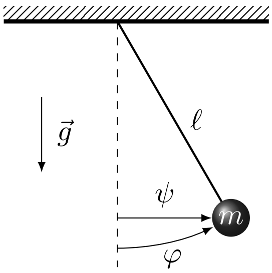
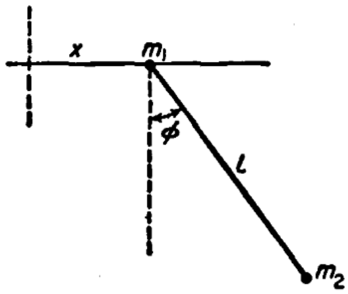
Ecuación de Euler-Lagrange

Los problemas marcados con (*) tienen alguna dificultad adicional, no dude en consultar.

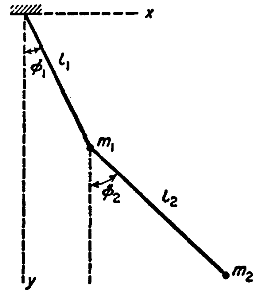
1. **Péndulo rígido ideal** [Marion (english) ex. 7.2]
   Péndulo de punto de suspensión libre y péndulo doble [Landau §5 ejs. 1 y 2]
   Aplique la ecuación de Euler-Lagrange para obtener las ecuaciones de la dinámica de los sistemas:



a)

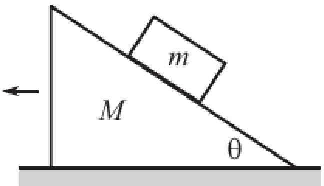


b)



c)

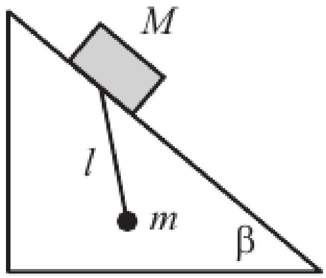
2. **Plano inclinado móvil**
   Un bloque de masa m está originalmente inmovil sobre un plano de inclinación θ que no le presenta fricción y de masa M. Este último puede deslizar sobre la superficie horizontal que tampoco le presenta fricción alguna. Denomine con c en la dirección indicada la posición de este último y d para la del bloque superior.



   (a) Obtenga la ecuación de Euler-Lagrange para c y aquella para d.

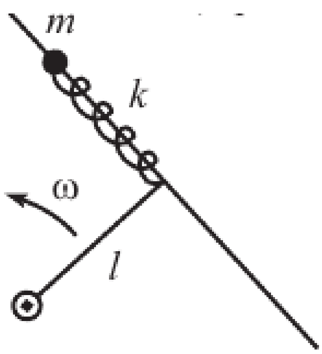
   (b) Habrá notado que no podría responder a una pregunta como "De soltar el bloque más pequeño, ¿que aceleración tiene el plano?" pues obtuvo un sistema de dos ecuaciones diferenciales ligadas. En la clase siguiente aprenderá a resolver el sistema usando SymPy.

3. **Soporte de péndulo sobre un plano inclinado**
   Un soporte de masa M desliza por un plano inclinado en un ángulo β sin que este le presente fricción. Un péndulo de longitud ℓ y masa m cuelga del soporte (asuma que este se extiende a los costados del plano para que el péndulo pueda colgar).



   (a) Encuentre las ecuaciones para la dinámica.

4. **Resorte enrollado en una T**
   Una pieza rígida en forma de T consiste en una larga varilla soldada perpendicularmente a otra de longitud ℓ que pivotea en torno a un origen. La T gira sobre un plano horizontal con velocidad angular constante ω. Una partícula de masa m muy superior a la de la T, por la que esta última es despreciable, puede desplazarse libremente en la primer varilla y está conectada a la intersección de ambas por un resorte de constante elástica k y longitud natural nula.



   (a) Encuentre una ecuación para la dinámica de la distancia de la partícula a la intersección d.

   (b) (*) Obtenga $d(t)$ asumiendo las condición iniciales que desee.

   (c) (*) Existe un "valor especial" para ω. ¿Cuál sería y por qué es especial?

