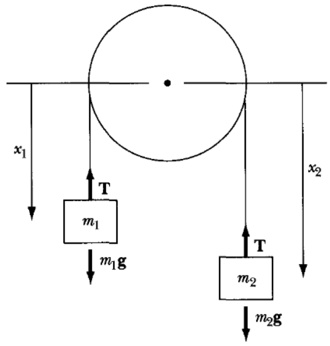
Ligaduras

Los problemas marcados con (*) tienen alguna dificultad adicional, no dude en consultar.

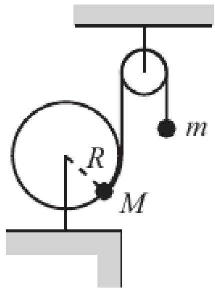
1. **Máquina de Atwood simple**
   Obtenga a partir de la ecuación de Euler-Lagrange la aceleración que presentan las pesas de masas m_1 y m_2 que cuelgan de una cuerda de longitud ℓ que pasa por sobre una polea de radio R_p y masa m_p.



   a) Resuelva el caso en que se considera m_p irrelevante.

   b) Resuelva ahora considerando m_p, y que la polea presenta una sección cilíndrica. El momento de inercia de tal cilindro de masa m ante rotaciones en torno a su eje de simetría longitudinal es $(m/2)R^2$.

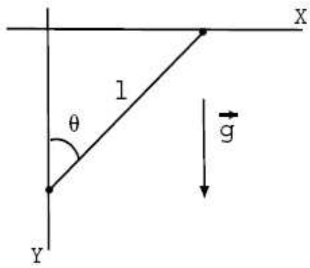
2. **Aro y polea**
   Una partícula de masa m pende de una polea de masa también despreciable colgada del techo al extremo de una cuerda de longitud ℓ y masa despreciable. El otro extremo se ata con un nudo de masa $M > m$ a un aro de masa m_a, enrollándose parcialmente en torno a éste. El radio del aro es R y puede rotar libremente, lo que hace que éste y el nudo presenten momentos de inercia $m_a R^2$ y MR^2 respectivamente.



   a) (*) Describa la ligadura contemplando el ángulo de rotación del aro.

   b) Obtenga la ecuación de Euler-Lagrange para la dinámica.

3. **Péndulo de pesas engarzadas y acopladas**
   Dos partículas de masa m_1 y m_2 están unidas por una barra rígida inextensible de longitud ℓ y masa despreciable frente a las anteriores. La de m_1 se mueve solo sobre el eje x y la de m_2 solo sobre el y.



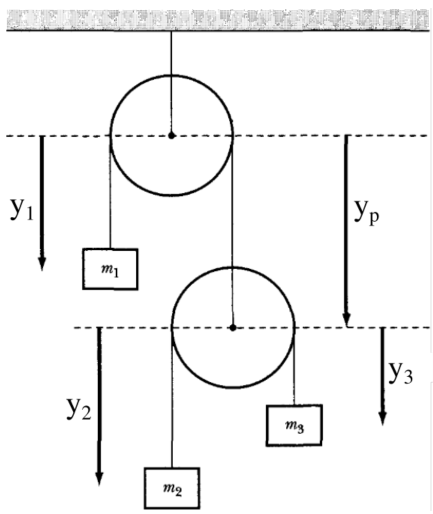
   a) Despeje la aceleración en la ecuación de Euler-Lagrange para una única coordenada generalizada

   $$1)\ y \quad 2)\ \theta$$

   Tras resolver ambos casos, ¿cuál preferiría para trabajar?

   b) (*) ¿Cuál es el período de movimiento de pequeñas oscilaciones para el caso $m_1 = m_2 = m$?

4. **Maquina de Atwood compuesta** [Marion (english) ex. 7.8]



   a) Escriba la posición de las tres pesas y de la polea de masa m_p en función de las cuatro coordenadas generalizadas indicadas en la figura.

   b) Modele en dos funciones de ligadura que proveen las cuerdas.

   c) Haciendo uso de estas últimas reemplace en las posiciones anteriores para que estas queden expresada en función de solo dos de las coordenadas.

   d) Utilice las funciones que calculan automáticamente energías potenciales y cinéticas para arribar a las correspondientes dos ecuaciones de Euler-Lagrange.

   e) Resuelva este sistema de ecuaciones para obtener las dos correspondientes aceleraciones generalizadas y con estas escribir las aceleraciones de los cuatro cuerpos en cuestión.