+6}{3} = \frac{-2+4}{2} \Leftrightarrow \frac{4}{3} = \frac{2}{2} \\ &\Leftrightarrow \frac{4}{3} = \frac{2}{2} \Leftrightarrow \frac{8}{6} = \frac{6}{6} (F) \end{aligned}$$

Então, $x = -2$ não é solução da equação $\frac{x}{3} - x = \frac{x}{2} + 2$.

$$c) x - 3x = 2x - 6x \Leftrightarrow -2 - 3 \cdot (-2) = 2 \cdot (-2) - 6 \cdot (-2) \Leftrightarrow -2 + 6 = -4 + 12 \Leftrightarrow 4 = 8 (F).$$

Então, $x = -2$ não é solução da equação $x - 3x = 2x - 6x$.

2. Marque com X as alternativas correctas em relação à solução ou raiz de uma equação.

$$a) x = -\frac{2}{3} \text{ é solução da equação } x + \frac{2}{2} = 2x + \frac{4}{3} \quad (\quad)$$

Substituindo x por $-\frac{2}{3}$ na equação $x + \frac{2}{2} = 2x + \frac{4}{3}$ teremos:

$$x + \frac{2}{2} = 2x + \frac{4}{3} \Leftrightarrow -\frac{2}{3} + \frac{2}{3} = 2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + \frac{4}{3} \Leftrightarrow \frac{-2+2}{3} = \frac{-4+4}{3} \Leftrightarrow \frac{0}{3} = \frac{0}{3} \Leftrightarrow 0=0 \quad , \quad \text{assim;}$$

$x = -\frac{2}{3}$ é solução da equação dada. Logo a) (X)

b) $x = 2$ é raiz de $x(x-1)=3$ ()

Substituindo x por 2 na equação $x(x-1)=3$, teremos que:

$x(x-1)=3 \Leftrightarrow 2 \cdot (2-1)=3 \Leftrightarrow 4-2=3 \Leftrightarrow 2=3$, então, $x=2$ não é solução da equação dada. Logo b) ()

c) $x=5$ é raiz ou solução de $x + \frac{x}{2} = 2\left(x - \frac{x}{2}\right)$

Substituindo x por 5 na equação dada teremos que:

$x + \frac{x}{2} = 2 \cdot \left(x - \frac{x}{2}\right) \Leftrightarrow 5 + \frac{5}{2} = 2 \cdot \left(5 - \frac{5}{2}\right) \Leftrightarrow \underset{(2)}{\frac{5}{1}} + \underset{(1)}{\frac{5}{2}} = 10 - 2 \cdot \frac{5}{2} \Leftrightarrow \frac{5+5}{2} = \frac{10}{1} - \underset{(2)}{\frac{5}{1}} \Leftrightarrow \frac{10}{2} = \frac{10-5}{2} \Leftrightarrow \frac{10}{2} = \frac{5}{2}$
(F). Então, $x = 5$ não é solução da equação dada. Logo, c) ()

Ótimo, caro estudante. Se terminou com sucesso a resolução dos exercícios das actividades de verificação, então passe ao estudo da lição seguinte. Caso não, estude novamente o texto e refaça as actividades desta lição.

LIÇÃO Nº 3: RESOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES LINEARES DO

TIPO $ax + b = 0$



INTRODUÇÃO

Caro estudante, terminado com sucesso o estudo da lição anterior, tratemos da resolução de uma equação linear escritas na forma $ax + b = 0$ sem denominador.

Mãos à obra!



OBJECTIVOS DA LIÇÃO

Ao terminar o estudo desta lição, o estimado estudante deverá ser capaz de:

- ✓ Identificar as equações lineares escritas na forma $ax + b = 0$;
- ✓ Resolver as equações lineares escritas na forma $ax + b = 0$, sem denominador, e;
- ✓ Resolver as equações Lineares escritas na forma $ax + b = 0$, com denominador;



Para a melhor compreensão desta lição necessitas de estudar 60 minutos.

Caro estudante, comecemos o estudo desta lição resolvendo exercícios de revisão.

1. Dadas as seguintes equações: $2x + 4 = 0$, $3x - 5 = 2x - 3$, $\frac{x}{3} - \frac{2}{3} = 0$, $\frac{3x}{2} = 3$.

$3x - 2 = 0$, $3x - 4 = 6x - 8$, $\frac{2x}{3} + 2 = 0$, e $\frac{x-1}{3} - 2 = 2x - 1$ passe para o seu caderno de exercícios aquelas que estão escritas na forma.

a) $ax + b = 0$, sem denominador.

b) $ax + b = 0$, com denominador

Isso mesmo, amigo estudante. Você acertou ao transcrever para o seu caderno de exercícios as seguintes equações:

a) $2x + 4 = 0$ e $3x - 2 = 0$

b) $\frac{x}{3} - \frac{2}{3} = 0$ e $\frac{2x}{3} + 2 = 0$

Já que o estimado estudante conhece as equações lineares escritas na forma $ax + b = 0$, tratemos da sua resolução.

2.3.1. Resolução de equações lineares escritas na forma $ax + b = 0$ sem denominador

Resolver uma equação significa determinar os números racionais que a transformam numa igualdade verdadeira, isto é; determinar a (s) sua (s) solução (ões).

A título de exemplo, vamos resolver a equação seguinte:

$$2x + 4 = 0$$

Veja amigo estudante que a equação dada consta de dois membros: $2x + 4$ e 0 . O primeiro membro tem dois termos, um dos quais tem a variável x e o outro não tem nenhuma variável.

Ao termo que contém variável x , chamaremos *termo em x* . Ao termo sem variável chamaremos termo independente.

Assim em, $2x + 4 = 0$, vamos passar o termo independente para o 2º membro, temos que adicionar ao 1º e ao 2º membros o simétrico do termo independente.

$$2x + 4 = 0 \Leftrightarrow 2x + 4 - 4 = 0 - 4 \Leftrightarrow 2x = -4$$

De $2x = -4$, percebe-se que ao passar o termo independente para o segundo membro, este muda de sinal; neste caso, de sinal positivo para o sinal negativo.

A seguir, vamos isolar a variável x , passando o 2 ao 2º membro. Para isso temos que dividir o 1º e o 2º membro por 2.

$$2x = -4 \Leftrightarrow \frac{2x}{2} = -\frac{4}{2} \Rightarrow x = -2$$

Para ter certeza do nosso resultado, vamos fazer verificação, substituindo a incógnita x por -2 na equação $2x + 4 = 0$.

$$2x + 4 = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot (-2) + 4 = 0 \Leftrightarrow -4 + 4 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0 \text{ (V)}.$$

Logo $x = -2$ é realmente a solução ou raiz de da equação $2x + 4 = 0$.

Amigo estudante, sempre que resolver uma equação deverá verificar o resultado encontrado na sua folha de rascunho.

Para ver se entendeu a matéria que estamos a tratar, resolva a equação $3x - 2 = 0$.

$$3x - 2 = 0 \Leftrightarrow 3x - 2 + 2 = 2 + 2 \Leftrightarrow 3x = 2 \Leftrightarrow \frac{3x}{3} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$$

Você entendeu que para resolver esta equação tivemos que:

- ✓ Passar o termo independente para o 2º membro, adicionando ao 1º e ao 2º membros da equação dada o simétrico do número racional -2 , isto é; o número racional $+2$.

- ✓ Isolar a incógnita x , dividindo o 1º e 2º da equação da pelo factor ou coeficiente da incógnita x , isto é, por 3.

Assim, a raiz da equação $3x - 2 = 0$ é $x = \frac{2}{3}$

Estimado estudante, passemos ao estudo da resolução das equações do tipo $ax + b = 0$, com denominador.

2.3.2. Resolução de equações lineares escritas na forma $ax + b = 0$ com denominador

Preste bastante atenção à resolução das seguintes equações:

$\frac{x}{3} - \frac{2}{3} = 0$ Passemos o termo independente para o segundo membro, adicionando a ambos membros da equação dada o simétrico deste, o racional $+\frac{2}{3}$.

$$\frac{x}{3} - \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = 0 + \frac{2}{3}, \text{ resolvendo esta soma teremos que: } \frac{x}{3} = \frac{2}{3}.$$

Isolando a incógnita x da equação $\frac{x}{3} = \frac{2}{3}$, através da multiplicação do 1º e do 2º membro pelo denominador da equação, isto é; pelo racional 3 teremos:

$$3 \cdot \frac{x}{3} = 3 \cdot \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{3}{3} \cdot x = \frac{3}{3} \cdot 2 \quad x = 2$$

Simplificando estas fracções obtém-se:

Caro estudante, você pode verificar o resultado do seu cálculo substituindo a

incógnita x por 2 na equação $\frac{x}{3} - \frac{2}{3} = 0$.

$$\text{Ora vejamos: } \frac{x}{3} - \frac{2}{3} = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{3} - \frac{2}{3} = 0 \Leftrightarrow 0 = 0 \quad (V)$$

Isso mesmo querido estudante. Vamos resolver a equação seguinte, para ver se você melhora a compreensão da matéria que estamos a tratar.

$$\frac{2x}{3} + 2 = 0 \Leftrightarrow \frac{2x}{3} + \frac{2}{1} = \frac{0}{1} \Leftrightarrow \frac{2x}{3} + \frac{6}{3} = \frac{0}{3} \Leftrightarrow \frac{2x+6}{3} = \frac{0}{3} \Leftrightarrow 3 \cdot \frac{2x+6}{3} = 3 \cdot \frac{0}{3} \Leftrightarrow$$

$$2x + 6 - 6 = 0 - 6 \Leftrightarrow 2x = -6 \Leftrightarrow \frac{2x}{2} = -\frac{6}{2}$$

$$\Rightarrow x = -3$$

Para resolver esta equação, como você acompanhou; tivemos que:

- ✓ Reduzir todos os termos da equação ao mesmo denominador;
- ✓ Eliminar o denominador da equação, multiplicando todos os seus membros por 3;
- ✓ Passar o termo independente para o 2º membro da equação $2x + 6 = 0$, adicionando a ambos membros o simétrico de +6, e;
- ✓ Isolar a incógnita x, dividindo ambos membros da equação $2x = -6$ por 2.

Ótimo querido estudante, continue o estudo desta lição resolvendo os exercícios das actividades da lição.



ATIVIDADES DA LIÇÃO

Resolva os exercícios das atividades da lição. Boa sorte!

1. Resolva as equações

a) $5x + 6 = 0$ b) $5x - 10 = 0$ c) $x - 6 = 0$

2. Determine as raízes das seguintes equações.

a) $\frac{3x}{4} + 3 = 0$ b) $4x - \frac{1}{2} = 0$ c) $\frac{x}{2} + \frac{2}{3} = 0$

Muito bem amigo estudante, terminou a resolução das atividades da lição?

Consulte as suas respostas na chave seguinte.



CHAVE DE CORRECÇÃO

Confira as suas repostas nesta chave!

$$a) 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow 5x + 6 - 6 = 0 - 6 \Leftrightarrow 5x = -6 \Leftrightarrow \frac{5}{5}x = -\frac{6}{5}$$

$$\Rightarrow x = -\frac{6}{5}$$

$$b) 5x - 10 = 0 \Leftrightarrow 5x - 10 + 10 = 0 + 10 \Leftrightarrow 5x = 10 \Leftrightarrow \frac{5x}{5} = \frac{10}{5}$$

$$\Rightarrow x = 2$$

$$c) x - 6 = 0 \Leftrightarrow x - 6 + 6 = 0 + 6 \Rightarrow x = 6$$

Ótimo! Você percebeu que na resolução dos exercícios desta questão tivemos que:

- ✓ Passar o termo independente para o 2º membro. Para isso adicionamos ao 1º e ao 2º membro da equação dada o simétrico do termo independente, e;
- ✓ Isolar a incógnita, dividindo ambos membros da equação resultante pelo factor ou coeficiente da incógnita.

Amigo estudantes continuemos o nosso estudo resolvendo a questão nº2.

$$a) \frac{3x}{4} + 3 = 0 \Leftrightarrow \frac{3x}{4} + \frac{3}{1} = \frac{0}{1} = \frac{3x}{4} + \frac{12}{4} = \frac{0}{4} \Leftrightarrow \frac{3x+12}{4} = \frac{0}{12} \Leftrightarrow 3x+12=0$$

$$\Leftrightarrow 3x+12-12=0-12 \Leftrightarrow 3x=-12 \Leftrightarrow \frac{3x}{3} = -\frac{12}{3} \Rightarrow x=-4$$

$$b) 4x - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow \frac{4x}{\underset{(2)}{1}} - \frac{1}{\underset{(1)}{2}} = \frac{0}{\underset{(2)}{1}} \Leftrightarrow \frac{4x-1}{4} = \frac{0}{4} \Leftrightarrow 4x-1=0 \Leftrightarrow 4x-1+1=0+1 \Leftrightarrow 4x=1 \Leftrightarrow \frac{4x}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{4}$$

$$c) \frac{x}{2} + \frac{2}{3} = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{\underset{(3)}{2}} + \frac{2}{\underset{(2)}{3}} = \frac{0}{\underset{(6)}{1}} \Leftrightarrow \frac{3x}{6} + \frac{4}{6} = \frac{0}{6} \Leftrightarrow \frac{3x+4}{6} = \frac{0}{6} \Leftrightarrow 3x+4=0 \Leftrightarrow 3x=-4$$

$$\Rightarrow x = -\frac{4}{3}$$

O caro estudante, entendeu que para resolver os exercícios desta questão tivemos que:

- ✓ Reduzir todos os termos das equações dadas ao mesmo denominador;
- ✓ Desembaraçar do denominador multiplicando os membros da equação resultante pelo denominador desta;
- ✓ Passar o termo independente, em cada equação resultante para o 2º membro, e;
- ✓ Dividir a equação resultante pelo factor ou coeficiente desta.

Ora bem, acertou todas as questões das actividades de verificação? Se a resposta é sim, então passe ao estudo da lição seguinte. Caso não, estude novamente o texto e refaça as actividades com a ajuda dos seus colegas ou do seu tutor.

LIÇÃO Nº 4: RESOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES ESCRITAS NA

FORMA $ax + d = kx + c$



INTRODUÇÃO

Estimado estudante, continuemos a tratar da resolução das equações lineares ou do 1º grau. Nesta lição vamos estudar a resolução das equações escritas na forma $ax = b$ na forma $ax + d = kx + c$



OBJECTIVOS DA LIÇÃO

Ao terminar o estudo desta lição, você deverá ser capaz de:

- ✓ Resolver as equações lineares escritas na forma $ax = b$, sem ou com denominador;
- ✓ Determinar as equações lineares escritas na forma $ax + d = kx + c$, sem denominador, e;
- ✓ Encontrar as raízes ou soluções das equações lineares escritas na forma $ax + d = kx + c$, com denominador



Para a melhor compreensão desta lição necessitas de estudar 60 minutos.

Amigo estudante, comecemos a nossa aula resolvendo alguns exercícios de revisão.

1. Resolva as equações:

- a) $6x = 30$ b) $5x + 10 = 5$ c) $4x - 5 = 7$

Preste muita atenção!

$$\text{a) } 6x = 30 \Leftrightarrow \frac{6x}{6} = \frac{30}{6} \Rightarrow x = 5$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 5x + 10 = 5 &\Leftrightarrow 5x + 10 - 10 = 5 - 10 \Leftrightarrow 5x = -5 \Leftrightarrow \frac{5x}{5} = -\frac{5}{5} \\ &\Rightarrow x = -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 4x - 5 = 7 &\Leftrightarrow 4x - 5 + 5 = 7 + 5 \Leftrightarrow 4x = 12 \Leftrightarrow \frac{4x}{4} = \frac{12}{4} \\ &\Rightarrow x = 3 \end{aligned}$$

Muito bem, amigo estudante. Continue o seu estudo da lição, preste atenção à resolução das equações escritas na forma $ax + d = kx + c$. Vamos a isso!

3.4.1. Resolução das equações escritas na forma $ax + d = kx + c$

Tomemos como exemplo a seguinte equação:

$$3x - 5 = 5x + 3$$

Começamos a resolução desta equação agrupando os termos em x no 1º membro. Assim vamos adicionar a ambos membros da equação o simétrico de $5x$, isto é; o $-5x$.

$$\begin{aligned} 3x - 5 = 5x + 3 &\Leftrightarrow 3x + 5x - 5 = 5x - 5x + 3, \text{ adicionando os termos em } x \text{ em cada} \\ \text{membro ficaremos com } -2x - 5 = 3, &\text{ pois } 3x - 5x = (3 - 5)x = -2x \text{ e} \\ 5x - 5x = (5 - 5)x = 0x = 0. \end{aligned}$$

Continuemos adicionando a ambos membros da equação $-2x - 5 = 3$ o simétrico de -5 , isto é o 5 . A nossa intenção neste passo é passar o termo independente para o 2º membro. Assim teremos:

$$-2x - 5 = 3 - 2x - 5 + 5 = 3 + 5 \Leftrightarrow -2x = 8.$$

Terminemos a resolução dividindo ambos membros da equação $-2x=8$, pelo factor ou coeficiente de $-2x$, ou seja por -2 .

$$\frac{-2x}{-2} = \frac{8}{-2} \Rightarrow x = -4$$

Recorde-se que:

$$\checkmark \quad +(+)=+ \quad -(-)=+ \quad +(-)=- \quad -(+)= -,$$

$$\checkmark \quad - \cdot (-) = + \cdot (+) = + \quad - \cdot (+) = + \cdot (-) = -$$

$$\checkmark \quad - \div (-) = + \div (+) = + \quad - \div (+) = + \cdot (-) = -$$

Ótimo, bom estudante; vamos tratar da resolução de equações escritas na forma $ax + d = kx + c$ com denominador.

Tomemos, como exemplo a equação: $\frac{2x}{3} - 1 = \frac{x}{2} + \frac{2}{3}$

Preste atenção. Começamos reduzindo todos os seus termos ao mesmo denominador.

$$\frac{2x}{3} - 1 = \frac{x}{2} + \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{2x}{\underset{(2)}{3}} - \frac{1}{\underset{(6)}{1}} = \frac{x}{\underset{(3)}{2}} + \frac{2}{\underset{(2)}{3}} \Leftrightarrow \frac{4x}{6} - \frac{6}{6} = \frac{3x}{6} + \frac{4}{6} \Leftrightarrow \frac{4x-6}{6} = \frac{3x+4}{6}$$

Desembaracemo-nos do denominador uma vez para que duas fracções com o mesmo denominador sejam iguais é necessário que os numeradores também sejam iguais. Assim teremos a equação: $4x - 6 = 3x + 4$

Vamos resolvê-la passando os termos independente para o 2º membro e os termos em x para o 1º membro.

$$4x - 6 = 3x + 4 \Leftrightarrow 4x - 3x - 6 = 3x - 3x + 4 \Leftrightarrow x - 6 = 4 \Leftrightarrow x - 6 + 6 = 4 + 6 \\ \Rightarrow x = 10$$

Ora muito bem querido estudante. Veja se consegue resolver a

equação: $\frac{x}{5} - \frac{x}{2} + \frac{2}{5} = \frac{4x}{5} + 0,4$

Vamos imediatamente à resolução:

$$\frac{x}{5} - \frac{x}{2} + \frac{2}{5} = \frac{4x}{5} + 0,4 \Leftrightarrow \frac{x}{\underset{(2)}{5}} - \frac{x}{\underset{(5)}{2}} + \frac{2}{\underset{(2)}{5}} = \frac{4x}{\underset{(2)}{5}} + \frac{4}{10} \Leftrightarrow \frac{2x - 5x + 2}{10} = \frac{4x + 4}{10}$$
$$\Leftrightarrow 2x - 5x + 2 = 4x + 4 \Leftrightarrow -3x + 2 = 4x + 4 \Leftrightarrow -3x - 4x = 4 - 2 \Leftrightarrow -7x = 2$$
$$\Rightarrow x = -\frac{2}{7}$$

Exacto! Para resolver esta equação do 1º grau tivemos que:

- ✓ Reduzir todos os termos da equação ao mesmo denominador;
- ✓ Desembaraçar do denominador;
- ✓ Passar os termos em x para o 1º membro e os termos independentes para o 2º membro, e;
- ✓ Efectuar as respectivas operações.

Estimado estudante, terminado do texto desta lição, realize as actividades da lição propostas a seguir.



ACTIVIDADES DA LIÇÃO

Resolva os seguintes exercícios e veja se você entendeu a matéria tratada nesta lição. Faça-o com bastante atenção.

1. Marque com X a alternativa correcta em relação à solução de uma equação em Q.

a) 2 é solução da equação: $3x - 3 = 5x - 11$ ()

b) A solução da equação $\frac{x}{2} + 3x + 1 = 2x - \frac{2x}{3} + 3$ é -1 ()

c) Todas as alternativas anteriores são falsas ()

2. Resolva as seguintes equações.

a) $2x - 3x + 2 = 12 - 6x$

b) $\frac{2x}{3} + x - \frac{1}{3} = \frac{3x}{4} + \frac{x}{2} - \frac{1}{4}$

Caro estudante, se já terminou a resolução dos exercícios das actividades da lição, então confira as suas respostas na chave que se apresenta a seguir.



CHAVE DE CORRECÇÃO

Isso mesmo, amigo estudante! Confira agora as suas respostas nesta chave.

$$3x - 3 = 5x - 11 \Leftrightarrow 3x - 5x = -11 + 3 \Leftrightarrow -2x = -8 \Leftrightarrow x = \frac{-8}{-2}$$

$$\Rightarrow x = 4$$

a) ()

$$b) \frac{x}{2} + 3x + 1 = 2x - \frac{2x}{3} + 3 \Leftrightarrow \frac{x}{2} + \frac{3x}{1} + \frac{1}{1} = \frac{2x}{1} - \frac{2x}{3} + \frac{3}{1} \Leftrightarrow \frac{3x + 18x + 6}{6} = \frac{12x - 4x + 18}{6}$$

$$\Leftrightarrow 3x + 18x + 6 = 12x - 4x + 18 \Leftrightarrow 21x + 6 = 8x + 16 \Leftrightarrow 21x - 8x = 18 - 6 \Leftrightarrow 13x = 12$$

$$\Rightarrow x = \frac{12}{13}$$

b) ()

c) (X)

Exacto caro estudante, para verificar se são correctas ou falsas as alternativas desta questão tivemos que resolver as respectivas equações. Mas também podíamos ter feito a substituição da incógnita (x) em cada alternativa pelo respectivo valor.

a)

$$\frac{2x}{3} + x - \frac{1}{3} = \frac{3x}{4} + \frac{x}{2} - \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{2x}{3} + \frac{x}{1} - \frac{1}{3} = \frac{3x}{4} + \frac{x}{2} - \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{8x}{12} + \frac{12x}{12} - \frac{4}{12} = \frac{9x}{12} + \frac{6x}{12} - \frac{3}{12}$$

$$\Leftrightarrow \frac{8x + 12x - 4}{12} = \frac{9x + 6x - 3}{12} \Leftrightarrow 8x + 12x - 4 = 9x + 6x - 3 \Leftrightarrow 20x - 4 = 15x - 3$$

$$\Leftrightarrow 20x - 15x = -3 + 4 \Leftrightarrow 5x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{5}$$

Ótimo! Se acertou em todas as questões das actividades da lição, então passe ao estudo da lição seguinte. Caso não, estude novamente o texto e refaça as actividades propostas com a ajuda dos seus colegas ou do tutor.

LIÇÃO Nº 5: RESSOLUÇÃO DE EQUAÇÕES LINEARES COM PARENTESES E PRINCÍPIOS DE EQUIVALÊNCIA DAS EQUAÇÕES



INTRODUÇÃO

Muito bem, querido estudante. continuemos o nosso estudo tratando da resolução das equações lineares que contêm parentesis. Vamos ainda, resumir a resolução das equações lineares apresentando os princípios da equivalência das equações.



OBJECTIVOS DA LIÇÃO

Ao terminar o estudo desta lição você deverá ser capaz de:

- ✓ Resolver uma equação linear contendo parentesis;
- ✓ Enunciar os princípios de equivalência das equações, e;
- ✓ Aplicar os princípios de equivalência na resolução das equações lineares.



Para a melhor compreensão desta lição necessitas de estudar 90 minutos.

Comecemos o estudo do texto desta lição, como sempre; resolvendo alguns exercícios de revisões. Amigo estudante, preste bastante atenção.

1. Determine a solução de cada uma das equações.

$$\text{a) } 5x - 0,5 + \frac{x}{2} = 0 \quad \text{b) } x - 0,4 + \frac{x}{2} = 2x - \frac{x}{5} + 0,8$$

Vamos imediatamente a isso.

$$\begin{aligned} 5x - 0,5 + \frac{x}{2} = 0 &\Leftrightarrow \frac{5x}{1} - \frac{5}{10} + \frac{x}{2} = \frac{0}{1} \Leftrightarrow \frac{5x}{1} - \frac{5}{10} + \frac{x}{2} = \frac{0}{1} \Leftrightarrow \frac{50x}{10} - \frac{5}{10} + \frac{5x}{10} = \frac{0}{10} \\ \text{a) } &\Leftrightarrow \frac{50x - 5 + 5x}{10} = \frac{0}{10} \Leftrightarrow 50x - 5 + 5x = 0 \Leftrightarrow 50x + 5x = 55x = 5 \\ &\Rightarrow x = \frac{5}{55} \Leftrightarrow x = \frac{1}{11} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x - 0,4 + \frac{x}{2} &= 2x - \frac{x}{5} + 0,8 \Leftrightarrow x - \frac{4}{10} + \frac{x}{2} \Leftrightarrow 2x - \frac{x}{5} + \frac{8}{10} \Leftrightarrow \frac{x}{(10)} - \frac{4}{(1)} + \frac{x}{(5)} = \frac{2x}{(10)} - \frac{x}{(2)} + \frac{8}{(1)} \\
 \Leftrightarrow \frac{10x}{10} - \frac{4}{10} + \frac{5x}{10} &= \frac{20x}{10} - \frac{2x}{10} + \frac{8}{10} \Leftrightarrow \frac{10x - 4 + 5x}{10} = \frac{20x - 2x + 8}{10} \\
 \Leftrightarrow 10x - 4 + 5x &= 20x - 2x + 8 \quad 15x - 4 = 18x + 8 \Leftrightarrow 15x - 18x = 8 + 4 \Leftrightarrow -3x = 12 \\
 \Rightarrow x &= \frac{12}{-3} = -4 \Leftrightarrow x = -4
 \end{aligned}$$

O amigo estudante percebeu que para resolver qualquer uma destas equações tivemos que:

- ✓ Reduzir os termos de cada equação ao mesmo denominador;
- ✓ Desembaraçar do denominador em cada uma das equações dadas;
- ✓ Passar os termos em x para o 1º membro e os termos independentes para o 2º membro, e;
- ✓ Efectuar as operações envolvidas em cada equação.

2.5.1. Resolução de equações lineares com parentesis e sem denominador

Tomemos como exemplos a seguinte equação;

$$3 \cdot (2x - 3) = 2 \cdot (x + 3)$$

Iniciemos a resolução desta equação desembaraçando de parentesis. Para isso temos que aplicar a propriedade distributiva da multiplicação de números racionais. Mãos à obra!

$$3 \cdot (2x - 3) = 2 \cdot (x + 3) \Leftrightarrow 6x - 9 = 2x + 6$$

Para isso, passemos os termos em x para o 1º membro adicionando a ambos membros da equação o simétrico de 2x, isto é; o -2x.

$$6x - 9 = 2x + 6 \Leftrightarrow 6x - 2x - 9 = -2x + 2x + 6 \Leftrightarrow 4x - 9 = 6$$

Passemos os termos independentes para o 2º membro, adicionando a ambos membros de $4x - 9 = 6$ o simétrico de -9, isto é; o racional 9.

$$4x - 9 + 9 = 6 + 9 \Leftrightarrow 4x = 15$$

Agora vamos isolar a incógnita x , dividindo ambos membros da equação $4x = 15$ pelo coeficiente ou factor de x , isto é; por 4.

$$4x = 15 \Leftrightarrow \frac{4x}{4} = \frac{15}{4} \Rightarrow x = \frac{15}{4} \text{ , como podemos ver a solução da equação}$$

$$3 \cdot (2x - 3) = 2 \cdot (x + 3) \text{ é}$$

$$x = \frac{15}{4}$$

2.5.2. Resolução de equações com parentesis e denominadores

Tomemos para exemplificação a equação: $\frac{2 \cdot (3x + 2)}{4} - 4 = 0$

Então, vamos a isso! Começemos reduzindo todos os termos ao mesmo denominador.

$$\frac{2 \cdot (3x + 2)}{4} - 4 = 0 \Leftrightarrow \frac{2 \cdot (3x + 2)}{4} - \frac{4}{1} = \frac{0}{1} \Leftrightarrow \frac{2 \cdot (3x + 2)}{4} - \frac{16}{4} = \frac{0}{4} \Leftrightarrow \frac{2 \cdot (3x + 2) - 16}{4} = \frac{0}{4}$$

A seguir, vamos desembaraçar ou desfazer-nos do denominador, uma vez que para que duas fracções com o mesmo apenas serão iguais se tiverem o mesmo denominador.

$$\frac{2 \cdot (3x + 2) - 16}{4} = \frac{0}{4} \Leftrightarrow 2 \cdot (3x + 2) - 16 = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot (3x + 2) - 16 = 0$$

No passo seguinte, temos que desfazer-nos ou desembaraçar do denominador. Para tanto apliquemos a propriedade distributiva da multiplicação.

$$2 \cdot (3x + 2) - 16 = 0 \Leftrightarrow 6x + 4 - 16 = 0$$

Caro estudante, continuemos a resolução desta equação passando os termos independentes para o 2º membro. Para isso temos que adicionar a ambos membros da equação os simétricos de 4 e -16, isto é; os racionais -4 e 16.

$$6x + 4 - 4 - 16 + 16 = -4 + 16 \Leftrightarrow 6x = 12$$

Agora isolemos a incógnita x , dividindo ambos membros da equação pelo factor ou coeficiente de x , ou seja; por 6.

$$6x = 12 \Leftrightarrow \frac{6x}{6} = \frac{12}{6} \Rightarrow x = 2$$

Com podemos ver a solução da equação dada é $x = 2$

Das actividades realizadas até a este momento podemos extrair algumas regras de resolução de equações e resumi-las em dois princípios denominados Princípios de equivalência das equações. Caro estudantes, mas o são equações equivalentes?

Duas ou mais equações dizem-se equivalente se elas admitem as mesmas raízes ou soluções. O símbolo da relação da equivalência é “ \Leftrightarrow ”.

2.5.3. Princípio de equivalência de equações

Caro estudante, a seguir vamos ao conteúdo dos princípios da equivalência. Por isso, preste bastante atenção.

1º Adicionando algebricamente a ambos membros de uma equação o mesmo número racional diferente de zero (0), obtém-se uma equação equivalente.

Assim por exemplo:

$$6x + 4 - 4 - 16 + 16 = -4 + 16 \Leftrightarrow 6x = 12$$

2º Multiplicando ou dividindo ambos membros de uma equação o mesmo número racional diferente de zero (0), obtém-se uma equação equivalente.

Assim por exemplo:

$$6x = 12 \Leftrightarrow \frac{6x}{6} = \frac{12}{6} \Rightarrow x = 2$$

Ótimo amigo estudante, terminado o estudo do texto desta lição convidamo-lo a passar para a realização das actividades da lição. Mãos à obra!



ACTIVIDADES DE LIÇÃO

Amigo, agora resolva os seguintes exercícios das actividades de lição.

1. Marque com X a alternativa verdadeira em relação à solução da equação

$$\frac{2 \cdot (x - 2)}{3} = \frac{2}{3}.$$

- a) A solução da equação dada é -3. ()
- b) o número racional 3 é solução desta equação. ()
- c) Nem -2 nem 2 são soluções desta equação. ()

2. Determine as soluções de cada uma das equações seguintes:

a) $2 \cdot (x + 1) + 6x = 18$

b) $\frac{5 \cdot (x - 1)}{3} - x + 2 = \frac{3 \cdot (2x - 2)}{6}$

Agora passe à chave de correcção e confira as suas respostas.



CHAVE DE CORRECÇÃO

$$\frac{2 \cdot (x - 2)}{3} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow 2 \cdot (x - 2) = 2 \Leftrightarrow 2x - 4 = 2 \Leftrightarrow 2x - 4 + 4 = 2 + 4 \Leftrightarrow 2x = 6 \Leftrightarrow \frac{2x}{2} = \frac{6}{2} \Rightarrow x = 3$$

.

- a). () b) (X) c) ()

2. a)

$$\begin{aligned} 2 \cdot (x+1) + 6x = 18 &\Leftrightarrow 2x + 2 + 6x = 18 \Leftrightarrow 2x + 2 - 2 + 6x = 18 - 2 \Leftrightarrow 2x + 6x = 16 \\ &\Leftrightarrow 8x = 16 \Leftrightarrow \frac{8x}{8} = \frac{16}{8} \Rightarrow x = 2 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} \frac{5 \cdot (x-1)}{3} - x + 2 &= \frac{3 \cdot (2x-2)}{6} \Leftrightarrow \frac{5 \cdot (x-1)}{\underset{(2)}{3}} - \frac{x}{\underset{(6)}{1}} + \frac{2}{\underset{(6)}{1}} = \frac{3 \cdot (2x-2)}{\underset{(1)}{6}} \Leftrightarrow \frac{10 \cdot (x-1)}{6} - \frac{6x}{6} + \frac{12}{6} = \frac{3 \cdot (2x-2)}{6} \\ &\Leftrightarrow 10 \cdot (x-1) - 6x + 12 = 3 \cdot (2x-2) \Leftrightarrow 10x - 10 + 6x + 12 = 6x - 6 \Leftrightarrow 10x + 6x - 6x - 10 + 12 = -6 \\ &\Leftrightarrow 10x - 12x + 2 = -6 \Leftrightarrow -2x = -2 - 8 \Leftrightarrow -2x = -8 \Leftrightarrow \frac{-2x}{-2} = \frac{-8}{-2} \Rightarrow x = 4 \end{aligned}$$

Ora bem, se terminou com sucesso a resolução das actividades de verificação, então passe ao estudo da lição seguinte. Caso não estude novamente o texto e resolva as actividades propostas consultando a quem você quiser.

LIÇÃO Nº6: CLASSIFICAÇÃO DAS EQUAÇÕES LINEARES



INTRODUÇÃO

Estimado estudante, vamos continuar o estudo das equações lineares tratando da sua classificação, baseando-nos na natureza da sua solução. Nesta lição,

havemos de aprender que as equações lineares podem ser possíveis ou impossíveis. As equações possíveis podem ser determinadas ou indeterminadas.



OBJECTIVOS DA LIÇÃO

Ao terminar o estudo desta lição você deverá ser capaz:

- ✓ Resolver diversas equações;
- ✓ Classificar as equações conforme a natureza da sua solução.



Para a melhor compreensão desta lição necessitas de estudar 60 minutos.

Caro estudante, comecemos o estudo da nossa lição resolvendo exercícios de revisões.

1. Resolva a equação

$$a) 3x + 1 = 4 + 3x. \quad b) 2x + 10 = 14 \quad c) x + 4 + 2x - 1 = 3x + 3$$

Preste bastante atenção.

$$a) 3x + 1 = 4 + 3x$$

$$3x - 3x = 4 - 1$$

$$0x = 3$$

Não existe nenhum número que multiplicado por zero é igual a 3. Portanto, esta equação não tem solução. Nesta situação, diz-se que a **equação é impossível**.

2.6.1. Classificação das equações

Amigo estudante, continue o estudo da lição resolvendo a b).

$$b) 2x + 10 = 14$$

$$2x = 14 - 10$$

$$2x = 4$$

$$x = 4 : 2$$

$$x = 2$$

A solução desta equação é $x = 2$. O conjunto-solução desta equação é $C.S = \{2\}$

Desta forma diz-se que a equação é **possível determinada**.

Força, amigo estudante. Continue estudando o texto desta lição resolvendo a equação da c).

$$c) x + 4 + 2x - 1 = 3x + 3$$

$$x + 2x + 4 - 1 = 3x + 3$$

$$3x + 3 = 3x + 3$$

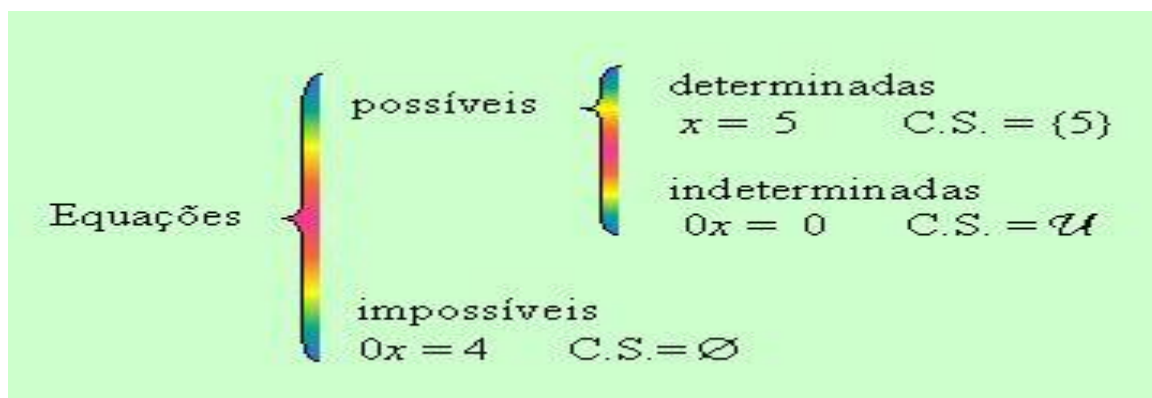
$$3x - 3x = 3 - 3$$

$$0x = 0$$

Qualquer número multiplicado por zero (0) é igual a zero, visto que o zero é elemento absorvente da multiplicação. O conjunto-solução desta equação é o universo, ou seja, o conjunto de todos os números. Representa-se por \mathcal{U} .

Assim, todos os números são soluções desta equação. Nesta situação diz-se que a **equação é possível indeterminada**.

Resumo



Estimados estudante, terminado o estudo do texto desta lição, passe à realizaçãodas actividades da lição.



ACTIVIDADES DA LIÇÃO

Vamos resolver as actividades de verificação e veja se entendeu a matéria tratada nesta lição. Boa sorte!

1. Resolva e classifique cada uma das equações:

a) $7x - x = 2x + 4$

$$b) 2x = 2x + 9$$

$$c) 3 - x = 3$$

$$d) 7x + 3 = 5 - 2x$$

Prezado estudante, já terminou a resolução dos exercícios das actividades da lição? Então confira as suas respostas na chave que se segue.



CHAVE DE CORRECÇÃO

Amigo, vamos a isso! Termine o estudo desta lição conferindo as suas respostas.

$$a) 7x - x = 2x + 4 \Leftrightarrow 7x - x - 2x = 2x - 2x + 4 \Leftrightarrow 7x - 4x = 4 \Leftrightarrow 4x = 4 \Leftrightarrow \frac{4x}{4} = \frac{4}{4}$$

$$\Rightarrow x = 1$$

Esta admite pelo menos uma solução, $x=1$; por isso ela é uma equação possível e determinada

$$2x = 2x + 9 \Leftrightarrow 2x - 2x = 2x - 2x + 9$$

b) $\Rightarrow 0x = 9$

A equação da alternativa b) não admite nenhuma solução, pois todo o número multiplicado por zero (0) é igual a zero (0). Assim ela é uma equação impossível no conjunto dos números racionais.

$$3 - x = 3 \Leftrightarrow 3 - 3 - x = -3 + 3 \Leftrightarrow -x = 0 \Leftrightarrow -x \cdot (-1) = 0 \cdot (-1)$$

c) $\Rightarrow x = 0$

A solução desta equação é $x = 0$. Portanto, ela é uma equação possível e determinada, pois $C.S. = \{0\}$.

$$7x + 3 = 5 - 2x \Leftrightarrow 7x + 2x = 5 - 3 \Leftrightarrow 9x = 2$$

d) $\Rightarrow x = \frac{2}{9}$

A solução desta equação é $x = \frac{2}{9}$. Portanto, ela é uma equação possível e determinada, pois $C.S. = \left\{\frac{2}{9}\right\}$

Ótimo, amigo estudante. Se terminou com sucesso a realização das actividades da lição, então passe ao estudo da lição seguinte. Caso não, faça como nas lições anteriores.

LIÇÃO Nº 7: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS CONDUCENTES ÀS EQUAÇÕES LINEARES



INTRODUÇÃO

Para terminar o estudo das equações lineares, vamos aprender a equacionar e resolver problemas do dia-a-dia.



OBJECTIVOS DA LIÇÃO

Ao terminar o estudo desta lição, você deverá ser capaz de:

- ✓ Resolver equações lineares, e;
- ✓ Equacionar e resolver problemas conducentes às equações lineares



Para a melhor compreensão desta lição necessitas de estudar 60 minutos.

Amigo estudante, como sempre, vamos começar a nossa aula resolvendo algumas equações do 1º grau.

a) $14t - 9 - 3t = 2t + 36$ b) $2(x - 3) - 4x = -3x - 8$ c) $\frac{3x}{2} - \frac{x-10}{8} = \frac{x+1}{4}$

Então querido estudante, não percamos mais tempo.

a) $14t - 9 - 3t = 2t + 36$

$$14t - 9 - 3t = 2t + 36$$

$$14t - 3t - 2t = 36 + 9$$

$$14t - 5t = 45$$

$$9t = 45$$

$$t = 45/9$$

$$t = 5$$

$$S = \{5\}$$

b) $2(x - 3) - 4x = -3x - 8$

$$2x - 6 - 4x = -3x - 8$$

$$2x - 4x + 3x = -8 + 6$$

$$x = -2$$

$$S = \{-2\}$$

c)

$$\frac{3x}{2} - \frac{x-10}{8} = \frac{x+1}{4} \Leftrightarrow \frac{3x}{\underset{(4)}{2}} - \frac{x-10}{\underset{(1)}{8}} = \frac{x+1}{\underset{(2)}{4}} \Leftrightarrow \frac{12x}{8} - \frac{x-10}{8} = \frac{2x+2}{8} \Leftrightarrow 12x - (x-10) = 2x+2$$
$$\Leftrightarrow 12x - x + 10 = 2x + 2 \Leftrightarrow 12x - x - 2x = -10 + 2 \Leftrightarrow 9x = -8 \Rightarrow x = -\frac{8}{9}$$

2.7.1. resolução de problemas conducenes às equações lineares

Caro amigo, muito obrigado, por nos estar a acompanhar bem. Agora vamos resolver o seguinte problema.

O Roberto é aluno da 8ª classe inscrito no CAA da Escola Secundária de Manjacaze. Um dia desses, ele diz aos seus colegas que pensou num número inteiro, adicionou-oa 10 e obteve 24.

Em que número pensou o Roberto?

Ora bem, vamos à interpretação e resolução do problema:

Veja caro estudante que o Roberto diz apenas ter pensado num número. Ele não revela esse número, por isso tanto você quanto nós não o conhecemos. É incógnito, assim representamo-lo pela variável x .

Ele diz que adiciona o número incógnito a 10 e a soma é 24. A questão é; *Qual é o valor de x ?*

Para encontrar o valor de x , temos que exprimir esta situação através da equação: $x + 10 = 24$.

Agora vamos resolver a equação $x + 10 = 24$.

$$x + 10 = 24 \Leftrightarrow x + 10 - 10 = 24 - 10$$
$$\Rightarrow x = 14$$

Então, o número em que o Roberto pensou é 14.

A soma de dois números naturais consecutivos é igual à metade de 46. Quais são esses números?

Ora bem, sejam:

- ✓ x o 1º número.
- ✓ O 2º será $x+1$, e;
- ✓ A soma é igual à $\frac{46}{2}$
- ✓ Quais são esses números?

A equação deste problema é: $x + (x+1) = \frac{46}{2}$

Para encontrar esses números temos que resolver esta equação.

$$x + (x+1) = \frac{46}{2} \Leftrightarrow \underset{(2)}{\frac{x}{1}} + \underset{(2)}{\frac{x+1}{1}} = \underset{(1)}{\frac{46}{2}} \Leftrightarrow \frac{2x}{2} + \frac{2(x+1)}{2} = \frac{46}{2} \Leftrightarrow 2x + 2 \cdot (x+1) = 46 \Leftrightarrow 2x + 2x + 2 = 46$$
$$4x = 46 - 2 \Leftrightarrow 4x = 44 \Leftrightarrow \frac{4x}{4} = \frac{44}{4} \Rightarrow x = 11$$

O 1º número é 11 e o 2º número é $x + 1 = 11 + 1 = 12$

Estimado estudante, terminado o estudo do texto desta lição, passe à realização das actividades da lição.



ACTIVIDADES DE LIÇÃO

Vamos resolver as seguintes exercícios e verificar se você entendeu a matéria tratada no texto desta lição.

1. Marque com x a alternativa correcta em relação à equação de cada problema.

a) A soma de três números inteiros consecutivos é nula. Quais são esses números?

A: $x + (x + 1) + (x + 2) = 0$ ()

B: $x + (x - 1) + (x - 2) = 0$ ()

C: $x + (x + 1) + (x + 2) = 1$ ()

b) A soma das idades de André e da Georgina é 22. Descubra a idade de cada um deles sabendo que André é 4 anos mais velho que a Georgina.

A: $x + (x + 4) = 22$ ()

B: $x + (x - 4) = 22$ ()

C: $x - (x - 4) = 22$ ()

c) A diferença entre o triplo de um número inteiro e a sua metade é igual a 10. Qual é esse número inteiro?

A: $3x + \frac{x}{2} = 10$ ()

B: $2x - \frac{x}{3} = 10$ ()

C: $3x - \frac{x}{2} = 10$

2. A soma da minha idade com a do meu pai é 56. Calcular do meu pai sabendo que a idade dele é o triplo da minha menos 8 anos

3. Um número inteiro é composto de três algarismos cuja soma é 18. O algarismo das unidades é o dobro do algarismo das centenas e o das dezenas é a soma do das unidades e das centenas. Qual é esse número?

Ótimo, querido estudante. Terminada a resolução dos exercícios das actividades da lição, confira as suas respostas na chave que se segue.



CHAVE DE CORRECÇÃO

Prezado estudante, agora confira as suas respostas e veja se percebeu a matéria tratada nesta lição.

1.

a) A: $x + (x+1) + (x+2) = 0$ (X)

b) A: $x + (x+4) = 22$ (X) e B: $x + (x-4) = 22$ (X)

c) B: $2x - \frac{x}{3} = 10$ (X)

2. A minha idade é x e a do meu pai é $3x-8$. A soma das idades é 56. Assim teremos a equação:

$$\begin{aligned} x + (3x - 8) &= 56 \Leftrightarrow x + 3x - 8 = 56 \Leftrightarrow 4x = 56 + 8 \Leftrightarrow 4x = 64 \Leftrightarrow x = \frac{64}{4} = 16 \\ \Rightarrow x &= 16 \end{aligned}$$

Deste modo, a idade do meu pai é: $3x - 8 = 3 \cdot 16 - 8 = 48 - 8 = 40$

3. Sejam CDU os algarismos que compõem o número de que estamos a procura.

✓ C é o algarismo das centenas;

✓ U é o algarismo das unidades, por isso: $U = 2 \cdot C$, e;

✓ D é o algarismo das dezenas, por isso $D = 2 \cdot C + C$

A equação deste problema será: $C + D + U = 18$

$$C + D + U = 18 \Leftrightarrow C + 2C + 2C + C = 18 \Leftrightarrow 6C = 18 \Rightarrow C = \frac{18}{6} = 3$$

$$C = 3$$

$$U = 2C = 2 \cdot 3 = 6$$

$$D = 2C + C = 2 \cdot 3 + 3 = 6 + 3 = 9$$

Cara amigo, sendo que o número de que estamos a procura apresenta-se na forma CDU, então ele será 396.

Muito bem, querido estudante. Se tiver acertado em todas as questões das actividades da lição, então vá à resolução das actividades da unidade. Caso não, reestudo cuidadosamente todas lições desta unidade e refaça as respectivas actividades consultando livros que tratam das equações lineares, colegas de escola o seu tutor.



ACTIVIDADES DA UNIDADE

Estimado Estudiante, termine o estudo das equações lineares resolvendo os exercícios do teste de fim da unidade e veja se percebeu a matéria tratada nesta unidade.

1. Das seguintes identidades, passe para o seu caderno de exercícios as equações lineares:

$$2+7=9 \quad , \quad 2+x=9 \quad , \quad 2x+7=9-x \quad , \quad x^2=5x-6 \quad , \quad x-\frac{x}{3}+1=2x-5 \quad \text{e}$$

$$3x(x-2)=2x(x+3)$$

2. Verifique se

a) $x=7$ é solução da equação $x+7=9$.

b) $x=0$ é solução da equação $3(x+1)=5(x-3)$

c) $x=-1$ é solução da equação $\frac{2x}{3}-x=\frac{4x}{3}-2x$

3. Equações equivalentes são aquelas que admitem a mesma solução.

Marque com V a alternativa e com F a alternativa falsa.

a) $-x+1=2x-2$ é equivalente a $2-2x=4x-4$ ()

b) $2a-3=a+5$ é equivalente a $\frac{a-1}{2}=\frac{2-a}{3}$ ()

c) $-m+3=-2m+1$ é equivalente a $2m-m=1-3$ ()

4. Encontre a solução de cada uma das equações do 1º grau.

a) $5x-10=0$

b) $3x+6=12$

c) $x-\frac{x}{2}+1=2(x+1)$

5. Resolva as equações seguintes.

a) $-2w+3=2+w+1$

b) $\frac{2x-3}{3}=\frac{3x+2}{2}$

c) $2(3x-2)+\frac{x+1}{2}=2(2x+1)$

6. Classificar cada uma das equações seguintes.

a) $-3x - (x + 1) = 1 - 2x$

b) $1 - 2(x + 5) = -2(x + 1) + 7$

c) $2x - (x - 3) = x + 3$

7. A soma da minha idade e com a do meu pai é 56. Calcular a idade do meu pai sabendo que a idade dele é o triplo da minha menos 8 anos

8. Marque com X a alternativa correcta.

a) 80cm é perímetro de um quadrado cujo lado $l = 2x$. A equação para determinar o valor de x é: $l = 2\text{cm}$

$A: 80 = 4x$ () $B: 90 + 4x = 0$ () $C: 80 + 4x = 0$

9. Determinar o valor de x sabendo que a área de um rectângulo com as dimensões $c = (x + 2)\text{cm}$ e $l = 2\text{cm}$ é igual a área de um outro rectângulo com as dimensões $c = (4x - 1)\text{cm}$ e $l = 2\text{cm}$.

10. O perímetro de um triângulo é 48. A medida dos seus lados é $2x$, $2x + 2$ e $4x + 4$. Quanto mede cada um dos lados deste triângulo.

Estimado estudante, termine o estudo das equações lineares conferindo as suas respostas na chave de correcção que segue.



CHAVE DE CORRECÇÃO

Amigo estudante, agora confira as suas respostas nesta chave.

1. Muito bem, cara estudante. Você acertou ao passar para o seu caderno as seguintes identidades

$$2 + x = 9; \quad 2x + 7 = 9 - x \quad \text{e} \quad x - \frac{x}{3} + 1 = 2x - 5$$

a) $x = 7$

$x + 7 = 9 \Leftrightarrow 7 + 7 = 9 \Leftrightarrow 14 = 9$. (F), portanto $x = 7$ não é solução desta equação.

b) $x = 0$

$3(x + 1) = 5(x - 3) \Leftrightarrow 3(0 + 1) = 5(0 - 3) \Leftrightarrow 3 \cdot 1 = 5 \cdot (-3) \Leftrightarrow 3 = -15$ (F), $x = 0$ não é solução desta equação.

c) $x = -1$

$$\frac{2x}{3} - x = \frac{4x}{3} - 2x \Leftrightarrow \frac{2 \cdot (-1)}{3} - (-1) = \frac{4 \cdot (-1)}{3} - 2 \cdot (-1) \Leftrightarrow -\frac{2}{3} + \frac{1}{1} = -\frac{4}{3} + \frac{2}{1} \Leftrightarrow -\frac{2}{3} + \frac{1}{(1)} = -\frac{4}{3} + \frac{2}{(1)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{-2 + 3}{3} = \frac{-4 + 6}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

(F)

Então, $x = -1$ não é solução desta equação.

3.

a) $-x + 1 = 2x - 2 \Leftrightarrow -x - 2x = -2 - 1 \Leftrightarrow -3x = -3 \Rightarrow x = 1$

$$2 - 2x = 4x - 4 \Leftrightarrow -2x - 4x = -4 - 2 \Leftrightarrow -6x = -6 \Rightarrow x = 1$$

Assim, a) (V)

b) $2a - 3 = a + 5 \Leftrightarrow 2a - a = 5 + 3 \Rightarrow a = 8$

$$\frac{a-1}{2} = \frac{2-a}{3} \Leftrightarrow \frac{a-1}{\underset{(3)}{2}} = \frac{2-a}{\underset{(2)}{3}} \Leftrightarrow \frac{3(a-1)}{6} = \frac{2(2-a)}{6} \Leftrightarrow 3a-3=4-2a \Leftrightarrow 3a+2a=4+3$$

$$\Leftrightarrow 5a=7 \Rightarrow x = \frac{7}{5}$$

Assim, b) (F)

$$c) -m+3=-2m+1 \Leftrightarrow -m+2m=1-3 \Rightarrow m=-2$$

$$2m-m=1-3 \Rightarrow m=-2$$

Assim, c) (V)

4. a)

$$5x-10=0 \Leftrightarrow 5x-10+10=0+10 \Leftrightarrow 5x=10 \Leftrightarrow \frac{5x}{5} = \frac{10}{5}$$

$$\Rightarrow 2$$

b)

$$3x+6=12 \Leftrightarrow 3x+6-6=12-6 \Leftrightarrow 3x=6 \Leftrightarrow \frac{3x}{3} = \frac{6}{3}$$

$$x=2$$

c)

$$x - \frac{x}{2} + 1 = 2(x+1) \Leftrightarrow \frac{x}{\underset{(2)}{1}} - \frac{x}{\underset{(1)}{2}} + \frac{1}{\underset{(2)}{1}} = \frac{2(x-1)}{\underset{(2)}{1}} \Leftrightarrow \frac{2x-x+2}{2} = \frac{4(x-1)}{2} \Leftrightarrow 2x-x+2=4(x-1)$$

$$\Leftrightarrow x+2=4x-4 \Leftrightarrow x-4x+2-2=4x-4x-4-2 \Leftrightarrow -3x=-6 \Leftrightarrow \frac{-3x}{-3} = \frac{-6}{-3} \Rightarrow x=2$$

5. a)

$$-2w+3=2+w+1 \Leftrightarrow -2w-w+3=w-w+3 \Leftrightarrow -3w+3=3 \Leftrightarrow -3w+3-3=3-3 \Leftrightarrow -3w=0$$

$$\frac{-3w}{-3} = \frac{0}{-3} \Rightarrow w=0$$

b)

$$\frac{2x-3}{3} = \frac{3x+2}{2} \Leftrightarrow \frac{2x-3}{\underset{(2)}{3}} = \frac{3x+2}{\underset{(3)}{2}} \Leftrightarrow 2(2x-3) = 3(3x+2) \Leftrightarrow 4x-6 = 9x+6 \Leftrightarrow 4x-9x-6 = 9x-9x+6$$

$$\Leftrightarrow -5x-6 = 6 \Leftrightarrow -5x-6+6 = 6+6 \Leftrightarrow -5x = 12 \Leftrightarrow \frac{-5x}{-5} = \frac{6}{-5} \Rightarrow x = -\frac{6}{5}$$

c)

$$2(3x-2) + \frac{x+1}{2} = 2(2x+1) \Leftrightarrow \frac{2(3x-2)}{\underset{(2)}{1}} + \frac{x+1}{\underset{(1)}{2}} = \frac{2(2x+1)}{\underset{(2)}{1}} \Leftrightarrow 4(3x-2) + x+1 = 4(2x+1) \Leftrightarrow$$

$$12x-8+x+1 = 8x+4 \Leftrightarrow 13x-7 = 8x+4 \Leftrightarrow 13x-8x-7 = 8x-8x+4 \Leftrightarrow 5x-7 = 4 \Leftrightarrow 5x-7+7 = 4+7$$

$$\Leftrightarrow 5x = 11 \Leftrightarrow \frac{5x}{5} = \frac{11}{5} \Rightarrow x = \frac{11}{5}$$

6 a)

$$-3x - (x+1) = 1 - 2x \Leftrightarrow -3x - x - 1 = 1 - 2x \Leftrightarrow -4x - 1 = 1 - 2x \Leftrightarrow -4x + 2x - 1 = 1 - 2x + 2x \Leftrightarrow -2x - 1 = 1$$

$$\Leftrightarrow -2x - 1 + 1 = 1 - 1 \Leftrightarrow -2x = 0 \Leftrightarrow \frac{-2x}{-2} = \frac{0}{-2} \Rightarrow x = 0$$

Então, a equação desta alternativa é possível e determinada, pois C.S = {0}

b)

$$1 - 2(x+5) = -2(x+1) + 7 \Leftrightarrow 1 - 2x - 10 = -2x - 2 + 7 \Leftrightarrow -2x - 9 = -2x + 5 \Leftrightarrow -2x + 2x - 9 = -2x + 2x + 7$$

$$\Leftrightarrow 0x - 9 = 7 \Leftrightarrow 0x - 9 + 9 = 7 + 9 \Leftrightarrow 0x = 16 \Rightarrow 0x = 16$$

Nenhum $x \in \mathcal{Q}$ é raiz ou solução, assim a equação desta alternativa é impossível.

c)

$$2x - (x-3) = x+3 \Leftrightarrow 2x - x + 3 = x+3 \Leftrightarrow x+3 = x+3 \Leftrightarrow x-x = 3-3 \Leftrightarrow 0x = 0$$

Qualquer $x \in \mathcal{Q}$ é solução da equação desta alternativa. Por isso ela é possível e indeterminada.

7.

x é a da minha idade

$3x - 8$ é a idade do meu pai

56 é a soma das nossas idades

$$x + (3x - 8) = 56 \Leftrightarrow x + 3x - 8 = 56 \Leftrightarrow 4x = 64 \Leftrightarrow \frac{4x}{4} = \frac{64}{4} \Rightarrow x = 16$$

Idade do meu pai: $3x - 8 = 3 \cdot 16 - 8 = 48 - 8 = 40$

8. $A: 80 = 4x$ (X) $B: 90 + 4x = 0$ () $C: 80 + 4x = 0$

9.

A Área do 1º rec tângulo é dada pela expressão: $A_1 = C_1 \cdot L_1$ e a área do 2º rectângulo é dada pela expressão $A_2 = C_2 \cdot L_2$

Daqui segue que:

$$\begin{aligned} A_1 = A_2 &\Leftrightarrow C_1 \cdot L_1 = C_2 \cdot L_2 \Leftrightarrow 2 \cdot (x + 2) = 2 \cdot (4x - 1) \Leftrightarrow 2x + 4 = 8x - 2 \Leftrightarrow 2x - 8x + 4 = 8x - 8x - 2 \\ &\Leftrightarrow -6x + 4 = -2 \Leftrightarrow -6x + 4 - 4 = -2 - 4 \Leftrightarrow -6x = -6 \Leftrightarrow \frac{-6x}{-6} = \frac{-6}{-6} \Rightarrow x = 1 \end{aligned}$$

10.

$$P = 48$$

$$l_1 = 2x, \quad l_2 = 2x + 2 \text{ e } l_3 = 2x + 2.$$

$$l_1 = ?, \quad l_2 = ? \text{ e } l_3 = ?$$

$$P = l_1 + l_2 + l_3 \Leftrightarrow 48 = 2x + (2x + 2) + (4x + 4) \Leftrightarrow 2x + 2x + 4x + 2 + 4 = 48 \Leftrightarrow 8x + 6 = 48$$

$$8x + 6 - 6 = 48 - 6 \Leftrightarrow 8x = 42 \Rightarrow x = 5,25$$

$$l_1 = 2x = 2 \cdot 5,25 = 10,5 \text{ cm} \quad l_2 = 2x + 2 = 2 \cdot 5,25 + 2 = 12,5 \text{ cm}$$

$$l_3 = 4x + 4 = 4 \cdot 5,25 + 4 = 25 \text{ cm}$$

BIBLIOGRAFIA:

1. **Nhezê, Ismael:** Livro de matemática 8ª classe.
2. **Paulo, Luís de Nascimento & Muchango, Orlando:** Módulo1 de matemática, 8ª classe, Ensino Secundário à Distância.
3. **Chissico, Paulo & Mondlane, Abel:** Módulo1 de matemática, Curso de Formação de Professores Primários em Exercícios, via Educação à distância.
4. Escola E.B. 2,3 de Quarteira nº2-2008/2009.
5. **Equações: Ficha de trabalho de matemática - 7º ano:** Resolução de problemas conducentes as equações lineares com uma incógnita
6. **Agrupamento de Escolas Pampilhosa - 8º ano (2006/2007):**Fichas de equações sobre equações do 1º grau.