

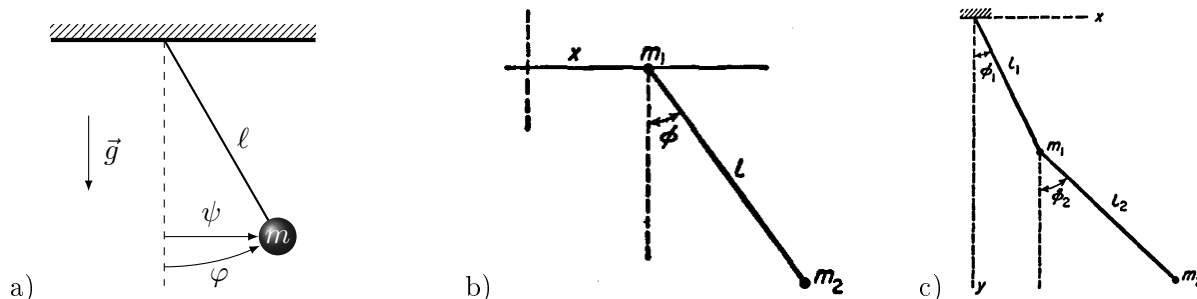
## ECUACIÓN DE EULER-LAGRANGE

Los problemas marcados con (\*) tienen alguna dificultad adicional, no dude en consultar.

### 1. Péndulo rígido ideal [Marion (english) ex. 7.2]

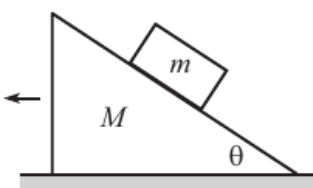
**Péndulo de punto de suspensión libre y péndulo doble** [Landau §5 ej. 1 y 2]

Aplique la ecuación de Euler-Lagrange para obtener las ecuaciones de la dinámica de los sistemas:



### 2. Plano inclinado móvil

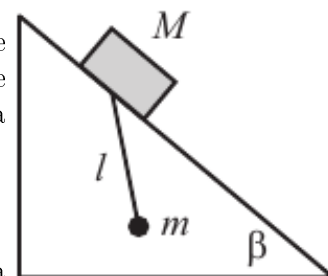
Un bloque de masa  $m$  está originalmente inmóvil sobre un plano de inclinación  $\theta$  que no le presenta fricción y de masa  $M$ . Este último puede deslizarse sobre la superficie horizontal que tampoco le presenta fricción alguna. Denomine con  $X$  en la dirección indicada la posición de este último y  $x$  para la del bloque superior.



- Obtenga la ecuación de Euler-Lagrange para  $X$  y para  $x$ .
- Habría notado que no podría responder a una pregunta como “De soltar el bloque más pequeño, ¿qué aceleración tiene el plano?” pues obtuvo un sistema de dos ecuaciones diferenciales ligadas. En la clase siguiente aprenderá a resolver el sistema usando SymPy.

### 3. Soporte de péndulo sobre un plano inclinado

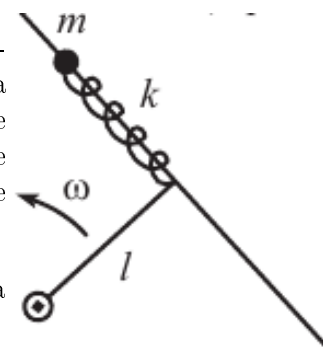
Un soporte de masa  $M$  desliza por un plano inclinado en un ángulo  $\beta$  sin que este le presente fricción. Un péndulo de longitud  $\ell$  y masa  $m$  cuelga del soporte (asuma que este se extiende a los costados del plano para que el péndulo pueda colgar).



- Encuentre las ecuaciones para la dinámica.
- (\*) Asumiendo pequeñas oscilaciones en torno a la vertical encuentre la frecuencia de oscilación del péndulo.

### 4. Resorte enrollado en una T

Una pieza rígida en forma de T consiste en una larga varilla soldada perpendicularmente a otra de longitud  $\ell$  que pivotea en torno a un origen. La T gira sobre un plano horizontal con velocidad angular constante  $\omega$ . Una partícula de masa  $m$  muy superior a la de la T, por la que esta última es despreciable, puede desplazarse libremente en la primer varilla y está conectada a la intersección de ambas por un resorte de constante elástica  $k$  y longitud natural nula.



- (\*) Encuentre una ecuación para la dinámica de la distancia de la partícula a la intersección  $d$ .
- (\*\*) Obtenga  $d(t)$  asumiendo las condición iniciales que desee.
- (\*\*\*) Existe un “valor especial” para  $\omega$ . ¿Cuál sería y por qué es especial?