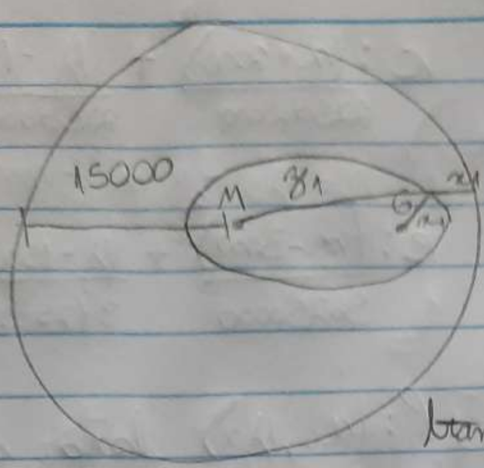
M centro

$r = 15000$

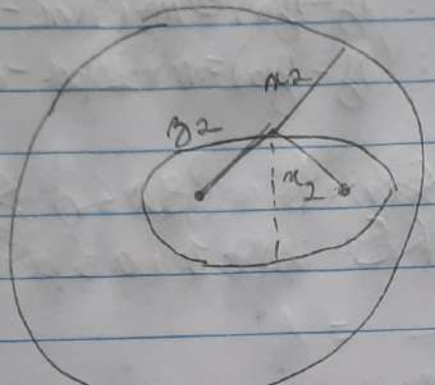
$M = (-2000, 1500)$

$G = (8000, 1500)$



Fórmula geral da Elipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

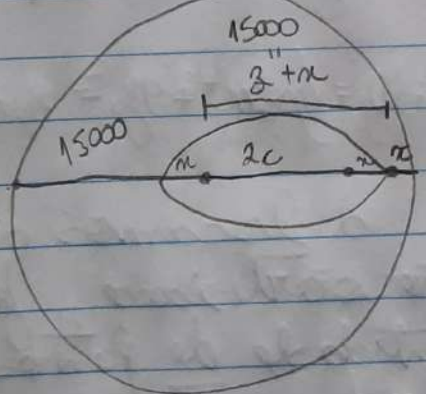
transladada temos $\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1$



$z_1 + x_1 = 15000$

$z_2 + x_2 = 15000$

$z + x = r$, M e G são focos da Elipse



Como $2c = 10000$ pelos pontos e $z + x = 15000$

$2c + x = 2a = 15000$

logo $2a = 15000$

$a^2 = b^2 + c^2$

$a^2 - c^2 = b^2 \Rightarrow 7500^2 - 5000^2 = b^2$

$b = \sqrt{31250000} = 2^2 \cdot 5^4 \cdot \sqrt{5}$

$b = 2500 \cdot \sqrt{5}$

No final obtemos

$$\frac{(x - (\overset{3000}{M_x + c}))^2}{a^2} + \frac{(y - (\overset{1500}{M_y}))^2}{b^2} = 1$$

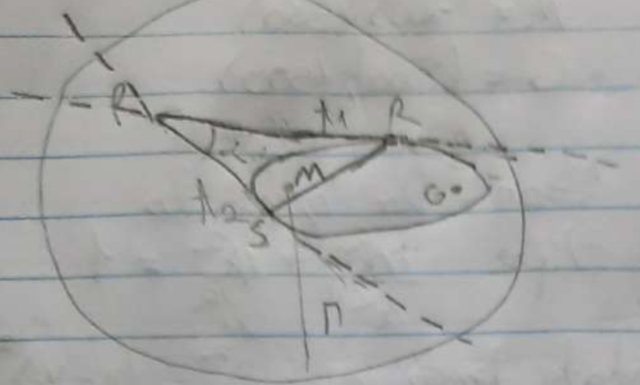
já que $(M_x + c, M_y)$ é o centro da elipse

$$\frac{(x - 3000)^2}{56250000} + \frac{(y - 1500)^2}{31250000} = 1 \to \text{elipse}$$

$M = (-2000, 1500)$

$G = (8000, 1500)$

$r = 15000$



$$c: \frac{(x+2000)^2}{225000000} + \frac{(y-1500)^2}{225000000} = 1$$

$$e: \frac{(x-3000)^2}{56250000} + \frac{(y-1500)^2}{31250000} = 1$$

$P: (x_0, y_0)$ fora de e

e $t_1: (y - y_0) = m_1 (x - x_0)$

$t_2: (y - y_0) = m_2 (x - x_0)$

sendo α o angulo entre t_1 e t_2

podemos encontrar α usando lei dos cossenos no triangulo PRS após achar os pontos de tangencia

$t_1: y = m_1 x + y_0 - m_1 x_0$, $t_2: y = m_2 x + y_0 - m_2 x_0$

Para facilitar os calculos deslocamos a elipse para a origem do plano cartesiano, já que isso não afeta a quantidade de pontos P validos.

Fazendo a nova equação da elipse temos

$$\begin{cases} \dfrac{x^2}{56250000} + \dfrac{y^2}{31250000} = 1 \\ (y - y_0) = m_i (x - x_0) \end{cases}$$

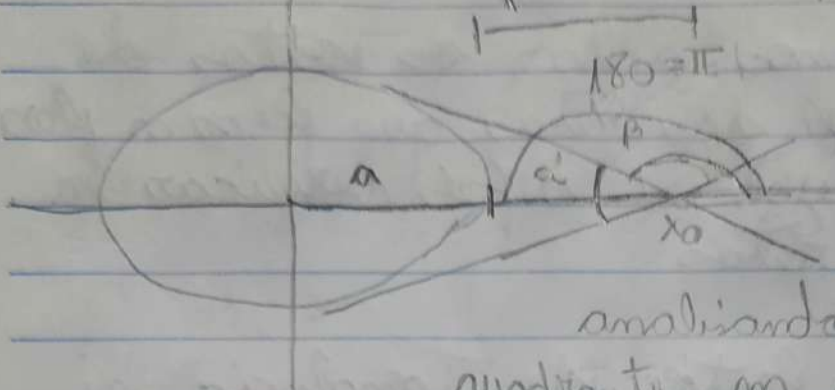
o novo $M = (-5000, 0)$

$G = (5000, 0)$

Centro $= (0, 0)$

Primeiro para calcular os pontos no eixo x, $(x_0, 0)$

pontos $\alpha = 45° = \pi/4$



$180° = \beta + \alpha/2$

$\beta = \pi - \alpha/2$

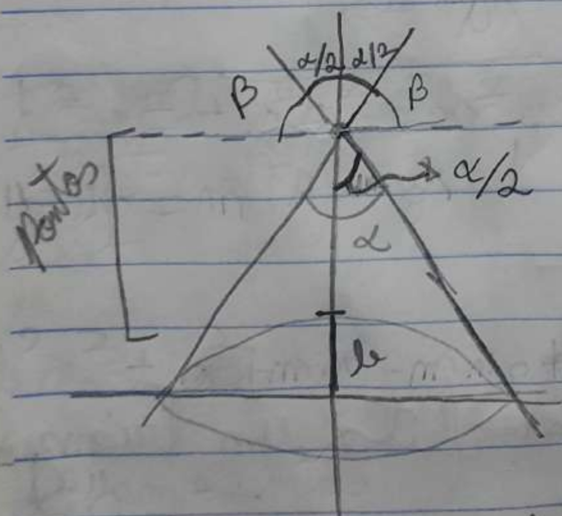
$\beta = \pi - \pi/8$

analisando o primeiro quadrante m da reta tangente é $tg(\beta) = tg(\pi - \alpha/2) = m$

Com o m podemos achar a posição de X_0 usando $X_{0_{MAX}} = \sqrt{a^2 + \frac{b^2}{m^2}}$

o numero de pontos $X_{0_{MAX}} - a$

Agora para o eixo Y $(0, y_0)$.



$m = tg(\beta + \alpha)$ $\quad \pi = \alpha + 2\beta$

$\beta = \dfrac{\pi - \alpha}{2}$

$m = tg\left(\dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\alpha}{2} + \alpha\right) = tg\left(\dfrac{(\pi + \alpha)}{2}\right)$

denovo analisando a reta que tangencia a elipse no primeiro quadrante

então usando a formula achamos y_0

$y_{0_{MAX}} = \sqrt{b^2 + a^2 m^2}$ então o numero de pontos ~~A~~ no eixo é $y_{0_{MAX}} - b$

Por ultimo precisamos calcular os pontos no primeiro quadrante e multiplicar por 4

Para isso precisamos achar os pontos de tangencia na elipse das retas que passam por um ponto $P(x_0, y_0)$ e depois verificar o angulo entre as retas

Para achar os pontos de tangência foi utilizada transformações algebricas de formulas encontradas nas fontes utilizadas onde:

$$\frac{x_{1,2}}{a} = \frac{(x_0/a) \pm (y_0/b)\cdot\sqrt{x_0^2/a^2 + y_0^2/b^2 - 1}}{x_0^2/a^2 + y_0^2/b^2}$$

$$\frac{y_1}{b} = \frac{1 - (x_0/a)\cdot(x_1/a)}{y_0/b}$$

$$\frac{y_2}{b} = \frac{b - (x_0/a)\cdot(x_2/a)\cdot b}{y_0/b}$$

Para achar o angulo foi feito um triangulo e usada a lei dos cossenos.