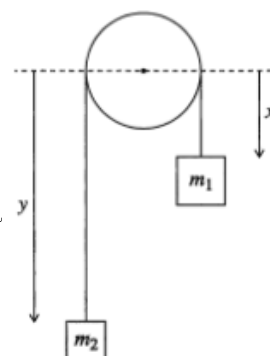


LIGADURAS

Los problemas marcados con (*) tienen alguna dificultad adicional, no dude en consultar.

1. Máquina de Atwood simple

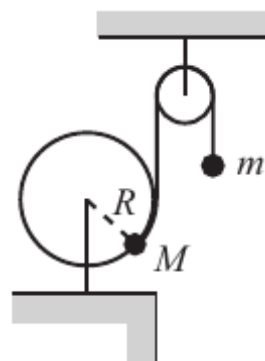
- Obtenga con la ecuación de Euler-Lagrange la ecuación de la dinámica. Simplifique el problema considerando que la polea de radio R tiene masa nula ($M = 0$).
- Compare las aceleraciones con las obtenidas usando ecuaciones de Newton.



2. Aro y polea

Una partícula de masa M se está ligada a un aro de radio R y masa despreciable dispuesto verticalmente que rota libremente en torno a su centro fijo. La partícula está atada por una cuerda que se enrolla parcialmente en torno al aro, luego asciende verticalmente y pasa por una polea. Otra partícula de masa $m < M$ pende del otro extremo de la cuerda de longitud ℓ .

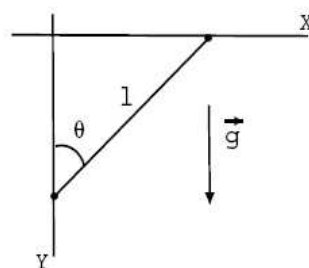
- Encuentre la ecuación de movimiento para la el ángulo de rotación del aro.
- Obtenga con la ecuación de Euler-Lagrange la ecuación de la dinámica.



3. Péndulo de pesas engarzadas y acopladas

Dos partículas de masa m_1 y m_2 están unidas por una barra rígida inextensible de longitud ℓ y masa despreciable frente a las anteriores; m_1 se mueve solo sobre el eje x y m_2 solo sobre el y . Las condiciones iniciales son las que indica la figura.

- Obtenga con la ecuación de Euler-Lagrange la ecuación de la dinámica en función de θ .
- ¿Cuál es el período de movimiento de θ para el caso $m_1 = m_2 = m$? Suponga que θ solo puede tomar valores pequeños.
- (*) Resuelva la ecuación de la dinámica para obtener $\theta(t)$ en el caso que el sistema parte del reposo con un $\theta_0 \neq 0$.



4. Máquina de Atwood compuesta [Marion (english) ex. 7.8]

- Obtenga las aceleraciones en este sistema resolviendo las ecuaciones de Euler-Lagrange. Las coordenadas se reducen a dos, x e y , pues con el vínculo de las cuerdas establece la posición de todas las masas y de la polea inferior. Simplifique el problema considerando que las poleas de radio R tienen masa nula ($M = 0$).
- (*) Contemple ahora la masa de las poleas. Recuerde que el momento de inercia de un cilindro es $MR^2/2$

