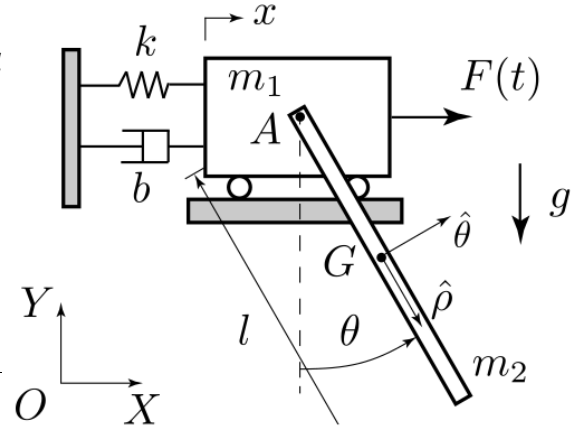


1. Barra que pende de un carro

Obtenga las ecuaciones que describen la dinámica del sistema. El momento de inercia para una barra de masa m y longitud l para una rotación desde uno de sus extremos es $\frac{m}{12}l^2$.

- Calcule el Lagrangiano.
- Descomponga en fuerzas generalizadas las no conservativas que actúan sobre el sistema:
 - el forzado externo $\vec{F}(t)$,
 - y la que hace ejercer amortiguador de constante b en función de la velocidad del carro, $-b\dot{x}$.

c) Calcule las ecuaciones de Euler-Lagrange.

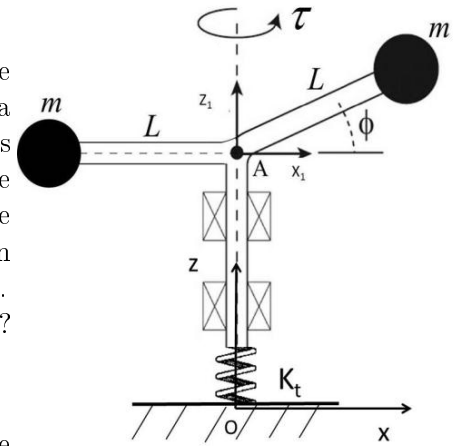


2. Péndulo de torsión desbalanceado

Dos pesos de masa idéntica m están unidos al extremo de brazos de masa despreciable. Uno de los brazos describe una inclinación fija con la horizontal de ϕ . Descartamos la fricción con los rodamientos que mantiene vertical el eje de donde parten los brazos. Este puede rotar libremente a cualquier ángulo θ pues un resorte de torsión de constante elástica K_t opone un torque cada vez que $\theta \neq 0$. En adición a este torque se ejerce uno externo variable en el tiempo: $\vec{\tau} = \tau(t)\hat{z}$. Pregunta conceptual: ¿Cuales es la unidad de la fuerza generalizada?

- N
- $\frac{N}{m}$
- N m
- Otra

Despeje la aceleración angular de la ecuación para la dinámica de Euler-Lagrange. Resultado:



$$\ddot{\theta} = \frac{K_T \theta + \tau}{L^2 m (\sin^2(\phi) - 2)}$$

3. Barriles soldados

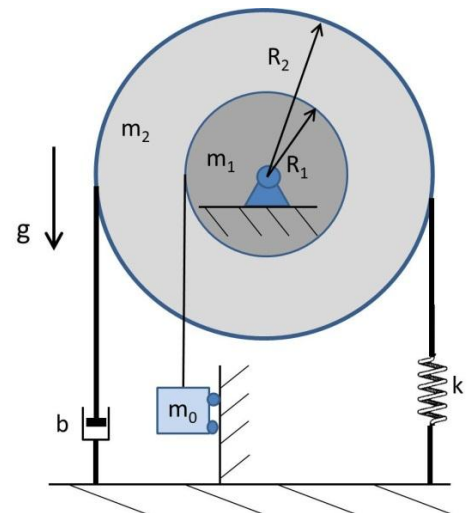
Dos barriles cilíndricos homogéneos de respectivas masas y radios m_1, m_2, R_1 y R_2 están soldados. Este armado rota sin fricción en torno a un eje. Una cuerda de masa despreciable envuelve al cilindro externo y sus extremos conectan un resorte de constante elástica k y un amortiguador. Tal amortiguador ejerce una fuerza de resistencia al movimiento lineal con la velocidad,

$$\vec{F}_{\text{amortiguador}} = -b\dot{\vec{r}}.$$

Una correa de masa despreciable envuelve al cilindro de menor radio y de ella pende vertical un bloque de masa m_0 .

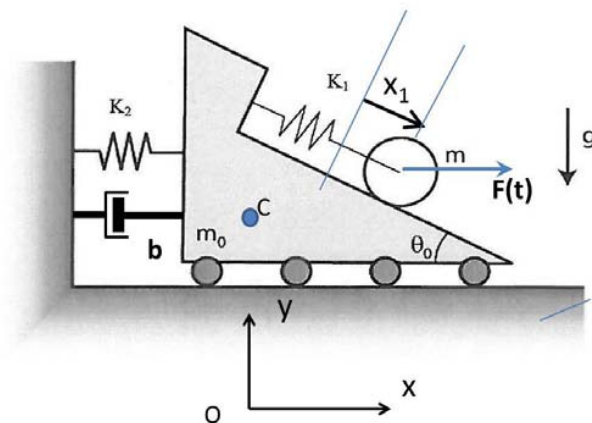
Despeje la aceleración angular de la ecuación de la dinámica de Euler-Lagrange. Resultado:

$$\ddot{\theta} = \frac{2(R_1 g m_0 - R_2^2 b \dot{\theta} - R_2^2 k \theta)}{2R_1^2 m_0 + R_1^2 m_1 + R_2^2 m_2}$$



4. Plano inclinado oscilante

Sobre la superficie inclinada en θ_0 del carro de masa m_0 rueda sin deslizar un disco de radio R y masa m . Este no se sale de la superficie a pesar de que al centro del mismo se aplica una fuerza $\vec{F} = F(t)\hat{x}$ gracias a un resorte de constante elástica K_1 que une este centro con el carro. Limita el alcance de este un resorte de constante elástica K_2 fijado a la pared y un amortiguador proporcional a la velocidad de constante proporcional b . Ambos resortes tienen originalmente su longitud de equilibrio l_{10} y l_{20} . Se descarta la fricción del carro con el suelo. Todo el sistema está sometido a la aceleración gravitatoria $\vec{g} = -g\hat{y}$.



Pregunta conceptual: ¿Qué es la fuerza generalizada asociada al desplazamiento virtual δx debida a \vec{F} ?

a) $F(t) \cos(\theta)$

b) $F(t)$

c) $F(t)\delta x$

d) 0

Obtenga las ecuaciones de la dinámica de Euler-Lagrange.