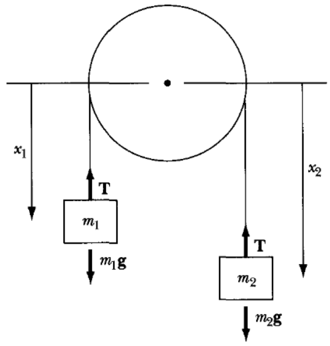
Ligaduras

Los problemas marcados con (*) tienen alguna dificultad adicional, no dude en consultar.

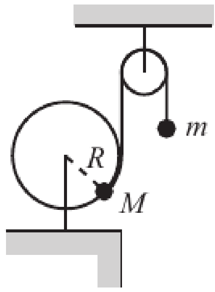
1. **Máquina de Atwood simple**
   Obtenga a partir de la ecuación de Euler-Lagrange la aceleración que presentan las pesas de masas m_1 y m_2 que cuelgan de una cuerda de longitud ℓ que pasa por sobre una polea de radio R_p y masa m_p.



   a) Resuelva el caso en que se considera m_p irrelevante.

   b) Resuelva ahora considerando m_p, y que la polea presenta una sección cilíndrica. El momento de inercia de tal cilindro de masa m ante rotaciones en torno a su eje de simetría longitudinal es $(m/2)R^2$.

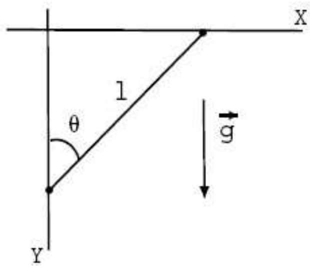
2. **Aro y polea**
   Una partícula de masa m pende de una polea de masa también despreciable colgada del techo al extremo de una cuerda de longitud ℓ y masa despreciable. El otro extremo se ata con un nudo de masa $M > m$ a un aro de masa m_a, enrollándose parcialmente en torno a éste. El radio del aro es R y puede rotar libremente, lo que hace que éste y el nudo presenten momentos de inercia $m_a R^2$ y MR^2 respectivamente.



   a) (*) Describa la ligadura contemplando el ángulo de rotación del aro.

   b) Obtenga la ecuación de Euler-Lagrange para la dinámica.

3. **Péndulo de pesas engarzadas y acopladas**
   Dos partículas de masa m_1 y m_2 están unidas por una barra rígida inextensible de longitud ℓ y masa despreciable frente a las anteriores. La de m_1 se mueve solo sobre el eje x y la de m_2 solo sobre el y.



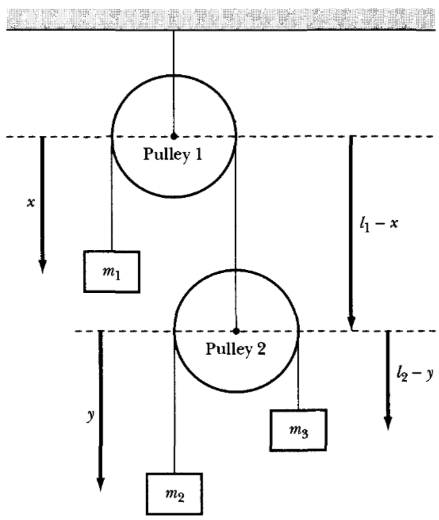
   a) Despeje la aceleración en la ecuación de Euler-Lagrange para una única coordenada generalizada

   1) y 2) θ

   Tras resolver ambos casos, ¿cuál preferiría para trabajar?

   b) (*) ¿Cuál es el período de movimiento de pequeñas oscilaciones para el caso $m_1 = m_2 = m$?

4. **Maquina de Atwood compuesta** [Marion (english) ex. 7.8]



   a) Obtenga las aceleraciones en este sistema resolviendo las ecuaciones de Euler-Lagrange. Las coordenadas se reducen a dos, x e y, pues con el vínculo de las cuerdas establece la posición de todas las masas y de la polea inferior. Simplifique el problema considerando despreciable la masa de las poleas de radio R.

   b) (*) Contemple ahora la masa de las poleas m_p. Recuerde que presentan el momento de inercia de un cilindro $(m_p/2)R^2$

