

## FUERZAS EXTERNAS EN EL ENFOQUE LAGRANGIANO

## 1. Barra que pende de un carro

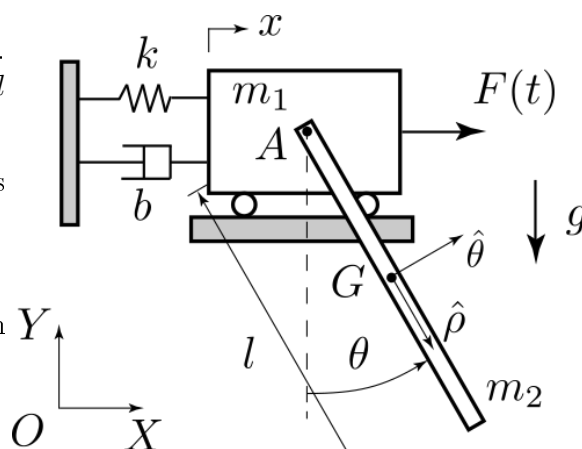
Obtenga las ecuaciones que describen la dinámica del sistema. El momento de inercia para una barra de masa  $m$  y longitud  $l$  para una rotación desde uno de sus extremos es  $\frac{m}{12}l^2$ .

- a) Calcule la descomposición en fuerzas generalizadas de las no conservativas que actúan sobre el sistema:

- el forzado externo  $\vec{F}(t)$ ,
- y la que hace ejercer amortiguador de constante  $b$  en función de la velocidad del carro,  $-b\dot{x}\hat{x}$ .

- b) Genere el Lagrangiano.

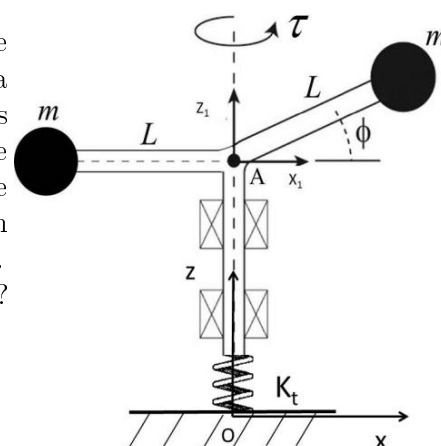
- c) Calcule las ecuaciones de Euler-Lagrange.



2. Dos pesos de masa idéntica  $m$  están unidos al extremo de brazos de masa despreciable. Uno de los brazos describe una inclinación fija con la horizontal de  $\phi$ . Descartamos la fricción con los rodamientos que mantiene vertical el eje de donde parten los brazos. Este puede rotar libremente a cualquier ángulo  $\theta$  pues un resorte de torsión de constante elástica  $K_t$  opone un torque cada vez que  $\theta \neq 0$ . En adición a este torque se ejerce uno externo variable en el tiempo:  $\vec{\tau} = \tau(t)\hat{z}$ . Pregunta conceptual: ¿Cuales es la unidad de la fuerza generalizada?

- a) N      b)  $\frac{N}{m}$       c) N m      d) Otra

Obtenga las ecuaciones de la dinámica de Euler-Lagrange.



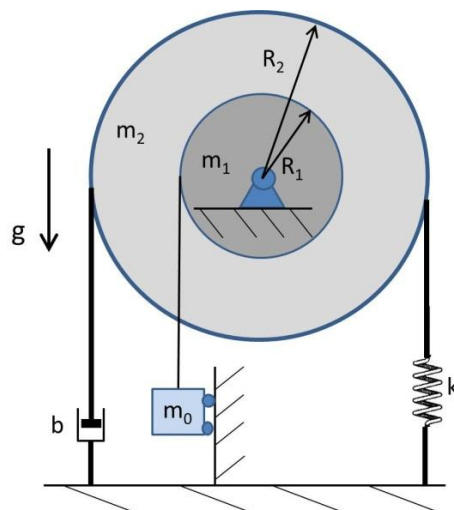
3. Dos barriles cilíndricos homogéneos de respectivas masas y radios  $m_1, m_2$ ,  $R_1$  y  $R_2$  están soldados. Este armado rota sin fricción en torno a un eje.

Una cuerda de masa despreciable envuelve al cilindro externo y sus extremos conectan un resorte de constante elástica  $k$  y un amortiguador. Tal amortiguador ejerce una fuerza de resistencia al movimiento lineal con la velocidad,

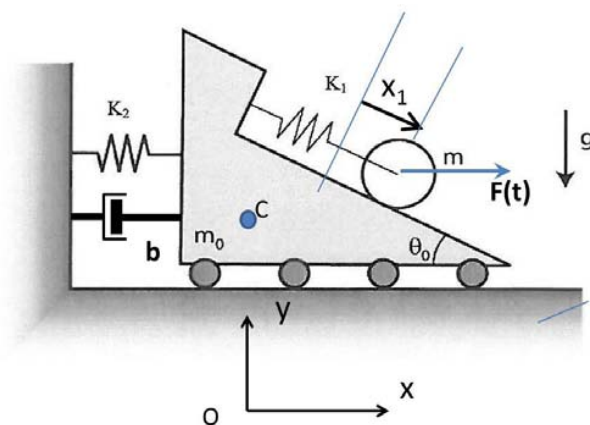
$$\vec{F}_{\text{amortiguador}} = -c\dot{\vec{r}}.$$

Una correa de masa despreciable envuelve al cilindro de menor radio y de ella pende vertical un bloque de masa  $m_0$ .

Obtenga las ecuaciones de la dinámica de Euler-Lagrange.



4. Sobre la superficie inclinada en  $\theta_0$  del carro de masa  $m_0$  rueda sin deslizar un disco de radio  $R$  y masa  $m$ . Este no se sale de la superficie a pesar de que al centro del mismo se aplica una fuerza  $\vec{F} = F(t)\hat{x}$  gracias a un resorte de constante elástica  $K_1$  que une este centro con el carro. Limita el alcance de este un resorte de constante elástica  $K_2$  fijado a la pared y un amortiguador proporcional a la velocidad de constante proporcional  $b$ . Ambos resortes tienen originalmente su longitud de equilibrio  $l_{10}$  y  $l_{20}$ . Se descarta la fricción del carro con el suelo. Todo el sistema está sometido a la aceleración gravitatoria  $\vec{g} = -g\hat{y}$ .



Pregunta conceptual: ¿Qué es la fuerza generalizada asociada al desplazamiento virtual  $\delta x$  debida a  $\vec{F}$ ?

- a)  $F(t) \cos(\theta)$       b)  $F(t)$       c)  $F(t)\delta x$       d) 0

Obtenga las ecuaciones de la dinámica de Euler-Lagrange.