

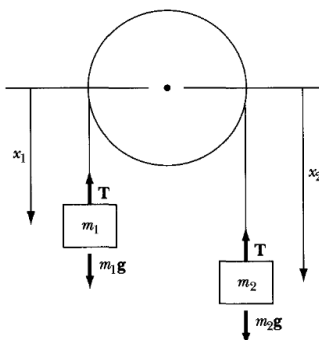
LIGADURAS

Los problemas marcados con (*) tienen alguna dificultad adicional, no dude en consultar.

1. Máquina de Atwood simple

Obtenga con la ecuación de Euler-Lagrange la aceleración que presentan las pesas que cuelgan de una cuerda de longitud ℓ que pasa por sobre una polea de radio R y masa M .

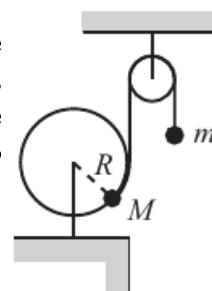
- Resuelva para el caso en que se considera M irrelevante.
- Resuelva ahora considerando M , y que la polea presenta una sección cilíndrica. El momento de inercia de un cilindro ante rotaciones en torno a su eje de simetría longitudinal es $(M/2)R^2$.



2. Aro y polea

Una partícula de masa M se está ligada a un aro de radio R y masa despreciable dispuesto verticalmente que rota libremente en torno a su centro fijo. La partícula está atada por una cuerda que se enrolla parcialmente en torno al aro, luego asciende verticalmente y pasa por una polea. Otra partícula de masa $m < M$ pende del otro extremo de la cuerda de longitud ℓ .

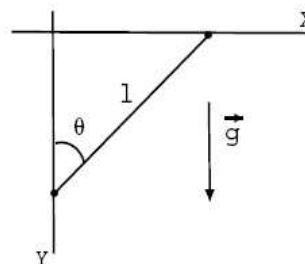
- Encuentre la ecuación de movimiento para la el ángulo de rotación del aro.
- Obtenga con la ecuación de Euler-Lagrange la ecuación de la dinámica.



3. Péndulo de pesas engarzadas y acopladas

Dos partículas de masa m_1 y m_2 están unidas por una barra rígida inextensible de longitud ℓ y masa despreciable frente a las anteriores. La de m_1 se mueve solo sobre el eje x y la de m_2 solo sobre el y .

- Despeje la aceleración en la ecuación de Euler-Lagrange para una única coordenada generalizada
 - y
 - θ



Tras resolver ambos casos, ¿cuál preferiría para trabajar?

- ¿Cuál es el período de movimiento de pequeñas oscilaciones para el caso $m_1 = m_2 = m$?

4. Máquina de Atwood compuesta [Marion (english) ex. 7.8]

- Obtenga las aceleraciones en este sistema resolviendo las ecuaciones de Euler-Lagrange. Las coordenadas se reducen a dos, x e y , pues con el vínculo de las cuerdas establece la posición de todas las masas y de la polea inferior. Simplifique el problema considerando que las poleas de radio R tienen masa nula ($M = 0$).
- (*) Contemple ahora la masa de las poleas. Recuerde que el momento de inercia de un cilindro es $MR^2/2$

