

MECÁNICA GENERAL  
FUERZAS EXTERNAS EN EL ENFOQUE LAGRANGIANO

1. Barra que pende de un carro

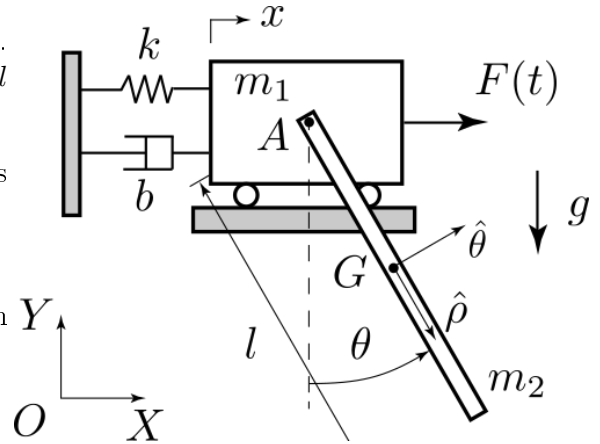
Obtenga las ecuaciones que describen la dinámica del sistema. El momento de inercia para una barra de masa  $m$  y longitud  $l$  para una rotación desde uno de sus extremos es  $\frac{m}{12}l^2$ .

- a) Calcule la descomposición en fuerzas generalizadas de las no conservativas que actúan sobre el sistema:

- el forzado externo  $\vec{F}(t)$ ,
- y la que hace ejercer amortiguador de constante  $b$  en función de la velocidad del carro,  $-b\dot{x}$ .

- b) Genere el Lagrangiano.

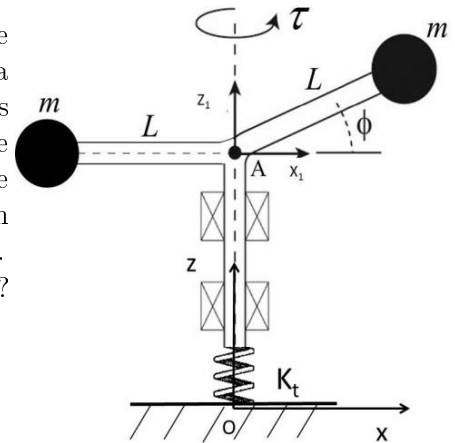
- c) Calcule las ecuaciones de Euler-Lagrange.



2. Dos pesos de masa idéntica  $m$  están unidos al extremo de brazos de masa despreciable. Uno de los brazos describe una inclinación fija con la horizontal de  $\phi$ . Descartamos la fricción con los rodamientos que mantiene vertical el eje de donde parten los brazos. Este puede rotar libremente a cualquier ángulo  $\theta$  pues un resorte de torsión de constante elástica  $K_t$  opone un torque cada vez que  $\theta \neq 0$ . En adición a este torque se ejerce uno externo variable en el tiempo:  $\vec{\tau} = \tau(t)\hat{z}$ . Pregunta conceptual: ¿Cuales es la unidad de la fuerza generalizada?

- a) N      b)  $\frac{N}{m}$       c) N m      d) Otra

Obtenga las ecuaciones de la dinámica de Euler-Lagrange.



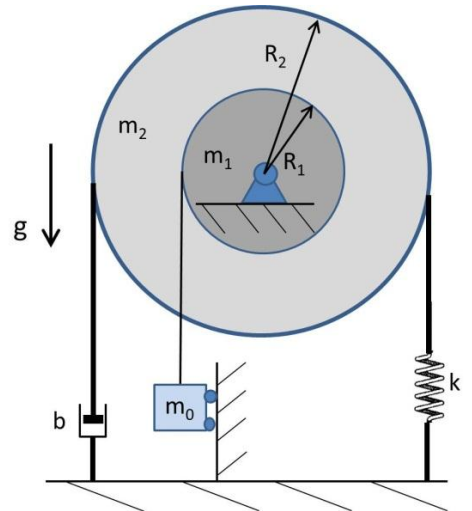
3. Dos barriles cilíndricos homogéneos de respectivas masas y radios  $m_1, m_2, R_1$  y  $R_2$  están soldados. Este armado rota sin fricción en torno a un eje.

Una cuerda de masa despreciable envuelve al cilindro externo y sus extremos conectan un resorte de constante elástica  $k$  y un amortiguador. Tal amortiguador ejerce una fuerza de resistencia al movimiento lineal con la velocidad,

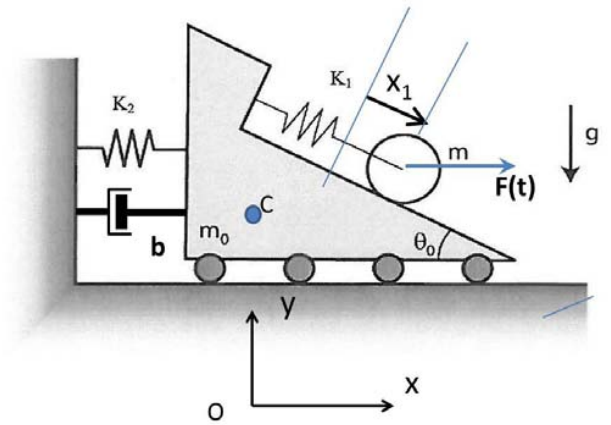
$$\vec{F}_{\text{amortiguador}} = -c\dot{\vec{r}}.$$

Una correa de masa despreciable envuelve al cilindro de menor radio y de ella pende vertical un bloque de masa  $m_o$ .

Obtenga las ecuaciones de la dinámica de Euler-Lagrange.



4. Sobre la superficie inclinada en  $\theta_0$  del carro de masa  $m_0$  rueda sin deslizar un disco de radio  $R$  y masa  $m$ . Este no se sale de la superficie a pesar de que al centro del mismo se aplica una fuerza  $\vec{F} = F(t)\hat{x}$  gracias a un resorte de constante elástica  $K_1$  que une este centro con el carro. Limita el alcance de este un resorte de constante elástica  $K_2$  fijado a la pared y un amortiguador proporcional a la velocidad de constante proporcional  $b$ . Ambos resortes tienen originalmente su longitud de equilibrio  $l_{10}$  y  $l_{20}$ . Se descarta la fricción del carro con el suelo. Todo el sistema está sometido a la aceleración gravitatoria  $\vec{g} = -g\hat{y}$ .



Pregunta conceptual: ¿Qué es la fuerza generalizada asociada al desplazamiento virtual  $\delta x$  debida a  $\vec{F}$ ?

- a)  $F(t) \cos(\theta)$                       b)  $F(t)$                       c)  $F(t)\delta x$                       d) 0

Obtenga las ecuaciones de la dinámica de Euler-Lagrange.