

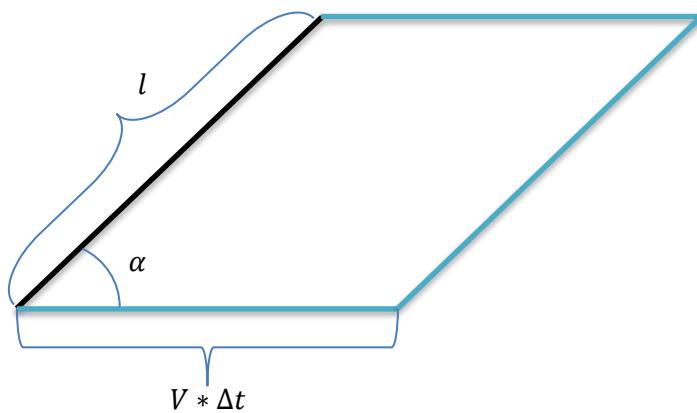
ДИСЦИПЛИНА	<b>Математическое моделирование прикладных задач</b> (полное наименование дисциплины без сокращений)
ИНСТИТУТ	<b>информационных технологий</b>
КАФЕДРА	<b>прикладной математики</b> (полное наименование кафедры)
ВИД УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА	<b>Материалы для практических/семинарских занятий</b> (в соответствии с пп.1-11)
ПРЕПОДАВАТЕЛЬ	<b>Даета Софья Георгиевна</b> (фамилия, имя, отчество)
СЕМЕСТР	<b>6, 2023-2024</b> (указать семестр обучения, учебный год)

# Математическое моделирование прикладных задач.

## Практика 3

### Модель реактивного самолёта

Дан самолёт массы  $M$  с прямоугольным крылом длины  $l$  и ширины  $d$ , летящий на постоянной скорости  $v$ . Будем считать, что природа подъемной силы – в столкновении крыла, наклонённого от горизонта на угол  $\alpha$  с потоком воздуха. Рассмотрим систему крыла и потока воздуха с точки зрения закона сохранения импульса:



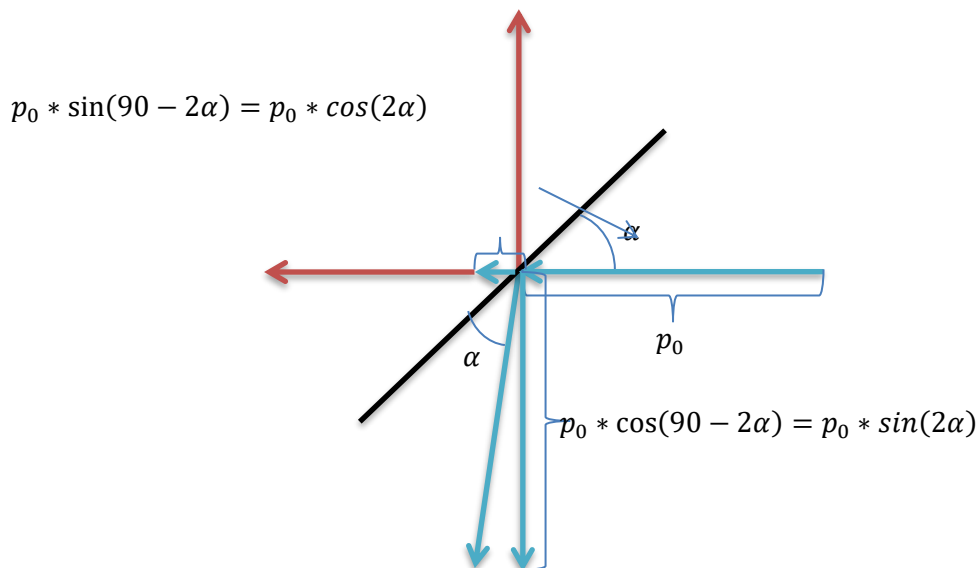
За время  $\Delta t$  на крыло набегают воздух массой:

$$m = \rho * (l * d) * \sin(\alpha) * v * \Delta t$$

В дальнейшем для краткости будем заменять запись  $l * d$  на  $S$ . Импульс, передаваемый от воздуха равен:

$$p_0 = m * v = \rho * S * \sin(\alpha) * v^2 * \Delta t$$

После столкновения с крылом воздух оттолкнётся от него по закону отражения на угол  $2\alpha$ . Изменение импульса породит возникновение импульсов, суперпозиция которых сведёт систему к изначальному импульсу. Распишем систему импульсов:



Возникшие импульсы – это импульсы торможения и подъёмной силы. Импульс подъёмной силы равен  $p = F * \Delta t = p_0 * \sin(2\alpha) = \rho * S * \sin(\alpha) * v^2 * \Delta t * \sin(2\alpha)$

В таком случае подъёмная сила равна:  $F = \rho * S * \sin(\alpha) * v^2 * \sin(2\alpha) = M * g (*)$

Для малых  $\alpha$  верно:  $\sin(\alpha) \approx \alpha$ ,  $\sin(2\alpha) = 2 \sin(\alpha) \cos(\alpha) \approx 2\alpha$

В таком случае формулу (\*) можно переписать как  $M * g = 2\rho * S * v^2 * \alpha^2$ , из чего можно выразить зависимость площади крыла от массы самолёта, угла отклонения крыла от горизонтальной плоскости и скорости самолёта:

$$S = \frac{M * g}{2 * \rho * v^2 * \alpha^2} \quad (1)$$

Рассчитаем площадь крыла для самолёта, массой 100 тонн, скоростью 900 км/ч и углом отклонения 3°. 100 тонн=10<sup>5</sup> кг, 900 км/ч=250 м/с, угол 3° перепишем как  $\frac{\pi}{60}$ . Плотность воздуха на высоте будем считать 0.5 кг/м<sup>3</sup>

$$S = \frac{10^5 * 10}{2 * 0.5 * 250^2 * (\frac{\pi}{60})^2} = 5836 \text{ м}^2$$

Рассмотрим горизонтальные составляющие системы векторов – начальная составляющая горизонтального вектора полностью состояла из модуля  $p_0$ , а после столкновения с крылом -  $p_0 * \cos(2\alpha) + p_{\text{торм}}$ . Чтобы самолёт продолжал полёт требуется компенсировать  $p_{\text{торм}}$  – за это отвечает реактивная

струи. Она представляет из себя массу быстро движущихся газов, вылетающих в направлении против движения самолёта. За время  $\Delta t$  из сопла вылетит газ массой  $\mu$  со скоростью  $u$ .

Тогда :

$$p_0 = p_0 * \cos(2\alpha) + \mu * u * \Delta t \Rightarrow \mu * u * \Delta t = p_0(1 - \cos(2\alpha)) \\ = p_0 \left(1 - (1 - 2\sin^2(\alpha))\right) = p_0 * 2\sin^2(\alpha).$$

Заменим  $\sin^2(\alpha)$  на эквивалентное выражение при малых  $\alpha$  и получим:

$$\mu * u * \Delta t = p_0 * 2\alpha^2 = 2\rho * S * \alpha^3 * v^2 * \Delta t \\ \mu * u = 2\rho * S * \alpha^3 * v^2$$

Можно выразить массу вылетающих газов, необходимых для полёта самолёта через остальные параметры:

$$\mu = \frac{2\rho * S * \alpha^3 * v^2}{u} \quad (2)$$

Примем скорость выходящих газов за  $3\text{км/с}$ . Подставляя значения, принятые ранее получим:

$$\mu = \frac{2 * 0.5 * 5836 * \left(\frac{\pi}{60}\right)^3 * 250^2}{3000} = 17\text{кг}$$

### **Задание:**

1) Используя формулу (1) написать программу для расчета параметров реактивного самолета. Необходимо вручную задать три любых параметра из формулы (площадь крыла, скорость, угол отклонения, масса), по которым будет определен 4-й параметр.

2) Для полученных значений в задании 1) провести расчет массы вылетающих газов по формуле (2). Скорость выходящих газов брать  $3\text{км/с}$ .