

# Circuito RLC

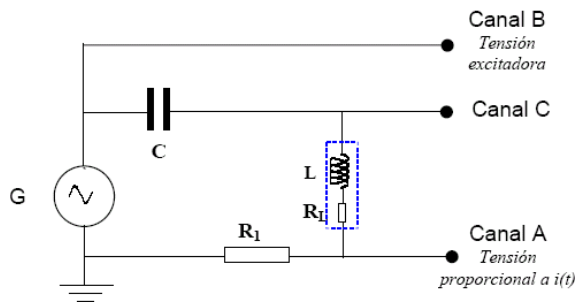
**Objetivo:** Determinar experimentalmente la frecuencia de resonancia en un circuito RLC serie y paralelo. Estudiar además el desfase entre la diferencia de potencial y la corriente en función de la frecuencia de operación del circuito.

**Temáticas abordadas:** Circuitos de corrientes variables en el tiempo, RLC, resonancia.

## 1. Circuito RLC serie

### 1.1. Introducción

Considere el circuito RLC mostrado en la figura 1, en el cual un capacitor  $C$ , una inductancia  $L$  y una resistencia  $R$ , se encuentran conectados en serie a un generador de funciones  $G$ .



**Figura 1.** Esquema del circuito RLC serie.

Aplicando las leyes de Kirchhoff al circuito de la figura, tenemos:

$$\varepsilon_G = \Delta V_L + \Delta V_R + \Delta V_C = L \frac{dI}{dt} + RI + \frac{q}{C}, \quad (1)$$

ecuación que podemos derivar nuevamente para obtener

$$\frac{d\varepsilon_G}{dt} = L \frac{d^2I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{I}{C}. \quad (2)$$

Si la fuerza electromotriz suministrada por el generador es sinusoidal, entonces el término a la izquierda de la última ecuación es

$$\varepsilon_G(t) = \Delta V_m \sin(\omega t), \quad (3)$$

y la corriente circulante por el circuito estará dada por

$$I(t) = I_m \sin(\omega t + \Delta\phi), \quad (4)$$

siendo  $\omega = 2\pi f$  la frecuencia angular, y  $f$  la frecuencia (medida en Hz) suministrada por el generador de funciones.

La impedancia  $Z$  del circuito es

$$Z = Z_R + Z_L + Z_C = R + j \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right), \quad (5)$$

siendo  $j$  la unidad imaginaria, por lo que

$$\Delta V = IZ = I \left[ R + j \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \right]. \quad (6)$$

Ahora bien, la tangente del ángulo de desfase entre la diferencia de potencial y corriente será igual al cociente entre las partes imaginaria y real de la impedancia  $Z$ , es decir:

$$\tan(\Delta\phi) = \frac{\text{Im}(Z)}{\text{Re}(Z)} = \frac{1}{R} \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right), \quad (7)$$

y el módulo de la impedancia, resultará

$$|Z|^2 = R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2. \quad (8)$$

El ángulo de desfase  $\Delta\phi$  entre  $I$  y  $\Delta V$  puede ser positivo, en cuyo caso el circuito es capacitivo. Si, por el contrario,  $\Delta\phi < 0$ , se dice que el circuito es inductivo. Finalmente, si no hay desfase entre  $\Delta V$  y  $I$ , el circuito se denomina resistivo. En este último caso,  $\Delta V$  y  $I$  están en fase y la parte imaginaria de la impedancia es nula. Esta condición implica

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0, \quad (9)$$

condición que se cumple para la denominada *frecuencia de resonancia*  $\omega_0$ :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (10)$$

Resulta fácil observar que, para este caso, la  $I$  circulante por el circuito alcanza su amplitud máxima. En este marco, definimos el *ancho de banda*  $\Delta\omega$  como el intervalo de frecuencias para el que la potencia disipada disminuye exactamente a la mitad de la máxima potencia disipada.

De acuerdo a nuestros resultados anteriores, el ancho de banda para el circuito RLC serie viene dado por

$$\Delta\omega = \frac{R}{L}. \quad (11)$$

Definiendo ahora el *factor de calidad* o *mérito*  $Q$  mediante

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}, \quad (12)$$

obtenemos, para el caso del circuito que nos ocupa:

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R}. \quad (13)$$

## 1.2. Desarrollo de la experiencia

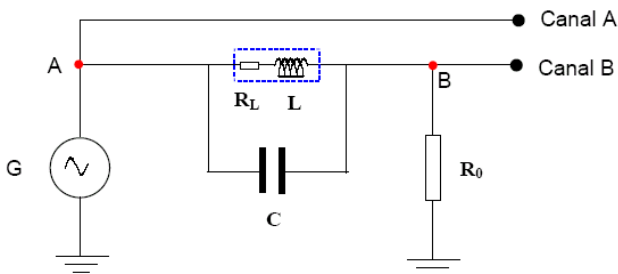
En esta parte de la práctica, se propone montar un circuito como el de la figura 1. A continuación:

1. Estudie la variación de la diferencia de potencial sobre la resistencia en función de la frecuencia de operación.
2. A partir de las mediciones realizadas en el inciso anterior, encuentre la frecuencia de resonancia y el valor de  $Q$ . Recuerde que la inductancia tiene una resistencia propia (tal y como se muestra en la figura 1) y, según corresponda, deberá ser considerada en la resistencia total del circuito.
3. Determine experimentalmente el desfase  $\Delta\phi(\omega)$  en función de la frecuencia; para lo cual puede resultarle útil el *modo XY* del osciloscopio. Para más información, consulte el apunte *Determinación de la diferencia de fase entre dos señales*.

## 2. Circuito RLC paralelo

### 2.1. Introducción

Considere ahora el circuito RLC paralelo cuyo esquema se ilustra en la figura 2. Comience por analizar teóricamente esta nueva configuración con las herramientas matemáticas empleadas en la primera parte de la práctica.



**Figura 2.** Esquema del circuito RLC paralelo.

En este circuito, la impedancia viene dada por la impedancia del paralelo ( $L, C$ ), que llamaremos  $Z_{LC}$ , en serie

con la impedancia de la resistencia,  $R$ . Dado que la inductancia tiene una resistencia interna  $R_L$ , tenemos

$$\frac{1}{Z_{LC}C} = \frac{1}{Z_C} + \frac{1}{R_L + Z_L}, \quad (14)$$

es decir,

$$Z_{LC} = \frac{(R_L + j\omega L) \left(-\frac{j}{\omega C}\right)}{R_L + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}. \quad (15)$$

Para desfase nulo ( $\Delta\phi = 0$ ), habrá un mínimo en la potencia transferida cuando la frecuencia angular sea igual a

$$\omega'_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{1 - R_L^2 \frac{C}{L}}. \quad (16)$$

Observe que si la resistencia interna de la inductancia resulta nula, entonces

$$\omega'_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (17)$$

## 2.2. Desarrollo de la experiencia

Para esta segunda parte de la práctica, comience por montar el circuito de la figura 1. A continuación:

1. Estudie la variación de la diferencia de potencial sobre la resistencia en función de la frecuencia de operación.
2. A partir de las mediciones realizadas en el inciso anterior, encuentre la frecuencia de antiresonancia y el valor de  $Q$ .
3. Determine experimentalmente el desfase  $\Delta\phi(\omega)$  en función de la frecuencia; para lo cual puede resultarle útil el *modo XY* del osciloscopio.
4. Compare los resultados de esta parte con aquellos obtenidos en el estudio del circuito RLC serie.

## Referencias

1. M. Alonso and E.J. Finn. *Física: Campos y ondas*, volume 2 of *Física*. Editorial Pearson Educación, 1998.
2. F.S. Crawford. *Ondas*, volume 3 of *Berkeley Physics Course*. Editorial Reverté, 1994.
3. E.M. Purcell. *Electricidad y magnetismo*, volume 2 of *Berkeley Physics Course*. Editorial Reverté, 1988.
4. J.R. Reitz, F.J. Milford, and R.W. Christy. *Fundamentos de la teoría electromagnética*. Pearson Educación. Editorial Pearson Educación, 1996.
5. F.R. Trelles. *Temas de electricidad y magnetismo*. Ediciones previas. Editorial EUDEBA, 1984.