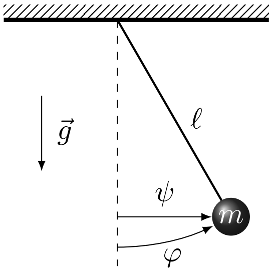
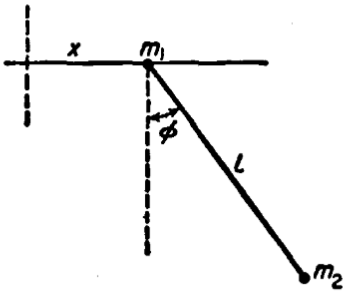
# Ecuación de Euler-Lagrange

Los problemas marcados con (*) tienen alguna dificultad adicional, no dude en consultar.

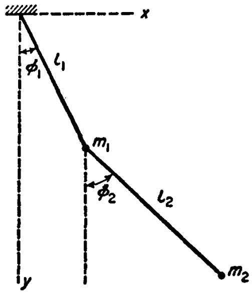
1. **Péndulo rígido ideal** [Marion (english) ex. 7.2]
**Péndulo de punto de suspensión libre y péndulo doble** [Landau §5 ejs. 1 y 2]
Aplique la ecuación de Euler-Lagrange para obtener las ecuaciones de la dinámica de los sistemas:



a)

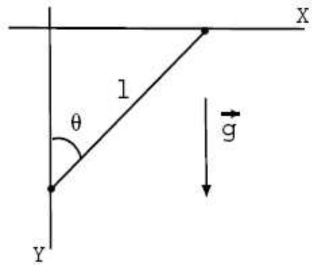


b)



c)

2. **Péndulo de pesas engarzadas y acopladas**
Dos partículas de masa $m_1$ y $m_2$ están unidas por una barra rígida inextensible de longitud $\ell$ y masa desperciable frente a las anteriores; $m_1$ se mueve solo sobre el eje $x$ y $m_2$ solo sobre el $y$. Las condiciones iniciales son las que indica la figura.

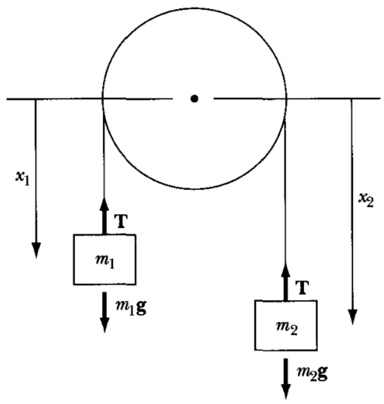



   *a*) Obtenga con la ecuación de Euler-Lagrange la ecuación de la dinámica en función de $\theta$.

   *b*) ¿Cuál es el período de movimiento de $\theta$ para el caso $m_1 = m_2 = m$? Suponga que $\theta$ solo puede tomar valores pequeños.

   *c*) (*) Resuelva la ecuación de la dinámica para obtener $\theta(t)$ en el caso que el sistema parte del reposo con un $\theta_0 \neq 0$.

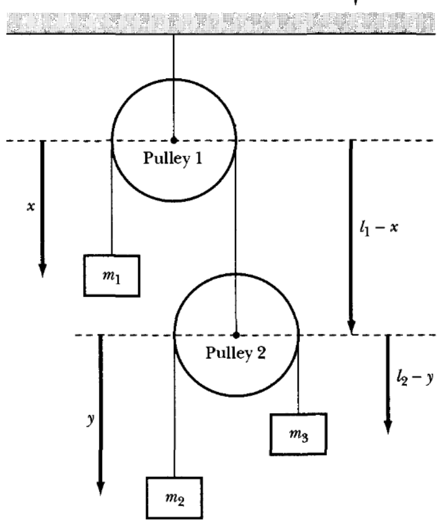
3. **Máquina de Atwood simple**




   *a*) Obtenga con la ecuación de Euler-Lagrange la ecuación de la dinámica. Simplifique el problema considerando que la poleas de radio $R$ tiene masa nula ($M = 0$).

   *b*) Compare las aceleraciones con las obtenidas usando ecuaciones de Newton.

4. **Maquina de Atwood compuesta** [Marion (english) ex. 7.8]




   *a*) Obtenga las aceleraciones en este sistema resolviendo las ecuaciones de Euler-Lagrange. Las coordenadas se reducen a dos, $x$ e $y$, pues con el vínculo de las cuerdas establece la posición de todas las masas y de la polea inferior. Simplifique el problema considerando que las poleas de radio $R$ tienen masa nula ($M = 0$).

   *b*) (*) Contemple ahora la masa de las poleas. Recuerde que el momento de inercia de un cilíndro es $MR^2/2$

   *c*) (*) Compare las aceleraciones con las obtenidas usando ecuaciones de Newton.