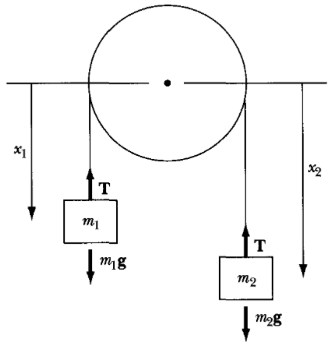
Ligaduras

Los problemas marcados con (*) tienen alguna dificultad adicional, no dude en consultar.

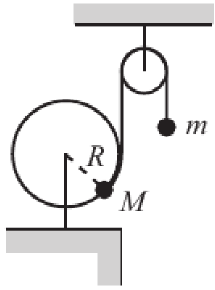
1. **Máquina de Atwood simple**
   Obtenga a partir de la ecuación de Euler-Lagrange la aceleración que presentan las pesas que cuelgan de una cuerda de longitud ℓ que pasa por sobre una polea de radio R y masa M.

   a) Resuelva el caso en que se considera M irrelevante.

   b) Resuelva ahora considerando M, y que la polea presenta una sección cilíndrica. El momento de inercia de tal cilindro ante rotaciones en torno a su eje de simetría longitudinal es $(M/2)R^2$.

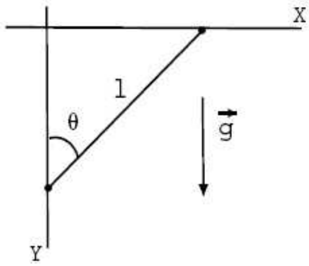
2. **Aro y polea**
   Una partícula de masa M se está ligada a un aro de radio R y masa despreciable dispuesto verticalmente que rota libremente en torno a su centro fijo. La partícula está atada por una cuerda que se enrolla parcialmente en torno al aro, luego asciende verticalmente y pasa por una polea de masa m_p. Otra partícula de masa $m < M$ pende del otro extremo de la cuerda de longitud ℓ. El aro de masa m_a tiene un momento de inercia para rotaciones en torno a su eje de simetría longitudinal de mR^2.

   a) (*) Describa la ligadura contemplando el ángulo de rotación del aro.

   b) Obtenga la ecuación de Euler-Lagrange para la dinámica.

3. **Péndulo de pesas engarzadas y acopladas**
   Dos partículas de masa m_1 y m_2 están unidas por una barra rígida inextensible de longitud ℓ y masa despreciable frente a las anteriores. La de m_1 se mueve solo sobre el eje x y la de m_2 solo sobre el y.

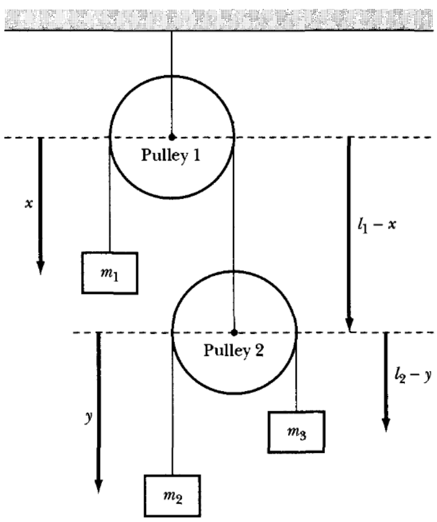
   a) Despeje la aceleración en la ecuación de Euler-Lagrange para una única coordenada generalizada

   $$1)\ y \quad 2)\ \theta$$

   Tras resolver ambos casos, ¿cuál preferiría para trabajar?

   b) (*) ¿Cuál es el período de movimiento de pequeñas oscilaciones para el caso $m_1 = m_2 = m$?

4. **Maquina de Atwood compuesta** [Marion (english) ex. 7.8]

   a) Obtenga las aceleraciones en este sistema resolviendo las ecuaciones de Euler-Lagrange. Las coordenadas se reducen a dos, x e y, pues con el vínculo de las cuerdas establece la posición de todas las masas y de la polea inferior. Simplifique el problema considerando despreciable la masa de las poleas de radio R.

   b) (*) Contemple ahora la masa de las poleas m_p. Recuerde que presentan el momento de inercia de un cilindro $(m_p/2)R^2$