**8. fejezet - Háromfázisú aszinkron motor matematikai modellezése**

Tartalom

[8.1. A villamos modell közös koordináta-rendszer reprezentációja](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#ch-8.1)

[8.2. A motor mechanikai modellje](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#ch-8.2)

[8.3. Motormodell álló koordináta rendszerben](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#ch-8.3)

[8.4. Motormodell állapotegyenlet reprezentációja forgó és álló koordináta-rendszerben](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#ch-8.4)

[8.5. Mezőorientáció – forgórész fluxus orientáció](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#ch-8.5)

[8.5.1. Motormodell mágnesezési áram bevezetésével](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#ch-8.5.1)

[8.5.2. Feszültségforrás jellegű feszültség inverteres szabályozott hajtás](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#ch-8.5.2)

[8.6. Háromfázisú aszinkron motor folytonos és diszkrét idejű állapottér-modellje](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#ch-8.6)

A motor matematikai modellje, azaz a motor működését és jellemző tulajdonságait reprezentáló egyenletrendszer a térfazor-elmélet alapján alkotható meg, amely a váltakozó áramú villamos gépek matematikai modellezésében és mezőorientált vektoriális szabályozásukban használatos módszer*[[49](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/bi01.html" \l "id682876)]*.

Az elmélet kialakulásához az vezetett, hogy az egyenáramú gépek vizsgálata és szabályozása során nem okoz gondot a motor főmezőt alkotó fluxusáért és nyomatékáért felelős áramok szétcsatolása és külön történő kezelése, mivel a mennyiségek közti szétcsatolás a motortípus konstrukciójának köszönhetően természetesen létrejön. A váltakozó áramú motoroknál azonban a fluxust és a nyomatékot előidéző áramok nincsenek természetes úton szétválasztva, így mind a szabályozás, mind a modell meglehetősen bonyolulttá válik, hiszen háromfázisú, nemlineáris, többváltozós differenciálegyenlet rendszerrel írható le. A szétcsatolás a térfazor-elméletnek köszönhetően a váltakozó áramú motorok esetében is megtehető, így a motor vizsgálata és üzemeltetése leegyszerűsödik.

A háromfázisú váltakozó áramú gépek térfazor-elméleten alapuló, általános jelleggel rendelkező, tranziens üzemmódra is érvényes, merőleges kétfázisú matematikai modellezésének az alapja fázis- és koordináta-transzformáció. A fázis transzformáció komplex, kétfázisú rendszert, a koordináta-transzformáció pedig mezőorientáció útján egyenáramú matematikai modellt eredményez az áramok közti szétcsatolást mesterségesen létrehozva.

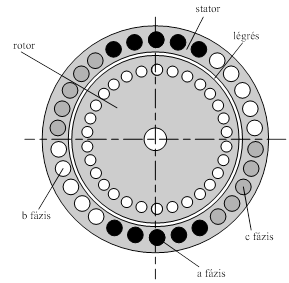
A matematikai modellezés első lépése a háromfázisú gép összefüggéseinek megadása egyetlen eredő vektormennyiséggel, az úgynevezett Park-vektorral vagy térfazorral, amely tartalmazza mindhárom fázisösszetevő pillanatnyi értékét*[[50](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/bi01.html" \l "id682901)]*.

A fázisfeszültségek egyenletei, az **a** fázist szögreferenciának, azaz **0°**-nak vett koordináta-rendszerben felírva:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_691.gif | ([8.1](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_691)) | |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_692.gif | | ([8.2](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_692)) |

|  |  |
| --- | --- |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_693.gif | ([8.3](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_693)) |

ahol az **u**sa, **u**sb, **u**sc időfüggvények a térbeli helyzetet nem írják le. Mindhárom feszültségegyenlet egy-egy tekercset ír le, emiatt a leírt fázis rezisztív részén eső feszültség, valamint a fázistekercs fluxusának változása által indukált feszültség szerepel bennük. A fázisok ohmos ellenállásait egyenlőnek tekintjük.



8.1. ábra - Aszinkron motor felépítésének egyszerűsített, elvi rajza

A feszültség Park-vektora a fázismennyiségek felhasználásával:

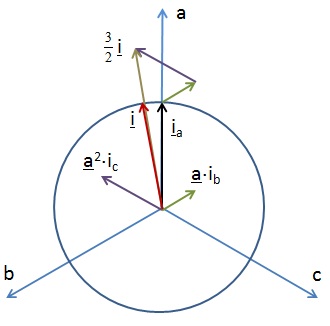
|  |  |
| --- | --- |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_694.gif | ([8.4](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_694)) |

ahol 1 a háromfázisú koordináta-rendszer **a** fázistengelyének, a**=e**j120° és a2**=e**j240° a **b** és **c** fázistengelyeinek irányába eső egységvektorok ([8-2. ábra](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#figure_image_210)).

A háromfázisú váltakozó áramú gépek egyik leggyakrabban használt típusa az aszinkron motor, melynek általános összefüggései felírhatók térfazoriális formában. A motor állórész egyenlete állórészhez, a forgórész egyenlete pedig forgórészhez rögzített koordináta rendszerben értelmezendő.

|  |  |
| --- | --- |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_695.gif | ([8.5](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_695)) |

Az [(8.5)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_695) összefüggés az [(8.1)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_691)–[(8.3)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_693) összefüggések [(8.4)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_694) feszültség Park-vektorba történő behelyettesítésüket követően kapható meg.



8.2. ábra - A háromfázisú eredővektor képzése

A három állórész áram és csatolt fluxus szintén Park-vektor alakban felírható, így az [(8.5)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_695)-ben azoknak szintén háromfázisú eredő vektoruk szerepel. A forgórész feszültség egyenlete szintén megadható egyetlen eredő vektormennyiséggel [(8.6)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_696).

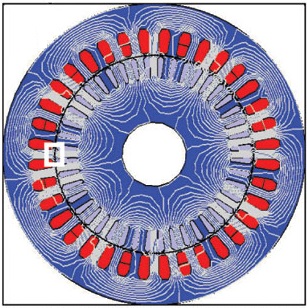
|  |  |
| --- | --- |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_696.gif | ([8.6](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_696)) |

Hasonlóképpen a feszültség egyenletekhez a csatolt fluxus is felírható eredővektoros formában felhasználva az állórész és forgórész áramok Park-vektor alakját. A forgórész áramvektort tartalmazó tag az állórész és a forgórész között értelmezett kölcsönös induktivitások miatt jelentkezik az állórész fluxusban, míg ugyanezen okból jelentkezik az állórész áramvektort tartalmazó tag a forgórész fluxusban *[*[*51*](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/bi01.html#id682931)*]*.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_697.gif | ([8.7](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_697)) | |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_698.gif | | ([8.8](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_698)) |

Az állórészbe betáplált háromfázisú, időben és térben egymáshoz képest 120°-kal eltolt áram az állórészben **Ψ**s, a forgórészben pedig indukció útján **Ψ**r csatolt fluxust hoz létre. Mind az állórészben, mind a forgórészben létrejövő fluxusoknak záródnak erővonalai úgy, hogy nem metszik a forgórészt illetve az állórészt, azaz csak az állórész vagy csak a forgórész tekercseléshez kapcsolódnak ([8-3. ábra](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#figure_image_211)). A légrés jelenléte miatt természetes, hogy tökéletes csatolás nem jöhet létre. Ezek a csupán saját tekercselésükhöz kapcsolódó mennyiségek az úgynevezett szórt fluxusok. Ebből következően a szakirodalomban **Ψ**m -ként bevezetett légrés fluxus értéke kisebb lesz az állórész és a forgórész fluxusoknál. A definíció szerint a forgórész fluxusa megegyezik a légrés fluxus és a forgórész szórt fluxusának összegével [(8.9)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_699), ugyanígy az állórész fluxusa megegyezik a légrés fluxus és az állórész szórt fluxusának összegével [(8.10)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_700).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_699.gif | | ([8.9](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_699)) |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_700.gif | ([8.10](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_700)) | |



8.3. ábra - Fluxus eloszlás az aszinkron motorban

A fluxusok a hozzájuk tartozó induktivitások és az induktivitásokon átfolyó áramok kapcsolatával írhatók fel. Ez alapján megkülönböztethető állórész (**L**s), forgórész (**L**r) és légrés induktivitás (**L**m).

A fluxusoknál tapasztalt és bevezetésre került szórt értékek természetesen az induktivitásokban jelennek meg, így létezik az állórésznek és a forgórésznek szórt induktivitása, melyeket rendre **L**σs és **L**σr jelölnek ([8-4. ábra](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#figure_image_212)). Ezek alapján az induktivitások a következőképpen kerülnek bevezetésre:

|  |  |
| --- | --- |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_701.gif | ([8.11](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_701)) |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_702.gif | ([8.12](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_702)) |

Az induktivitások bevezetésének köszönhetően az [(8.9)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_699) és [(8.10)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_700) fluxusok a következők szerint írhatók fel:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_703.gif | ([8.13](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_703)) | |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_704.gif | | ([8.14](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_704)) |

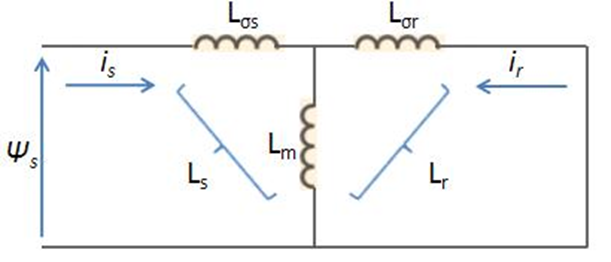
|  |  |
| --- | --- |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_705.gif | ([8.15](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_705)) |

Az induktivitások arányára a szakirodalomban bevezetésre került egy mennyiség, amelynek neve szivárgási tényező. A **σ** teljes szivárgási tényező értéke [(8.16)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_706) alapján számolható.

|  |  |
| --- | --- |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_706.gif | ([8.16](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_706)) |

A teljes szivárgási tényező megadja, hogy az állórész induktivitás és a forgórész induktivitás együttesen miként aránylik a légrés induktivitáshoz. Az [(8.16)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_706) kifejezésben látható törtben szerepel az **L**m/**L**r és az **L**m/**L**s aránya is. Ezek az arányszámok azt fejezik ki, hogy a légrésben létrejövő csatolt fluxus az állórészben és a forgórészben kialakuló csatolt fluxusoknál mennyivel kisebb érték. A teljes szivárgási tényezőn kívül az állórésznek és a forgórésznek külön-külön is felírható a szivárgási tényezője, méghozzá [(8.17)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_707) és [(8.18)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_708) kifejezések szerint.

|  |  |
| --- | --- |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_707.gif | ([8.17](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_707)) |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_708.gif | ([8.18](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_708)) |



8.4. ábra - Induktivitások modellezése

**8.1. A villamos modell közös koordináta-rendszer reprezentációja**

A felírt Park-vektorok felbonthatók két, egymásra merőleges összetevőre, így létrejön a háromfázisú rendszerből az **α** - **β** kétfázisú rendszerbe történő áttérés (fázistranszformáció).

|  |  |
| --- | --- |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_709.gif | ([8.19](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_709)) |

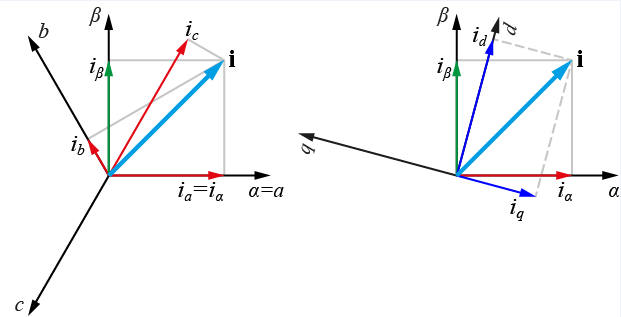
Az **u**γ a háromfázisú rendszer aszimmetriájából adódó zérusrendű összetevő, amely csillagkapcsolású motor esetén a csillagponton megjelenő zérusrendű feszültség a földpotenciálhoz képest viszonyítva.

A kétfázisú, álló koordinátarendszerben a térfazoriális formában felírt összefüggések **α** illetve **β** komponensekre bontva felírhatók, de célszerű a fázistranszformációt követően azonnal elvégezni a koordináta-rendszer transzformációját is *[*[*52*](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/bi01.html#id682952)*]*, így a motor állórészébe táplált forgó mezővel szinkron forgó kétfázisú koordináta-rendszerbe transzformálva az egymásra merőleges összetevőket ([8-5. ábra](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html" \l "figure_image_213" \o "8.5. ábra - Fázis- és rendszertranszformáció)).

|  |  |
| --- | --- |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_710.gif | ([8.20](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_710)) |

ahol http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_711.gifa villamos szög, kapcsolata a http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_712.gifmechanikus szöggel:

|  |  |
| --- | --- |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_713.gif | ([8.21](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_713)) |



8.5. ábra - Fázis- és rendszertranszformáció

A váltakozó áramú gépek általános összefüggései a bevezetett átalakításoknak köszönhetően felírhatók **d** - **q** összetevőkkel megadva, de ezek a transzformációs mátrixok használata helyett a térfazoriális formában megadott összefüggés segítségével kerülnek bemutatásra, mivel a mátrixokkal történő transzformációkat konkrét számítások esetén célszerű alkalmazni.

Közös, a betáplált mező szinkron körfrekvenciájával forgó koordináta-rendszerbe áttérve az áram vektorok transzformációja útján felírhatók a csatolt állórész és forgórész fluxusokra érvényes összefüggések ([8-6. ábra](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#figure_image_214)).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_714.gif | ([8.22](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_714)) | |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_715.gif | | ([8.23](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_715)) |

Az [(8.7)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_697)–[(8.8)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_698) kifejezésekkel megadott fluxusok saját koordináta rendszerükben értelmezett összefüggések. Az [(8.22)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_714) és [(8.23)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_715) jelöléseket bevezetve felírhatók a közös koordináta-rendszerbe forgató tagokkal való szorzást követően:

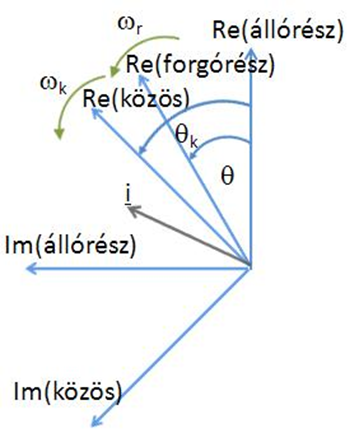
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_716.gif | | ([8.24](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_716)) |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_717.gif | ([8.25](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_717)) | |

Az állórész feszültségegyenlet térfazoriális alakja szinkron forgó koordináta-rendszerben kibővül egy úgynevezett forgási feszültség taggal, ami fizikai oldalról a forgó állandó mágnes teréhez képest történő elmozdulását reprezentálja az állórésznek, matematikai aspektusból tekintve pedig a feszültségegyenlet http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_718.gifforgási taggal történő beszorzása eredményezi létrejöttét.

|  |  |
| --- | --- |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_719.gif | ([8.26](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_719)) |

A forgórész feszültség egyenlet a szinkron forgó koordináta rendszerbe transzformálva szintén kibővül a forgási feszültséget reprezentáló taggal, hiszen a forgórész saját viszonyítási rendszeréből tekintve szlip frekvenciával rendelkeznek a forgórész mennyiségek.

|  |  |
| --- | --- |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_720.gif | ([8.27](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_720)) |



8.6. ábra - Szinkron forgó koordináta-rendszer

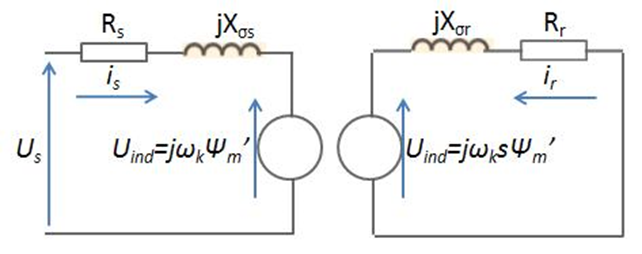
Az aszinkron motor matematikai modelljét leíró összefüggések csak akkor értelmezhetők, ha a helyettesítő kapcsolási rajzban – a transzformátorhoz hasonlóan – az állórész és a forgórész tekercselés egyesítésre kerül ([8-7. ábra](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#figure_image_215)). A forgórész feszültségegyenlet módosításra szorul, mivel az aszinkron motor helyettesítő kapcsolási rajza alapján megállapítható, hogy az álló- és a forgórész köri helyettesítő kapcsolásban nem egyezik meg a légrés fluxussal felírt indukált feszültség. Ennek oka, hogy a forgórészen a forgási indukált feszültség szlip frekvenciás [(8.27)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_720). Az állandósult állapotra vonatkozó helyettesítő kapcsolás alapján felírható, hogy:

|  |  |
| --- | --- |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_721.gif | ([8.28](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_721)) |

Az [(8.27)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_720) összefüggés forgási indukált feszültsége az állórészre redukálható, ha az indukált feszültségek megegyeznek [(8.29)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_722).

|  |  |
| --- | --- |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_722.gif | ([8.29](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_722)) |

A módosított forgórész feszültség egyenletből megállapítható, hogy a forgórész ellenállása szlip függő. A valóságban természetesen mindig a reaktancia függ a szliptől.



8.7. ábra - Az álló- és forgórész egyesítése komplex, forgó transzformátorrá

Az állórész és forgórész tekercselés menetszám áttételéből adódóan el kell végezni a forgórész-mennyiségek redukálását az állórészre egy fiktív **a** redukálási tényező segítségével *[*[*53*](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/bi01.html#id682972)*]*. Ennek bevezetése a következőképpen történik:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_723.gif | http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_724.gif | http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_725.gif | http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_726.gif |

Az induktivitások a következőképpen módosulnak miután a fluxus egyenletekbe behelyettesítésre kerül a forgórész fluxus és áram redukált alakja:

|  |  |
| --- | --- |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_727.gif | http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_728.gif |

Az [(8.24)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_716) és [(8.25)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_717) fluxus egyenletekbe behelyettesítve az [(8.11)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_701) és [(8.12)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_702) összefüggéseket, továbbá felhasználva a redukált alakját a légrés és forgórész induktivitásoknak

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_729.gif | ([8.30](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_729)) | |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_730.gif | | ([8.31](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_730)) |

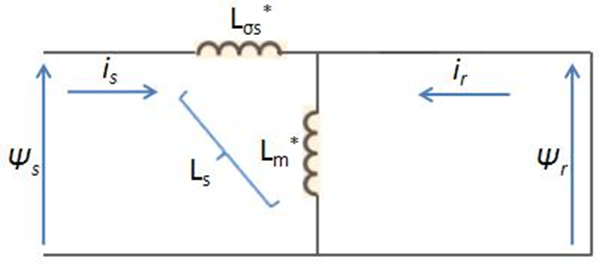
A zárójeles kifejezéseket elnevezve az [(8.30)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_729)–[(8.31)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_730) fluxusegyenletek a következő formában írhatók:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_731.gif | ([8.32](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_731)) | |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_732.gif | | ([8.33](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_732)) |

amely összefüggésekben szereplő új induktivitások írhatók a következőképpen is:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_733.gif | ([8.34](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_733)) | |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_734.gif | | ([8.35](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_734)) |

Az **a** redukálási tényezőt többféleképpen meg lehet választani, melyek közül három különböző érték terjedt el leginkább. Ezek közül két esetben **a** olyan értékű, hogy vagy az állórész vagy a forgórész szórási induktivitása eliminálható a helyettesítő kapcsolási rajzból, amelynek előnye, hogy a számítások gyorsabban elvégezhetők ([8-8. ábra](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#figure_image_216)).



8.8. ábra - Forgórész szórt induktivitása nélküli fluxusmodell

A harmadik esetben az **a** értéke a legegyszerűbben egynek kerül kiválasztásra, így a forgórész összefüggések változtatás nélkül kerülnek felhasználásra a motor matematikai modelljében. Ekkor az áttételi arány az álló- és a forgórész között 1:1. Az [(8.34)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_733)–[(8.35)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_734) egyenletek alapján látható, hogy **a** értéke miként választandó meg annak érdekében, hogy az állórész vagy forgórész szórási induktivitás eliminálásra kerüljön. Ennek megfelelően **a** értékei a következőkképpen választhatók meg *[*[*54*](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/bi01.html#id682992)*]*:

* **a = 1** esetén a motor villamos matematikai modelljét leíró egyenletek [(8.36)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_737)–[(8.39)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_740) formában maradnak, melyek megegyeznek a korábban megállapított összefüggésekkel
* http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_735.gif

esetén az [(8.36)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_737)–[(8.39)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_740) összefüggésekben **L**σR **= 0**, melynek következtében ΨM **=** ΨR

* http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_736.gif

esetén az [(8.36)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_737)–[(8.39)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_740) összefüggésekben **L**σS **= 0**, melynek következtében ΨM **=** Ψs

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_737.gif | ([8.36](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_737)) | |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_738.gif | | ([8.37](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_738)) |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_739.gif | ([8.38](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_739)) | |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_740.gif | | ([8.39](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_740)) |

Az egyszerűség kedvéért **a = 1** - nek választva a redukálási tényezőt a villamos modellt leíró egyenletek az [(8.24)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_716), [(8.25)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_717), [(8.26)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_719), [(8.27)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_720) formában tovább vizsgálhatók. A szinkron forgó koordinátarendszerben a térfazoriális formában megadott feszültség és fluxus összefüggések felbonthatók két összetevőre. A **d** és **q** merőleges tengelyű komplex, kétfázisú forgó koordináta-rendszerben a **d** tengely irányába esik a valós, a **q** tengely irányába esik a képzetes összetevője a vektoroknak. Az összefüggések felírhatók **d** és **q** irányú feszültségekkel, áramokkal és fluxusokkal – amelyek a transzformációk alkalmazásával jönnek létre, de a forgási feszültség esetében a komplex egységvektor miatt szükséges külön megállapítani a forgási tag **d** és **q** irányú komponensét.

|  |  |
| --- | --- |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_741.gif | ([8.40](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_741)) |

A felbontásnak köszönhetően felírható a két transzformált feszültség egyenlet, amelynek **d** irányú összetevője fogja tartalmazni a forgási feszültség **-ωΨ**sq, míg **q** irányú összetevője a **jωΨ**sd tagját.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_742.gif | ([8.41](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_742)) | |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_743.gif | | ([8.42](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_743)) |

Észrevehető, hogy mind a **d**, mind a **q** irányú összefüggés tartalmaz a másik komplex, kétfázisú koordináta-rendszer tengelyének irányába eső vetületet. Ez a jelenség írja le az elektromechanikus kereszthatást a motorban.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_744.gif | ([8.43](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_744)) | |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_745.gif | | ([8.44](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_745)) |

**8.2. A motor mechanikai modellje**

A mechanikai modell alapja a vizsgált motor nyomatékképzését leíró összefüggés megadása. A háromfázisú aszinkron motor tranziens jelenségekre is érvényes nyomatékképletét az energiaátvitelt leíró munkatétel alapján lehet levezetni. A pontos levezetés ismertetése nélkül kerül meghatározásra a motor elektromágneses nyomatékát megadó összefüggés.

A nyomaték az állórész áramának és a motorban létrejövő mágneses térnek a kölcsönhatásaként jön létre.

|  |  |
| --- | --- |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_746.gif | ([8.45](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_746)) |

Mivel azonos síkban levő vektorok vektoriális szorzata adja a nyomatékot, így annak csak erre a síkra merőleges komponense lesz, amely a vektoriális szorzás szabálya értelmében

|  |  |
| --- | --- |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_747.gif | ([8.46](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_747)) |

Az elektromágneses nyomaték megadható a forgórész fluxusának és az állórész áramának ismeretében [(8.47)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_748) szerint *[*[*55*](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/bi01.html#id683013)*]*.

|  |  |
| --- | --- |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_748.gif | ([8.47](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_748)) |

A vektoriális szorzás szabálya szerint az [(8.47)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_748) nyomatékegyenlet [(8.48)](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_749) összefüggés formájában számítható ki.

|  |  |
| --- | --- |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_749.gif | ([8.48](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_749)) |

A háromfázisú, kalickás forgórészű aszinkron motor mozgásegyenlete megegyezik bármely forgó gép nyomatéki egyensúlyát megadó összefüggésével, amely kifejezi, hogy annyi elektromágneses nyomaték jön létre a motorban, ami elegendő ahhoz, hogy a terhelő nyomatékot, a súrlódási nyomatékot és a sebességváltozás alatt fellépő tehetetlenségi nyomatékot ellensúlyozza és a motort forgásban tartsa.

A mozgásegyenletbe behelyettesítve a hengeres forgórészű motorra jellemző elektromágneses nyomatéki összefüggést, a motor mechanikai modellje a villamos modellhez hasonlóan kanonikus formára hozható és megoldható.

|  |  |
| --- | --- |
| http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/math/equation_750.gif | ([8.49](http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch08.html#equation_750)) |