

ДИСЦИПЛИНА	Математическое моделирование прикладных задач (полное наименование дисциплины без сокращений)
ИНСТИТУТ	информационных технологий
КАФЕДРА	прикладной математики (полное наименование кафедры)
ВИД УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА	Материалы для практических/семинарских занятий (в соответствии с пп.1-11)
ПРЕПОДАВАТЕЛЬ	Даета Софья Георгиевна (фамилия, имя, отчество)
СЕМЕСТР	6, 2023-2024 (указать семестр обучения, учебный год)

Математическое моделирование прикладных задач.

Практика 2

Модель кредитования

Рассматривается модель выплат кредита. Условия : берётся кредит на n лет. Банковский процент : p : $0 < p < 1$. Для ежегодного погашения кредита будем выплачивать r . Сумма, взятая в кредит : Q .

В начале первого года сумма равна Q_0 . В конце – после повышения суммы и до выплаты : $(1 + p) * Q_0$. В самом конце – после выплаты : $(1 + p) * Q_0 - r$. Это значение равно Q_1 .

Тогда:

$$Q_1 = (1 + p) * Q_0 - r = Q_0 - (r - p * Q_0)$$

$$Q_2 = Q_1 - (r - p * Q_1)$$

...

$$Q_n = Q_{n-1} - (r - p * Q_{n-1}) = 0$$

$$\text{Выразим } Q_{n-1}: 0 = (1 + p) * Q_{n-1} - r \Rightarrow Q_{n-1} = \frac{r}{1+p}.$$

Тогда мы можем выразить Q_{n-2} : $Q_{n-1} = Q_{n-2} * (1 + p) - r$. Разделим всё равенство на $1 + p$: Получим $Q_{n-2} = \frac{r}{p+1} + \frac{Q_{n-1}}{p+1} = \frac{r}{p+1} + \frac{r}{(p+1)^2}$

В таком случае мы можем выразить Q_0 в виде суммы: $Q_0 = \sum_{i=1}^n \frac{r}{(1+p)^i} = \frac{r}{1+p} (1 + \frac{1}{1+p} + \frac{1}{(1+p)^2} + \dots + \frac{1}{(1+p)^{n-1}})$. В скобочках очевидна геометрическая прогрессия с первым элементом, равным 1, и знаменателем, равным $\frac{1}{1+p}$. Сумма геометрической прогрессии $S_n = \frac{b(1-q^n)}{1-q}$.

Тогда:

$$Q_0 = \frac{r}{1+p} * \frac{1 * (1 - (\frac{1}{1+p})^n)}{1 - \frac{1}{1+p}} = \frac{r}{1+p} * \frac{\frac{(1+p)^{n-1}}{(1+p)^n}}{\frac{1-1+p}{1+p}} = \frac{r}{1+p} * \frac{(1+p)^{n-1}}{p * (1+p)^{n-1}} = \frac{r}{p} * (1 - \frac{1}{(1+p)^n}) \quad (1)$$

При очень малых p можно считать, что $(1 + p)^n \approx 1 + np$

Тогда формула (1) приобретает вид $Q_0 = \frac{r}{p} * (1 - \frac{1}{1+np})$

При такой модели выплаты составят nr , а коэффициент переплаты : $\frac{nr}{Q_0}$ или $\frac{np}{1 - (\frac{1}{1+p})^n}$

Задание:

Написать программу «Ипотечный калькулятор».

Входные данные:

- сумма кредита;
- количество лет, на которые берется кредит;
- годовая процентная ставка.

Выходные данные: таблица вида 1. Предполагается, что период равен одному месяцу.

Таблица 1. Выходные данные

Период	Задолженность на начало периода	Ежемесячный платеж	Остаток по задолженности