



Universidad Nacional
de La Matanza



A rational mechanics course where everything is made with Python code

Bettachini, Víctor A.; Real, Mariano A.; Palazzo, Edgardo

V Encuentro *Mejora de las Estrategias Pedagógicas*



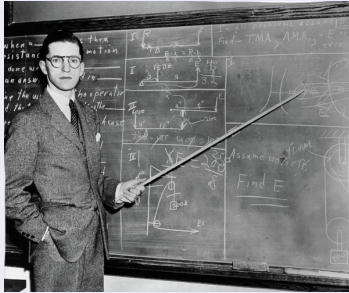
Valorizar el tiempo de docentes y alumnos

Licklider (1957): 85 % de “pensar” es lo mundano (calcular, dibujar, etc.)



Valorizar el tiempo de docentes y alumnos

Licklider (1957): 85 % de “pensar” es lo mundano (calcular, dibujar, etc.)



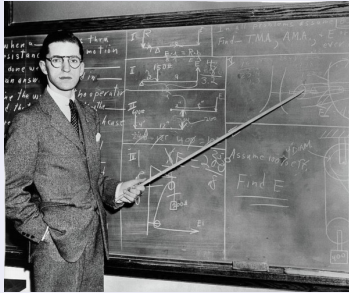
Aula y práctica: transcripción y reiteración

- Memoria $\xrightarrow{\text{profesor}}$ pizarrón/presentación



Valorizar el tiempo de docentes y alumnos

Licklider (1957): 85 % de “pensar” es lo mundano (calcular, dibujar, etc.)



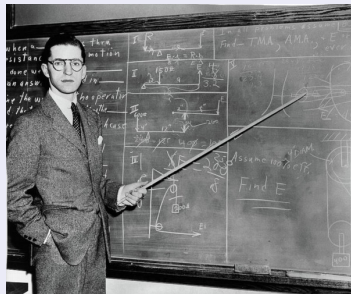
Aula y práctica: transcripción y reiteración

- Memoria $\xrightarrow{\text{profesor}}$ pizarrón/presentación
- Pizarrón/presentación $\xrightarrow{\text{alumno}}$ cuaderno



Valorizar el tiempo de docentes y alumnos

Licklider (1957): 85 % de “pensar” es lo mundano (calcular, dibujar, etc.)



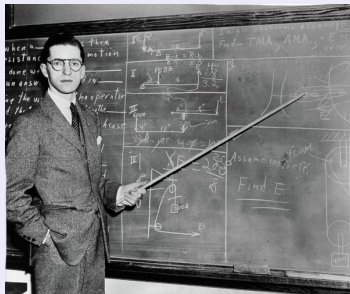
Aula y práctica: transcripción y reiteración

- Memoria $\xrightarrow{\text{profesor}}$ pizarrón/presentación
- Pizarrón/presentación $\xrightarrow{\text{alumno}}$ cuaderno
- Práctica: **reiterar** diagramas, cálculos, etc.



Valorizar el tiempo de docentes y alumnos

Licklider (1957): 85 % de “pensar” es lo mundano (calcular, dibujar, etc.)



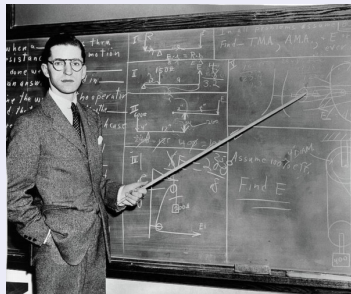
Aula y práctica: transcripción y reiteración

- Memoria $\xrightarrow{\text{profesor}}$ pizarrón/presentación
- Pizarrón/presentación $\xrightarrow{\text{alumno}}$ cuaderno
- Práctica: **reiterar** diagramas, cálculos, etc.
- Aburrimiento $\Rightarrow \downarrow$ concentración



Valorizar el tiempo de docentes y alumnos

Licklider (1957): 85 % de “pensar” es lo mundano (calcular, dibujar, etc.)



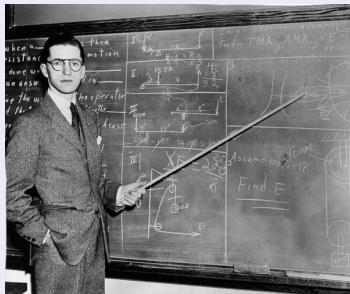
Aula y práctica: transcripción y reiteración

- Memoria $\xrightarrow{\text{profesor}}$ pizarrón/presentación
- Pizarrón/presentación $\xrightarrow{\text{alumno}}$ cuaderno
- Práctica: **reiterar** diagramas, cálculos, etc.
- Aburrimiento $\Rightarrow \downarrow$ concentración



Valorizar el tiempo de docentes y alumnos

Licklider (1957): 85 % de “pensar” es lo mundano (calcular, dibujar, etc.)



Aula y práctica: transcripción y reiteración

- Memoria $\xrightarrow{\text{profesor}}$ pizarrón/presentación
- Pizarrón/presentación $\xrightarrow{\text{alumno}}$ cuaderno
- Práctica: **reiterar** diagramas, cálculos, etc.
- Aburrimiento $\Rightarrow \downarrow$ concentración

- Ingenio $\xrightarrow{\text{profesor}}$ código en repositorio

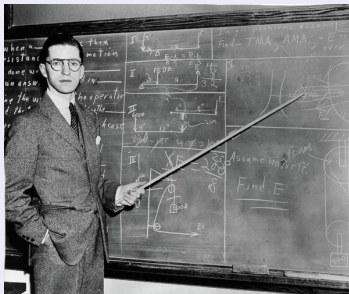
```
+ Code + Text
[ ] Pacientes
...
T : (quality symp) cons relational Equality
  It is like a simple explicit la energía cinética del sistema en función de coordenadas y velocidades generalizadas y el tiempo.
V : (quality symp) cons relational Equality
  It is like a simple explicit la energía potencial del sistema en función de coordenadas y velocidades generalizadas y el tiempo.
conservedGeneralized: (time) symp (symp cons symbol)
  Para la que quiere obtener la ecuación de Euler-Lagrange.

Retorno
...
Quality symp (symp cons relational Equality)
  Ecuación de Euler-Lagrange homogénea para la coordenadaGeneralizada
...
lagrangiano = (T - V) - (V - T)
V = cons symbol 'V' y se como se define respecto al tiempo con la función diff se declara y como símbolo
defini que es
  Lagrangiano diff conservedGeneralizada
  - Lagrangiano diff conservedGeneralizada diff(t): diff(t)
  0
  simplify()

[ ] theta_0 = eulerLagrange(t, V, theta)
theta_0
(1/2) * (2 * m * L^2 * omega^2 * sin(theta_0)^2 - 2 * m * g * L * (1 - cos(theta_0)))
```


Valorizar el tiempo de docentes y alumnos

Licklider (1957): 85 % de “pensar” es lo mundano (calcular, dibujar, etc.)



Aula y práctica: transcripción y reiteración

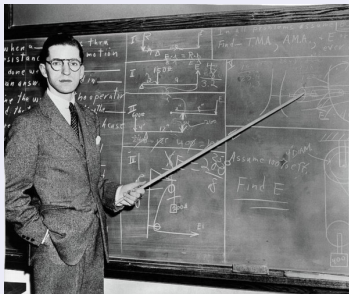
- Memoria $\xrightarrow{\text{profesor}}$ pizarrón/presentación
- Pizarrón/presentación $\xrightarrow{\text{alumno}}$ cuaderno
- Práctica: **reiterar** diagramas, cálculos, etc.
- Aburrimiento $\Rightarrow \downarrow$ concentración

[illegible]

- Ingenio $\xrightarrow{\text{profesor}}$ código en repositorio
- Repositorio del curso $\xrightarrow{\text{alumno}}$ propio

Valorizar el tiempo de docentes y alumnos

Licklider (1957): 85 % de “pensar” es lo mundano (calcular, dibujar, etc.)



Aula y práctica: transcripción y reiteración

- Memoria $\xrightarrow{\text{profesor}}$ pizarrón/presentación
- Pizarrón/presentación $\xrightarrow{\text{alumno}}$ cuaderno
- Práctica: **reiterar** diagramas, cálculos, etc.
- Aburrimiento $\Rightarrow \downarrow$ concentración

```

Código > Test

[ ] ProbarEuler()
    ProbarEuler()
    1 - Español Sympy (sympy.com relational Equality)
    Se no debe decirse explícita la energía cinética del sistema en función de coordenadas y velocidades generalizadas y al tiempo.
    2 - Inglés Sympy (sympy.com relational Equality)
    Se no debe decirse explícita la energía potencial del sistema en función de coordenadas y velocidades generalizadas y al tiempo
    coordenadasGeneralizadas (símbolo Sympy (sympy.com symbol Symbol))
    Para lo que quiere obtenerse la ecuación se Euler-Lagrange.

Botones
    Igualidad Sympy (sympy.com relational Equality)
    Ecuación de Euler-Lagrange homogénea para la coordenadaGeneralizada

logarismo = (7.34 - 7.34).asympt()
> sym.simplify('1') & como se define respecto al tiempo con la función diff se declara v como símbolo
return sym.simplify(
    -logarismo.diff(coordenadasGeneralizadas)
    -logarismo.diff(coordenadasGeneralizadas.diff(t)).diff(t)
)

> simplify()

[ ] theta_Euler = eulerLagrange(1, V, theta)
theta_Euler

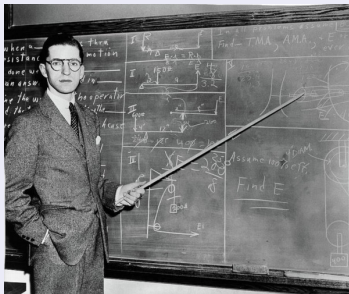
> theta_Euler[200]
[ 0.785398163397448, 0.785398163397448, 0.785398163397448, ... ]

```

- Ingenio $\xrightarrow{\text{profesor}}$ código en repositorio
- Repositorio del curso $\xrightarrow{\text{alumno}}$ propio
- Poner en práctica: ~~re~~ **utilizar** código

Valorizar el tiempo de docentes y alumnos

Licklider (1957): 85 % de “pensar” es lo mundano (calcular, dibujar, etc.)



Aula y práctica: transcripción y reiteración

- Memoria $\xrightarrow{\text{profesor}}$ pizarrón/presentación
- Pizarrón/presentación $\xrightarrow{\text{alumno}}$ cuaderno
- Práctica: **reiterar** diagramas, cálculos, etc.
- Aburrimiento $\Rightarrow \downarrow$ concentración

[illegible]

- Ingenio $\xrightarrow{\text{profesor}}$ código en repositorio
- Repositorio del curso $\xrightarrow{\text{alumno}}$ propio
- Poner en práctica: ~~re~~ utilizar código

Estudiantes de ingeniería deben aprovecharse del código



Estudiantes de ingeniería deben aprovecharse del código

- Usan calculadora pues **aprendieron** aritmética en la primaria.



Estudiantes de ingeniería deben aprovecharse del código

- Usan calculadora pues **aprendieron** aritmética en la primaria.
- Usarán álgebra computacional pues **aprobaron** álgebra y análisis.

```
[14]: sistemaEcuaciones = [  
    x_EL,  
    phi_EL,  
]  
variablesDespeje = [x.diff(t,2), phi.diff(t,2)] # despejar aceleraciones generalizadas  
variablesDespeje_sol = sym.nonlinsolve(sistemaEcuaciones, variablesDespeje ).args[0]
```

```
[15]: x_pp = sym.Eq(variablesDespeje[0], variablesDespeje_sol.args[0]) # [m s-2]  
phi_pp = sym.Eq(variablesDespeje[1], variablesDespeje_sol.args[1]) # [m s-2]  
x_pp, phi_pp
```

```
[15]:
```

$$\ddot{x} = \frac{-\ell g m_2 \sin(\phi) + \frac{\ell m_2 (\ell m_2 \cos(\phi) \dot{\phi}^2 + g m_1 + g m_2) \sin(\phi)}{m_1 + m_2 \sin^2(\phi)}}{\ell m_2 \cos(\phi)}, \quad \ddot{\phi} = -\frac{(\ell m_2 \cos(\phi) \dot{\phi}^2 + g m_1 + g m_2) \sin(\phi)}{\ell (m_1 + m_2 \sin^2(\phi))}$$



Estudiantes de ingeniería deben aprovecharse del código

- Usan calculadora pues **aprendieron** aritmética en la primaria.
- Usarán álgebra computacional pues **aprobaron** álgebra y análisis.
 - ▶ Enfocarse en nuevas habilidades, no en cálculos automatizables.

```
[14]: sistemaEcuaciones = [  
    x_EL,  
    phi_EL,  
]  
variablesDespeje = [x.diff(t,2), phi.diff(t,2)] # despejar aceleraciones generalizadas  
variablesDespeje_sol = sym.nonlinsolve(sistemaEcuaciones, variablesDespeje ).args[0]
```

```
[15]: x_pp = sym.Eq(variablesDespeje[0], variablesDespeje_sol.args[0]) # [m s-2]  
phi_pp = sym.Eq(variablesDespeje[1], variablesDespeje_sol.args[1]) # [m s-2]  
x_pp, phi_pp
```

```
[15]:
```

$$\ddot{x} = \frac{-\ell g m_2 \sin(\phi) + \frac{\ell m_2 (\ell m_2 \cos(\phi) \dot{\phi}^2 + g m_1 + g m_2) \sin(\phi)}{m_1 + m_2 \sin^2(\phi)}}{\ell m_2 \cos(\phi)}, \quad \ddot{\phi} = -\frac{(\ell m_2 \cos(\phi) \dot{\phi}^2 + g m_1 + g m_2) \sin(\phi)}{\ell (m_1 + m_2 \sin^2(\phi))}$$

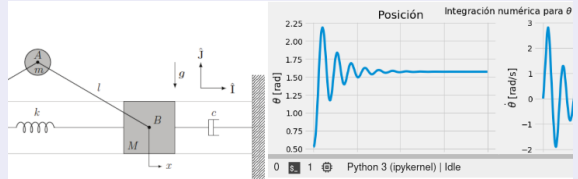


Estudiantes de ingeniería deben aprovecharse del código

- Usan calculadora pues **aprendieron** aritmética en la primaria.
- Usarán álgebra computacional pues **aprobaron** álgebra y análisis.
 - ▶ Enfocarse en nuevas habilidades, no en cálculos automatizables.
 - ▶ Con cálculo numérico resolverán lo imposible en pizarrón/papel.

```
[14]: sistemaEcuaciones = [  
    x_EL,  
    phi_EL,  
]  
variablesDespeje = [x.diff(t,2), phi.diff(t,2)] # despejar aceleraciones generalizadas  
variablesDespeje_sol = sym.nonlinsolve(sistemaEcuaciones, variablesDespeje ).args[0]  
  
[15]: x_pp = sym.Eq(variablesDespeje[0], variablesDespeje_sol.args[0]) # [m s-2]  
phi_pp = sym.Eq(variablesDespeje[1], variablesDespeje_sol.args[1]) # [m s-2]  
x_pp, phi_pp  
  
[15]: 
$$\ddot{x} = \frac{-\ell g m_2 \sin(\phi) + \frac{\ell m_2 (\ell m_2 \cos(\phi) \dot{\phi}^2 + g m_1 + g m_2) \sin(\phi)}{m_1 + m_2 \sin^2(\phi)}}{\ell m_2 \cos(\phi)}, \quad \ddot{\phi} = -\frac{(\ell m_2 \cos(\phi) \dot{\phi}^2 + g m_1 + g m_2) \sin(\phi)}{\ell (m_1 + m_2 \sin^2(\phi))}$$

```

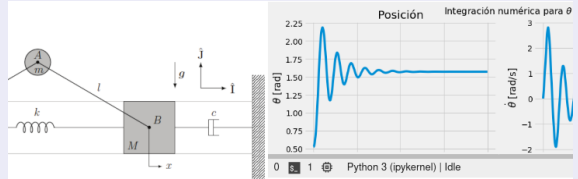


Estudiantes de ingeniería deben aprovecharse del código

- Usan calculadora pues **aprendieron** aritmética en la primaria.
- Usarán álgebra computacional pues **aprobaron** álgebra y análisis.
 - ▶ Enfocarse en nuevas habilidades, no en cálculos automatizables.
 - ▶ Con cálculo numérico resolverán lo imposible en pizarrón/papel.

```
[14]: sistemaEcuaciones = [  
    x_EL,  
    phi_EL,  
]  
variablesDespeje = [x.diff(t,2), phi.diff(t,2)] # despejar aceleraciones generalizadas  
variablesDespeje_sol = sym.nonlinsolve(sistemaEcuaciones, variablesDespeje ).args[0]  
  
[15]: x_pp = sym.Eq(variablesDespeje[0], variablesDespeje_sol.args[0]) # [m s-2]  
phi_pp = sym.Eq(variablesDespeje[1], variablesDespeje_sol.args[1]) # [m s-2]  
x_pp, phi_pp  
  
[15]: 
$$\ddot{x} = \frac{-\ell g m_2 \sin(\phi) + \frac{\ell m_2 (\ell m_2 \cos(\phi) \dot{\phi}^2 + g m_1 + g m_2) \sin(\phi)}{m_1 + m_2 \sin^2(\phi)}}{\ell m_2 \cos(\phi)}, \quad \ddot{\phi} = -\frac{(\ell m_2 \cos(\phi) \dot{\phi}^2 + g m_1 + g m_2) \sin(\phi)}{\ell (m_1 + m_2 \sin^2(\phi))}$$

```

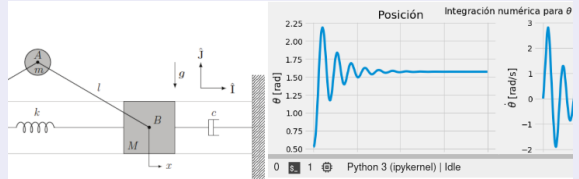


Estudiantes de ingeniería deben aprovecharse del código

- Usan calculadora pues **aprendieron** aritmética en la primaria.
- Usarán álgebra computacional pues **aprobaron** álgebra y análisis.
 - ▶ Enfocarse en nuevas habilidades, no en cálculos automatizables.
 - ▶ Con cálculo numérico resolverán lo imposible en pizarrón/papel.

```
[14]: sistemaEcuaciones = [  
    x_EL,  
    phi_EL,  
]  
variablesDespeje = [x.diff(t,2), phi.diff(t,2)] # despejar aceleraciones generalizadas  
variablesDespeje_sol = sym.nonlinsolve(sistemaEcuaciones, variablesDespeje ).args[0]  
  
[15]: x_pp = sym.Eq(variablesDespeje[0], variablesDespeje_sol.args[0]) # [m s-2]  
phi_pp = sym.Eq(variablesDespeje[1], variablesDespeje_sol.args[1]) # [m s-2]  
x_pp, phi_pp  
  
[15]: 
$$\ddot{x} = \frac{-\ell g m_2 \sin(\phi) + \frac{\ell m_2 (\ell m_2 \cos(\phi) \dot{\phi}^2 + g m_1 + g m_2) \sin(\phi)}{m_1 + m_2 \sin^2(\phi)}}{\ell m_2 \cos(\phi)}, \quad \ddot{\phi} = -\frac{(\ell m_2 \cos(\phi) \dot{\phi}^2 + g m_1 + g m_2) \sin(\phi)}{\ell (m_1 + m_2 \sin^2(\phi))}$$

```



Papert (1980) “El aprendizaje sucede cuando el alumno toma las riendas”

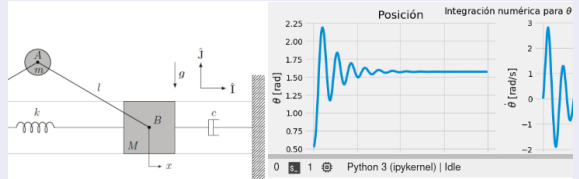
- Cierta problema es resuelto por un código provisto por el docente.

Estudiantes de ingeniería deben aprovecharse del código

- Usan calculadora pues **aprendieron** aritmética en la primaria.
- Usarán álgebra computacional pues **aprobaron** álgebra y análisis.
 - ▶ Enfocarse en nuevas habilidades, no en cálculos automatizables.
 - ▶ Con cálculo numérico resolverán lo imposible en pizarrón/papel.

```
[14]: sistemaEcuaciones = [  
    x_EL,  
    phi_EL,  
]  
variablesDespeje = [x.diff(t,2), phi.diff(t,2)] # despejar aceleraciones generalizadas  
variablesDespeje_sol = sym.nonlinsolve(sistemaEcuaciones, variablesDespeje ).args[0]  
  
[15]: x_pp = sym.Eq(variablesDespeje[0], variablesDespeje_sol.args[0]) # [m s-2]  
phi_pp = sym.Eq(variablesDespeje[1], variablesDespeje_sol.args[1]) # [m s-2]  
x_pp, phi_pp  
  
[15]: 
$$\ddot{x} = \frac{-\ell m_2 \sin(\phi) + \frac{\ell m_2 (\ell m_2 \cos(\phi) \dot{\phi}^2 + g m_1 + g m_2) \sin(\phi)}{m_1 + m_2 \sin^2(\phi)}}{\ell m_2 \cos(\phi)}, \quad \ddot{\phi} = -\frac{(\ell m_2 \cos(\phi) \dot{\phi}^2 + g m_1 + g m_2) \sin(\phi)}{\ell (m_1 + m_2 \sin^2(\phi))}$$

```



Papert (1980) “El aprendizaje sucede cuando el alumno toma las riendas”

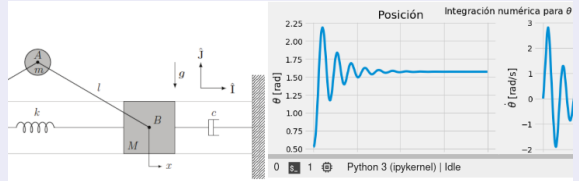
- Cierta problema es resuelto por un código provisto por el docente.
- El alumno realiza modificaciones para resolver nuevas problemáticas.

Estudiantes de ingeniería deben aprovecharse del código

- Usan calculadora pues **aprendieron** aritmética en la primaria.
- Usarán álgebra computacional pues **aprobaron** álgebra y análisis.
 - ▶ Enfocarse en nuevas habilidades, no en cálculos automatizables.
 - ▶ Con cálculo numérico resolverán lo imposible en pizarrón/papel.

```
[14]: sistemaEcuaciones = [  
    x_EL,  
    phi_EL,  
]  
variablesDespeje = [x.diff(t,2), phi.diff(t,2)] # despejar aceleraciones generalizadas  
variablesDespeje_sol = sym.nonlinsolve(sistemaEcuaciones, variablesDespeje).args[0]  
  
[15]: x_pp = sym.Eq(variablesDespeje[0], variablesDespeje_sol.args[0]) # [m s-2]  
phi_pp = sym.Eq(variablesDespeje[1], variablesDespeje_sol.args[1]) # [m s-2]  
x_pp, phi_pp  
  
[15]: 
$$\ddot{x} = \frac{-\ell g m_2 \sin(\phi) + \frac{\ell m_2 (\ell m_2 \cos(\phi) \dot{\phi}^2 + g m_1 + g m_2) \sin(\phi)}{m_1 + m_2 \sin^2(\phi)}}{\ell m_2 \cos(\phi)}, \quad \ddot{\phi} = -\frac{(\ell m_2 \cos(\phi) \dot{\phi}^2 + g m_1 + g m_2) \sin(\phi)}{\ell (m_1 + m_2 \sin^2(\phi))}$$

```



Papert (1980) “El aprendizaje sucede cuando el alumno toma las riendas”

- Cierta problema es resuelto por un código provisto por el docente.
- El alumno realiza modificaciones para resolver nuevas problemáticas.
- Paulatinamente se torna autónomo reutilizando el propio código.

Todo el material es editable en línea



Todo el material es editable en línea

Cuaderno programable en línea: texto + ecuaciones + código

The screenshot shows a Jupyter Notebook titled "PÉNDULO ENHEBRADO SOLVED.IPYNB". The left sidebar contains a table of contents with four items:

- Enunciado
- 1. Construya el Lagrangiano y la(s) función(es) de ligadura
- 2. Calcule las ecuaciones de Euler-Lagrange
- 3. Obtenga una expresión para la tensión que ejerce la barra
- 4. Grafique la tensión en los primeros diez segundos de la dinámica.

The main content area displays the following text and code:

3. Obtenga una expresión para la tensión que ejerce la barra

$$Q_d = \lambda_1 \frac{\partial f_1}{\partial d} = \lambda_1$$

Por tanto hay que resolver el sistema con las 3 ecuaciones de Euler-Lagrange y la única de ligadura para determinar λ_1 . Esta última hay que resolverla para su caso homogéneo y expresar su derivada segunda para que esté en el mismo orden que las de Euler-Lagrange, a fin de cuentas estamos resolviendo sistemas diferenciales de 2.º orden.

```
[14]: f_1
```

```
[14]: f_1 = -l + d
```

Determinamos también $\ddot{\theta}_1$ y $\ddot{\theta}_2$ pues serán necesarias para los cálculos numéricos posteriores.

```
[15]: sistema = [theta1_EL.expand(),
               theta2_EL.expand(),
               d_EL.expand(),
               sym.Eq(f_1.rhs.diff(t,2), 0), # esto es igual a d punto punto = 0
               ]
variables = [theta1.diff(t,2), theta2.diff(t,2), lambda_1]
variables_sol = sym.nonlinsolve(sistema, variables).args[0]
```

```
[16]: lambda_1_sol = sym.Eq(lambda_1, variables_sol.args[2])
      lambda_1_sol.simplify()
```

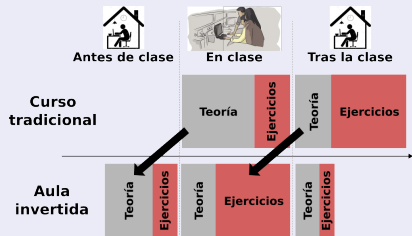
```
[16]: m * (2*a*cos(theta_1 - theta_2)*theta_1**2 + g*cos(2*theta_1 - theta_2) + g*cos(theta_2) + 2*d*theta_2**2 - 2*d)
```

Trabajo sincrónico y asincrónico sobre el código

Teoría y ejercicios resueltos en línea en cuadernos programables

- Consultas **asincrónicas** en línea (24/7) **públicas** hacia otros alumnos.

Aula invertida



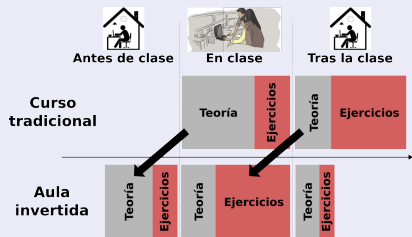
Sincrónico	Teoría	Ejercicios
Antes	Leer y aplicar	Iniciarles
Durante	Aclarar dudas	Terminarles
Luego	Consultas adicionales	Correcciones del docente

Trabajo sincrónico y asincrónico sobre el código

Teoría y ejercicios resueltos en línea en cuadernos programables

- Consultas **asincrónicas** en línea (24/7) **públicas** hacia otros alumnos.
- Trabajo **colaborativo remota** en cuadernos multi-usuario.

Aula invertida



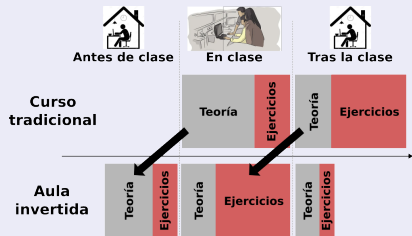
Sincrónico	Teoría	Ejercicios
Antes	Leer y aplicar	Iniciarles
Durante	Aclarar dudas	Terminarles
Luego	Consultas adicionales	Correcciones del docente

Trabajo sincrónico y asincrónico sobre el código

Teoría y ejercicios resueltos en línea en cuadernos programables

- Consultas **asincrónicas** en línea (24/7) **públicas** hacia otros alumnos.
- Trabajo **colaborativo remota** en cuadernos multi-usuario.
- Al finalizar ejercicios, asistencia docente **sincrónica individual**

Aula invertida



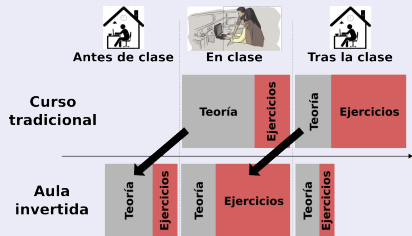
Sincrónico	Teoría	Ejercicios
Antes	Leer y aplicar	Iniciarles
Durante	Aclarar dudas	Terminarles
Luego	Consultas adicionales	Correcciones del docente

Trabajo sincrónico y asincrónico sobre el código

Teoría y ejercicios resueltos en línea en cuadernos programables

- Consultas **asincrónicas** en línea (24/7) **públicas** hacia otros alumnos.
- Trabajo **colaborativo remota** en cuadernos multi-usuario.
- Al finalizar ejercicios, asistencia docente **sincrónica individual**
- Entrega **obligatoria** para su corrección **semanal**.


Aula invertida



Sincrónico	Teoría	Ejercicios
Antes	Leer y aplicar	Iniciarles
Durante	Aclarar dudas	Terminarles
Luego	Consultas adicionales	Correcciones del docente

Asistencia docente y corrección asincrónica

Google Colaboratory: comentando y editando el ejercicio del alumno

 07 No conservativas | ej4 ☆

Archivo Editar Ver Insertar Entorno de ejecución Herramientas Ayuda [Se editó por última vez: 3 de junio](#)

+ Código + Texto

Conectar ▾ Editando ↕

```
[ ] # Energía potencial
m1_V = - (m1* g* (- N.y)).dot(m1_r)
# pot_k1 = unMedio* ( -k1* ((l10 + x1)* (sym.cos(theta) - sym.sin(theta)) )**2 ) # mal
pot_k1 = unMedio* k1* (l10 + x1)**2 # Lo escribí yo
# pot_k2 = unMedio* -k2* (l20 + x)**2
pot_k2 = unMedio* k2* (l20 + x)**2
V = sym.Eq(sym.Symbol('V'), m1_V + pot_k1 + pot_k2 ) #agrega el potencial elastico k en la ecuacion
V
```


$$V = gm_1(-l_{10} - x_1)\sin(\theta) + \frac{k_1(l_{10} + x_1)^2}{2} + \frac{k_2(l_{20} + x)^2}{2}$$

▼ Lagrangiano

```
[ ] L = sym.Eq(sym.Symbol('\mathcal{L}'), (T.rhs - V.rhs))
L
```

$$\mathcal{L} = -gm_1(-l_{10} - x_1)\sin(\theta) - \frac{k_1(l_{10} + x_1)^2}{2} - \frac{k_2(l_{20} + x)^2}{2} + \frac{(m_0 + m_1)(2\cos(\theta)\dot{x}_1 + \dot{x}^2 + \dot{x}_1^2)}{2}$$

ECUACIONES DE EULER

 Victor Alexis Bettachini [Resolver](#) ⋮
31 de may. de 2021
(editado el 31 de may. de 2021)

- El estiramiento del resorte de k_1 es colineal con x_1 . No tienen sentido pensar en proyecciones (si es lo que hiciste, que realmente no entiendo).
- ¿Porque negativos los k ?

Seguimiento individualizado

Registro del cumplimiento con entregas semanales

Q Buscar

MR

Calificaciones

↗ ↺

Vencimiento el 28 sept

📖

☰

📄 Exportar a Excel

⚙

	g06e03	g06e04	g06e05	g05e01a	g05e01c	g05e02	g05e03
Buscar alumnos	28 sept	28 sept	28 sept	14 sept	14 sept	14 sept	14 sept
🏠 Promedio de clase							
👤 [Avatar] [Nombre]	Visto		Visto	Devuelto	Entregado	Entregado	Entregado
👤 [Avatar] [Nombre]				Devuelto	Entregado	Entregado	Entregado
👤 [Avatar] [Nombre]				Entregado	Entregado	Entregado	Entregado
👤 [Avatar] [Nombre]	Visto	Visto	Visto	Entregado	Entregado	Entregado	Entregado
👤 [Avatar] [Nombre]				Entregado	Entregado		Entregado
👤 [Avatar] [Nombre]	Visto	Visto	Visto	Entregado	Entregado	Visto	Entregado

Resumiendo

Curso centrado en código

- Teoría: texto + ecuaciones + código ejecutable en cuadernos digitales.

Modalidad de aula invertida

Resumiendo

Curso centrado en código

- Teoría: texto + ecuaciones + código ejecutable en cuadernos digitales.
- Reforzados con videos propios y bibliografía.

Modalidad de aula invertida

Resumiendo

Curso centrado en código

- Teoría: texto + ecuaciones + código ejecutable en cuadernos digitales.
- Reforzados con videos propios y bibliografía.
- Práctica: reutilización del código del docente.

Modalidad de aula invertida

Resumiendo

Curso centrado en código

- Teoría: texto + ecuaciones + código ejecutable en cuadernos digitales.
- Reforzados con videos propios y bibliografía.
- Práctica: reutilización del código del docente.
- Ejecución en línea:

Modalidad de aula invertida

Resumiendo

Curso centrado en código

- Teoría: texto + ecuaciones + código ejecutable en cuadernos digitales.
- Reforzados con videos propios y bibliografía.
- Práctica: reutilización del código del docente.
- Ejecución en línea:
 - ▶ Colaboración y corrección remota.

Modalidad de aula invertida

Resumiendo

Curso centrado en código

- Teoría: texto + ecuaciones + código ejecutable en cuadernos digitales.
- Reforzados con videos propios y bibliografía.
- Práctica: reutilización del código del docente.
- Ejecución en línea:
 - ▶ Colaboración y corrección remota.
 - ▶ No requiere computadoras en el campus, ni que sean poderosas.

Modalidad de aula invertida

Resumiendo

Curso centrado en código

- Teoría: texto + ecuaciones + código ejecutable en cuadernos digitales.
- Reforzados con videos propios y bibliografía.
- Práctica: reutilización del código del docente.
- Ejecución en línea:
 - ▶ Colaboración y corrección remota.
 - ▶ No requiere computadoras en el campus, ni que sean poderosas.
 - ▶ Registro fechado del trabajo del alumno.

Modalidad de aula invertida

Resumiendo

Curso centrado en código

- Teoría: texto + ecuaciones + código ejecutable en cuadernos digitales.
- Reforzados con videos propios y bibliografía.
- Práctica: reutilización del código del docente.
- Ejecución en línea:
 - ▶ Colaboración y corrección remota.
 - ▶ No requiere computadoras en el campus, ni que sean poderosas.
 - ▶ Registro fechado del trabajo del alumno.

Modalidad de aula invertida

- Teoría: énfasis en la lectura autónoma por parte del alumno.

Resumiendo

Curso centrado en código

- Teoría: texto + ecuaciones + código ejecutable en cuadernos digitales.
- Reforzados con videos propios y bibliografía.
- Práctica: reutilización del código del docente.
- Ejecución en línea:
 - ▶ Colaboración y corrección remota.
 - ▶ No requiere computadoras en el campus, ni que sean poderosas.
 - ▶ Registro fechado del trabajo del alumno.

Modalidad de aula invertida

- Teoría: énfasis en la lectura autónoma por parte del alumno.
- Consultas: asincrónicas y públicas.

Resumiendo

Curso centrado en código

- Teoría: texto + ecuaciones + código ejecutable en cuadernos digitales.
- Reforzados con videos propios y bibliografía.
- Práctica: reutilización del código del docente.
- Ejecución en línea:
 - ▶ Colaboración y corrección remota.
 - ▶ No requiere computadoras en el campus, ni que sean poderosas.
 - ▶ Registro fechado del trabajo del alumno.

Modalidad de aula invertida

- Teoría: énfasis en la lectura autónoma por parte del alumno.
- Consultas: asincrónicas y públicas.
- Finalizar ejercicios: asistencia personalizada del docente

Actualidad del proyecto



2023 Retro-alimentación de los alumnos mejoró:



2023 Retro-alimentación de los alumnos mejoró:

- Apuntes y código en el repositorio.



2023 Retro-alimentación de los alumnos mejoró:

- Apuntes y código en el repositorio.
 - Metodología ejercitación y evaluación.
- Mayor exigencia de ejercicios → mejor respuesta.



2023 Retro-alimentación de los alumnos mejoró:

- Apuntes y código en el repositorio.
 - Metodología ejercitación y evaluación.
- Mayor exigencia de ejercicios → mejor respuesta.



Actualidad del proyecto

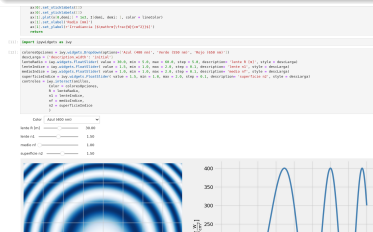
2023 Retro-alimentación de los alumnos mejoró:

- Apuntes y código en el repositorio.
- Metodología ejercitación y evaluación.

Mayor exigencia de ejercicios → mejor respuesta.

2024

- Física II empleará simulaciones provistas por nosotros.



Actualidad del proyecto

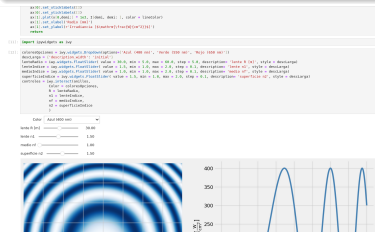
2023 Retro-alimentación de los alumnos mejoró:

- Apuntes y código en el repositorio.
- Metodología ejercitación y evaluación.

Mayor exigencia de ejercicios → mejor respuesta.

2024

- Física II empleará simulaciones provistas por nosotros.
- *Prompt engineering*: alumnos generarán código con IA.



```
lagrangiano = (T.xhs - V.yhs).expand()
t = sym.Symbol('t') # como se deriva respecto al tiempo con la función diff se declara t como simbolo
return sym.Eq(
    lagrangiano.diff(coordenadaGeneralizada)
    - lagrangiano.diff(coordenadaGeneralizada.diff(t)).diff(t)
    + 0
).simplify()
```

```
x1_EL = euler_lange(T, V, x1)
x1_EL
```

$$\frac{m^2 M \ddot{x}_1}{2} - g m_1 + g m_2 + m_1 \ddot{x}_1 + m_2 \ddot{x}_1 = 0$$

Esta es una ecuación diferencial lineal de segundo orden homogenea. De aquí se puede despejar \ddot{x}

```
#Despejar x1PuntoPunto
x1PuntoPunto = sym.solve(x1_EL, x1.diff(t, t)).args[0]
```

