

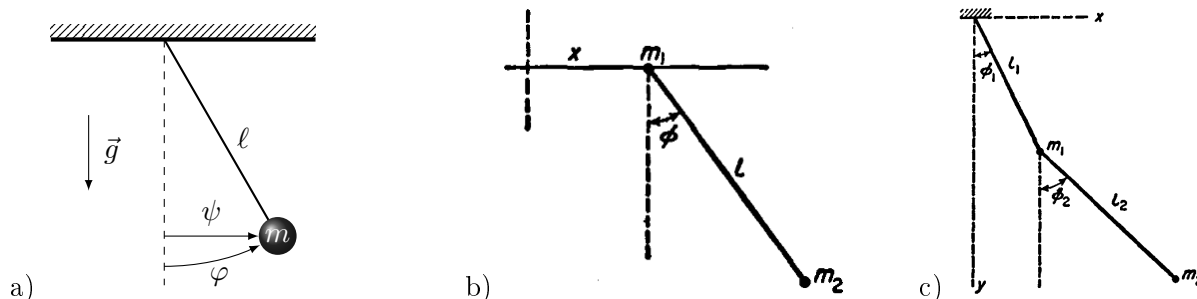
## ECUACIÓN DE EULER-LAGRANGE

Los problemas marcados con (\*) tienen alguna dificultad adicional, no dude en consultar.

## 1. Péndulo rígido ideal [Marion (english) ex. 7.2]

**Péndulo de punto de suspensión libre y péndulo doble** [Landau §5 ejes. 1 y 2]

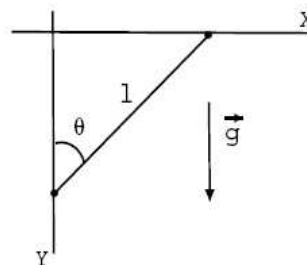
Aplique en la ecuación de Euler-Lagrange los Lagrangianos obtenidos en la guía anterior para obtener las ecuaciones de la dinámica de los sistemas:



## 2. Péndulo de pesas engarzadas y acopladas

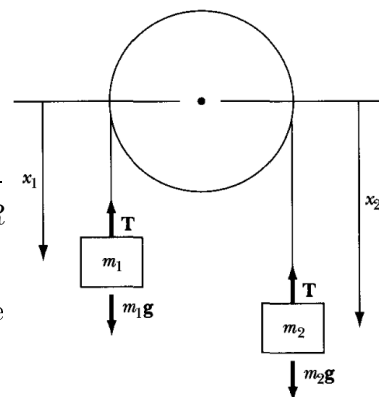
Dos partículas de masa  $m_1$  y  $m_2$  están unidas por una barra rígida inextensible de longitud  $\ell$  y masa despreciable frente a las anteriores;  $m_1$  se mueve solo sobre el eje  $x$  y  $m_2$  solo sobre el  $y$ . Las condiciones iniciales son las que indica la figura.

- Obtenga con la ecuación de Euler-Lagrange la ecuación de la dinámica en función de  $\theta$ .
- ¿Cuál es el período de movimiento de  $\theta$  para el caso  $m_1 = m_2 = m$ ? Suponga que  $\theta$  solo puede tomar valores pequeños.
- (\*) Resuelva la ecuación de la dinámica para obtener  $\theta(t)$  en el caso que el sistema parte del reposo con un  $\theta_0 \neq 0$ .



## 3. Máquina de Atwood simple

- Obtenga con la ecuación de Euler-Lagrange la ecuación de la dinámica. Simplifique el problema considerando que la polea de radio  $R$  tiene masa nula ( $M = 0$ ).
- Compare las aceleraciones con las obtenidas usando ecuaciones de Newton.



## 4. Máquina de Atwood compuesta [Marion (english) ex. 7.8]

- Obtenga las aceleraciones en este sistema resolviendo las ecuaciones de Euler-Lagrange. Las coordenadas se reducen a dos,  $x$  e  $y$ , pues con el vínculo de las cuerdas establece la posición de todas las masas y de la polea inferior. Simplifique el problema considerando que las poleas de radio  $R$  tienen masa nula ( $M = 0$ ).
- (\*) Contemple ahora la masa de las poleas. Recuerde que el momento de inercia de un cilindro es  $MR^2/2$
- (\*) Compare las aceleraciones con las obtenidas usando ecuaciones de Newton.

