



UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Departamento de Física

Tesis de Licenciatura

**ESTUDIO Y CARACTERIZACIÓN DE VIBRACIONES EN
NEUMÁTICOS Y VEHÍCULOS ASOCIADAS AL CONFORT
DE PASAJEROS**

María Eugenia Dalmau

Director: Dr. Ángel José Marzocca

Buenos Aires, Mayo de 2015

TEMA: *Estudio y caracterización de vibraciones en neumáticos y vehículos asociadas al confort de pasajeros*

ALUMNO: *Maria Eugenia Dalmau*

LU: 907/10

LUGAR DE TRABAJO: *FATE S.A.I.C.I*

DIRECTOR: *Dr. Ángel José Marzocca*

FECHA DE INICIACION: Abril de 2014

FECHA DE FINALIZACION: Mayo de 2015

FECHA DE EXAMEN:

INFORME FINAL APROBADO POR:

Autor

Jurado

Director

Jurado

Profesor de Tesis de Licenciatura

Jurado

Dedicada a Andy

Agradecimientos

Quiero agradecer muy especialmente a la Empresa FATE S.A.I.C.I por haberme brindado el apoyo necesario a lo largo de estos años, permitiendo el desarrollo de esta Tesis.

Afortunadamente tengo muchísima gente a quien agradecer por haber formado parte de mis días en todos estos años.

Ante todo, a mi director, el Dr. Ángel José Marzocca, quien me acompaña desde hace ya dos años y medio, formándome profesionalmente y brindándome las herramientas y la confianza para crecer en esta hermosa vocación. Mis más sinceros agradecimientos por su dedicación y comprensión y también porque gracias a su profesionalismo y exigencia, hoy me siento orgullosa de esta Tesis.

A mi jefe, Tomás Arechaga, por haber confiado en mí, dándome la posibilidad de formar parte de este hermoso grupo de trabajo, y por estar siempre atento a mis necesidades.

Al Ing. Jorge Kuster, a quien considero fue mi co-director en el día a día y también mi amigo. Es realmente un placer y un constante aprendizaje trabajar a su lado.

Al Ingeniero Sebastián Guim, por ponerle voz a mis ganas de hacer y guiar mis pensamientos.

A todos mis compañeros y amigos del Grupo de Investigación. A mi compañera de oficina (y de bares), Romi, por el soporte técnico y moral en estos años... pero por sobre todo en estos últimos dos meses de furia. A Gabi y Bruno, por traerme calma y felicidad en cada mañana de mates y risas. A mis pequeños grandes profesionales, Ursu y Gabi, por enseñarme el valor del esfuerzo. A Migue, Mati, Nico, Marta, Bruno, Tomas y Leo, por las sonrisas de cada mañana y por toda la ayuda brindada. Y a mis compañeros del Equipo de Ruido y Vibración,

Virginia, Alan y Santi, por la paciencia, la ayuda constante y las ganas puestas en cada nuevo proyecto.

A todos los chicos del Centro de Ensayos y alrededores. Mis amigos Leo, Mau, Leonel, Andy y Fede, por la infinita paciencia y colaboración, por estar a mi lado soportando mis malos días y alegrándome más los buenos. Por estar (casi) siempre dispuestos a ayudarme con la mejor sonrisa y predisposición. A Juan, Diego, Emmanuel y Hernán, por toda la ayuda brindada.

Al Chino, Bigote, Tito, Santi y todos los que alguna vez también me sacaron una sonrisa a las ocho de la mañana en la máquina de café.

A toda la gente de Desarrollo de Producto. En especial al Ing. Ezequiel Larraburu por toda la asistencia y experiencia brindada, al Ing. Pablo Canziani por su ayuda, paciencia y dulzura, y a la Ing. Lorena Díaz por su sabiduría y amistad. A Fran y Sebas, por su ayuda en el nacimiento de mis Prestivas. Y a todos los que cada mañana me acompañan en el desayuno o en algún café del día... demasiados para nombrarlos por suerte!

A Alejandra Saltiel, por haberme acompañado en estos últimos cinco años de cambios y crecimiento, de angustias y de alegrías, pero por sobre todo, de mucho análisis y conocimiento.

A todos mis compañeros de esta hermosa y dura carrera. A todos los que alguna vez me salvaron las papas, me soportaron en las tardes de estudio o me cebaron mates en una clase.

Por sobre todo, quiero agradecer a las tres personas que estuvieron más presentes en este último tiempo: mis amigas Lore y Juli y mi querido Alfred. Gracias por ser parte de mis días, por compartir alegrías y frustraciones, por llenarme el alma. Por quererme tanto.

A todos mis compañeros de mi viejo amor, la Astronomía, por haberse convertido tan rápidamente en mi familia allá en los años de casi niñez.

Muy especialmente a mis dos amigas y concubinas, Romi y Nati, por haber compartido sus vidas conmigo y por seguir a mi lado a pesar del tiempo y la distancia.

A Paula, por haber crecido conmigo... y aún así seguir a mi lado, incondicionalmente.

A todas las personas que pasaron por mi vida, me sacaron sonrisas y me dejaron recuerdos felices. A Nora y Norberto Rabinovich, por todos los años com-

partidos y el amor brindado. Por haberme dejado formar parte de esa hermosa familia y por haberme querido como a una hija. A todos mis compañeros y amigos de teatro, en especial a Nancy, por confiar ciegamente en mi, y a mi profe, Fer, por haberme hecho enamorar de tan linda disciplina.

Y por supuesto, quiero agradecer profundamente a toda mi familia. A mis papás, Mara y Ernesto, porque me dejaron siempre hacer lo que se me cantó la gana... miren dónde terminé! Gracias viejos! Porque el amor que me brindan no tiene techo. Porque su incondicionalidad fue infinita. Porque estuvieron a mi lado en cada paso que dí, ayundándome en cada cosa que quise hacer. Porque confiaron siempre en mi criterio, haciéndome crecer día a día.

A mis hermanos, Belu, Nacho y Sol, porque cada uno a su manera, me dieron todo el amor y la compañía que necesité en estos años. Porque me enseñaron lo que significa crecer. Porque sé que estuvieron a mi lado a pesar de los kilómetros. Y porque sé que son para siempre.

A mis abuelas, Ade y Tere. Gracias bubus! Fueron mis segundas mamás! Me quisieron y me demostraron su amor de cuanta forma les fue posible. Gracias abu Ade por todos los años que me cuidaste, levantándote cada mañana a las 5:30 conmigo para prepararme el desayuno y acompañarme a emprender mi viaje. Gracias abu Tere por llenarme de vida y risas.

A mis tíos, Ani y Marina, por haberme enseñado el amor a la profesión y a la vida. Cada una dejó su impronta y ambas fueron referentes importantes. Gracias por haberme escuchado y acompañado todos estos años.

Y a todos mis primos y tíos por ser parte de esta hermosa familia que nos une. En especial mi sobrino Javier, por llenar mi alma con su increíble dulzura, a las Fruvis, por su frescura y amor, a Kati, por estar atenta a todas mis necesidades y haber sido compañera y mamá, y a Gabi, por su compañía y cariño.

Por último, quiero agradecer desde lo más profundo de mi alma a la persona con quien compartí mi vida los últimos casi seis años y que se quedó a mi lado hasta el último instante. Gracias Andy por haberme hecho tan feliz y por haberme enseñado a amar.

Resumen

El neumático es el único componente que conecta el vehículo con el camino. Su función principal es transmitir las fuerzas que impulsan, frenan y guían al vehículo así como la de soportar todo su peso. El neumático debe absorber las irregularidades locales del camino dentro de un amplio rango de materiales. Es a su vez una fuente importante de vibración y ruido dentro y fuera del vehículo. De la interacción de sus modos de vibrar con la dinámica del vehículo se define lo que se denomina confort de los pasajeros. Resulta fundamental entonces, en el desarrollo de nuevos productos, entender la dinámica propia del neumático y su vinculación con los demás componentes del automóvil.

En esta *Tesis* se analizaron las frecuencias naturales de vibración de distintos neumáticos de automóvil mediante la técnica denominada *Análisis Modal* que permite extraer los parámetros modales de una estructura excitándola de manera conocida y midiendo su respuesta vibratoria. De los ensayos experimentales se obtiene la Función de Respuesta en Frecuencia (o FRF) que contiene toda la información modal de la estructura analizada. Uno de los objetivos principales fue analizar la influencia de parámetros constructivos del neumático en los modos de vibración.

Además, se realizaron simulaciones numéricas empleando el *Método de los Elementos Finitos* mediante el solver *ABAQUS* con dos fines: estudiar la influencia de cambios constructivos en los valores de los parámetros modales del neumático y validar los resultados experimentales y ajustar los modelos matemáticos empleados en las predicciones realizadas.

Para completar, se realizaron mediciones de ruido interno mediante ensayos acústicos dentro del vehículo en condiciones de servicio a fines de vincular los resultados modales con los valores de vibración y ruido transmitidos dentro del habitáculo.

Índice general

Agradecimientos	v
Resumen	ix
1. Introducción	1
2. El Neumático: Fuente y Sumidero de Vibraciones	5
2.1. Tecnología del Neumático	5
2.1.1. Definición y Funciones	5
2.1.2. Componentes y Construcción	6
2.1.3. Falta de Uniformidad	8
2.2. Vibraciones	12
2.2.1. Caracterización de las Vibraciones	13
2.2.2. Mecanismos de Generación y Rol del Neumático	13
2.2.3. Respuesta Humana a las Vibraciones	16
3. Análisis Modal	21
3.1. Testeo Modal y sus Aplicaciones	21
3.2. Teoría básica sobre Vibración	24
3.2.1. Vibraciones Libres	25
3.2.2. Vibraciones Forzadas	26
3.2.3. Sistemas de Múltiples Grados de Libertad	27
3.2.4. Amortiguamiento Viscoso e Histerético	27
3.3. Principios del Análisis Modal	29
3.3.1. Función de Respuesta en Frecuencia	30
3.3.2. Obtención de la FRF y Función de Coherencia	30
3.3.3. Formas gráficas de la FRF	32
3.4. Extracción de Parámetros Modales	34
3.4.1. Modos y Frecuencias de Resonancia	34
3.4.2. Formas Modales	35
3.4.3. Coeficientes de Damping: Método FRP	35

4. Método de los Elementos Finitos	37
4.1. Formulación del Método	38
4.1.1. Idea General del Método	38
4.1.2. Aplicación del Método	40
4.2. Simulaciones en este Trabajo	43
5. Técnicas Experimentales y Pruebas Realizadas	47
5.1. Mediciones y Simulaciones	48
5.1.1. Análisis Modal	48
5.1.2. Simulación con ABAQUS	54
5.1.3. Instrumentación del Vehículo	57
5.2. Desarrollo de las Pruebas	60
5.2.1. Ensayos sobre Prestivas	61
5.2.2. Simulación Numérica	62
5.2.3. Construcción y Ensayos	63
5.2.4. Verificación y Ajustes Numéricos	63
5.2.5. Ensayos en Sentiva Green	64
5.2.6. Pruebas en Vehículo	65
6. Resultados y Análisis	69
6.1. Resultados Generales	69
6.2. Resultados en Prestivas	74
6.3. Simulación Numérica	79
6.4. Construcción y Ensayos	82
6.5. Verificación y Ajustes Numéricos	86
6.6. Ensayos en Sentiva Green	88
6.7. Pruebas en Vehículo	96
6.8. Líneas Futuras	98
6.8.1. Modo de Cavidad	98
6.8.2. Influencia de la llanta	98
6.8.3. Influencia del vehículo	101
7. Conclusiones	105
Apéndice A	109
Apéndice B	111
Bibliografía	115

Capítulo 1

Introducción

Durante el Siglo XX, el ruido se ha vuelto una fuente principal de contaminación ambiental, afectando la salud, confort y bienestar general de las personas. Hay muchas fuentes de ruido, pero una de ellas claramente domina: el ruido del tráfico vehicular. El ruido producido por los vehículos ha sido tradicionalmente asociado al motor y al escape de los autos. Sin embargo, en la última parte del siglo pasado, la emisión y propagación de ruido desde esas fuentes ha sido considerablemente reducido, mientras que el ruido debido a la interacción del neumático con el camino se ha vuelto más prominente.

En las dos últimas décadas se ha puesto mucho esfuerzo a nivel mundial en el problema de vibración y ruido debido al neumático y su interacción con el suelo. La industria del pavimentado comenzó a utilizar asfaltos más porosos mientras la industria del neumático ha optimizado sus compuestos, dibujo de rodado y diseño constructivo para que el nivel sonoro irradiado disminuya. Aún con todas esas mejoras, el neumático sigue siendo la principal fuente de ruido y vibración a altas velocidades.

Las vibraciones en neumáticos son, en particular, una fuente importante de ruido interno. Creciente atención se ha estado dando al estudio de los problemas de vibración en neumáticos y el conjunto con el vehículo, factores que afectan el confort del conductor y los pasajeros. En los últimos años, de hecho, se ha comenzado a utilizar en la industria del automóvil el acrónimo NVH, por las iniciales de Noise (ruido), Vibration (vibración) y Harshness (aspereza), al punto de que cada empresa cuenta hoy con su propio grupo de NVH.

Cuando rueda, el impacto del camino con el dibujo del neumático y las deformaciones que en él se producen, causan pequeñas sacudidas que hacen que vibre. El neumático transmite estas vibraciones tanto al interior del vehículo (que son sentidas como vibraciones por los pasajeros) como al entorno exterior (percibidas acústicamente tanto por los pasajeros dentro como por las personas fuera del auto).

Dependiendo de la frecuencia de esta excitación, el neumático puede tanto disminuir como incrementar el confort dentro del vehículo. En general, el neumático atenúa las distorsiones disipando energía gracias a la naturaleza viscoelástica de sus compuestos. Sin embargo, si la excitación son a frecuencias cercanas a los modos propios de vibrar del neumático, las vibraciones se amplifican. Peor aún es la situación si además esta frecuencia coincide con alguna frecuencia natural del vehículo. Y si esas frecuencias caen dentro del rango de percepción humana, causan falta de confort en los pasajeros. Una manera de resolver estos problemas es evitar cualquier coincidencia entre las frecuencias naturales del neumático y del vehículo. [1]

No es difícil entender entonces que debe ponerse énfasis en determinar y aprender a modificar las características de transmisión de vibraciones del neumático hacia el vehículo. Para este propósito, es necesario un conocimiento detallado de los modos naturales intrínsecos del neumático y sus parámetros característicos (frecuencia, amplitud, forma y amortiguamiento).

Se sabe que la vibración inducida por la resonancia de la cavidad de aire (asociada a las ondas de presión que se generan por excitación del aire contenido entre la parte interna del neumático y la llanta) se transmite al interior del vehículo y es responsable de una parte importante del ruido que se siente dentro del mismo. Además, se sabe que los modos de cavidad pueden acoplarse con un modo de flexión de la llanta, produciendo fuerzas verticales sobre el eje [2]. La cavidad acústica es excitada por la superficie del camino a través del contacto entre éste y el neumático mientras está rotando. El efecto de la resonancia de la cavidad de aire es la generación de fuerzas significativas en el eje del vehículo, lo cual a su vez produce un campo acústico en el interior del vehículo. [3]

Según estudios numéricos, una posible solución para reducir la amplitud de las vibraciones producidas es acoplar el modo de la cavidad a un modo estructural del neumático [4]. En particular, el modo radial cercano al modo de cavidad permitiría absorber las vibraciones del aire a presión centenida [5]. Aumentar el damping de los compuestos del neumático en general también reduce las amplitudes de las vibraciones [6].

En un trabajo reciente, [7], se estudió el *modo de cavidad*, el cual aparece como una curva angosta en el espectro de frecuencias naturales, en un rango de entre 200 y 260 Hz para un neumático regular de pasajeros [8]. Se sabía para ese entonces que los modos de cavidad son normalmente los más importantes en relación con los problemas de ruido [6]. Mediante análisis modal y mediciones acústicas, se estudió la influencia de la cavidad según las distintas condiciones de servicio: presión de inflado y carga aplicada. Se encontró que la frecuencia no

varía con la presión, aunque al aplicar carga la frecuencia característica del modo de cavidad se desdobra y se aleja a medida que se aumenta la fuerza axial sobre el neumático [7].

En el último tiempo se han optimizado las técnicas de adquisición de señales y procesamiento de datos. El *background* teórico adquirido permitió profundizar la interpretación de la información. El concepto de *análisis de sensibilidad* resultó tentador para el trabajo en conjunto con los ingenieros del grupo de simulación numérica. La idea es sencilla: si existen ciertas frecuencias en el automóvil donde se perciben vibraciones más notorias, probablemente se deba a que los modos estructurales del neumático excitan alguna frecuencia natural del sistema. ¿La solución? Correr las frecuencias naturales del neumático o mejorar el damping para reducir la amplitud y tiempo de las vibraciones. ¿Cómo? Bueno, se puede comenzar variando parámetros construcciónales del neumático para variar la masa y rigidez [9].

El objetivo principal del presente trabajo es obtener los espectros de vibración de ciertos neumáticos elegidos con criterios detallados y determinar de ahí su influencia en el confort de los pasajeros. Obtener dichos espectros conlleva: adquirir las vibraciones de las estructuras (desplazamientos en el tiempo al ser excitadas mediante algún mecanismo) y analizar de manera adecuada las señales para obtener la respuesta en frecuencia (aplicación de filtros analógicos y digitales, ventanas, transformada de Fourier, entre otros).

Si se obtienen las vibraciones en distintos puntos del neumático y el vehículo (muelle, suspensión y piso), pueden compararse las diferentes contribuciones y asociar las frecuencias y las resonancias a los distintos actores. Por supuesto, las vibraciones importan en los tres ejes: radial, tangencial y longitudinal. Cada uno aportará las características especiales de la vibración total.
La comparación con otros neumáticos de distinta construcción y compuestos será importante a la hora de entender las contribuciones de cada una estas variantes.

Los modos de vibración se obtendrán en este trabajo mediante el empleo de un acelerómetro piezoeléctrico ubicado de manera adecuada en distintos puntos del neumático. La manera de excitar las estructuras puede ser mediante la interacción del neumático con el piso o con un impacto con martillo instrumentado (técnica que se denomina *análisis modal*). Mediante aplicación de programas confeccionados específicamente para el tipo de señales adquiridas, se obtendrán las respuestas en frecuencia de las mismas. Se ensayarán una serie de neumáticos seleccionados a fines académicos pero también según las problemáticas actuales de la producción y los requerimientos de las automotrices.

Como sustento a las mediciones instrumentadas se presentarán distintas simu-

laciones computacionales utilizando el método de elementos finitos mediante el software *ABAQUS*. El objetivo de las mismas es obtener los espectros de vibración bajo las mismas condiciones aplicadas en los ensayos físicos y respaldar así los resultados reales.

El trabajo expuesto en la presente *Tesis de Licenciatura* es la reunión de todos las investigaciones apuntadas a estudiar la influencia del diseño del neumático en su dinámica intrínseca. Además, presenta las líneas que se están abordando en la actualidad en el entendimiento completo del sistema neumático-vehículo.

Esta *Tesis* es parte de la investigación que se viene desarrollando en el *Equipo de Vibración y Ruido* dentro del *Grupo de Investigación* de la *Gerencia de Investigación y Desarrollo de FATE* en el estudio y caracterización de vibraciones mecánicas en el neumático.

En el *Capítulo 1* se expondrán las nociones básicas del concepto de neumático y éste como fuente de vibración.

El *Capítulo 2* representa el marco teórico matemático de la técnica de Análisis Modal empleada en el desarrollo de los experimentos.

El *Capítulo 3* busca dar una idea conceptual del Método de Elementos Finitos y su aplicación concreta en las simulaciones llevadas a cabo.

El *Capítulo 4* representa el alma de este trabajo. Allí se exponen las pruebas realizadas, tanto experimentales como numéricas, así como los instrumentos utilizados.

Por último, el *Capítulo 5* muestra los resultados obtenidos conjuntamente con breves análisis de los mismos. Además, se incluyen algunos resultados actuales como motivación de las líneas futuras que se siguen en el proceso de entender la dinámica completa del neumático junto con el vehículo.

Finalmente, en las *Conclusiones*, además de sintetizar todos los avances realizados en el tema, se expondrán las líneas futuras de investigación.

Capítulo 2

El Neumático: Fuente y Sumidero de Vibraciones

En 1888 nace el primer neumático que combina tela, cuero, goma y aire, y que se le atribuye al veterinario escocés John Boyd Dunlop. Ya finalizada la Primera Revolución Industrial, los neumáticos de Dunlop causaron furor entre los ciclistas apurados por llegar a sus lugares de trabajo. Pronto comenzaron las exigencias: el creciente desarrollo de la industria automotriz requirió neumáticos cada vez con mayores prestaciones. Cien años después, el neumático ya se transformó en un desafío de la ingeniería, desde la química de los materiales hasta la física del diseño y construcción. Este Capítulo pretende dar una visión global de la complejidad estructural y funcional del neumático para entender el problema en el que nos sumergimos.

2.1. Tecnología del Neumático

El neumático es el único componente que conecta al vehículo con el piso. Esto le confiere una importancia suprema: la seguridad y confort de los pasajeros. En la mayor parte de sus prestaciones, lo óptimo no es más que una solución de compromiso entre dos o más de sus características. Su tecnología es, por lo tanto, absolutamente compleja.

2.1.1. Definición y Funciones

El neumático es una estructura formada por compuestos de caucho y telas de forma toroidal que, junto con la llanta y la válvula, conforman lo que llamamos *rueda*. De la rueda, a su vez, el neumático es el componente más complejo (por las funciones que cumple, su estructura y los materiales que lo componen) y el

único que vincula el vehículo y el camino. Entre sus funciones más importantes se encuentran la de:

- Comunicar el vehículo con el camino (dirección). El área de contacto (pisada) del neumático para un automóvil mediano es del tamaño de la palma de una mano. Esa pequeña cantidad de material debe guiar (dar dirección) de manera segura al vehículo.
- Soportar el peso del vehículo. Se realiza mediante un mecanismo indirecto basado en contener aire a una presión superior a la atmosférica en un volumen flexible de geometría adecuada. La flexibilidad del neumático genera una pisada o impronta donde se genera un equilibrio entre el peso aplicado y la presión interna.
- Tracción y frenado. El par motor o de freno generado en el volante pasa a través del sistema de suspensión hasta la llanta. De la llanta a la cubierta se transmite por esfuerzos de fricción en la zona del talón (ver Sección 2.1.2).
- Absorber las irregularidades del camino brindando de este modo el confort necesario para que los pasajeros viajen seguros y tranquilos.

2.1.2. Componentes y Construcción

Generalmente los neumáticos, independientemente de las condiciones de trabajo particulares a las que van a ser sometidas, deben cumplir requerimientos similares por lo que su construcción es similar. En su fabricación se utilizan diversas fibras textiles y cauchos naturales o sintéticos mezclados con otros materiales. Los materiales de soporte y refuerzo son esencialmente textiles de nylon y poliéster (en la carcasa) y cables de acero (en las cinturas y talones, Figura 2.1), que logran elevadas características de resistencia y dinamismo. Los materiales de recubrimiento son fundamentalmente el caucho sintético y el natural. En función de las características buscadas, se suelen usar mezclas de distintos tipos de caucho para cada parte del neumático. El negro de humo y la sílice, entre otros, se emplean en las mezclas para darle cuerpo y rigidez. Los elementos fundamentales del neumático se muestran en la Figura 2.1 y se describen a continuación. [10, 11]

- **Cojín hermético.** Es un compuesto de caucho altamente impermeable que impide el filtrado del aire y absorbe los esfuerzos internos que se generan por impactos externos.
- **Pliegos.** Confiere resistencia y flexibilidad, soportando tanto la presión interna del aire como los esfuerzos transmitidos desde el exterior. Está formada por capas superpuestas de telas con cordones de hilado de poliéster, nylon o rayón. El número de capas depende del uso que se le vaya a dar.

- **Estabilizadores.** Son cordones de nylon engomados reforzados con acero dispuestos en forma longitudinal a la marcha. Proveen estabilidad al rodado y contribuyen al agarre y la tracción.
- **Cinturas (absorbedores).** Son capas de tela de acero engomadas. Su función es brindar estabilidad al rodado del neumático, mejorando el desgaste, el manejo y la tracción. Las cinturas se disponen en dos capas, una formando un ángulo α (especificado por código) entre los hilos del acero y la dirección de la marcha, mientras la segunda forma un ángulo $-\alpha$.
- **Rodado.** Es la parte que se encuentra en contacto con el suelo, por lo que está sometida a un mayor desgaste. Está formada por un compuesto de caucho con una serie de surcos que dan lugar al dibujo, modelado durante el vulcanizado (proceso mediante el cual se calienta el caucho mezclado con azufre volviéndolo más resistente e igualmente elástico). Debe tener alta resistencia al desgaste, desgarros, cortes, calor y demás agentes. Es una parte muy importante pues debe asegurar el suficiente agarre, impedir el deslizamiento, desalojar el agua, barro o nieve, etc. El dibujo es quien otorga cada una de estas características.
- **Costados.** Se trata de dos laterales de compuestos de caucho duro. Una de sus principales características es que deben tener una gran resistencia a la flexión para poder soportar las constantes cargas y deformaciones. Sobre ellos se encuentran las especificaciones del neumático: marca, nombre, tamaño, carga y presión máximas, tipo de construcción y rodadura, entre otros.
- **Talones.** Fijan el neumático a la llanta. Los núcleos de talón son alambres de acero que adoptan la forma de un cable o una cinta. Las telas de la carcasa se envuelven alrededor de los talones manteniéndolos en su lugar. Se incorpora un compuesto de caucho en el perfil del talón como relleno, extendiéndose hasta la zona de la banda lateral.

Las dimensiones de los neumáticos se especifican en el costado del mismo de la forma “225/50R16”(para el caso radial utilizado en este trabajo). El primer número es la anchura seccional nominal del neumático en milímetros. El segundo indica la altura del perfil, en porcentaje respecto del ancho. La R indica construcción radial. El tercero es el diámetro de la circunferencia interior del neumático en pulgadas (medida de la llanta).

La presión de inflado es un factor extremamente importante, que afecta la seguridad, el kilometraje y el consumo de combustible. La presión máxima que

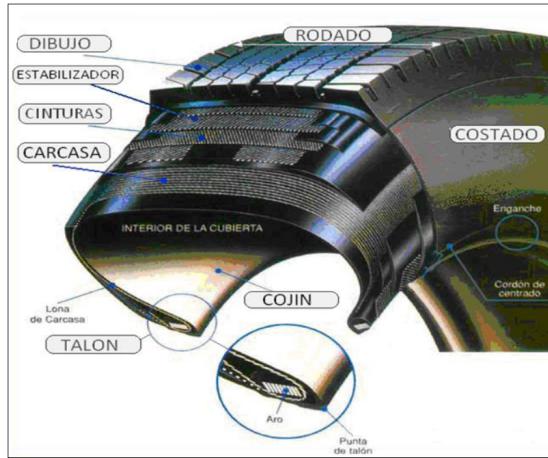


Figura 2.1: Esquema de las partes principales de un neumático.

soporta un neumático se especifica en el costado del mismo. La presión se mide en PSI (*pounds per square inches*). La presión nominal de servicio para los neumáticos ensayados en esta tesis es de 29 PSI, que equivale a 2 bares. La carga máxima soportada también se especifica en el costado del neumático y es de extrema importancia ya que sobre los neumáticos se posa todo el peso de la suspensión, carrocería y carga del vehículo.

2.1.3. Falta de Uniformidad

El proceso de producción de un neumático implica muchas etapas entre las que podemos citar la de mezclado y extrudado de materiales, de armado, vulcanización e inspección final. El resultado dependerá del cuidado en cada etapa: un mal mezclado (mala incorporación de los materiales) puede dejar imperfecciones en los compuestos, un mal armado puede producir asimetrías, etcétera [10]. Un neumático de producción regular en general mostrará no-uniformidades de tres tipos:

- **No uniformidades de masa.** El resultado de una distribución no simétrica de masa en el neumático, la llanta, su conjunto u otro componente rotante de la suspensión se conoce como *desbalanceo*, que puede ser tanto *estático* como *dinámico*. El desbalanceo estático, o *en el plano*, está confinado al plano de la llanta y genera variaciones de fuerza periódicas en el eje en las direcciones vertical y longitudinal. La rueda colocada en el eje tiende a rotar por efecto de la gravedad llevando el exceso de peso hacia abajo. Los motivos más comunes son variaciones en el espesor de los compuestos, empalmes pesados o múltiples empalmes cercanos, o variaciones de masa en

otros componentes rotantes. Un eje de rotación no simétrico también puede causar desbalanceo. El desbalanceo dinámico, o *fuera del plano*, resulta de una distribución no simétrica de masa a lo largo del eje de rotación. Esto produce una variación del momento de rotación a lo largo del eje longitudinal y del momento de alineación a lo largo del eje vertical (Figura 2.2). En particular, puede causar vibraciones en el sistema de dirección del vehículo. En la realidad, los efectos del desbalanceo estático y el torque dinámico aparecen combinados, con lo cual se refiere a ello como desbalanceo dinámico. El fenómeno de desbalanceo se compensa con pesos de plomo colocados adecuadamente en la llanta.

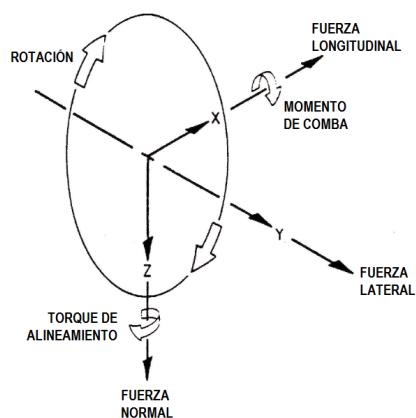


Figura 2.2: Fuerzas y momentos en los ejes del neumático.

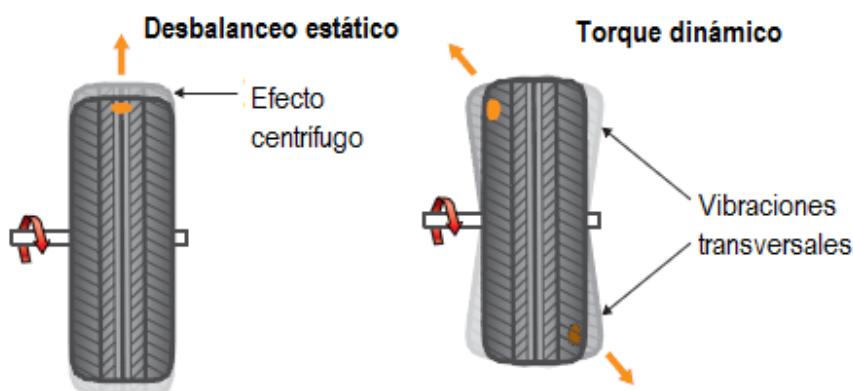


Figura 2.3: Consecuencias de las no uniformidades de masa:desbalanceo.

- **No uniformidades de forma.** Las irregularidades geométricas en el neumático pueden ser radiales o laterales, conllevando dos fenómenos:

- El *run-out radial* es una irregularidad en el radio del neumático, es decir, el neumático no es perfectamente redondo. Puede pensarse como un neumático de forma ovalada o con protuberancias alrededor de su circunferencia. Como sucede en el desbalanceo, el run-out radial se debe a menudo a pequeñas irregularidades en el espesor de los componentes del neumático.
- El *run-out lateral* es una irregularidad en la distancia entre la parte más afuera del costado del neumático y el plano de rotación de la rueda (Figura 2.4). El efecto que provoca es un bamboleo perpendicular a la dirección de desplazamiento.



Figura 2.4: Consecuencias de la no uniformidad de forma: run-out.

- **No uniformidades de rigidez.** Al igual que las de forma, las irregularidades en el neumático pueden ser radiales o laterales:

- Un neumático sujeto a variación en la rigidez radial puede pensarse como una conjunta de resortes a lo largo de una circunferencia, todos con la misma constante k excepto por una porción de ellos con $k' > k$ (Figura 2.5). Cuando los resortes con k' tocan el piso, el neumático se comprime más. El centro de la rueda sigue una trayectoria no recta. Cuando está bajo carga, esto resulta en variaciones en la fuerza vertical. Existen varias causas para las variaciones en la rigidez vertical como variaciones en los espesores de los componentes y la presencia de empalmes.

- Un neumático sujeto a variaciones en la rigidez lateral no posee la misma rigidez transversal en todos los puntos a lo largo de su circunferencia. Generalmente se deben a variaciones en la densidad de los pliegos y absorbedores.

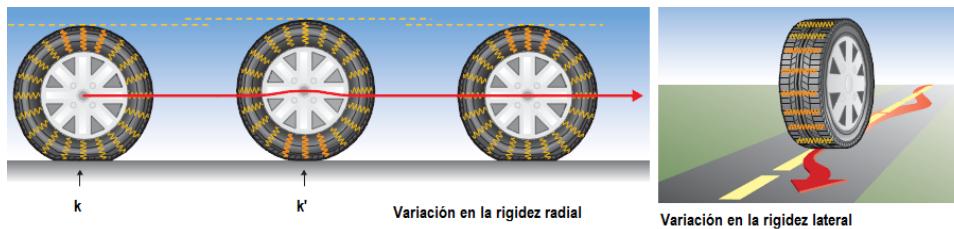


Figura 2.5: Consecuencias de la no uniformidad de rigidez.

Otras variaciones en la fuerza, como la *conicidad* y el *ply steer* no se describen aquí por no ser causantes de vibraciones que afecten el confort sino que tienen implicancias en otras prestaciones del neumático como la *manejabilidad*.

Las no uniformidades en masa, forma o rigidez de una rueda resultan todas en una variación en las fuerzas ejercidas en el eje de las ruedas del vehículo. Medidas adecuadas durante el proceso de fabricación deben ser tomadas para reducir las irregularidades y, una vez construido el neumático deben verificarse que los niveles de no uniformidad estén acotados dentro de los valores límites de tolerancia permitidos por las normas, no pudiendo de otra manera salir a la venta. En la línea de producción, una de las últimas etapas es la medir las variaciones de fuerza radial, fuerza lateral, desbalanceo estático y run-out:

MEDICIÓN DE VARIACIÓN EN LA FUERZA RADIAL Y LATERAL Las máquinas de *uniformidad* al final de la línea de producción son las responsables de medir tanto las irregularidades geométricas como de fuerza. Según los valores arrojados por la máquina, un neumático puede ir a exportación, equipo original, reposición, corrección o incluso a desecho. El proceso es simple: se monta el neumático en una llanta, se infla, se carga contra una rueda de prueba instrumentada con sensores ópticos y de carga y se hace girar contra ella. Mientras rota, se miden las variaciones en la geometría y de fuerza radial y lateral ejercidas en la rueda. Esto arroja dos señales temporales que se utilizan para calcular las fuerzas radial y lateral promedio, la variación pico a pico en una revolución y las componentes armónicas de ambas.

2.2. Vibraciones

Cuando un neumático vibra genera ruido y vibraciones que pueden resultar molestos tanto para los pasajeros como para las personas que están en el exterior. Este tipo de perturbaciones pueden propagarse tanto a través del aire (*airborne path*) como del mismo neumático y estructura del vehículo (*structural borne path*) [8]. Se sabe que las perturbaciones a través de las estructuras dominan hasta aproximadamente 300 Hz, mientras las otras por encima de este punto. A bajas frecuencias, el vehículo tiene numerosas resonancias estructurales que pueden ser excitadas por fuerzas generadas en o transmitidas por el neumático.

Como muchos sistemas dinámicos, el comportamiento de un neumático depende de las condiciones de operación. A bajas frecuencias (generalmente hasta aproximadamente 30 Hz), el neumático puede ser aproximado por un conjunto de parámetros y un sistema de ecuaciones lineales de segundo orden. A altas frecuencias se comporta como un sistema continuo de ecuaciones lineales de segundo orden, a pesar de que pueden aparecer algunas no linealidades en el tiempo.

Si alguna parte del neumático presenta una irregularidad que afecte la rigidez radial, ésta creará una fuerza de impacto cada una vuelta. La frecuencia de esa vibración se transmite a través de las partes metálicas del chasis hasta la carrocería [12].

El sistema vibratorio general está caracterizado por tres factores: una fuerza excitatoria, un transmisor de dicha fuerza y un receptor.

- **Excitación:** La principal excitación cuando el vehículo está en movimiento es el contacto del neumático con el piso. Si el suelo es rugoso, la marcha será más molesta que si fuera suave. Cada vez más, los asfaltos se optimizan para reducir este efecto, al punto de que en estos tiempos los pasajeros pueden identificar desbalanceos y no uniformidades como fuentes de vibración.
- **Transmisor:** La transmisión de las excitaciones generadas por el contacto con el camino o por los mismos neumáticos se transmiten a través del sistema de suspensión y el chasis hacia el interior del vehículo, piso, asientos, volante, etcétera, y también a través del aire.
- **Receptor:** Quien recibe las vibraciones es el pasajero. Desde vibraciones fuertes en un amplio rango de frecuencias hasta las periódicas y discernibles de bajo nivel son molestas y pueden causar distracciones y falta de confort.

2.2.1. Caracterización de las Vibraciones

El comportamiento vibratorio del neumático varía de acuerdo a la frecuencia. Por debajo de 30Hz, actúa como un resorte. Entre 30 y 300 Hz, puede ser considerado como un sistema vibratorio de múltiples grados de libertad, dado que presenta varios modos normales. Por encima de 300 Hz, el neumático vibra principalmente cerca de la zona de contacto con el suelo.

- **Comportamiento por debajo de 30 Hz.** Por debajo de 30 Hz, el neumático se comporta más bien como un resorte entre el vehículo y el camino. Cuando encuentra un obstáculo, primero se comprime y luego relaja. Mientras se contrae, absorbe parcialmente el golpe reduciendo el movimiento del vehículo. La medida en que el neumático está comprimido depende de su rigidez radial. Por debajo de 30 Hz, el parámetro significativo para el confort es la rigidez radial del neumático al rodar sobre un obstáculo. Cuanto más flexible el neumático, menores las fuerzas medidas asociadas a la rigidez radial y menores las aceleraciones transmitidas al centro de la llanta y al vehículo.
- **Comportamiento entre 30 y 300 Hz.** Entre estas frecuencias pueden distinguirse varios modos naturales con sus respectivas formas modales que pueden agruparse en dos grandes categorías: modos radiales y modos transversales. La frecuencia a la que aparece cada modo natural varía de un neumático a otro, dependiendo de su dimensión, masa y rigidez. La construcción del neumático determina entonces las frecuencias naturales de los modos. La forma más sencilla de estudiarlos es excitando la estructura y midiendo su aceleración. La información que se obtiene de esta caracterización es fundamental para el conocimiento del neumático.
- **Comportamiento por encima de 300 Hz.** A estas frecuencias, el amortiguamiento del neumático es mayor que a bajas frecuencias. Debido a las propiedades viscoelásticas, los elastómeros que componen el neumático amortiguan las vibraciones más rápidamente impidiendo que se propaguen. El neumático vibra principalmente alrededor del punto de contacto. Las fuerzas transmitidas al eje de la rueda son leves. Sin embargo, las vibraciones generadas se transmiten al aire generando ruido (que, como ya mencionamos, puede a su vez transmitirse también al interior del vehículo).

2.2.2. Mecanismos de Generación y Rol del Neumático

El confort de los neumáticos se refiere a la capacidad de éstos para absorber irregularidades de la superficie del camino y filtrar las vibraciones mecánicas

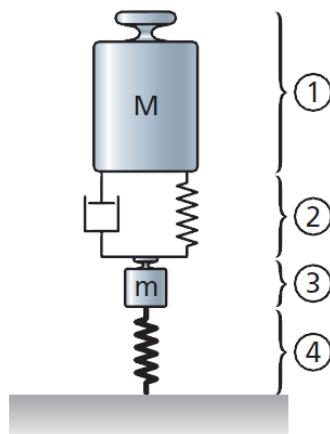


Figura 2.6: Quarter car model: esquema vibratorio del automóvil.

que afectan a los pasajeros. Una manera ilustrativa de representar las vibraciones del vehículo completo se muestra en la Figura 2.6. Este modelo se conoce como *quarter car model*. La masa M de la parte “1” representa un cuarto de la masa suspendida del vehículo (la masa soportada por la suspensión, o sea, el auto completo menos el sistema de suspensión y las ruedas). El resorte y el amortiguador viscoso de la parte “2” representan la rigidez vertical y la capacidad de absorción de choques de la suspensión. La masa m de la parte “3” es un cuarto de las masas no suspendidas (ruedas, suspensión, frenos, etc.). El resorte en “4” representa la rigidez vertical del neumático. Estimando los valores de masa y rigidez de cada componente se pueden calcular las frecuencias naturales relevantes para poder relacionarlas con los efectos de los mecanismos de generación de vibraciones. Las posibles causas de las vibraciones y el rol que juega el neumático en cada caso son diversas.

- **Irregularidades del camino.** Dentro del vehículo, el pasajero percibe las irregularidades (que pueden ir desde pocos centímetros hasta varios metros tanto en largo como en profundidad) a través del piso, del asiento y del volante. La fuerza de esas aceleraciones percibidas dependen del sistema de suspensión y del neumático y es conocida como *asperezas*. El tiempo que le toma al sistema amortiguar esas aceleraciones depende también de ellos. Para vehículos con velocidades de entre 20 y 110 km/h en caminos con irregularidades longitudinales de entre 0.5 y 50 m, las frecuencias teóricas de vibración caen en un rango de entre 0.1 y 60 Hz.
- **Impacto de obstáculos aislados.** Debido al impacto con un obstáculo, dentro del vehículo los pasajeros sienten un golpe que causa excitaciones que

llevan a vibraciones mecánicas y acústicas. Las aceleraciones percibidas pueden sentirse más o menos fuertes y ser más o menos duraderas dependiendo exclusivamente del neumático utilizado. Hay dos respuestas importantes al impacto:

- Cuando se pasa por encima del obstáculo, el neumático actúa como un filtro minimizando las fuerzas transmitidas al centro de la rueda.
- Una vez superado el obstáculo, el neumático puede convertirse en una fuente de excitación, vibrando acorde a sus modos naturales, restaurando la energía almacenada durante el impacto.

Pasar por encima de un obstáculo aislado puede excitar uno o más modos naturales del neumático. Las frecuencias de excitación dependen directamente de la velocidad del vehículo y caen en el rango de entre 0 y 200 Hz. Las vibraciones en el neumático generan fuerzas que son principalmente ejercidas en el centro de la rueda, el eje de la suspensión, y transmitidas directamente al habitáculo del auto, causando vibraciones mecánicas y acústicas. Debido a que el ser humano siente las vibraciones mecánicas más fuertemente a bajas frecuencias, las perturbaciones vibratorias serán más evidentes a bajas velocidades. Entre 0 y 200 Hz, sin embargo, la sensibilidad humana al ruido se incrementa con la frecuencia. Por lo tanto, a altas velocidades se sentirán también perturbaciones acústicas.

Las vibraciones percibidas dependen fuertemente, sin embargo, del acoplamiento entre la rueda y el vehículo.

- **No uniformidades** El conjunto del neumático más la llanta y la válvula de inflado que conforman la rueda son también un mecanismo de generación de vibraciones debido a que presentan irregularidades causadas tanto durante el uso como incluso durante el proceso de fabricación. Como se detalló en la Sección 1.1.3, estas irregularidades pueden ser en la forma, masa o rigidez y se conocen como *no uniformidades*. Aquí se detalla su influencia en las vibraciones.

- *No uniformidades de masa.* Conocidas como “desbalanceo”, corresponden a distribuciones irregulares de masa en el neumático, con dos consecuencias marcadas:
 - En el *desbalanceo estático*, al girar el neumático, las fuerzas centrífugas locales incrementan su radio causando variaciones en la fuerza radial y luego vibraciones verticales y longitudinales.
 - En el *torque dinámico* se crean fuerzas centrífugas desde el plano medio del neumático que generan un toque que induce variaciones en

la fuerza lateral. El conductor siente como consecuencia vibraciones transversales en el volante.

- *No uniformidades de forma.*

- En el *run-out radial* la consecuencia principal es variaciones en la fuerza radial que llevan a vibraciones verticales.
- En el *run-out lateral* la consecuencia principal es variaciones en la fuerza lateral creando vibraciones transversales dentro del vehículo.

- *No uniformidades de rigidez.*

- *Variaciones radiales:* el efecto es el mismo que el run-out radial, induciéndose variaciones de fuerza vertical en el eje que producen vibraciones en el piso, asiento y volante del vehículo, a veces acompañado por ruido.
- *Variaciones laterales:* generan variaciones en la fuerza lateral que llevan a vibraciones transversales en el vehículo.

Las frecuencias de excitación causadas por las no uniformidades son múltiplos de la frecuencia de revolución de las ruedas. Por lo tanto, para un dado neumático, dependen directamente de la velocidad. Si la velocidad varía, las fuerzas creadas por las no uniformidades excitan sucesivamente las diferentes frecuencias naturales de los componentes del vehículo, desde las masas no suspendidas hasta el piso, volante, asientos, etcétera. Estas fuerzas por no uniformidades, exacerbadas por la resonancia de las estructuras que son excitadas, conllevan a vibraciones que a su vez causan sacudidas, sensación de hormigueo y ruido.

Las no uniformidades principalmente causan vibraciones mecánicas con frecuencias de entre 5 y 40 Hz en el piso, asientos y volante del vehículo. Estas vibraciones mecánicas están generalmente acompañadas de ruido que puede alcanzar los 300 Hz. Las complejas vibraciones sentidas por los pasajeros son combinación de cuatro excitaciones (una de cada rueda). Peor aún, como las ruedas no siempre rotan todas a la misma velocidad, pueden sumarse o restarse los efectos llevando a fenómenos de batido.

2.2.3. Respuesta Humana a las Vibraciones

Como todas las estructuras mecánicas, el cuerpo humano tiene frecuencias de resonancia a las que presenta una respuesta mecánica máxima. La *vibración de cuerpo entero* (WBV por las siglas en inglés de *Whole Body Vibration*) comprenden la transferencia de vibraciones relativas del medio ambiente al cuerpo humano en un rango de 0.5 a 80 Hz [13]. Sin embargo, las vibraciones mecánicas pueden sentirse incluso a más altas frecuencias, llegando en forma de sonido acústico hasta los aproximadamente 20 kHz. [1]

■ Vibraciones mecánicas

Considerado como un sistema mecánico, a bajas frecuencias y bajas perturbaciones, puede ser aproximado por un sistema de resortes y amortiguadores como se representó al vehículo en el *Capítulo 1*. Una de las partes más importantes de este sistema con respecto al efecto de las vibraciones pareciera ser el sistema *tórax-abdomen* con una resonancia entre los 20 y 30 Hz. Además se tienen perturbaciones sentidas en la zona de los ojos entre 60 y 90 Hz y la mandíbula y el cráneo entre 100 y 200 Hz. Los ojos y el oído interno principalmente perciben vibraciones con frecuencias entre 0.1 y 0.5 Hz. Estas frecuencias son típicas para fenómenos como el cabeceo de un barco en un oleaje o de un vehículo a través de una superficie con largas irregularidades. La sensación que produce es la de mareos y náuseas. Los órganos “largos” como brazos, piernas, espalda, corazón, etcétera, perciben principalmente frecuencias de entre 0.5 y 60 Hz, que el cuerpo registra como choques y sacudidas. La piel percibe principalmente en el rango de 60 a 100 Hz, que producen una sensación de cosquilleo. Las vibraciones en brazos y manos son también un gran problema junto con el WBV. Es diferente sin embargo en el tipo de problemas que genera. Mientras la WBV da lugar a problemas por lo general de náuseas, falta de confort, deficiencia en la concentración, etc., las vibraciones aplicadas a las manos y brazos producen además daños físicos locales si la exposición es suficientemente alta, como problemas en la circulación o más severos aún.

El cincuenta porciento de la población sana no detecta vibraciones mecánicas con amplitudes por debajo de los $0,015\text{ms}^{-2}$. Este umbral de percepción es aproximadamente un 0,0015 % de la aceleración de la gravedad. Dependiendo de la situación, una vibración puede ser aceptable o no. Muchos son los factores que influyen en la manera en que la persona percibe la falta de confort, pero en general podemos darnos una idea de los niveles comunes de percepción como sigue:

- $< 0,315\text{ms}^{-2}$ no resulta incómodo
- $0,315\text{a}0,63\text{ms}^{-2}$ resulta algo incómodo
- $0,5\text{a}2,5\text{ms}^{-2}$ resulta incómodo
- $> 2,5\text{ms}^{-2}$ resulta extremadamente incómodo

■ Vibraciones acústicas

El oido humano percibe sonidos con frecuencias de entre 20 y 20000 Hz. Además, es sensible a presiones sonoras desde $2 \times 10^{-5}\text{Pa}$ (*umbral sonoro*) y soporta hasta 20Pa (*umbral de dolor*).

Cuantificar el sonido requiere tomar en cuenta la sensibilidad del oido humano a la frecuencia. Para una misma intensidad, sonidos de bajas frecuen-

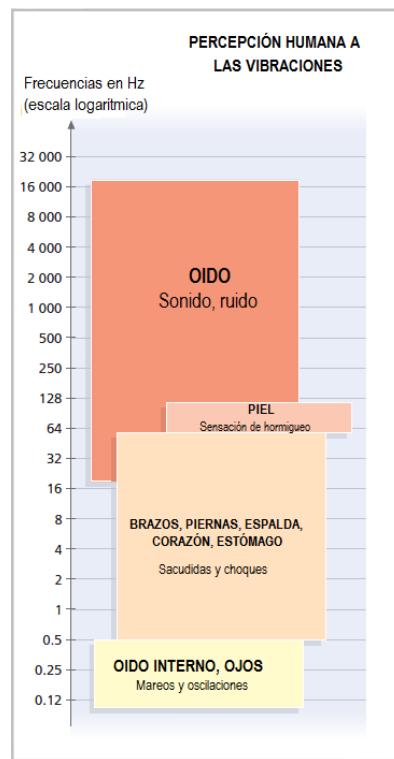


Figura 2.7: Percepción humana a las vibraciones según la frecuencia.

cias son menos perceptibles por el oído humano que los de alta frecuencia. Por este motivo, las mediciones de sonido deben ser corregidas para determinar apropiadamente la manera en que el oído percibe el sonido. La corrección más usada comúnmente es la *escala de decibeles A (dB(A))*.

Además de las respuestas mecánicas, también se observan efectos fisiológicos y psicológicos. A pesar de que son difíciles de medir, pareciera ser que los efectos fisiológicos en animales son similares a los humanos y conciernen cambios en la asimilación de la comida, actividad muscular y reproductiva, etc.

Si se exceden los niveles de exposición especificados por las curvas de aceleración permitida en función de la frecuencia. Por encima de los niveles permitidos, se produce fatiga y decrecimiento del rendimiento. Entonces aquí se evidencia que el confort en el auto no es meramente un lujo sino principalmente una cuestión de seguridad. Si el conductor empeora su capacidad de prestar atención a su tarea, es fácil que se produzca un accidente.

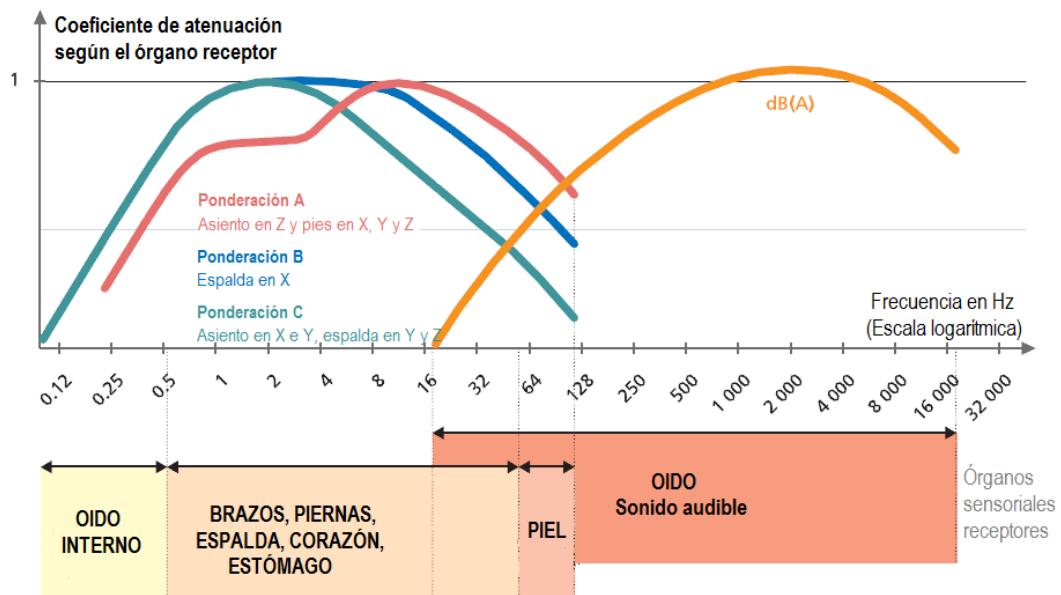


Figura 2.8: Percepción humana a las vibraciones según la frecuencia, órgano y dirección.

Tal como en el oído donde, para una dada intensidad, el humano es más sensible a una u otra frecuencia, el cuerpo humano como un todo también es más sensible a frecuencias entre 0.5 y 50 Hz que para el resto del espectro. Sin embargo, este filtro es más complejo que el de decibeles A por ejemplo, y depende de la dirección de las vibraciones (X , Y ó Z) y del órgano que las recibe. Por norma se ha definido un número de filtros que toman en cuenta estos efectos (Figura 2.8).

Capítulo 3

Análisis Modal

El estudio experimental de la vibración estructural ha sido siempre una gran contribución a la tarea de entender y controlar los fenómenos de vibración que afectan a la performance de cualquier desarrollo de ingeniería. Desde los comienzos del conocimiento acerca de vibraciones, las observaciones estuvieron enfocadas en dos grandes objetivos: determinar la naturaleza y el alcance de los niveles de las respuestas vibratorias y verificar modelos teóricos y predicciones. [14]

En la actualidad, existen muchísimas estructuras y componentes de ellas, para las cuales la integridad estructural es de suprema importancia y, por ende lo es el exhaustivo conocimiento de las características dinámicas. Los dos principales objetivos del primer párrafo implican dos tipos de experimentos correspondientes: entender la dinámica estructural requiere medir las respuestas vibratorias en condición operativa mientras que los ensayos para verificar modelos requieren excitar la estructura con una fuerza conocida y en condiciones controladas para obtener información precisa. Este segundo tipo de ensayo, incluyendo la adquisición de datos y el procesado de las señales, es llamado **Análisis Modal**.

El **Análisis Modal**, experimental y teórico, que constituye el alma de esta *Tesis* y del cual hablará este Capítulo, abarca al proceso de testear estructuras con el objetivo de obtener una descripción matemática de su comportamiento dinámico.

3.1. Testeo Modal y sus Aplicaciones

El testeo modal es una técnica experimental utilizada para derivar el modelo modal de un sistema invariante en el tiempo, que consiste en excitar una estructura, en general con un martillo o un shaker, y medir, en general con un acelerómetro,

la respuesta vibratoria de la misma. La relación entre la respuesta vibratoria y la excitación recibe el nombre de *función de respuesta en frecuencia* o **FRF**. Con suficientes curvas de FRF en función de la frecuencia pueden derivarse mediante análisis numérico los parámetros modales que alimentan el modelo modal. Este proceso se conoce como *Análisis Modal Experimental* e involucra tres fases: preparación del ensayos, medición de las funciones de respuesta en frecuencia e identificación de los parámetros modales. La preparación del ensayo requiere seleccionar adecuadamente el apoyo de la estructura a testear (condición de borde), el tipo de fuerza excitatoria y el lugar donde aplicarla, el hardware para medir excitación y respuesta, etc.

Generalmente el estudio de un problema estructural comienza con un detalle de sus características físicas, típicamente en términos de su masa, rigidez y amortiguamiento, a lo cual se lo conoce como *modelo espacial*. Luego se acostumbra realizar un análisis modal analítico del modelo espacial, que lleva a una descripción del comportamiento de la estructura como un conjunto de modos vibracionales: el *modelo modal*. Este modelo queda definido por un conjunto de frecuencias naturales con sus correspondientes formas modales y coeficientes de damping. La tercera etapa es conocer cómo la estructura vibrará ante una excitación dada. Claramente esto dependerá de las características inherentes de la estructura pero también de la excitación impuesta. Sin embargo, es conveniente presentar la respuesta del sistema frente a una excitación estándar, constituyendo el llamado *modelo de respuesta*, que contiene al conjunto de funciones de respuesta en frecuencia.

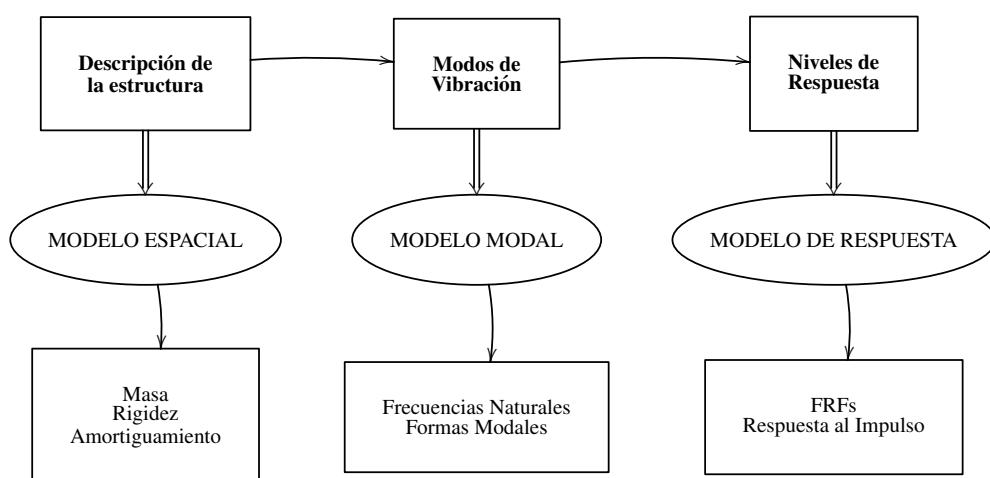


Figura 3.1: Ruta teórica del Análisis Modal [14].

El análisis modal tiene como fin último llegar al *modelo modal* que es quien lleva las características dinámicas del sistema. Por lo tanto, las aplicaciones del testeo modal están fuertemente relacionadas a utilizar el modelo modal obtenido en el diseño, solución y análisis de problemas estructurales. Algunas de las aplicaciones se describen a continuación:

- **Solución de problemas.** Las frecuencias naturales, coeficientes de damping y formas modales, suelen proveer un entendimiento fundamental de las características estructurales y frecuentemente revelan la raíz de los problemas dinámicos de estructuras reales.
- **Correlación con modelo de elemento finito.** Un gran éxito en diseño y análisis de estructuras es poder tener un modelo computacional que prediga su dinámica. En el Capítulo 4 se estudiará el método de elemento finito que se utiliza para modelar estructuras. El análisis modal permite correlacionar los modelos matemáticos con la realidad (modelo modal) para luego ajustarlos y perfeccionarlos.
- **Modificación estructural.** Modificar la estructura de un sistema puede cambiar su masa, rigidez, damping, etcétera, que alterarán el comportamiento dinámico. Utilizando el modelo modal del sistema pueden realizarse simulaciones y predicciones de estos cambios. Esto es particularmente importante en la etapa de diseño para optimizar las características dinámicas.
- **Análisis de sensibilidad.** Puede usarse el modelo modal para prever la sensibilidad de los parámetros modales frente a cambios de parámetros físicos en la estructura. A diferencia de la modificación estructural, el énfasis aquí está puesto en cuál cambio físico es más efectivo en variar algún parámetro modal. Esto es especialmente útil en el rediseño de estructuras.
- **Predicción de respuesta ante excitaciones.** Con un modelo modal establecido, puede computarse la respuesta vibratoria debida a una fuerza bien definida. Utilizando el principio de superposición puede estudiarse el comportamiento ante más fuerzas.
- **Identificación de fuerzas.** En la práctica, no siempre son medibles las fuerzas que inducen vibraciones en una estructura. Sin embargo es posible identificarlas usando las mediciones de respuesta del sistema ante ellas y el modelo modal del mismo.
- **Acoplamiento de subestructuras.** A menudo es importante predecir el comportamiento dinámico de una estructura entera desde el conocimiento de cada componente, principalmente para dividir el problema complejo en muchos más simples.

- **Detección de daños.** La detección de daños estructurales invisibles ha sido siempre una prioridad en la industria. La base teórica de utilizar análisis modal en la detección de fallas es que justamente la respuesta dinámica de una estructura varía ante cualquier falla producida. Esto posibilita la identificación simplemente observando la variación en la respuesta antes y después de producirse el daño estructural.

En ingeniería automotriz, los enormes aspectos comerciales y de seguridad asociados con el rediseño de un vehículo obligan al mejor entendimiento posible de las propiedades dinámicas de las estructuras vehiculares y la repercusión de cualquier cambio de diseño. Actualmente se combinan el análisis modal experimental y el análisis por elemento finito para el estudio de los componentes. Juntos juegan un rol crucial en el estudio de lo que actualmente se conoce como *ruido, vibración y dureza* (NVH, Noise, vibration and harshness). El análisis modal es una herramienta simple para entender las vibraciones debidas a los componentes del vehículo transmitidas por las estructuras o por el aire.

3.2. Teoría básica sobre Vibración

El estudio de la vibración de un sistema de un único grado de libertad comienza por su ecuación de movimiento. Como la vibración puede pensarse como una transferencia entre energía potencial y cinética, los elementos vitales de un sistema vibratorio no son la presencia de un elemento inercial y uno elástico como se cree, sino medios de almacenar y liberar energía. Una masa conectada a un resorte como se muestra en la Figura 3.2 es un típico sistema vibratorio. Toman-do $x(t)$ como el desplazamiento, la segunda ley de Newton lleva a la ecuación de movimiento (3.1).

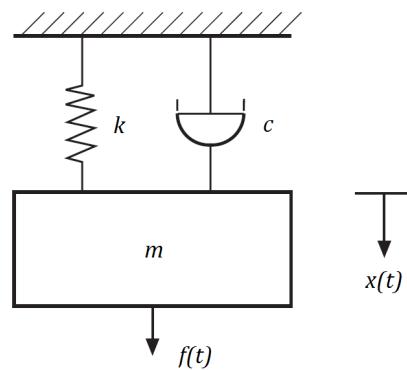


Figura 3.2: sistema1

$$m \ddot{x}(t) + c \dot{x}(t) + kx(t) = f(t) \quad (3.1)$$

3.2.1. Vibraciones Libres

La solución general de la parte homogénea de la ecuación (3.1), que corresponde a un sistema lineal invariante en el tiempo vibrando libremente, se escribe

$$x(t) = X e^{i\omega t} \quad (3.2)$$

Y lleva a la ecuación característica

$$m\lambda^2 + c\lambda + k = 0 \quad (3.3)$$

Que tiene como solución dos raíces dadas por

$$\lambda_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \quad (3.4)$$

Las dos raíces λ_1 y λ_2 pueden ser

- las dos reales, con lo cual las fuerzas disipativas gobiernan la dinámica del sistema $\left(\frac{c}{2m}\right)^2 > \frac{k}{m}$ y se dice que el sistema está *sobre amortiguado*.
- las dos complejas conjugadas, entonces las fuerzas elásticas y las de inercia prevalecen $\left(\frac{c}{2m}\right)^2 < \frac{k}{m}$ y el sistema es *sub amortiguado*.
- las dos raíces son reales iguales, con lo cual $\left(\frac{c}{2m}\right)^2 = \frac{k}{m}$ y el sistema está *críticamente amortiguado*.

De la tercera condición se obtiene el *coeficiente de amortiguamiento crítico*, c_c de la ecuación (3.5), donde ω_n es la frecuencia natural no amortiguada, parámetro importante de cualquier sistema vibrante que establece el límite entre sistemas sobre amortiguados y sub amortiguados.

$$c_c = 2m \sqrt{\frac{k}{m}} = 2m\omega_n \quad (3.5)$$

Por conveniencia, se define el *factor de amortiguamiento*, ξ como $\xi = \frac{c}{c_c}$, con lo que λ_1 y λ_2 se escriben como $\lambda_{1,2} = -\omega_n\xi \pm \omega_n \sqrt{\xi^2 - 1}$. Así, en función de ξ , el sistema será

- *sobre amortiguado*, si $\xi > 1$.
- *sub amortiguado*, si $\xi < 1$.

- *críticamente amortiguado*, si $\xi = 1$.

La situación más cercana a cualquier sistema real es la solución amortiguada con $0 < \xi < 1$. La amplitud del sistema tiende uniformemente a cero con *frecuencia natural amortiguada* $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$. Del gráfico de la respuesta de un sistema de un grado de libertad puede obtenerse el valor de ξ observando que el decaimiento va como $Xe^{-\xi\omega_n t}$.

3.2.2. Vibraciones Forzadas

Si en la ecuación (3.1) $f(t) \neq 0$ y se asume que $f(t) = Fe^{i\omega t}$, la solución particular está dada por

$$x(t) = \bar{X} e^{i\omega t} \quad (3.6)$$

Donde \bar{X} es la amplitud compleja, también conocida como fasor. Existe un ángulo de fase θ entre la respuesta y la excitación $f(t)$, tal que $\bar{X} = Xe^{i\theta}$. Reemplazando la solución (3.6) en la (3.1), se obtiene \bar{X} y con ella la solución particular de (3.1):

$$x(t) = \frac{F}{\sqrt{(k - \omega^2 m)^2 + (\omega c)^2}} e^{i(\omega t + \theta)} \quad (3.7)$$

La solución completa es suma de la solución homogénea sub amortiguada más la particular. Definiendo el parámetro adimensional $\beta = \frac{\omega}{\omega_n}$, la solución total queda:

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} (C_1 e^{i\omega_n t} \sqrt{1 - \xi^2} + C_2 e^{-i\omega_n t} \sqrt{1 - \xi^2}) + \frac{1}{k} \frac{F}{\sqrt{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}} e^{i(\omega t + \theta)} \quad (3.8)$$

En el *estado estacionario*, cuando domina la parte forzada, si pasa que $\xi = 0$ y $\beta = 1$, entonces $\omega = \omega_n$ y el sistema se dice que está en **resonancia**. La amplitud en este caso se vuelve infinita. Afortunadamente, los sistemas reales siempre tienen algún grado de disipación y ξ nunca llega a ser 0, con lo cual la amplitud puede volverse grande para aún pequeños valores de excitación pero nunca se hace infinita. *Eludir la resonancia es el objetivo de todo diseño estructural.*

Una forma alternativa de mirar el problema es considerar las propiedades dinámicas del sistema que se encuentran contenidas en la expresión matemática que relaciona la entrada con la salida

$$\frac{\bar{X}}{F} = H(\omega) = \frac{1}{(k - \omega^2 m) + i\omega c} \quad (3.9)$$

3.2.3. Sistemas de Múltiples Grados de Libertad

Para un sistema de múltiples grados de libertad, se escriben las ecuaciones de movimiento para todos los N grados, ecuaciones que en general quedan acopladas por lo que resulta más simple la notación matricial, que en general tiene la forma

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = f \quad (3.10)$$

Donde $[M]$, $[C]$ y $[K]$ son las matrices de $N \times N$ de masa, amortiguamiento y rigidez respectivamente, mientras $\{\ddot{x}\}$, $\{\dot{x}\}$ y $\{x\}$ son vectores de $N \times 1$ representando la aceleración, velocidad y posición en función del tiempo.

Considerando un sistema libre y sin amortiguamiento, la solución de la ecuación (3.10) con $[C] = 0$ y $\{f\} = 0$ se escribe como $\{x(t)\} = \{\bar{X}\}e^{i\omega t}$. Reemplazando se obtienen los autovalores y autovectores que dispuestos en forma matricial quedan

$$[\omega_r^2] = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \omega_1^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \omega_N^2 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

$$[\psi] = \left[\begin{Bmatrix} | \\ \psi_1 \\ | \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} | \\ \psi_2 \\ | \end{Bmatrix} \quad \cdots \quad \begin{Bmatrix} | \\ \psi_N \\ | \end{Bmatrix} \right] \quad (3.12)$$

Como se demuestra en el Apéndice B, de la propiedad de ortogonalidad de los autovectores se deriva que $\omega_r^2 = \frac{k_r}{m_r}$. Es decir que cada modo natural ω_r tiene lo que se denomina una *rigidez generalizada* k_r y una *masa generalizada* m_r asociadas. Esto provee una ventaja computacional considerable.

3.2.4. Amortiguamiento Viscoso e Histerético

Los sistemas dinámicos reales disipan energía al vibrar usando distintos medios. Se puede representar la disipación de energía del sistema a través de un amortiguador **viscoso**, que tiene importancia por su simpleza desde el punto de vista teórico. Por definición un amortiguador viscoso es un dispositivo que se opone a la velocidad relativa entre sus extremos con una fuerza que es proporcional a esa velocidad. Estrictamente es el único amortiguador lineal en el sentido de las ecuaciones de movimiento de un sistema. Desafortunadamente este tipo de amortiguamiento no representa de todo al tipo encontrado en la práctica.

La energía disipada por ciclo de oscilación está dada por

$$E_{ciclo} = \int_0^T f(t) dx = \int_0^T f(t) \dot{x} dt \quad (3.13)$$

Asumiendo que el sistema es excitado por una fuerza armónica ($f(t) = m \ddot{x} + c \dot{x} + kx$) y que la respuesta puede ser escrita como $x(t) = X e^{i(\omega t + \phi)}$, la energía por ciclo queda:

$$E_{ciclo} = \int_0^\omega c \dot{x} \ddot{x} dt = cX^2 \omega^2 \int_0^\omega \sin^2(\omega t + \phi) dt = \pi c X^2 \omega \quad (3.14)$$

Observando la ecuación (3.14) la energía disipada por ciclo de oscilación es directamente proporcional al coeficiente de amortiguamiento, a la frecuencia de oscilación (frecuencia de la fuerza que excita el sistema) y al cuadrado de la amplitud de oscilación. Este tipo de amortiguamiento tiene poca semejanza con la mayoría de los materiales y estructuras reales encontradas en la realidad, ya que estos presentan una dependencia débil con la frecuencia.

Lo que se requiere es un modelo diferente de amortiguamiento que se oponga al movimiento relativo entre sus extremos con una fuerza proporcional al desplazamiento y no a la velocidad (aunque en fase con la velocidad). Esto puede considerarse como usar un amortiguador viscoso pero haciendo que el coeficiente de amortiguamiento varíe inversamente con la frecuencia $c = \frac{d}{\omega}$. Este tipo de amortiguamiento se lo conoce como **histerético**, sólido o estructural y el parámetro d es llamado coeficiente de amortiguamiento histerético. La denominación de histerético se debe a que este tipo de amortiguamiento describe el mecanismo de histéresis de la curva de carga deflexión para la mayoría de los materiales.

La energía disipada por ciclo es

$$E_{ciclo} = \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} m \ddot{x} \cdot \dot{x} dt + \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \dot{x} \cdot \ddot{x} dt + \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} kx \cdot \dot{x} dt \quad (3.15)$$

$$E_{ciclo} = \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \frac{d}{\omega} \dot{x} \cdot \dot{x} dt = \frac{d}{\omega} X^2 \omega^2 \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \sin^2(\omega t + \phi) dt = \pi d X^2 \quad (3.16)$$

Es decir que la energía disipada por ciclo es independiente de la frecuencia, comportamiento que se asemeja más a cómo disipa realmente una estructura. La constante adimensional $\eta = \frac{d}{k}$ se conoce como *factor de pérdida* y se puede demostrar que, en un sistema de un grado de libertad en la frecuencia de resonancia

ω_n , está relacionado con el factor de amortiguamiento ξ por $\eta = 2\xi$. Esta igualdad es quien relaciona ambos modelos.

En sistemas continuos son necesarias funciones dependientes del tiempo y espacio para describir el sistema, lo cual implica ecuaciones diferenciales para resolver. Para sistemas simples, dichas ecuaciones pueden ser resueltas analíticamente, pero para sistemas con geometrías más complicadas se necesitan métodos numéricos de análisis, tal como el que desarrollaremos en el *Capítulo 4*. La función compleja de la frecuencia denotada por $H(\omega)$ que se estudiará en la *Sección 1.3* se denomina *Función de Respuesta en Frecuencia (FRF)* y representa la herramienta de análisis de este trabajo.

3.3. Principios del Análisis Modal

Como se dijo en las secciones anteriores, la idea básica del análisis modal es obtener los parámetros modales de una estructura midiendo la respuesta vibratoria debido a una excitación conocida. Es necesario entonces estudiar ambas señales y su relación.

La respuesta de un sistema lineal a una excitación tipo periódica $f(t)$ puede obtenerse como la suma de respuesta separadas de las armónicas de la fuerza de excitación obtenidas de la descomposición de las componentes armónicas de $f(t)$. Cada respuesta en estado estacionario se obtiene de la aplicación de la ecuación (3.7). Afortunadamente en la práctica basta considerar unos pocos términos de los infinitos en la serie de Fourier de la excitación para tener resultados precisos.

Cuando la excitación no es periódica sino transitoria, se la toma como periódica de período $T = \infty$ y se define su transformada de Fourier $F(\omega)$

$$F(\omega) = \mathfrak{F}[f(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt \quad (3.17)$$

De esta manera, la ecuación (3.9) queda

$$X(\omega) = H(\omega)F(\omega) \quad (3.18)$$

La transformada de Fourier de la respuesta se obtiene simplemente como el producto de la función de respuesta en frecuencia compleja $H(\omega)$ y la transformada de Fourier de la excitación $F(\omega)$. La respuesta $x(t)$ se obtiene de $H(\omega)$ como

$$x(t) = \mathfrak{F}^{-g}[X(\omega)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega)F(\omega)e^{i\omega t}d\omega \quad (3.19)$$

3.3.1. Función de Respuesta en Frecuencia

La ecuación (3.9) presentada en la sección anterior no es más que una de las formas en que puede representarse la *función de respuesta en frecuencia* de un sistema con amortiguamiento viscoso, llamada *receptancia*, $\alpha(\omega) = \frac{X(\omega)}{F(\omega)}$. Otras dos formas alternativas para la FRF son la denominada *movilidad*, $Y(\omega)$ definida como el cociente de las transformadas de Fourier de la velocidad sobre la excitación, y la *acelerancia*, $A(\omega)$, definida como el cociente de las transformadas de Fourier de la aceleración sobre la excitación. En resumen, se tiene:

$$\alpha(\omega) = \frac{X(\omega)}{F(\omega)} \quad (3.20)$$

$$Y(\omega) = \frac{\dot{X}(\omega)}{F(\omega)} \quad (3.21)$$

$$A(\omega) = \frac{\ddot{X}(\omega)}{F(\omega)} \quad (3.22)$$

Las amplitudes de estas tres funciones se relacionan según

$$|A(\omega)| = \omega|Y(\omega)| = \omega^2|\alpha(\omega)| \quad (3.23)$$

Las funciones recíprocas de las tres FRFs de un sistema de un grado de libertad también tienen significado físico importante y se las llama *rigidez dinámica* a la inversa de la receptancia, *impedancia mecánica* a la inversa de la movilidad y *masa aparente* a la inversa de la acelerancia.

3.3.2. Obtención de la FRF y Función de Coherencia

Para cualquier medición real se tiene ruido tanto en la señal de entrada como en la de salida. En particular, para frecuencias cercanas a la de resonancia, la respuesta vibratoria es significativa y por lo tanto puede despreciarse el ruido en la salida. Para frecuencias cercanas a la antiresonancia, se vuelve significativa la señal excitatoria y puede entonces ignorarse el ruido a la entrada. Para el resto de las frecuencias, se espera que el ruido en ambas afecte la estimación de la FRF.

Con lo cual deberían hallarse diferentes estimadores para derivar datos más precisos de la FRF en presencia de ruido.

La Figura 3.3 muestra que la fuerza medida $\hat{F}(\omega)$ es la señal combinada entre la excitación real $F(\omega)$ y el ruido en la entrada $M(\omega)$. Ambas señales son inseparables en el dominio temporal, pero no están correlacionadas. Es decir que, si se define la *densidad espectral correlacionada* de dos señales a y b como

$$S_{ab}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{ab}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (3.24)$$

donde $R_{ab}(\tau)$ es la *función de correlación cruzada* definida como el valor de expectación (o promedio) del producto $a(t)b(t + \tau)$ y da cuenta del grado de similitud entre ambas señales, entonces se espera que $S_{MF} = 0$. Lo mismo ocurre a la salida: $\hat{F}(\omega)$ es la señal combinada entre la respuesta real $X(\omega)$ y el ruido en la salida $N(\omega)$ y se espera $S_{NX} = 0$

Luego, la FRF puede ser estimada usando $\hat{X}(\omega)$ y $\hat{F}(\omega)$ como

$$\hat{H}_1(\omega) = \frac{\hat{S}_{XF}(\omega)}{\hat{S}_{FF}(\omega)} = H(\omega) \left(1 + \frac{S_{MM}(\omega)}{S_{FF}(\omega)} \right)^{-1} \quad (3.25)$$

$$\hat{H}_2(\omega) = \frac{\hat{S}_{XX}(\omega)}{\hat{S}_{XF}(\omega)} = H(\omega) \left(1 + \frac{S_{NN}(\omega)}{S_{XX}(\omega)} \right) \quad (3.26)$$

En términos de amplitud, $\hat{H}_1(\omega)$ es un subestimador y $\hat{H}_2(\omega)$ un sobreestimador. En *resonancia*, el ruido de la entrada es de mayor magnitud que la salida, con lo cual $\hat{H}_1(\omega_0) < H(\omega)$ y $\hat{H}_2(\omega_0) \simeq H(\omega)$. En *anti-resonancia*, el contenido no correlacionado domina a la salida y $\hat{H}_2(\omega_0) > H(\omega)$ y $\hat{H}_1(\omega_0) \simeq H(\omega)$

$\hat{H}_1(\omega)$ y $\hat{H}_2(\omega)$ están relacionados por la *función de Coherencia* γ^2 , definida como

$$\gamma^2(\omega) = \frac{|S_{FX}(\omega)|^2}{S_{FF}(\omega)S_{XX}(\omega)} \quad (3.27)$$

Físicamente, la función de Coherencia refleja la relación casual y lineal entre la respuesta $x(t)$ del sistema y la excitación $f(t)$ impartida. Por lo tanto, γ^2 será igual a 0 cuando la salida no se deba a la entrada y 1 cuando la respuesta sea la consecuencia puramente de la excitación producida por el ensayo. Una Coherencia pobre es indicadora de una baja relación señal/ruido, errores en las mediciones, comportamientos no lineales de la estructura, o una combinación de ellos.

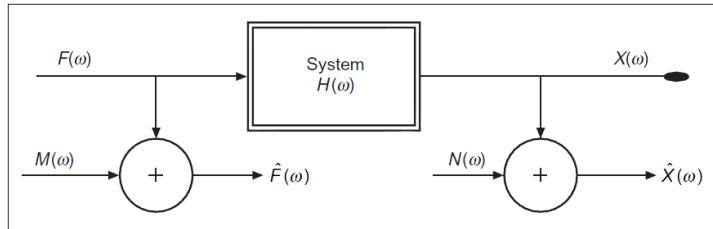


Figura 3.3: Estimación de la FRF cuando existe ruido a la entrada y salida.

De las dos definiciones de los estimadores H y de la Coherencia, puede demostrarse que:

$$\gamma^2(\omega) = \frac{\hat{H}_1(\omega)}{\hat{H}_2(\omega)} \quad (3.28)$$

3.3.3. Formas gráficas de la FRF

Las distintas formas gráficas en que puede presentarse a la función de respuesta en frecuencia juegan un rol vital en el completo entendimiento del análisis modal y las características del sistema estudiado. Cada gráfico aporta diferente información que lleva la FRF en su conjunto. Incluso en sistemas de un solo grado de libertad ocurre que los gráficos de FRF aportan información útil y rápida de la naturaleza del mismo.

La Figura 3.4 muestra la curva de receptancia de un sistema de un grado de libertad en un gráfico 3D cuyos ejes son la parte real y la parte imaginaria de la FRF compleja en función de la frecuencia. La curva más gruesa corresponde a la receptancia compleja y es una curva 3D. La proyección sobre el plano *parte real - parte imaginaria* recibe el nombre de gráfico de Nyquist.

La Figura 3.5 muestra la parte real y la parte imaginaria de la función de respuesta en frecuencia en función de la frecuencia. No son más que las proyecciones del gráfico 3D de la Figura 3.4.

La Figura 3.6 muestra la magnitud y fase de la receptancia en función de la frecuencia. Se observa que en resonancia, la magnitud presenta un pico, mientras la fase cambia abruptamente su signo. Esta es una forma muy usada de detectar si un pico en la curva de FRF corresponde o no a una frecuencia natural del sistema.

Por último, otro gráfico de gran importancia en la detección de propiedades de la estructura es el *Gráfico de Nyquist* mostrado para el caso de un sistema de un grado de libertad con amortiguamiento viscoso en los gráficos de la Figura 3.7.

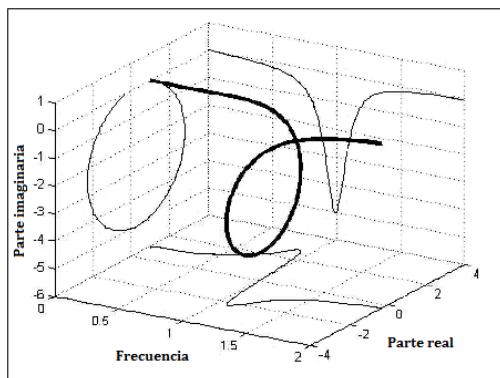


Figura 3.4: Función de Respuesta en Frecuencia.

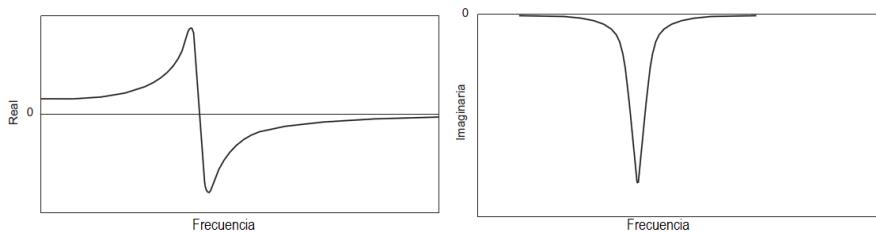


Figura 3.5: Parte real y parte imaginaria de la FRF.

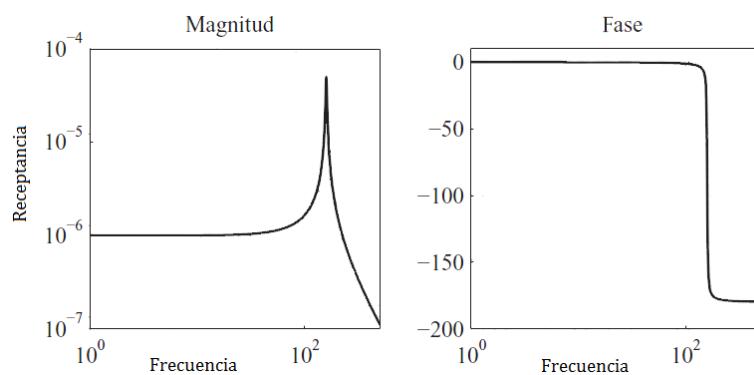


Figura 3.6: FRF

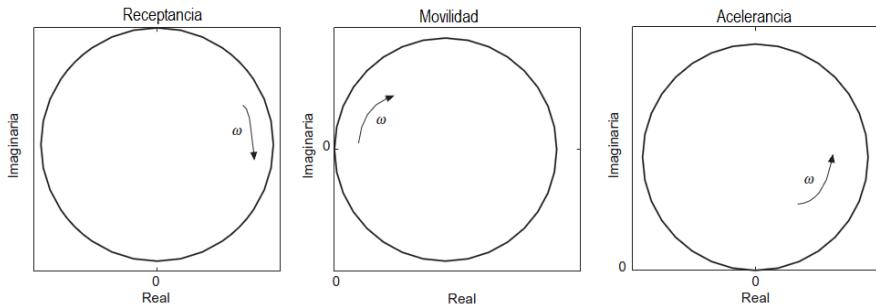


Figura 3.7: Gráficos de Nyquist para la receptancia, movilidad y acelerancia.

3.4. Extracción de Parámetros Modales

El *Análisis Modal* es un proceso de extracción de parámetros modales a partir de los datos de una medición de vibración. En esta sección se estudiarán los métodos en el dominio de la frecuencia, pero debe quedar claro que se puede hacer también desde el dominio temporal. Para análisis modal en el dominio de la frecuencia, el modelo matemático es la expresión analítica de la función de respuesta en frecuencia que, asumiendo que la estructura puede ser discretizada en N grados de libertad pero que sólo m caen en el rango de frecuencias medido, tiene una expresión de la forma:

$$\alpha_{ij}(\omega) = \sum_{r=1}^m \frac{A_{ij}^{(r)}}{\omega_r^2 - \omega^2 + \omega_r^2 \eta_r j} + R_{ij}(\omega) \quad (3.29)$$

donde $R_{ij}(\omega)$ es un término residual de alta frecuencia.

3.4.1. Modos y Frecuencias de Resonancia

El gráfico de módulo de la FRF en función de la frecuencia introducido en la Figura 3.6 resulta muchas veces crucial para identificar los modos de vibración debido a que en él se manifiestan las frecuencias de resonancia. Sin embargo, se debe ser muy cuidadoso debido a que en una curva de módulo en función de la frecuencia, como el mostrado en la Figura 3.8, no todos los picos podrían representar un modo de vibración e incluso hay modos que podrían no aparecer. El gráfico de fase en función de la frecuencia puede proveer ayuda adicional. En teoría, se espera que un modo de vibración cause un cambio de 180 grados en la fase. La presencia de damping hace que el cambio sea menos abrupto que lo que muestra la figura.

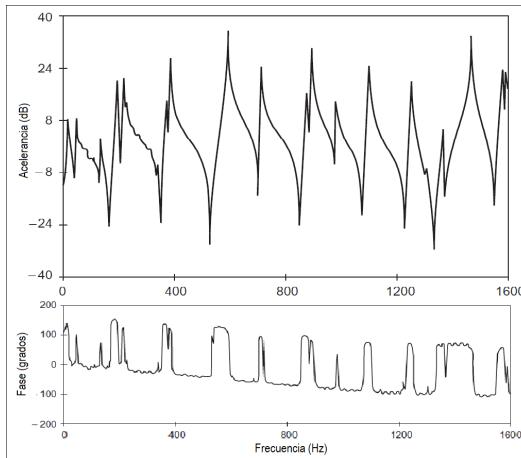


Figura 3.8: Gráficos de Nyquist para la receptancia, movilidad y acelerancia.

3.4.2. Formas Modales

La receptacia en el modelo para un sistema con amortiguamiento histerético puede escribirse según (3.30), donde ϕ_{ij} son los autovectores normalizados y s_r los autovalores, con $s_r = -\omega_r \xi_r + i\omega_r \sqrt{1 - \xi_r^2}$

$$\alpha_{jk}(\omega) = \frac{\bar{X}_j}{\bar{F}_k} = \sum_{r=1}^{2N} \left(\frac{\phi_{jr}\phi_{kr}}{i\omega - s_r} + \frac{\phi_{jr}^*\phi_{kr}^*}{i\omega - s_r^*} \right) \quad (3.30)$$

El término $\phi_{jr}\phi_{kr}$ es el *residuo* del modo r . Se verá en la Sección 3.4.3 la importancia de este término en la obtención de los parámetros modales.

El gráfico de la parte imaginaria de la FRF es de suma importancia en la identificación de las formas modales. En un análisis de impacto (por cuestiones de simplicidad del ensayo y como se detallará en la Sección 5.1.1), la vibración se mide en un punto fijo y la excitación se efectúa en varios puntos a lo largo de la estructura, como se muestra en la Figura 3.9. Debido a la propiedad de *reciprocidad* de la matriz de FRF ($\alpha_{jk} = \alpha_{kj}$), con ese ensayo se tiene caracterizada a toda la estructura. Uniendo los picos de las curvas obtenidas a lo largo de la estructura para cada modo r se obtienen las formas modales.

3.4.3. Coeficientes de Damping: Método FRP

El *Método de las Fracciones Racionales Polinómicas*, *FRP* es utilizado en análisis modal de sistemas de más de un grado de libertad para ajustar la curva de FRF y derivar de allí las frecuencias de resonancia, amplitudes y coeficientes de damping. La idea del método es expresar a la FRF como función de la variable de Laplace s en términos de un cociente de polinomios (Ecuación 3.31) e identificar

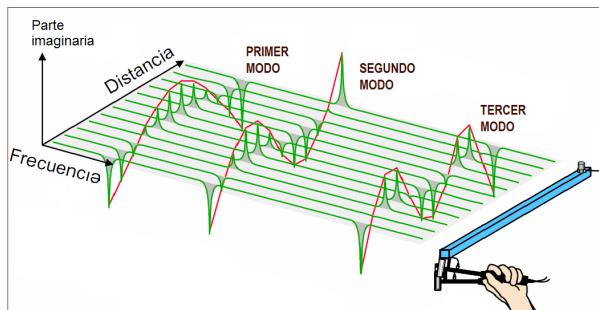


Figura 3.9: Gráficos de Nyquist para la receptancia, movilidad y acelerancia.

los coeficientes de los mismos mediante manipulación matemática. El orden del polinomio del denominador es al menos dos veces el del polinomio del numerador ($n \geq 2m$).

$$\alpha_{ij}(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots + a_m s^m}{b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + \dots + s^n} \quad (3.31)$$

En el *Apéndice 7* se demuestra cómo, a partir de minimizar el error definido como $e_{ij}(\omega) = \alpha_{ij}(\omega) - \tilde{\alpha}_{ij}(\omega)$ en el sentido de cuadrados mínimos, se llega a una expresión para los tres parámetros modales en términos de los *polos*, P_r y los *residuos* R_r de la FRF expresada según (3.31).

$$f_r = \frac{|P_r|}{2\pi} \text{ frecuencia}$$

$$\eta_r = \frac{-Re(P_r)}{|P_r|} \text{ coeficiente de damping} \quad (3.32)$$

$$A_r = \frac{R_r}{Re(P_r)} \text{ amplitud}$$

Capítulo 4

Método de los Elementos Finitos

El *Método de los Elementos Finitos*, MEF, es un método numérico para resolver problemas de ingeniería y física matemática. Áreas problemáticas típicas de interés en ingeniería y física resolubles mediante el Método de los Elementos Finitos son el análisis estructural, estudios de transferencia de calor, flujos, transporte de masa y potencial electromagnético, entre otras [15].

La formulación de un problema mediante elementos finitos da como resultado un sistema de ecuaciones algebraicas simultáneas en lugar de las ecuaciones diferenciales que en general involucran. Estos métodos numéricos arrojan valores aproximados de las variables desconocidas en un número discreto de puntos del continuo. El proceso de modelar un cuerpo dividiéndolo en un sistema equivalente de unidades más pequeñas (elementos finitos) interconectados por puntos comunes entre dos o más elementos (puntos nodales o nodos) y/o por líneas de frontera y/o por superficies se denomina *discretización*. En el método de los elementos finitos, en lugar de resolver el problema para el sistema completo en una operación, se formulan las ecuaciones para cada elemento finito y se combinan para obtener la solución completa.

La solución para problemas estructurales típicamente se refiere a determinar los desplazamientos en cada nodo y las tensiones dentro de cada elemento que componen la estructura sometida a cargas aplicadas [16]. Cuando es prácticamente imposible obtener soluciones matemáticas analíticas para problemas de geometría complicada, materiales y fuerzas aplicadas debido a la complejidad de las ecuaciones diferenciales ordinarios o parciales que en general involucran, se recurre al MEF. Por lo tanto, son necesarios métodos numéricos, como el que se presenta en este *Capítulo*.

4.1. Formulación del Método

El método de los elementos finitos se utiliza para resolver problemas físicos vinculados al diseño y análisis ingenieril. La Figura 4.1 resume el proceso del análisis por elementos finitos [17]. El problema físico típicamente envuelve una estructura o componente de la misma sujetas a cierta carga. La idealización del problema físico en un modelo matemático requiere ciertas hipótesis que conducen a ecuaciones diferenciales que describen el modelo. El análisis por elementos finitos resuelve este modelo matemático. Debido a que la técnica para hallar las soluciones consiste en un procedimiento numérico, es necesario evaluar la precisión de la solución. Si no se alcanza el criterio de presición, debe repetirse la búsqueda refinando los parámetros del modelo hasta alcanzar lo deseado.

El método es una aproximación a la solución exacta, por lo tanto, cuanto mayor información se aporte al modelo, más preciso será el resultado obtenido. El paso clave en el análisis es entonces la elección de modelos matemáticos apropiados que sean fiables y eficaces en la predicción de las variables buscadas.

Típicamente, para los problemas estructurales, el objetivo es determinar desplazamientos y esfuerzos en el medio continuo. Hay dos aproximaciones directas en general asociadas al método de los elementos finitos aplicado a estructuras mecánicas. Uno de ellos utiliza las fuerzas internas como las variables desconocidas del problema. El segundo, llamado método de los desplazamientos, asume los desplazamientos de los nodos como las variables desconocidas. Las ecuaciones que gobiernan el problema están expresadas en términos de desplazamientos nodales usando condiciones de equilibrio y leyes que relacionen desplazamientos con las fuerzas aplicadas. Otro método general que puede ser usado para derivar las ecuaciones tanto para problemas estructurales como para estudio de flujos de calor o materia es el *método variacional*. Los métodos variacionales incluyen algunos principios como el *teorema de mínima energía potencial*, el *principio de los trabajos virtuales* o el *teorema de Castigliano* [17].

4.1.1. Idea General del Método

El Método de Elementos Finitos es un método de aproximación de problemas continuo. La idea básica es dividir al medio continuo en un número finito de partes llamadas *elementos*, cuyo comportamiento se especifica mediante un número finito de parámetros asociados a ciertos puntos característicos denominados *nodos*.

Estos nodos son los puntos de unión de cada elemento con sus adyacentes. La solución del sistema completo sigue las reglas de los problemas discretos: el sis-

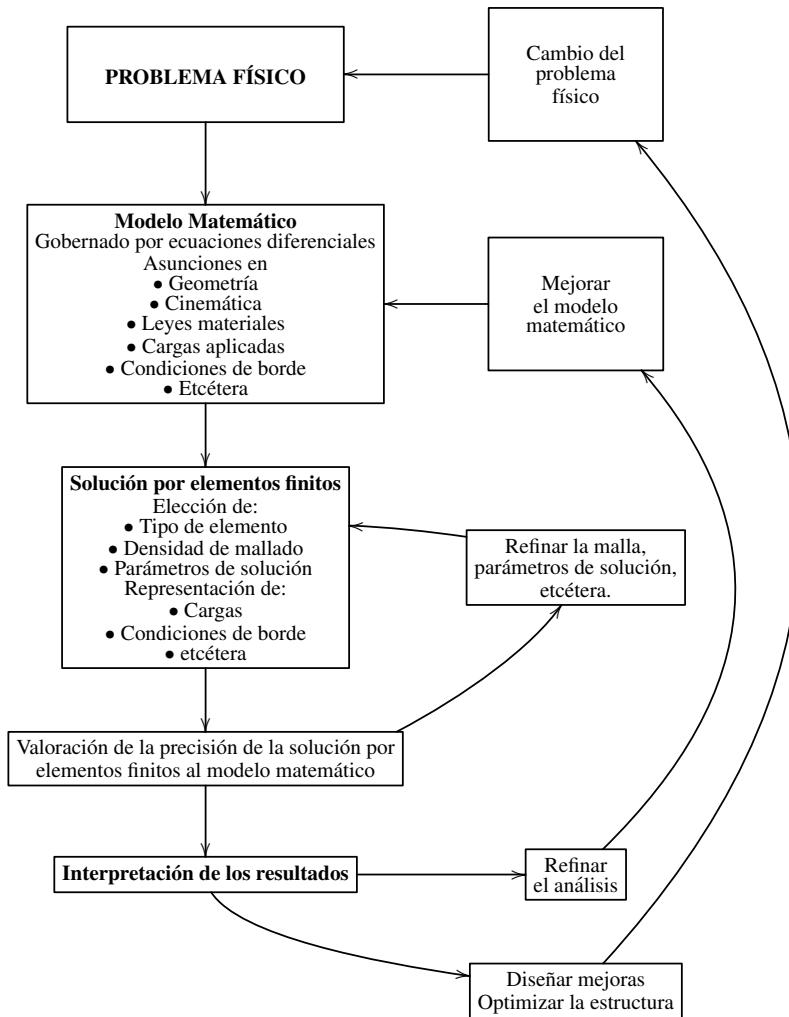


Figura 4.1: El proceso del Método de los Elementos Finitos [17].

tema total se forma por ensamblaje de los elementos. De esta manera, la solución al problema será combinación de las soluciones de los elementos. Sin embargo, las ecuaciones no se aplican a los elementos sino que las incógnitas del problema pasan de ser funciones matemáticas a ser el valor de éstas en los nodos. Luego, el comportamiento en el interior de cada elemento queda definido a partir del comportamiento de los nodos mediante las llamadas *funciones de forma*, que interpolan adecuadamente los nodos.

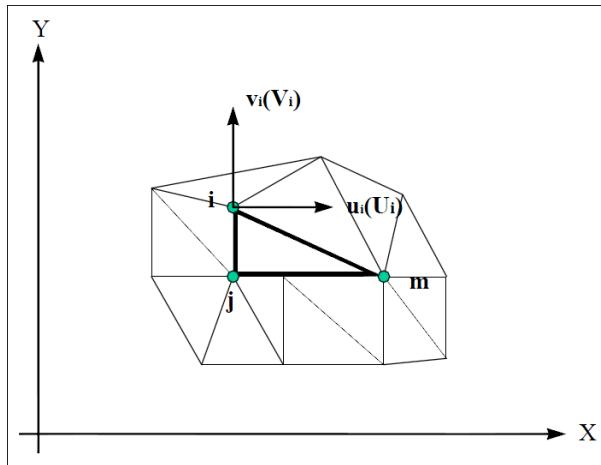


Figura 4.2: Coordenadas de los nodos (i, j, k) y desplazamientos de los nodos.

4.1.2. Aplicación del Método

La forma más intuitiva de comprender el método es la aplicación a una placa sometida a una tensión plana. El MEF se puede entender, desde un punto de vista estructural, como una generalización del cálculo matricial de estructuras al análisis de sistemas continuos [18]. Un elemento finito e viene definido por sus nodos (i, j, m) y por su contorno formado por líneas que los unen (Figura 4.2). Los desplazamientos u de cualquier punto del elemento se aproximan por un vector columna \vec{u} , a partir de los desplazamientos nodales del elemento, a^e , y las funciones de forma N .

$$\vec{u} = \sum N_i a_i^e = [N_i \ N_j \ \dots] \begin{pmatrix} \vec{a}_i \\ \vec{a}_j \\ \dots \end{pmatrix} = N a^e \quad (4.1)$$

Para el caso de tensión plana, se tiene

$$\vec{u} = \begin{cases} u(x, y) \\ v(x, y) \end{cases} \quad (4.2)$$

$$\vec{a}_i = \begin{cases} u_i \\ v_i \end{cases}$$

Aquí, u son los movimientos horizontal y vertical de un punto cualquiera del elemento y a_i son los desplazamientos del nodo i .

Las funciones N_i , N_j y N_m se escogen de tal forma que al sustituir en 4.1 las coordenadas nodales, se obtienen los desplazamientos nodales.

Conocidos los desplazamientos de todos los puntos del elemento, se pueden determinar las deformaciones ϵ en cualquier punto, tal que $\epsilon = S u$, siendo S un operador lineal adecuado. Sustituyendo 4.1 en esta última expresión, se tiene que

$$\begin{aligned}\epsilon &= Ba \\ B &= SN\end{aligned}\quad (4.3)$$

Suponiendo que el cuerpo está sometido a deformación inicial ϵ_0 y tensiones internas σ_0 , la relación entre tensiones y deformaciones en el cuerpo viene dada por

$$\sigma = D(\epsilon - \epsilon_0) + \sigma_0 \quad (4.4)$$

D es una matriz de elasticidad que contiene las propiedades del material o materiales. Se define \vec{q}^e (4.5) como las fuerzas que actúan sobre los nodos, que son estáticamente equivalentes a las tensiones en el contorno y a las fuerzas distribuidas que actúan sobre el elemento.

$$\vec{q}^e = \begin{Bmatrix} q_i^e \\ q_j^e \\ \dots \end{Bmatrix} \quad (4.5)$$

Cada fuerza q_i^e debe tener el mismo número de componentes que el desplazamiento nodal a_i correspondiente y debe ordenarse en las direcciones adecuadas. En el caso de tensión plana, las fuerzas nodales se escriben como

$$q_i^e = \begin{Bmatrix} U_i \\ V_i \end{Bmatrix} \quad (4.6)$$

Se definen las fuerzas distribuidas b como aquellas que actúan por unidad de volumen en direcciones correspondientes a los desplazamientos u .

La relación entre las fuerzas nodales, tensiones en el contorno y fuerzas distribuidas se determina por medio del *principio de los trabajos virtuales*. El resultado es

$$\vec{q}^e = \int_{V^e} B^T \sigma \cdot dV - \int_{V^e} N^T b \cdot dV \quad (4.7)$$

La expresión 4.7 es válida con carácter general para cualquier tipo de relación entre tensión y deformación. En particular, si la relación es lineal como en 4.4, la Ecuación 4.7 queda

$$\left. \begin{aligned}\vec{q}^e &= K^e a^e + f^e \\ K^e &= \int V^e B^T DB \cdot dV \\ f^e &= - \int V^e N^T b \cdot dV - \int V^e B^T D \cdot dV + \int V^e B^T \sigma_0 \cdot dV\end{aligned}\right\} \quad (4.8)$$

K es la matriz de rigidez.

Una vez obtenidos los desplazamientos nodales por resolución de las ecuaciones, se puede calcular las tensiones en cualquier punto del elemento

$$\sigma = DBa^e - D\epsilon_0 + \sigma_0 \quad (4.9)$$

Funciones de Forma

La interpolación es clave en el método de los elementos finitos, ya que a través de las funciones de forma o de interpolación se consigue reducir el problema a la determinación de los desplazamientos de los nodos.

Estas funciones deben dar valores suficientemente aproximados de los desplazamientos en cualquier punto del elemento, en función de los desplazamientos de los nodos. Las propiedades fundamentales que deben cumplir las funciones de forma son:

- Derivabilidad: Si el operador S es de orden m la función deberá soportar la m -ésima derivada.
- Integrabilidad: Una vez que se realiza la m -ésima derivada, la función debe ser integrable.
- Semejanza con las leyes de distribución de desplazamientos: Las leyes de distribución de los desplazamientos son continuas, por lo que también lo deben ser las funciones una vez aplicado el operador S .
- Condición de polinomio completo: Si la función de forma escogida es polinómica, lo que suele ser lo más habitual, para que la función se aproxime hasta el término m -ésimo a la solución real, el polinomio debe ser completo.

Criterio de la parcela Es conveniente que las funciones de forma tengan la propiedad de valer la unidad en los nodos a los que están asociadas y que tengan un valor nulo en el resto. Este tipo de elementos se llaman elementos conformes, y aseguran la continuidad de la ley de desplazamientos entre los elementos.

Los elementos no conformes son, por lo tanto, los que no aseguran la unicidad de la ley de desplazamientos, hecho que provoca la existencia de deformaciones infinitas en el contorno entre elementos. Este tipo de elementos es válido siempre que no se disipe trabajo entre los contornos.

Estimación del Error

Son diversas las fuentes de error en el análisis de problemas utilizando el método de los elementos finitos. A continuación se detallan los errores posibles:

■ **Errores de modelización:**

- En la modelización de cargas exteriores.
- En la modelización de condiciones de contorno.
- En la modelización de las propiedades de los materiales.

■ **Errores en la discretización:**

- Errores en la aproximación de la geometría: por falta de capacidad de las funciones de forma geométricas de representar con exactitud la geometría real. Este problema se resuelve aumentando la densidad de malla o refinándolo en las zonas conflictivas.
- Errores en la discretización: Relacionados con el tamaño del elemento y la función de forma de los desplazamientos nodales. Como norma general se emplean elementos pequeños en las zonas de variación rápida de la solución, y elementos grandes en las zonas de variación lenta.

■ **Errores de software:**

- Error en la integración sobre los elementos: dado que hay que tomar un grado de polinomio de Legendre, hay que aceptar un cierto grado de error (asociado al grado del polinomio).
- Error en la solución del sistema de ecuaciones: por errores de truncamiento en la representación interna del ordenador de los números reales y por errores de redondeo.

4.2. Simulaciones en este Trabajo

El objetivo de las simulaciones numéricas realizadas en este trabajo es el de obtener los modos normales de vibración del neumático. Esto es, extraer a partir de la solución de la ecuación de autovalores

$$(\mu^2[M] + \mu[C] + [K])\psi = 0 \quad (4.10)$$

los autovalores (frecuencias naturales) y autovectores (formas modales) del sistema modelado.

La importancia principal no es la mera comparación de la simulación con el ensayo experimental sino una mucho más profunda: a partir del ajuste del modelo numérico a la realidad, se gana confianza en la predictibilidad del mismo y se es capaz de construir la respuesta del sistema como suma de las respuestas de muchos sistemas de un grado de libertad. Esto abre el camino a métodos de evaluación de

respuesta computacionalmente baratos y provee una manera útil de abordar el comportamiento dinámico de la estructura sin la necesidad de fabricar la misma.

Aquí $[M]$ es la matriz de masa, que es simétrica y definida positiva, $[C]$ es la matriz de damping, $[K]$ es la matriz de rigidez, μ es el autovalor y ϕ es el autovector.

El sistema tendrá en general soluciones complejas. Sin embargo, puede simetrizarse asumiendo que la matriz $[K]$ es simétrica y despreciando $[C]$ durante la extracción. El sistema tendrá autovalores μ^2 y autovectores reales. Típicamente, para problemas simétricos, también se asume que $[K]$ es semidefinida positiva. En ese caso, los autovalores μ son imaginarios, $\mu = i\omega$, y el problema puede escribirse como

$$-(\omega^2[M] + [K])\psi = 0 \quad (4.11)$$

Si el modelo contiene elementos híbridos, pares de contacto o elementos de contacto, el sistema de ecuaciones contendrá multiplicadores de Lagrange y la matriz de rigidez será indefinida. Los elementos híbridos son de utilidad cuando se trabaja con materiales de comportamiento quasi-incompresible (los compuestos de caucho son un caso con *módulo de Poisson* $\nu \approx 0,4999$). En presencia de valores del módulo cercanos a 0,5, pequeños desplazamientos pueden producir grandes variaciones de presión, generando inestabilidades numéricas. La solución a este problema es tratar a estas presiones de manera independiente, acoplando la solución de esa variable a la solución de desplazamientos a través de multiplicadores de Lagrange [19].

Sin embargo, en estos problemas, todos los términos de la matriz de masa correspondientes a los multiplicadores de Lagrange son cero y por lo tanto, todos los autovalores serán imaginarios y la forma del problema sigue siendo como en 4.11.

Para los problemas de autovalores simétricos, ABAQUS ofrece dos aproximaciones: *Lanczos* y el *el método de iteración de subespacios*. En las simulaciones de este trabajo se utilizó el primero, pero se corroboró que los resultados con ambos métodos sean consistentes.

Lanczos

La rutina de resolución *Lanczos* en ABAQUS consiste en una serie de “corridas”, en cada una de las cuales un conjunto de iteraciones llamadas pasos son llevadas a cabo. Para cada corrida se aplica la transformaciónpectral 4.12 que permite una convergencia más rápida.

$$[M]([K] - \sigma[M])^{-1}[M]\phi = \theta[M]\phi \quad (4.12)$$

Aquí, σ es el cambio, θ el autovalor y ϕ el autovector. Los autovectores del

problema simetrizado 4.11 y el transformado 4.12 son idénticos, mientras los autovalores están relacionados por:

$$\omega^2 = \frac{1}{\theta} + \sigma \quad (4.13)$$

Con cada corrida Lanczos se crea una secuencia de subespacios de Krylov, y la mejor aproximación posible de los autovectores en cada subespacio es computada en una serie de pasos. En cada paso, la dimensión del subespacio aumenta, permitiendo mejores aproximaciones de los autovectores deseados.

Capítulo 5

Técnicas Experimentales y Pruebas Realizadas

Dentro de la línea de neumáticos para vehículos de pasajeros, una de las medidas más comercializadas es la 175/65R14 (*Sección 1.1.2*). FATE provee al mercado nacional varios modelos de esta medida: la línea *Prestiva* se comercializa desde hace ya varios años, mientras que actualmente está en desarrollo la nueva línea *Sentiva Green*.

El desarrollo de las pruebas que constituyen esta *Tesis* se hizo pensado para los dos neumáticos mencionados en el párrafo anterior. Sobre uno de ellos se realizaron cambios constructivos previamente simulados numéricamente para obtener la magnitud del impacto de las modificaciones en los modos de vibrar. Sobre el otro, las tareas se concetraron en la relación de los parámetros modales con las prestaciones relevantes y con las mediciones, tanto objetivas como subjetivas, del confort del auto.

El presente *Capítulo* detalla desde los instrumentos y los métodos de medición adoptados, hasta las pruebas realizadas, haciendo hincapié en la lógica y la cronología de las mismas. Las pruebas incluyen las propias de análisis modal, las simulaciones numéricas realizadas, los ajustes de modelo y las pruebas en vehículo.

5.1. Mediciones y Simulaciones

5.1.1. Análisis Modal

La primera y principal tarea para obtener la información relevante del análisis modal según lo detallado en la *Sección 3.3* es obtener las señales temporales necesarias para calcular la función de respuesta en frecuencia. Eso requiere un conjunto de instrumental y software específico que permita excitar de manera conocida la estructura a testear, medir su respuesta y analizar los resultados. El segundo paso es procesar los datos correctamente y extraer de ellos toda la información.

Método de Testeo e Identificación de Modos

Para extraer adecuadamente todos los modos posibles del neumático se utilizó la práctica recomendada por SAE International para la "*identificación de frecuencias naturales del neumático de ordenes bajos*", tanto radiales como longitudinales y tangenciales [20]. Las Figuras 5.1(a) a 5.1(c) muestran las configuraciones necesarias para obtener el primer modo de torsión, los modos radiales, el modo de traslación lateral y el modo de rodillo, en condición libre. Para el ensayo de la Figura 5.1(a) se dispuso de un cubo de aluminio de 1.5 cm de lado pegado con cianocrílate (*La Gotita*) en el rodado del neumático. De esta manera se logra impartir al neumático una excitación en forma torsional que permite obtener este modo.

Las Figuras 5.2(a) a 5.2(h) muestran las formas de algunos de los modos obtenidos adoptando la norma anterior, nombrados según la convención adoptada por Aboutorabi [6].

Método Experimental

La configuración general para las mediciones realizadas se esquematiza en la Figura 5.3. La excitación del neumático se realizó mediante el empleo de un martillo de impacto Brüel & Kjær Type 8202 instrumentado con un transductor de fuerza piezoelectrónico Type 8200, de sensibilidad 0.99 pC/N (Figura 5.4). El dispositivo consiste en un mango de aluminio unido a una cabeza de acero inoxidable donde se encuentra la celda de carga y la punta con cabezal de titanio. La punta es intercambiable (de plástico, goma o acero) y, junto con las propiedades de la estructura, definen el ancho del impulso excitatorio y por lo tanto el rango de frecuencias que el martillo es capaz de excitar para la dada estructura. Como se dijo, el rango máximo confiable se determina del análisis de la *Coherencia*. Para medir la respuesta se emplearon dos tipos de acelerómetros de carga piezoelectrónico, dependiendo de la señal a medir. El más utilizado fue el acelerómetro piezoelectrónico

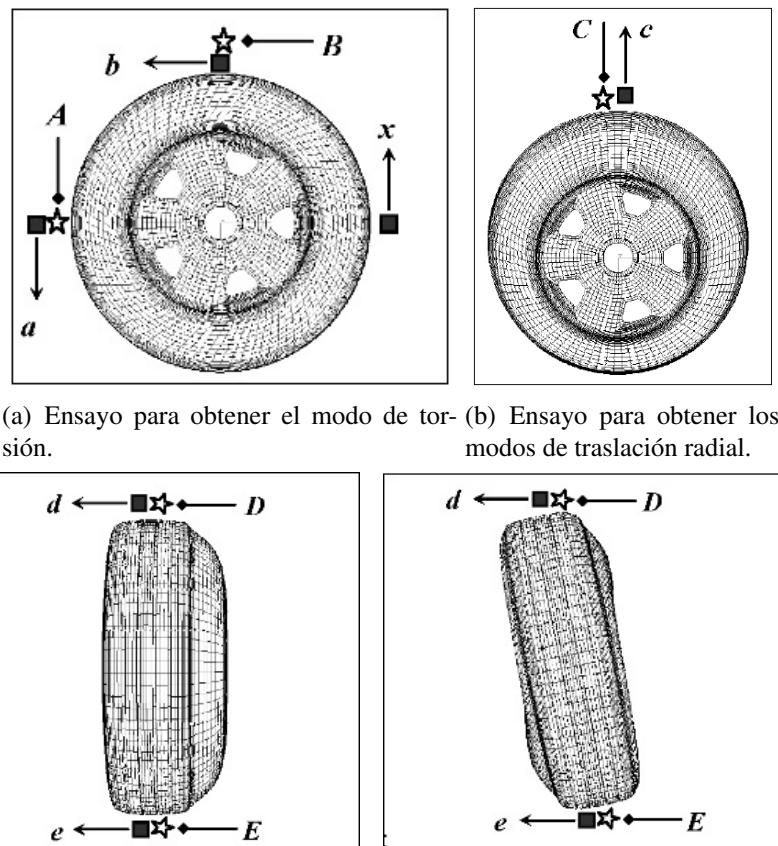


Figura 5.1: Ensayos recomendados para extraer todos los modos normales del neumático [20].

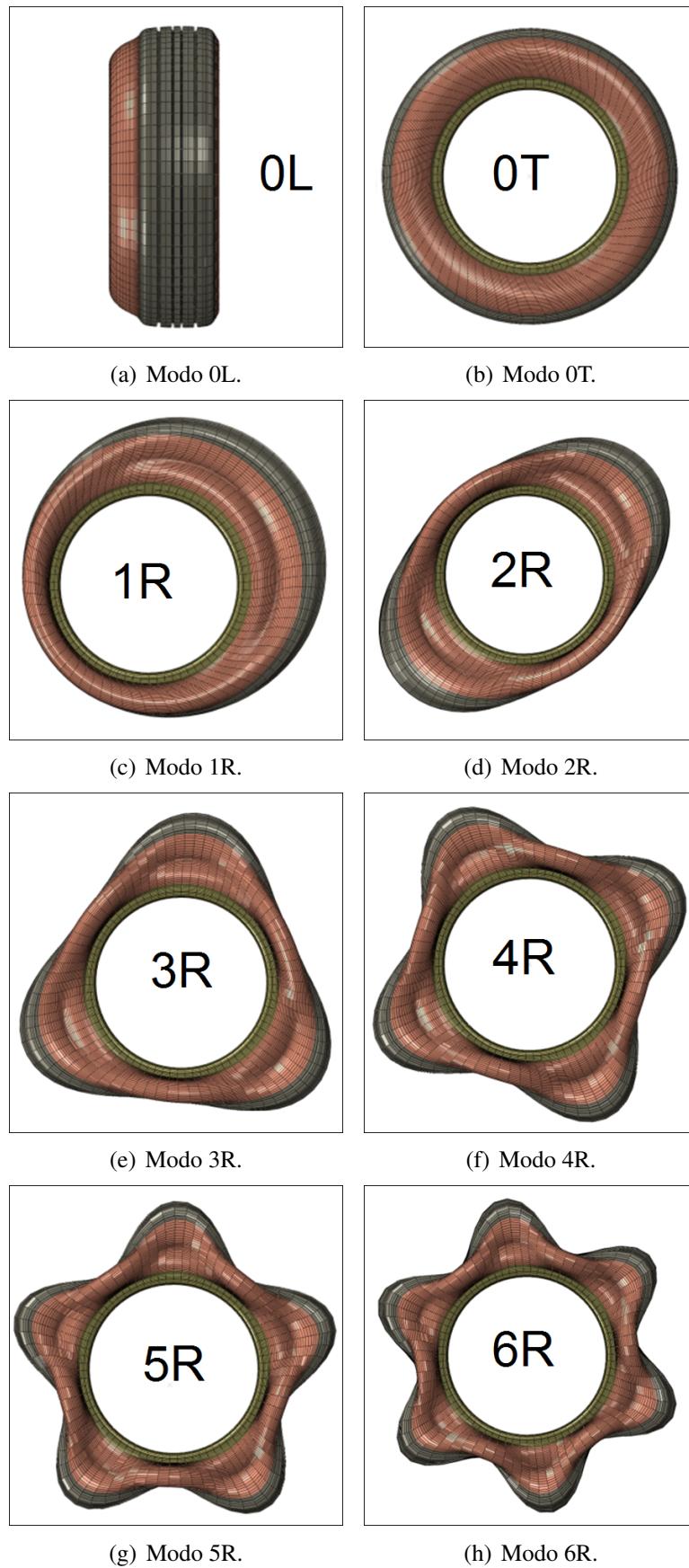


Figura 5.2: Formas de algunos de los modos obtenidos, nombrados según la convención adoptada por Abouterabi [6].

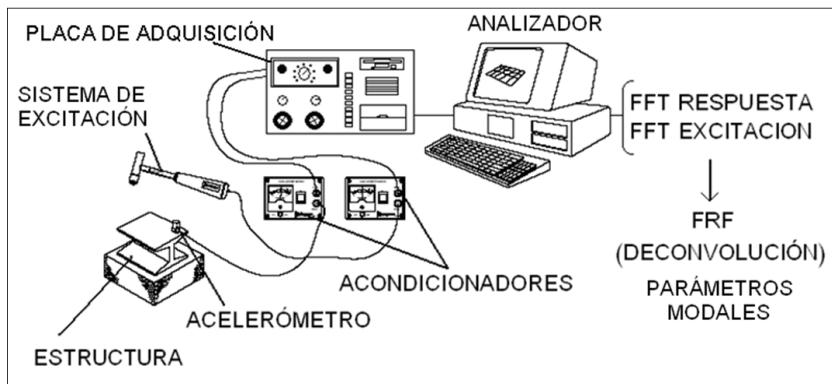


Figura 5.3: Esquema general para las mediciones modales mediante excitación con martillo.



Figura 5.4: Martillo de impacto instrumentado con celda de carga.

uniaxial Brüel & Kjær Type 4382, de diseño *Delta Shear* (tres elementos piezoeléctricos cerámicos de titanato circonato de plomo junto a tres masas unidas a un poste central mediante un anillo sujetador dispuestos dentro de una carcasa de titanio donde se colecta la carga generada (Figura 5.6)). La sensibilidad es de 3.19 pC/ms^{-2} y la respuesta en frecuencia de 0.1 a 8400 Hz (Figura 5.5). Para obtener los modos laterales y torsionales se empleó un acelerómetro piezoeléctrico triaxial Brüel & Kjær Type 4321 (Figura 5.7). La sensibilidad de los canales X, Y y Z es de $0.9818 \text{ pC/ms}^{-2}$, 0.994 pC/ms^{-2} y 1.007 pC/ms^{-2} , respectivamente, la respuesta en frecuencia de 0.1 a 10 kHz y la construcción *Delta Shear*.

Ambos instrumentos (martillo y acelerómetro empleado) se conectaron a un acondicionador de señal Nexus de Brüel & Kjær Type 2692 (Figura 5.8) que posee tres canales cada uno consistente de un módulo común (que contiene los filtros, dispositivos de ajuste de ganancia y funciones de calibración, etcétera), un módulo de entrada (que en este modelo es *de carga*) y uno de salida. Todos los parámetros son controlados desde el panel central, desde los amplificadores para ajustar las ganancias y los filtros de cada canal, los transductores para configurar las sensibilidades de los equipos, hasta el control de las baterías, etcétera. La adquisición de



Figura 5.5: Acelerómetro piezoelectrónico uniaxial.

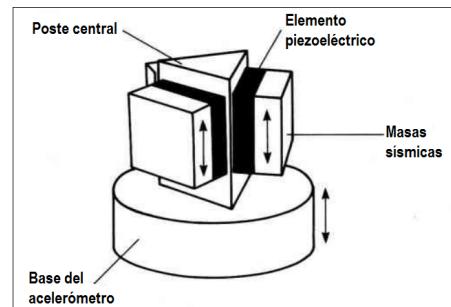


Figura 5.6: Esquema del mecanismo de recolección de carga del acelerómetro.



Figura 5.7: Acelerómetro piezoelectrónico triaxial.

las señales se realizó mediante conversor analógico/digital National Instruments Type 6211 que es un módulo de adquisición de datos (DAQ). Cuenta con 16 entradas analógicas de 16 bits y velocidad de muestreo de un solo canal a 250 kS/s , dos salidas analógicas , cuatro líneas de entrada digital, cuatro líneas de salida digital, cuatro rangos de entrada programable (de $\pm 0,2\text{V}$ a $\pm 10\text{V}$) por canal, disparo digital y dos contadores/temporizadores. El software controlador es *NI-DAQmx* y el software interactivo es el *NI LabVIEW SignalExpress LE* para registro de datos, que puede adquirir, analizar y presentar datos rápidamente sin programación.

En cada medición se marcaron 20 puntos equidistantes alrededor del perímetro del neumático enllantado, siempre sobre el rodado, a fines de obtener las formas modales además del resto de los parámetros modales (*Sección 3.3*). En uno de los puntos se pegó el acelerómetro con cianocrilato (*La Gotita*). La excitación con el martillo se hizo en cada uno de los puntos, incluido el del acelerómetro. Por cada punto se efectuaron cinco mediciones a fines de promediar las señales. La condición de contorno *libre* se realizó colocando al neumático armado en llanta de



Figura 5.8: Acondicionador y amplificador de señal.

chapa regular en posición horizontal sobre dos planchas de goma espuma, como indica la Figura 5.9. Esta configuración permite obtener los modos intrínsecos del conjunto neumático más llanta lo más fehacientemente posible. Para extraer los modos laterales y torsionales fue necesario emplear una condición de contorno rígida. Para ello se empleó una máquina para ensayos de carga *RJS* (Figura 5.10). La misma cuenta con un eje macizo central que se adapta a una llanta también maciza en donde se monta el neumático.

Se ajustaron los filtros del acondicionador en 1 kHz (acorde con el rango de



Figura 5.9: Para lograr la condición de contorno libre se apoya el neumático sobre goma espuma.



Figura 5.10: Máquina de ensayo *RJS* necesaria para crear una condición de contorno rígida.

frecuencias de interés y por lo tanto la frecuencia de muestreo utilizada), las ganancias en 10 mV/N para el martillo y 3.16 mV/ms^{-2} para el acelerómetro (por la mera experiencia de las señales arrojadas, para obtener la mejor resolución posible) y se configuraron las sensibilidades correspondientes a cada dispositivo. Se

tomaron 10 kS (diez mil datos) a una taza de muestreo de 5 kS/s . Por cada corrida de dos segundos de duración se efectuó un solo golpe. Por lo tanto, al final del testeo de un neumático se tienen cien archivos .txt de tres columnas (tiempo, martillo, acelerómetro) ya listos para su postproceso en *Matlab*.

Postproceso

El postproceso se efectuó mediante un script en *Matlab* desarrollado a medida para tal fin. EL diagrama de flujo se muestra en la Figura 5.11. El programa toma los vectores datos .txt guardados (cien -cinco golpes por veinte puntos- columnas para el tiempo, cien para el martillo y cien más para el acelerómetro), define las variables, calcula las *Transformadas de Fourier* de las variables mediante la función *fft* y hace el cociente para obtener las *Funciones de Respuesta en Frecuencia*. Luego promedia los cinco golpes para disminuir el ruido, obteniéndose así los veinte vectores correspondientes a las *acelerancias* de cada punto y define el vector de frecuencias a partir de los valores de taza de muestreo. Dichos vectores los divide por la frecuencia angular al cuadrado (los divide por 4π veces el vector de frecuencias), obteniéndose los vectores de *receptacia*. Luego calcula la *Coherencia*, definiendo primero los vectores de autoespectro de la excitación y los espectros cruzados de la excitación y la respuesta, y finalmente calcula la fase mediante la función *angle*. La visualización comienza por un gráfico de *Acelerancia* y *Coherencia* en función de la frecuencia para obtener información de la confiabilidad de las mediciones y la frecuencia máxima a la que podemos trabajar. Una vez confirmada la validez de las mediciones, se grafican las *Receptancias* en función de la frecuencia en un rango de 100 a 300 Hz aproximadamente, dependiendo de la información que se quiera obtener. Por último, el script encuentra dentro del primer vector de acelerancia el índice de cada pico máximo correspondientes a las *frecuencias naturales* y busca los valores de dichos máximos en la parte imaginaria de los veinte vectores de *FRFs* obtenidos. A dichos valores los plotea alrededor de una circunferencia de radio definido, obteniéndose así la *forma modal* asociada a cada *frecuencia natural*.

5.1.2. Simulación con ABAQUS

En vistas del la aplicación del *Método de los Elementos Finitos* descripta en la Sección 4.2 para la obtención de los modos naturales de una estructura arbitraria, la tarea a la hora de llevar a cabo las simulaciones es ingresar las propiedades de la estructura que van a determinar las matrices $[M]$, $[K]$ y $[C]$. Se utilizó una interfaz que genera el archivo de texto con toda la información necesaria para que el software recoja a partir de todos los detalles minuciosos de geometría, materiales,

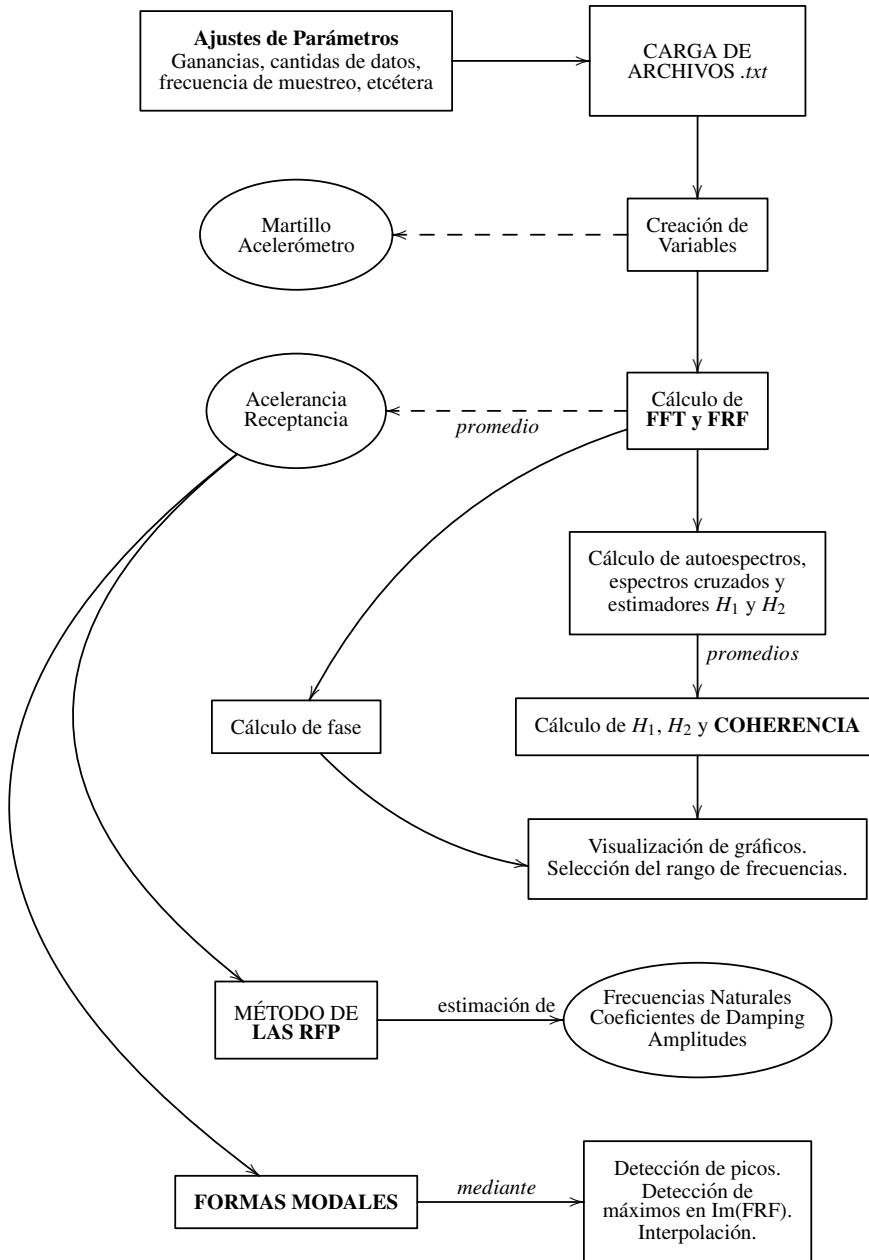


Figura 5.11: Diagrama de flujo del análisis realizado sobre los datos medidos.

propiedades de los mismos, etcétera, que constituyen cada modelo de neumático en particular. Es decir que, dado que ABAQUS interpreta los datos del software *in house* para construir las matrices, lo que debe ingresarse son justamente los detalles del sistema.

Dicho esto, queda claro que “simular” requiere principalmente conocer a fondo los planos constructivos y los materiales utilizados e ingresarlos correctamente en la interfaz para luego correr el programa.

MEF Implementado

El MEF utilizado para la resolución del problema de análisis modal fue generado a partir de la malla bidimensional de la Figura 5.12. Mediante la utilización de la técnica de modelado SMG (Symmetric Model Generation) disponible en el solver ABAQUS/Standard [19] fue obtenida la malla tridimensional de la Figura 5.13. El tamaño del modelo resultó ser el siguiente:

- Número de elementos definidos por el usuario: 92800
- Número de nodos definidos por el usuario: 104083
- Número total de variables en el modelo: 334152
- El último ítem del listado anterior incluye multiplicadores de Lagrange.

Condiciones de Borde

La principal condición de borde aplicada al modelo numérico se esquematiza en la Figura 5.13, donde se aplicó una condición de encastre a los nodos destacados en rojo restringiendo todos los grados de libertad (GL) de los mismos. Esta condición de borde representa de manera adecuada la interacción llanta-neumático con un bajo costo computacional. La presión de inflado aplicada en la superficie interna del neumático fue de 29 PSI.

La presente tesis también contempló el análisis del impacto de la llanta de acero en los modos naturales obtenidos, planteándose como trabajos a futuro un análisis en profundidad de la interacción de la llanta de acero en los modos naturales del neumático.

El solver de ABAQUS, en este caso particular de modos normales, el Lanczos, toma los datos anteriores reunidos en un archivo *.inp* que contiene además los pasos necesarios agregados a la simulación.

No se tuvo en cuenta aquí el modelo de llanta real por dos motivos: el costo computacional es más elevado y se probó que los cambios en los modos no son significativos respecto de las modificaciones que se quieren apreciar. Para llegar a dichas conclusiones se modeló previamente la llanta y se obtuvieron los resultados que se detallan el *Capítulo 6*.

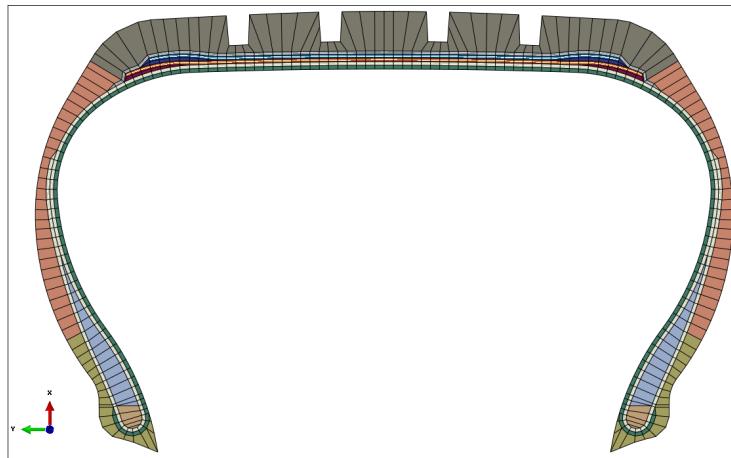


Figura 5.12: Modelo 2D de uno de los neumáticos ensayados.

Una vez generado el modelo, se obtuvieron los modos naturales de vibración de la cubierta con la presión nominal de 29 PSI, la misma que se utilizó en las pruebas experimentales.

5.1.3. Instrumentación del Vehículo

Para las pruebas de ruido interno y vibración se emplearon un **simulador de torso y cabeza (HATS: head and torso simulator)** Brüel & Kjær Type 4128 (Figura 5.14) y el acelerómetro piezoeléctrico uniaxial Brüel & Kjær Type 4382 previamente descripto. El HATS consta de dos micrófonos de campo libre Brüel & Kjær Type 4191, de 12.5 mV/Pa de sensibilidad y frecuencia de respuesta de 3.15 a 20000 Hz. Ambos micrófonos se conectan a un amplificador Brüel & Kjær Type 5966 (Figura 5.15) y luego a la placa de adquisición NI.

El acelerómetro se pegó con cianocrílato al piso del asiento del acompañante. Se conectó al acondicionador de señal Nexus y luego a la placa de adquisición.

Por último, para tener registros precisos de la velocidad durante las pruebas se utilizó un **VBOX 3i** de *Racelogic* (Figura 5.16), que consta de una antena de GPS con un registrador de datos que permite adquirir los datos directamente con la placa NI.

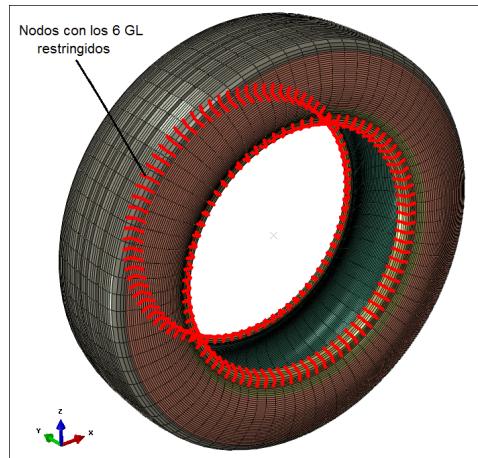


Figura 5.13: Modelo 3D generado por revolución del 2D.



Figura 5.14: HATS: simulador de torso y cabeza.



Figura 5.15: Amplificador utilizado para los micrófonos del HATS.



Figura 5.16: GPS VBOX 3i: adquisición de datos de velocidad.

5.2. Desarrollo de las Pruebas

El desarrollo cronológico de las pruebas experimentales llevadas a cabo en esta *Tesis* se esquematiza en la Figura 5.17.

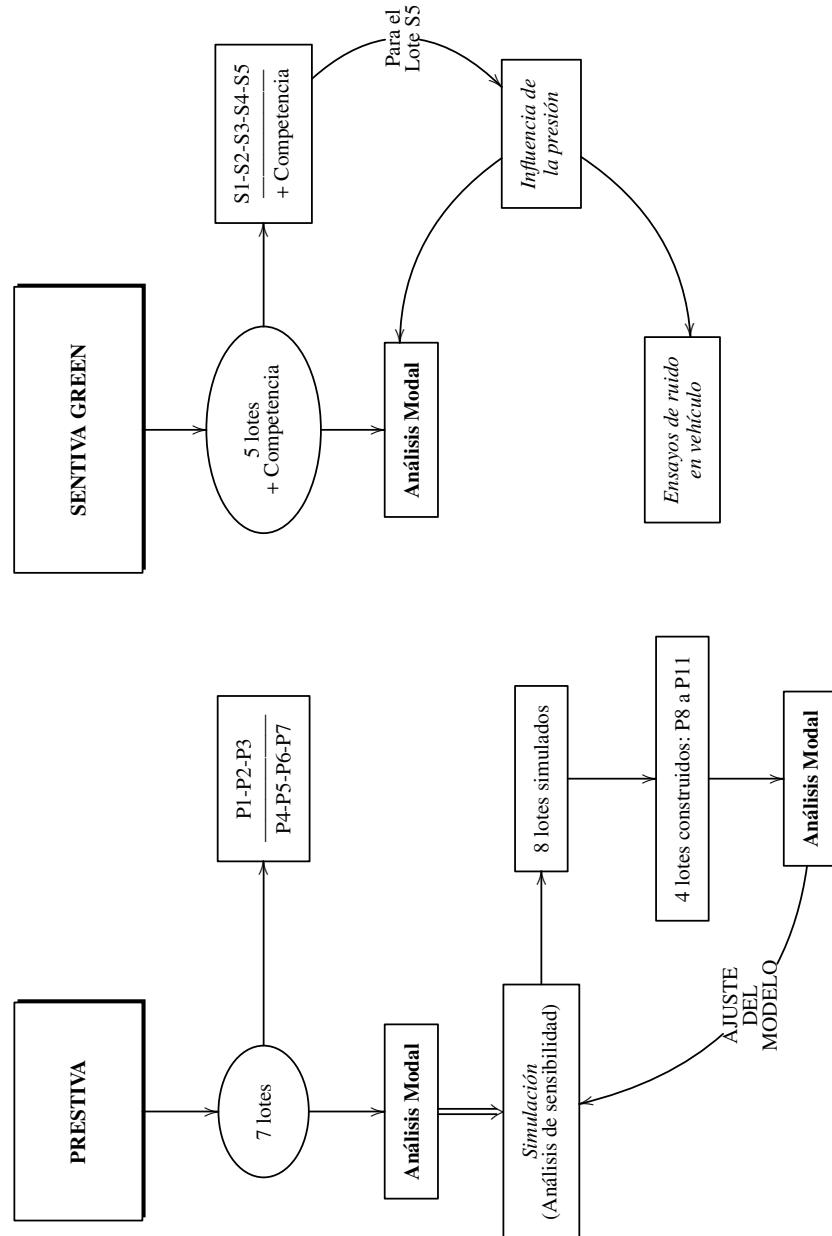


Figura 5.17: Diagrama de las pruebas realizadas en esta *Tesis*.

Se realizaron ensayos de análisis modal sobre siete lotes de neumáticos *Pres-*

tiva con cambios estructurales y de compuestos. Los lotes P1 a P3 presentan modificaciones en los absorbedores y rodado, mientras los P4 a P7 tienen cambios en los costados, absorbedores, rodado y longitud entre talones.

Posteriormente se llevaron a cabo simulaciones numéricas para estudiar la influencia de cambios constructivos en los parámetros modales. Se propusieron ocho lote L1 a L8 y se extrajeron mediante elementos finitos sus modos naturales. De ellos, se fabricaron los cuatro lotes más simples de llevar a construcción. Se verificaron experimentalmente los resultados y se ajustaron los modelos.

Paralelamente se trabajó en el análisis modal del producto experimental *Sentiva Green*, “S”. Se estudiaron mediante análisis modal cinco lotes con cambios en los pliegos, talones, absorbedores y rodado. Se estudió sobre uno de ellos la influencia de la presión de inflado y se realizaron además ensayos de ruido interno.

5.2.1. Ensayos sobre Prestivas

Se estudiaron mediante la técnica de análisis modal descripta en la Sección 5.1.1 siete lotes correspondientes a dos pruebas distintas de la línea *Prestiva* con modificaciones en los absorbedores, rodado, pliegos y desarrollo total. Las especificaciones de construcción se listan en la Tabla 5.1 para los lotes P1 a P3 y en la Tabla 5.2 para los lotes P4 a P7. En rojo pueden observarse las diferencias entre ellos.

		Lote P1	Lote P2	Lote P3
Pliego	Estilo Ancho	P1 Especificado	P1 Especificado	P1 Especificado
Absorbedor	Estilo Ancho Ángulo(^o)	A1 Especificado 24	A2 Especificado 26	A1 Especificado 26
Costado	Compuesto Ancho Espesor	Esp Esp Esp	Esp Esp Esp	Esp Esp Esp
Rodado	Compuesto Ancho	R1 Especificado	R1 Especificado	R1/B1 Especificado
Desarrollo		Especificado	Especificado	Especificado

Tabla 5.1: Especificaciones de construcción de los lotes P1 a P3.

Se extrajeron los modos radiales en el rango de 100 a 300 Hz y el primer modo lateral y torsional de los siete lotes. Los resultados mostrados en el Capítulo 6 sugieren que los cambios construccionales establecidos afectan sustancialmente las

		Lote P4	Lote P5	Lote P6	Lote P7
Pliego	Estilo Ancho	P2 Especificado	P2 Especificado	P2 Especificado	P2 Especificado
Costado	Compuesto Ancho Espesor	Esp Esp Esp-1mm	Esp Esp Esp-1mm	Esp Esp Esp	Esp Esp Esp
Absorbedor	Estilo Ancho Ángulo	A1 Especificado 24	A1 Especificado 22	A1 Especificado 24	A1 Especificado 24
Rodado	Compuesto Ancho	R1 Especificado	R1 Especificado	R1 Esp-10mm	R1 Esp-10mm
Desarrollo		Especificado	Especificado	Esp-2mm	Especificado

Tabla 5.2: Especificaciones de construcción de los lotes P4 a P7.

frecuencias de los modos en mayor o menor medida dependiendo del parámetro variado, así como las amplitudes y los valores de coeficiente de damping.

5.2.2. Simulación Numérica

Se establecieron una serie de cambios construccionales factibles de ser llevados a la práctica y de ellos se eligieron cuatro variables de diseño con dos niveles posibles por cada una. Se especificaron entonces ocho lotes distintos, cada uno igual al anterior excepto por un cambio a la vez. Los cambios se muestran en la Tabla 5.3. Se extrajeron numéricamente según el método detallado en la *Sección 5.1.2* las frecuencias naturales de los ocho lotes. De esta manera, se estimaron las diferencias porcentuales en la frecuencia de los modos y por ende la sensibilidad de cada modo al tipo de cambio estructural.

Lote construido	P 10	P 11	P 8	P 9				
Lote virtual	Lote1	Lote2	Lote3	Lote4	Lote5	Lote6	Lote7	Lote8
Ancho de Absorbedor	E-10mm	E+10mm	Esp	Esp	Esp	Esp	Esp	Esp
Ancho de Pliego	Esp	Esp	Esp-20mm	E+40mm	Esp	Esp	Esp	Esp
Desarrollo de los pliegos	Esp	Esp	Esp	Esp	E-2mm	E+2mm	Esp	Esp
Altura de Apex	Esp	Esp	Esp	Esp	Esp	Esp	E-13mm	E+13mm

Tabla 5.3: Especificaciones de cambios propuestos en la simulación numérica (lotes virtuales 1 a 8) y los cuatro llevados a producción (P8 a P11).

5.2.3. Construcción y Ensayos

De los ocho lotes propuestos se llevaron a construcción los primeros cuatro especificados en la Tabla 5.3 como P8 a P11.

Por cada lote se fabricaron ocho neumáticos. De ellos se tomaron los seis con mejores valores de uniformidad para ser destinados, además de al análisis modal, a pruebas en el automóvil y pruebas varias *in door*. El proceso de producción fue debidamente supervisado por los técnicos especializados del área.

Se extrajeron nuevamente los modos radiales en el rango de 100 a 300 Hz y el primer modo lateral y torsional de los cuatro lotes. En los resultados del *Capítulo 6* se observan las correlaciones entre experimento y simulación en cuanto a la tendencia en las diferencias en la frecuencia de los modos.

5.2.4. Verificación y Ajustes Numéricos

Si bien los resultados de la sección anterior (que se verán en el *Capítulo 6*) mostraron una excelente correlación entre las diferencias predichas y las calculadas, los valores de las frecuencias de los modos no son bien predichas por el modelo. Por lo tanto, debió ser ajustado.

Se propuso una corrección en la llamada *precarga de los pliegos*, que consiste simplemente en considerar la tensión inicial que sufren las telas en el neumático cuando son deformadas durante el armado y hasta el producto final vulcanizado en el molde correspondiente. Dicha tensión se calcula como:

$$\sigma = E\epsilon \quad (5.1)$$

donde E es el *módulo de Young*, σ la tensión y ϵ la deformación. La deformación relativa se estima como el cambio en la longitud sobre la longitud inicial, tomando la longitud inicial como la longitud total del desarrollo en el armado y la final como la de la cubierta ya vulcanizada. Por otro lado, el módulo de Young se estimó de las curvas de tensión-deformación (Figura 5.18) del compuesto correspondiente, tomándose la pendiente de la curva luego de la estabilización y cuando ya se volvió recta.

Además, se modificó la densidad del compuesto del rodado para compensar el vacío no modelado debido a los surcos existentes.

El ajuste se realizó para el lote original de *Prestiva* y se trasladó a la simulación de los cambios realizados.

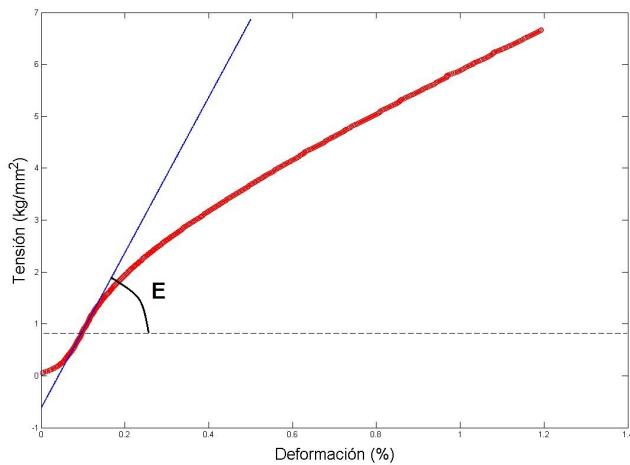


Figura 5.18: Curva de tensión en función de la deformación para uno de los materiales empleados. Estimación del módulo de Young.

5.2.5. Ensayos en Sentiva Green

Paralelamente a los estudios modales en *Prestiva* se desarrollaron y comenzaron a fabricar los primeros lotes de *Sentiva Green*. Con ellos surgió la necesidad de hacer estudio modal para determinar sus características vibracionales. Se probaron hasta la fecha los cinco lotes correspondientes a la segunda prueba y se compararon con la competencia. Se extrajeron los modos naturales de vibración en *condición libre*. Las especificaciones de construcción se listan en la Tabla 5.4. Nuevamente, en rojo pueden observarse los cambios relativos entre los lotes. Se

		Lote S1	Lote S2	Lote S3	Lote S4	Lote S5
Pliego	Estilo Ancho	P2 E-50mm	P2 E-20mm	P2 E-50mm	P2 E-20mm	P2 E-50mm
Talón	Compuesto Altura Apex	T1 Esp	T2 E+19mm	T1 Esp	T2 E+19mm	T1 Esp
Absorbedor	Estilo Ancho Ángulo	A1 Esp 26	A1 Esp 26	A1 Esp 26	A1 Esp 26	A1 Esp 26
Rodado	Compuesto Ancho total	R2 Esp	R2 Esp	R1 Esp	R1 Esp	R3 Esp

Tabla 5.4: Especificaciones de construcción de los lotes S1 a S5 de Sentiva Green.

estudió además la influencia de la presión de inflado en los modos naturales para el caso del Lote 0206. La hipótesis es simple: una menor presión de inflado vuelve a la cubierta menos rígida, con lo cual, asumiendo que las frecuencias de los

modos tiene un comportamiento del tipo $\sqrt{\frac{k}{m}}$, las frecuencias de los modos deberían correrse hacia menores valores mientras el coeficiente de damping debería aumentar, tornando al neumático más.

5.2.6. Pruebas en Vehículo

Finalmente entonces, se realizaron mediciones de ruido interno en función de la presión de inflado para el Lote S5 de la línea *Sentiva Green*.

Las mediciones de ruido interno se realizan bajo el procedimiento detallado en el *Instructivo de Medición de Ruido Interno de Fate* elaborado a partir de la Norma JSAE 1477 [21]. El mismo contempla detalles específicos del tipo de camino, condiciones climáticas, preparación de los neumáticos, protocolo de medición y procesamiento de datos.

Los aspectos generales son, entre otros:

- Pista de ensayo: debe ser un pavimento lo más liso posible. Como el ensayo es comparativo todas las pasadas y todos los lotes que se quieran ensayar deberán medirse en el mismo tramo de ruta.
- Condiciones meteorológicas: viento $< 5m/s$, temperatura ambiente: $5^{\circ}C < T_{amb} < 35^{\circ}C$ y temperatura del pavimento: $5^{\circ}C < T_{pav} < 50^{\circ}C$.
- Ruido ambiente: debe ser inferior en 10dB(A) a la emisión de ruido del neumático.
- Neumáticos: si se trata de un lote nuevo, deben ser blandados (100 km) para eliminar nódulos e histéresis. Todos, independientemente de su tiempo de uso, antes de cada ensayo deben ser calentados durante 8km.
- HATS: se coloca en el asiento del acompañante delantero según Figura 5.19.
- Acelerómetro uniaxial: se coloca en el piso del acompañante, pegado sobre el número de chasis 5.20.
- Ningún objeto o parte del vehículo debe quedar libre permitiendo que se generen ruidos aleatorios. Las ventanillas deben permanecer completamente cerradas y el aire acondicionado o la calefacción apagados.

El ensayo empleado para las mediciones de ruido interno es el llamado *Coast by* (Figura 5.21), que consiste en llevar el vehículo a una velocidad $v_0 + 5km/h$ establecida hasta una marca "1" realizada en el asfalto con pintura y apagar en ese

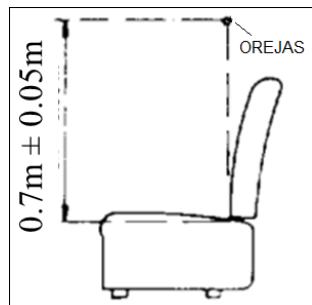


Figura 5.19: Posición del HATS en el asiento.

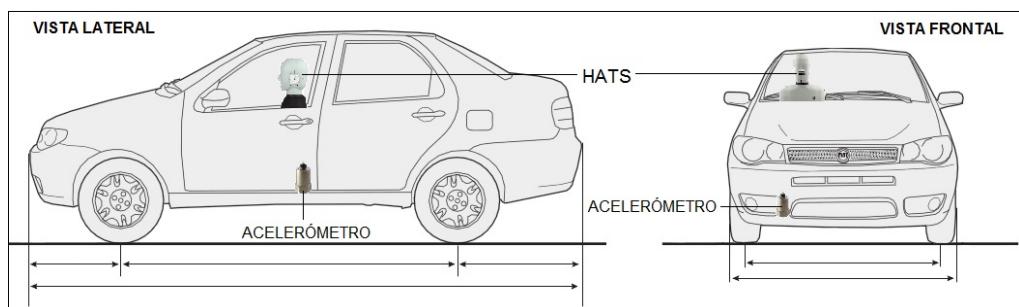


Figura 5.20: Disposición de los equipos para las pruebas de ruido.

momento el motor del auto. Dos segundos después de que el motor fue apagado se comienza a medir, hasta que el vehículo llega a la velocidad $v_0 - 5\text{km}/\text{h}$.

Se estudiaron tres valores de presión ($P_0 = 35, 29 \text{ y } 24 \text{ PSI}$) a una velocidad v_0 de 80 km/h. Se tomaron cinco muestras (sin ningún tipo de contaminación auditiva externa durante el tiempo de medición) por cada valor de presión p_0 .

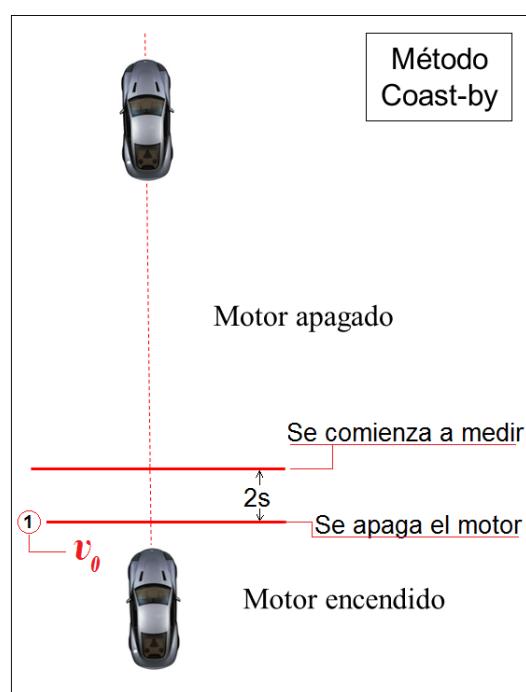


Figura 5.21: Método Coast by de medición de ruido interno.

Capítulo 6

Resultados y Análisis

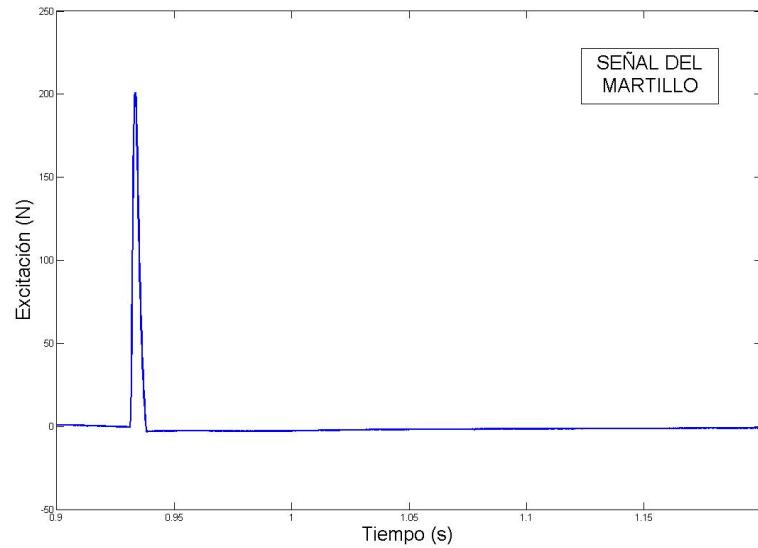
6.1. Resultados Generales

Las Figuras 6.1(a) y 6.1(b) muestran las señales temporales de fuerza de impacto y aceleración adquiridas con el martillo y el acelerómetro, respectivamente, para un neumático arbitrario en condición libre.

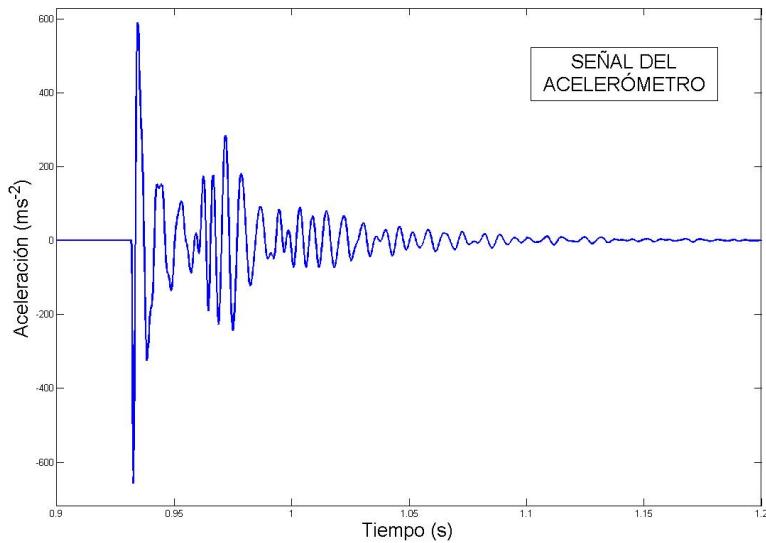
Las Figuras 6.2(a) y 6.2(b) muestran las curvas de *Receptancia* junto con las curvas de *Coherencia* y *Fase*, respectivamente. En el primer caso se observa una Coherencia excelente dado que su valor es muy próximo a uno en el rango de frecuencias de interés (*Sección 2.2.1*). Además, tal como se esperaba (*Sección 3.3.2*) se hace pobre en las anti-resonancias. En el segundo caso, se observa que la fase tiene un cambio prácticamente en π en los picos, lo cual asegura que corresponden a los modos normales en el rango de interés (*Sección 3.4.1*). Ambas curvas se tuvieron en cuenta en el análisis de todos los neumáticos estudiados en este trabajo.

Las Figuras 6.3(a) y 6.3(b) muestran los primeros dos modos laterales y el primer modo torsional, respectivamente, de un neumático arbitrario junto con sus fases, a partir de las cuales pueden identificarse adecuadamente: los primeros dos modos laterales son aquellos que corresponden a los primeros dos picos de la FRF medida según la Norma JSAE 2710 (*Sección 5.1.1*), y lo mismo ocurre para el primer modo torsional.

Por último, también en forma general, para cada neumático se obtuvieron las formas modales según se explicó en las secciones 3.4.2 y 5.1.1. Las Figuras 6.4(a) a 6.4(f) muestran las formas de los modos radiales obtenidos en el rango de frecuencias de interés.

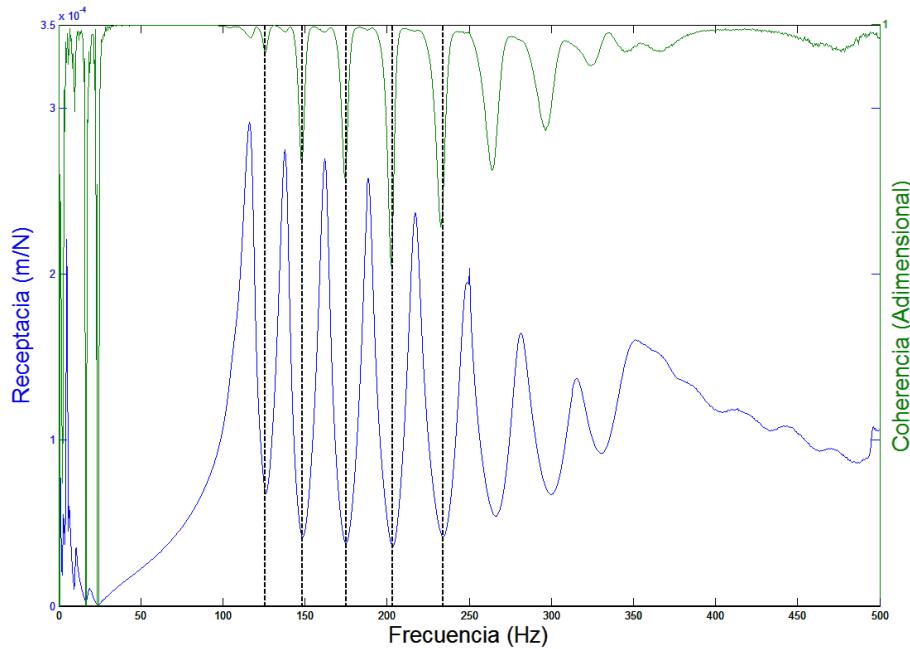


(a) Excitación en el tiempo impartida por el martillo a un neumático en condición libre.

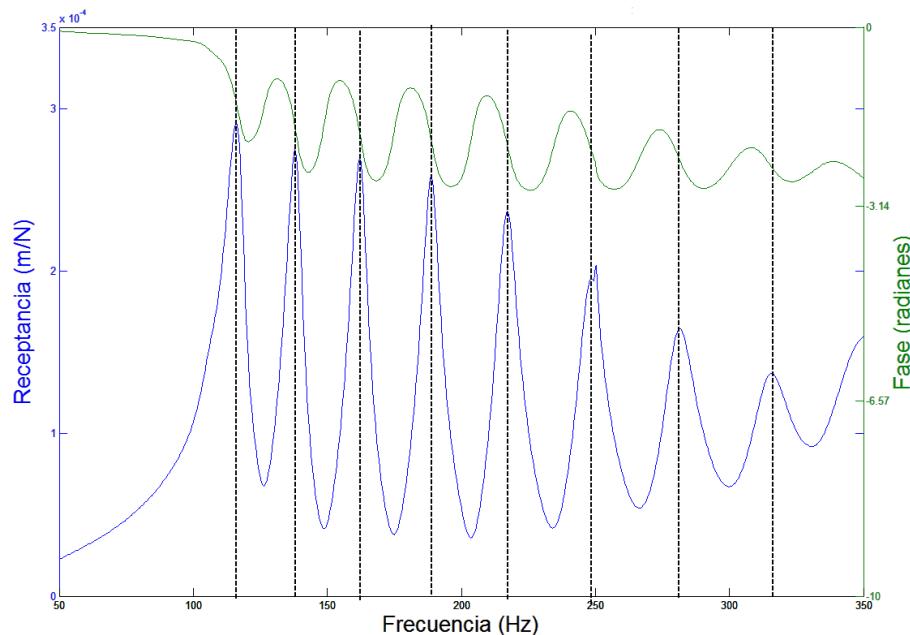


(b) Respuesta vibratoria temporal de un neumático en condición libre.

Figura 6.1: Curvas en función del tiempo que se obtienen de la excitación (a) y la medición con el acelerómetro (b).

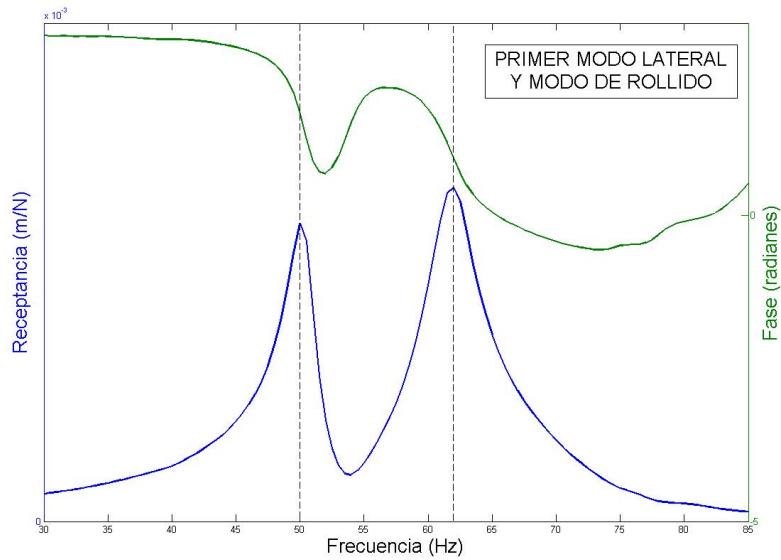


(a) Receptancia y Coherencia en función de la frecuencia de un neumático en condición libre.

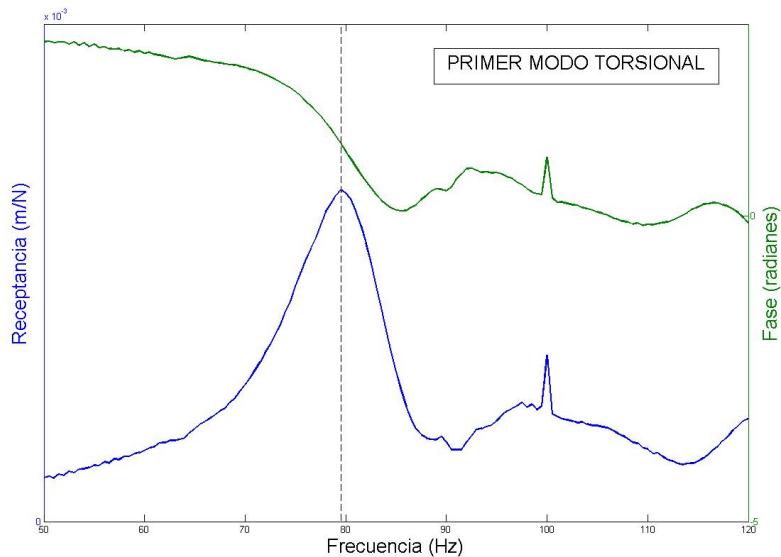


(b) Receptancia y Fase en función de la frecuencia de un neumático en condición libre.

Figura 6.2: Curvas de receptancia junto con su *Coherencia* (a) y su *Fase* (b).



(a) Curvas de receptancia en función de la frecuencia: modos laterales.



(b) Curvas de receptancia en función de la frecuencia: modo torsional.

Figura 6.3: Modos laterales (a) y torsional (b) obtenidos según la Norma JSAE 2710 [20].

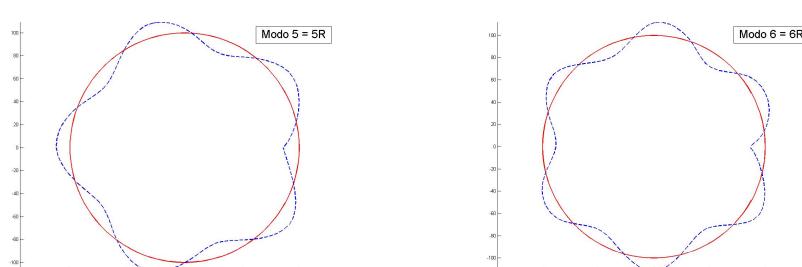
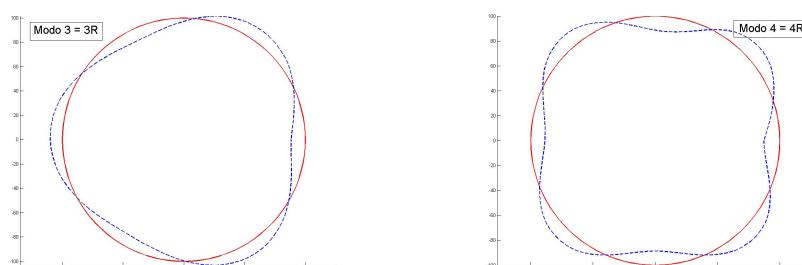
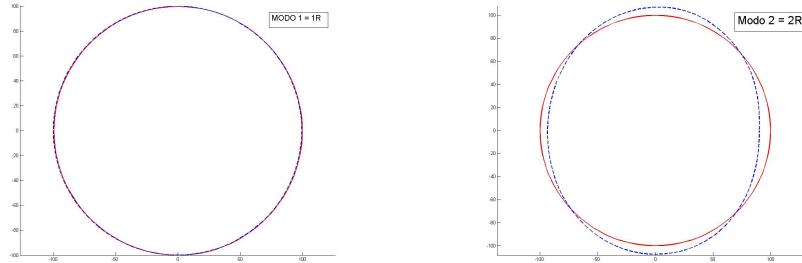


Figura 6.4: Formas de los modos radiales asociados a las frecuencias naturales correspondientes en el rango de interés.

6.2. Resultados en Prestivas

Se obtuvieron los modos naturales de los lotes de la línea *Prestiva* midiendo la FRF como se explicó en la Sección 5.2.1.

La Figura 6.5(a) muestra las *Receptancias* de los lotes P1, P2 y P3 testeados, cuyas especificaciones se detallaron en la Sección 5.2.1. La Figura 6.5(b) muestra los valores de *Coeficiente de Damping* de los tres lotes. La Tabla 6.1 resume los valores de frecuencias, amplitudes y coeficientes de damping de cada modo normal para los tres neumáticos.

La Figura 6.6(a) muestra las *Receptancias* de los lotes P4, P5,P6 y P7 testeados. Sus especificaciones se detallaron en la Sección 5.2.1. La Figura 6.6(b) muestra los valores de *Coeficiente de Damping* de los cuatro lotes. La Tabla 6.2 resume los valores de frecuencias, amplitudes y coeficientes de damping de cada modo normal para los cuatro neumáticos.

Se observan importantes diferencias en las frecuencias de los modos entre los lotes P1, P2 y P3, resultados esperables y consistentes con los cambios estructurales realizados. Por un lado, los lotes P1 y P3 difieren del P2 en el estilo del absorbedor, siendo el de este último menos rígido ante deformaciones de tensión y de mayor masa. Esto es consistente con las menores frecuencias del lote P2. Por otro, el lote P1 difiere de los otros dos en el ángulo de los absorbedores. El módulo de Young de las cinturas decrece a medida que se incrementa el ángulo [10]. Por lo tanto, el lote P1 posee mayor rigidez que los otros, siendo mayores las frecuencias de sus modos. El mismo comportamiento se observa para los coeficientes de damping, siendo menores en el Lote P1 (el más rígido) y menores en el P3 (el menos rígido).

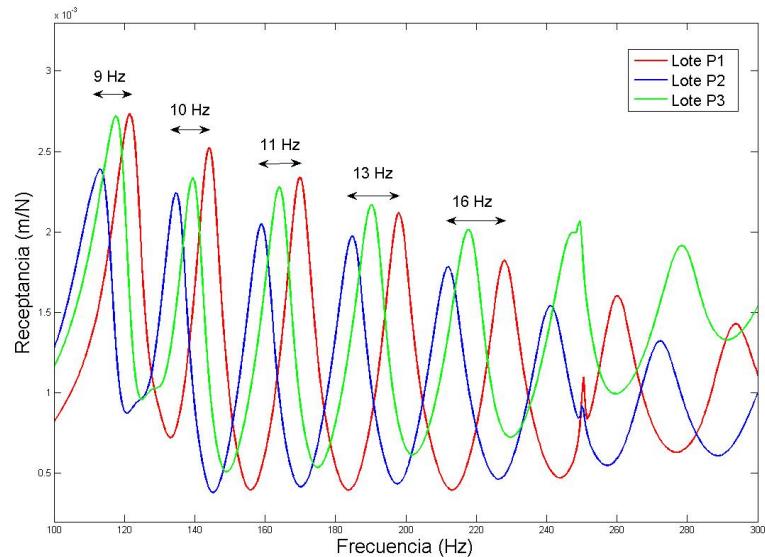
En el caso de los lotes P4 a P7 no se observan diferencias significativas. Evidentemente las variaciones de masa de los rodados entre los grupos P4/P5 y P6/P7 debido a los distintos anchos no fueron significativos como traducirse en diferencias en las frecuencias.

Modo	Parámetro Modal	P1	P2	P3
2R	Frecuencia (Hz)	121.5	113.5	117.5
	Amplitud ($\times 10^{-3} m/N$)	2.7	2.4	2.7
	Damping (adim)	0.0338	0.0344	0.0319
3R	Frecuencia (Hz)	144.0	135.0	139.5
	Amplitud($\times 10^{-3} m/N$)	2.5	2.2	2.3
	Damping (adim)	0.0226	0.0255	0.0228
4R	Frecuencia (Hz)	170.0	159.0	164.0
	Amplitud($\times 10^{-3} m/N$)	2.3	2.0	2.3
	Damping (adim)	0.0215	0.0232	0.0223
5R	Frecuencia (Hz)	198.0	185.0	190.5
	Amplitud($\times 10^{-3} m/N$)	2.1	2.0	2.2
	Damping (adim)	0.0201	0.0234	0.0216
6R	Frecuencia (Hz)	228.0	212.0	218.0
	Amplitud($\times 10^{-3} m/N$)	1.8	1.8	2.0
	Damping (adim)	0.0203	0.0237	0.0218
Cavidad	Frecuencia (Hz)	250.5	250.0	249.5
	Amplitud($\times 10^{-3} m/N$)	1.1	0.9	2.0
	Damping (adim)	-	-	-
7R	Frecuencia (Hz)	260.0	241.0	248.0
	Amplitud($\times 10^{-3} m/N$)	1.6	1.5	2.0
	Damping (adim)	0.0212	0.0252	0.026
8R	Frecuencia (Hz)	294.0	272.5	278.5
	Amplitud($\times 10^{-3} m/N$)	1.4	1.3	1.9
	Damping (adim)	0.0238	0.0262	0.0267

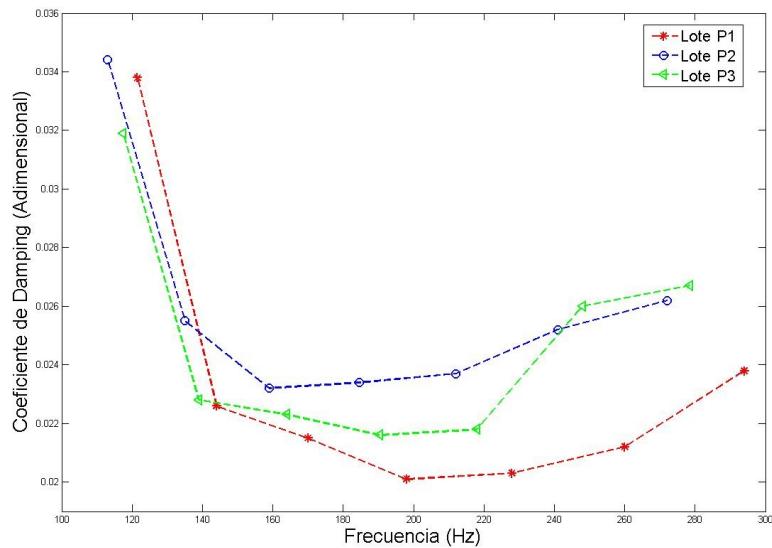
Tabla 6.1: Frecuencias, amplitudes y damping de los modos de los tres lotes analizados.

Modo	Parámetro Modal	P4	P5	P6	P7
2R	Frecuencia (Hz)	113.0	114.5	114.5	113.5
	Amplitud ($\times 10^{-3} m/N$)	1.2	2.3	2.2	2.6
	Damping (adim)	0.0307	0.0332	0.0382	0.034
3R	Frecuencia (Hz)	134.5	135	135.5	134.5
	Amplitud ($\times 10^{-3} m/N$)	1.2	2.2	2.2	2.4
	Damping (adim)	0.0245	0.0257	0.0247	0.0257
4R	Frecuencia (Hz)	158.5	159.0	159.5	158.5
	Amplitud ($\times 10^{-3} m/N$)	1.1	2.1	2.1	2.3
	Damping (adim)	0.0217	0.0223	0.0219	0.0219
5R	Frecuencia (Hz)	184.5	185.5	186.0	185.0
	Amplitud ($\times 10^{-3} m/N$)	0.97	1.8	1.9	2.0
	Damping (adim)	0.0204	0.0218	0.0219	0.0209
6R	Frecuencia (Hz)	212.5	214.0	214.5	214.0
	Amplitud ($\times 10^{-3} m/N$)	0.82	1.6	1.7	1.7
	Damping (adim)	0.0203	0.021	0.0219	0.0197
7R	Frecuencia (Hz)	243.5	244.5	245.5	245.5
	Amplitud ($\times 10^{-3} m/N$)	0.7	1.4	1.5	1.4
	Damping (adim)	0.0205	0.0213	0.0224	0.0183
Cavidad	Frecuencia (Hz)	251.5	250.5	250.5	252.0
	Amplitud ($\times 10^{-3} m/N$)	0.4	1.1	1.2	0.9
	Damping (adim)	-	-	-	-
8R	Frecuencia (Hz)	275.5	277.5	279.5	278.5
	Amplitud ($\times 10^{-3} m/N$)	0.6	1.2	1.3	1.1
	Damping (adim)	0.0229	0.0242	0.0246	0.0224

Tabla 6.2: Frecuencias, amplitudes y damping de los modos de los cuatro lotes analizados.

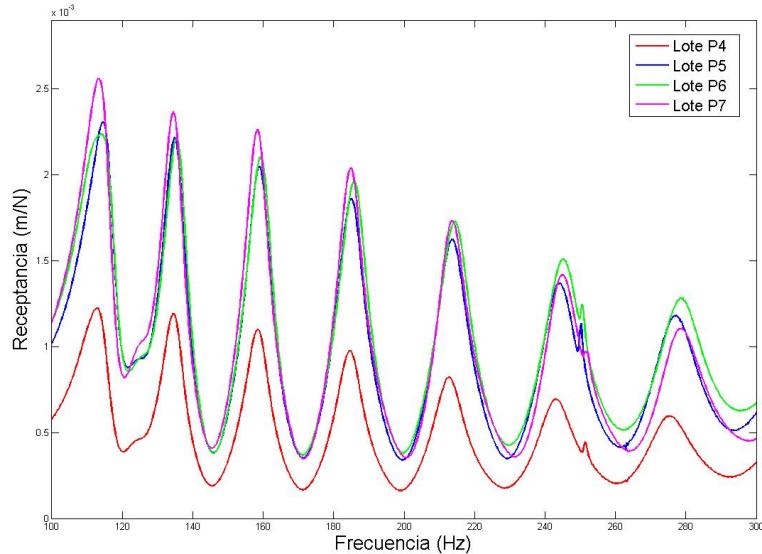


(a) Función de Respuesta en Frecuencia de los lotes P1, P2 y P3.

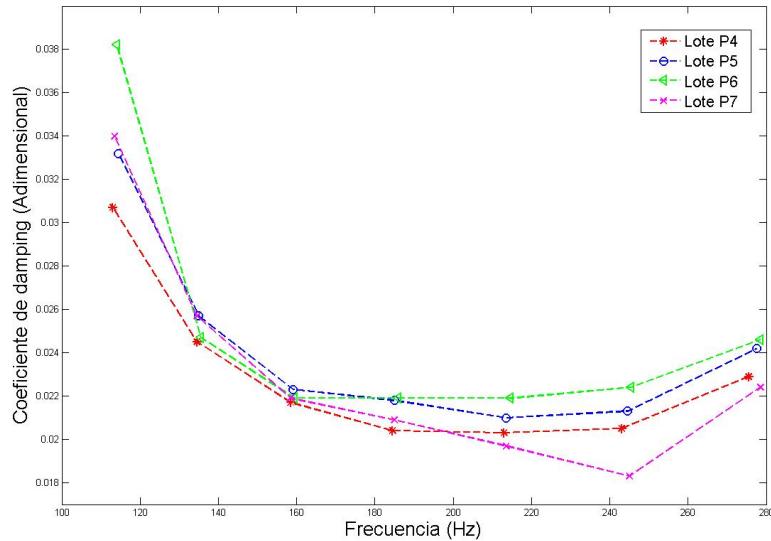


(b) Valores de damping de los lotes P1, P2 y P3.

Figura 6.5: Curvas de receptacia (a) y damping (b) de los lotes P1, P2 y P3.



(a) Función de Respuesta en Frecuencia de los lotes P4, P5, P6 y P7.

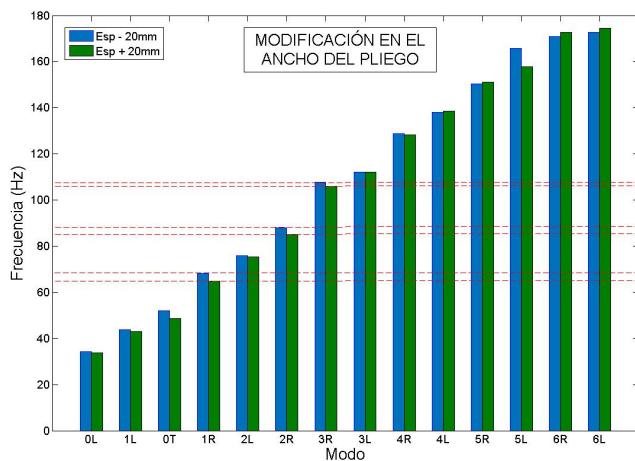


(b) Valores de damping de los lotes P4, P5, P6 y P7.

Figura 6.6: Curvas de receptacia (a) y damping (b) de los lotes P4, P5, P6 y P7.

6.3. Simulación Numérica

Las Figuras 6.7(a) a 6.7(d) muestran los cambios en frecuencia esperados para cada modo según las simulaciones numéricas de cambios en el ancho del pliego, ancho de los absorbedores, altura del apex y ancho del tambor de armado, respectivamente. En el Apéndice B se muestran las tablas completas con los valores en frecuencia y las diferencias producidas por los cambios.

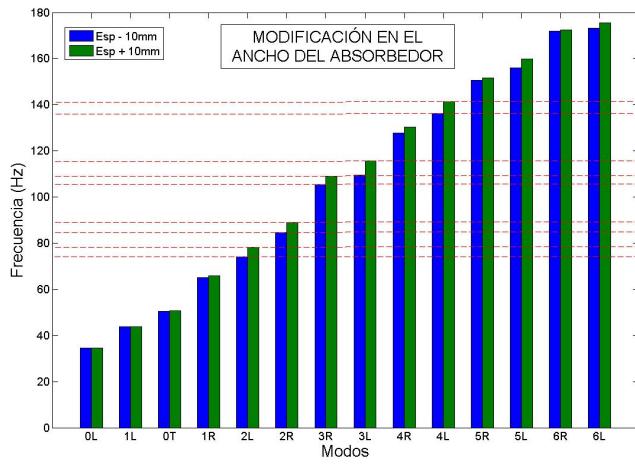


(a) Modificación en el ancho del pliego.

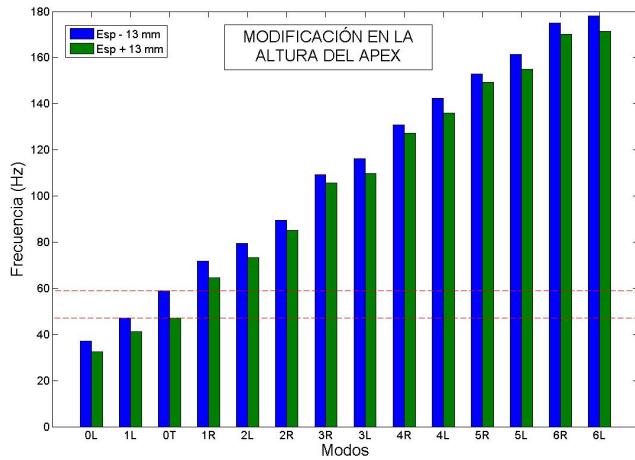
Las Figuras 6.8(a) a 6.8(h) muestran las formas modales obtenidas en la simulación.

Los colores representados en las figuras ilustran en este caso el nivel de desplazamiento normalizado. Es decir que las partes rojas representan más desplazamiento que las azules, donde los elementos están quietos. Es posible normalizar por masa o por desplazamientos utilizando el solver Lanczos. Por default Abaqus normaliza por desplazamientos. El tipo de normalización determina sólo la manera en la cual se representan los autovectores y no afecta los resultados de los análisis dinámicos. Al utilizar la normalización por desplazamientos los autovectores se normalizan de manera tal que el mayor desplazamiento en cada vector es 1.

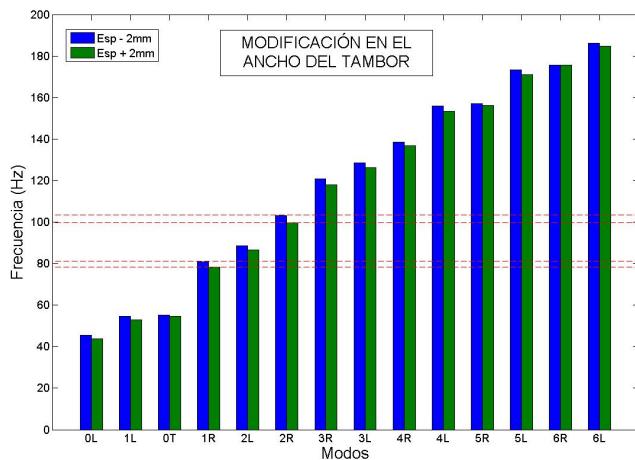
Se observa que los cambios estructurales efectuados efectivamente producen cambios en las frecuencias naturales de los neumáticos. Dichos cambios no son iguales para todos los modos, sino que se privilegian algunos sobre otros según cada modificación. Además, algunos cambios dan más corrimiento en las frecuencias que otros, tal como se esperaba.



(b) Modificación en el ancho de los absorbedores.



(c) Modificación en la altura del apex.



(d) Modificación en el ancho del tambor de armado.

Figura 6.7: Cambios en las frecuencias de los modos producto de la simulación numérica de las modificaciones propuestas.

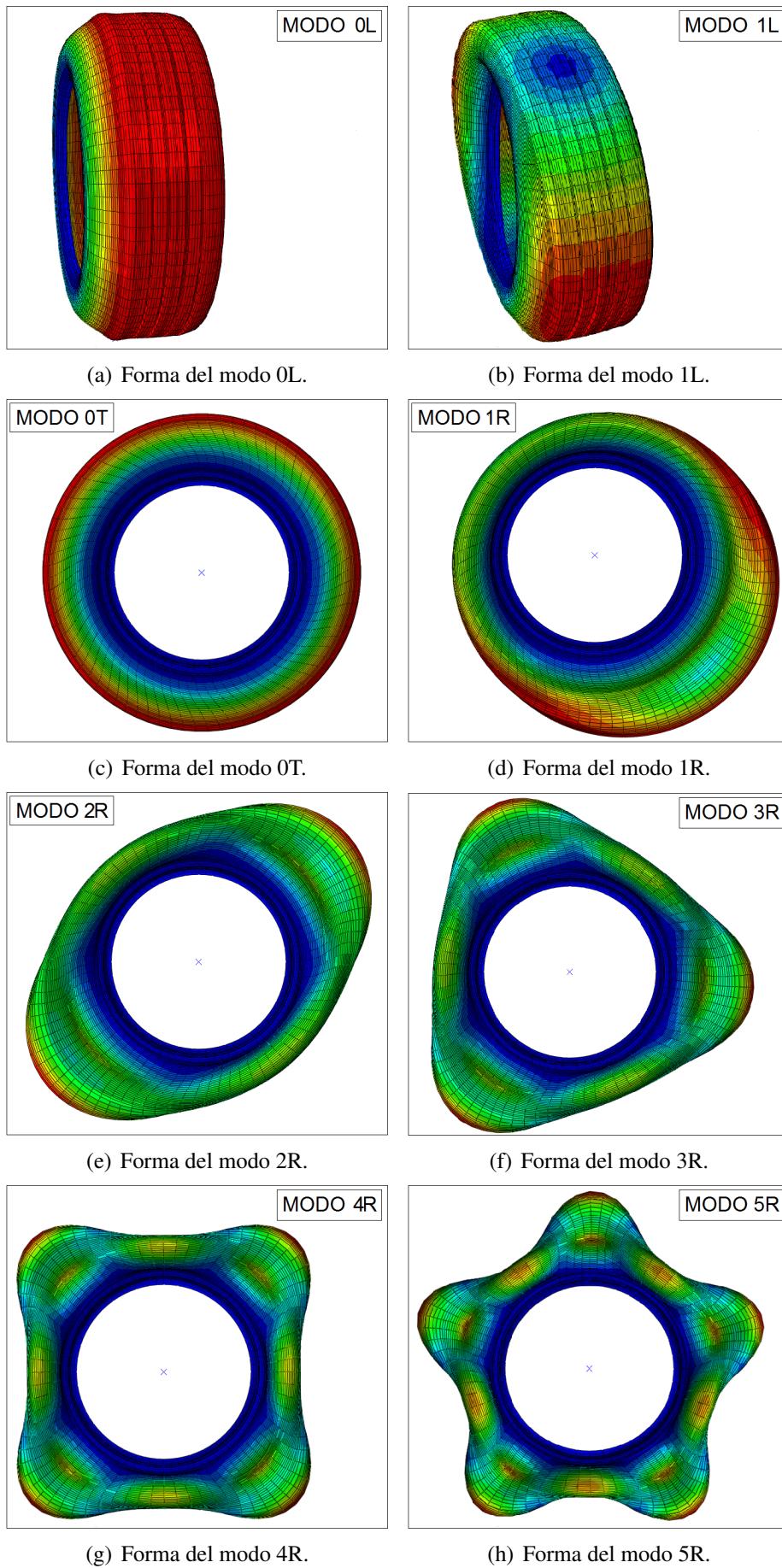


Figura 6.8: Formas modales obtenidas mediante simulación numérica.

6.4. Construcción y Ensayos

De los ocho lotes simulados se llevaron a construcción los cuatro con variaciones en el ancho del pliego (P8 y P9) y en el ancho de los absorbedores (P10 y P11).

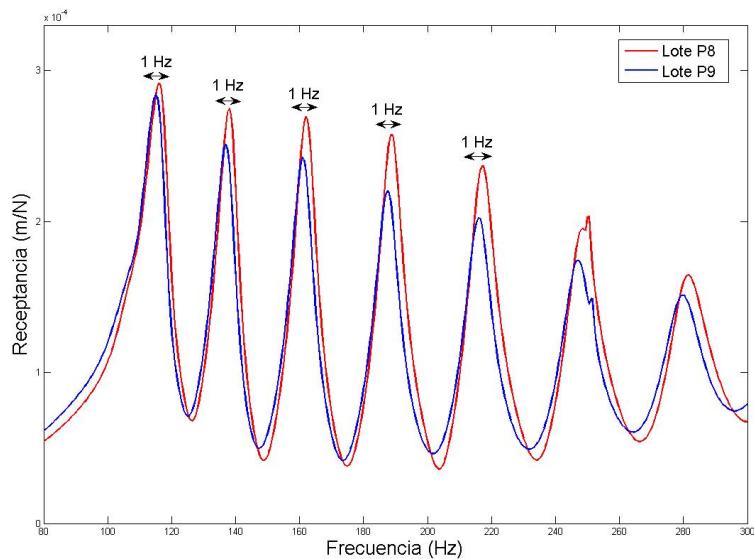
Las Figuras 6.9(a) y 6.10(a) muestran las curvas de receptancia en función de la frecuencia para los lotes P8 y P9 en el primer caso y los lotes P10 y P11 en el segundo. Las diferencias aproximadas en las frecuencias de los picos pueden observarse en los mismos gráficos para mejor comparación.

Las Figuras 6.9(b) y 6.10(b) muestran los valores de damping en función de la frecuencia de los modos para los dos casos anteriores.

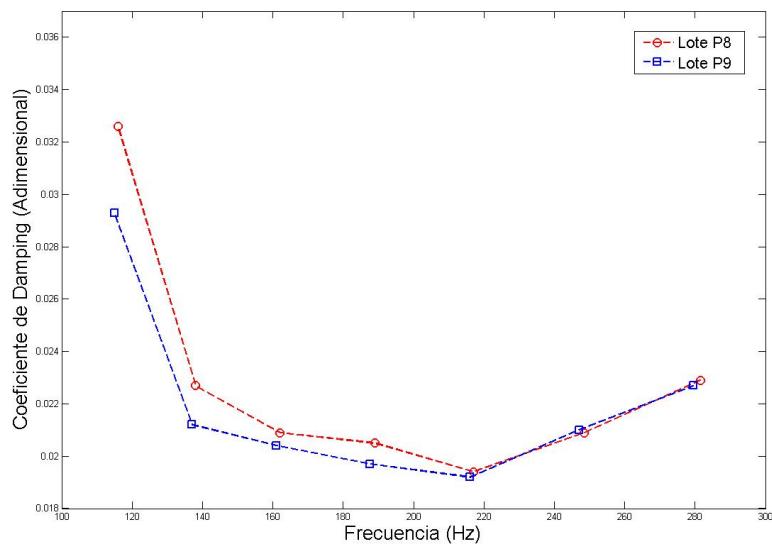
Los valores de las frecuencias naturales, amplitud y coeficiente de damping para los cuatro lotes pueden observarse en la Tabla 6.3.

Puede observarse una clara coincidencia de la tendencia de los resultados experimentales con las simulaciones numéricas realizadas. Es decir, las diferencias entre los lotes predichas por las simulaciones se corresponden con las halladas experimentalmente. Sin embargo, existen diferencias en los valores nominales.

Además, se hace evidente en estos resultados la influencia de los cambios constructivos sobre las frecuencias naturales y los coeficientes de damping en el caso de las modificaciones en el ancho del absorbedor.

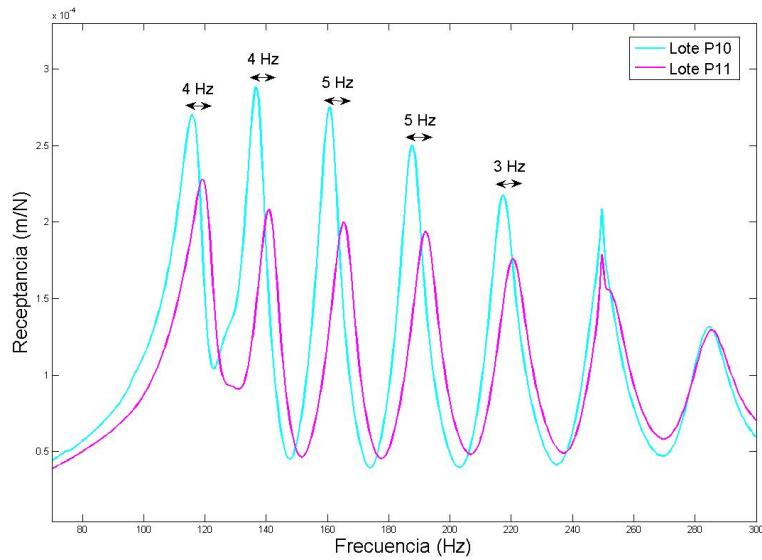


(a) Curvas de receptancia en función de la frecuencia.

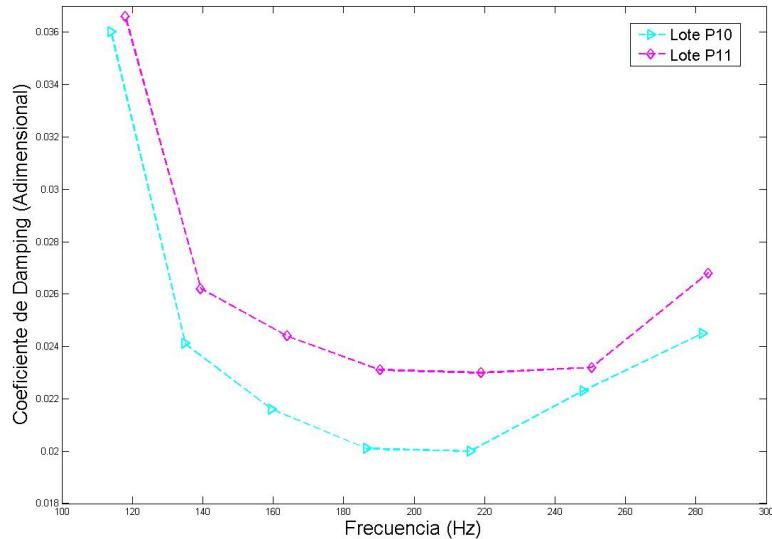


(b) Valores de coeficientes de damping.

Figura 6.9: Curvas de receptancia (a) y damping (b) en función de la frecuencia de los lotes P8 y P9.



(a) Curvas de receptancia en función de la frecuencia.



(b) Valores de coeficientes de damping.

Figura 6.10: Curvas de receptancia (a) y damping (b) en función de la frecuencia de los lotes P10 y P11.

Modo	Parámetro Modal	Lote P8	Lote P9	Lote P10	Lote P11
2R	Frecuencia (Hz)	116.0	115.0	114.0	118.0
	Amplitud($\times 10^{-3} m/N$)	2.92	2.84	2.89	2.42
	Damping (adim)	0.0326	0.0393	0.036	0.0366
3R	Frecuencia (Hz)	138.0	137.0	135.0	139.5
	Amplitud($\times 10^{-3} m/N$)	2.75	2.51	2.70	2.28
	Damping (adim)	0.0227	0.0212	0.0241	0.0262
4R	Frecuencia (Hz)	162.0	161.0	159.5	164.0
	Amplitud($\times 10^{-3} m/N$)	2.70	2.43	2.60	2.17
	Damping (adim)	0.0209	0.0204	0.0216	0.0244
5R	Frecuencia (Hz)	189.0	187.5	186.5	190.5
	Amplitud($\times 10^{-3} m/N$)	2.57	2.20	2.44	2.02
	Damping (adim)	0.0205	0.0197	0.0216	0.0244
6R	Frecuencia (Hz)	217.0	216.0	216.0	219.0
	Amplitud($\times 10^{-3} m/N$)	2.37	2.03	2.11	1.87
	Damping (adim)	0.0194	0.0192	0.02	0.023
7R	Frecuencia (Hz)	248.5	247.0	248.0	250.5
	Amplitud($\times 10^{-3} m/N$)	1.95	1.74	1.86	1.72
	Damping (adim)	0.0209	0.0210	0.0223	0.0232
Cavidad	Frecuencia (Hz)	250.5	251.5	249.0	249.5
	Amplitud($\times 10^{-3} m/N$)	2.03	1.49	2.04	1.85
	Damping (adim)	-	-	-	-
8R	Frecuencia (Hz)	281.5	279.5	282.0	283.5
	Amplitud($\times 10^{-3} m/N$)	1.65	1.51	1.48	1.39
	Damping (adim)	0.0229	0.0227	0.0245	0.0268

Tabla 6.3: Frecuencias, amplitudes y damping de los modos de los cuatro lotes analizados.

6.5. Verificación y Ajustes Numéricos

Comparando las Tablas 7.1 y 7.2 del *Apéndice B* que muestran los valores de los modos obtenidos por simulación numérica de los lotes P8 a P11 con los valores de frecuencia de la Tabla 6.3, se observa una muy buena correlación entre las diferencias obtenidas y las esperadas. Sin embargo, existen discrepancias con los valores nominales de dichas frecuencias.

El ajuste realizado al modelo, que implicó el recálculo de la tensión en los pliegos (detallado en la *Sección 5.2.4*), arrojó buenos resultados en cuanto a las similitudes con los ensayos realizados sobre el lote original.

Las Tablas 6.4, 6.5, 6.6 y 6.7 muestran tanto los resultados experimentales del análisis modal como los obtenidos de la simulación original y de la realizada con el modelo ajustado. Se muestran además las diferencias existentes.

Se observa una importante mejora en la predicción de los modos, aunque los modos torsionales siguen sin ser ajustados adecuadamente.

Lote P8	Ensayo modal	Simulación ajustada	Diferencia	Simulación inicial	Diferencia
Modo 0L	49.0 Hz	48.4 Hz	1.2 %	34.4 Hz	28.8 %
Modo 1L	59.5 Hz	59.3 Hz	0.3 %	43.7 Hz	26.5 %
Modo 0T	83.0 Hz	61.5 Hz	25.9 %	52.1 Hz	37.2 %
Modo 2R	116.0 Hz	111.3 Hz	4.1 %	87.9 Hz	24.2 %
Modo 3R	138.0 Hz	131.8 Hz	4.5 %	107.8 Hz	21.8 %
Modo 4R	162.0 Hz	153.0 Hz	5.5 %	128.8 Hz	20.5 %
Modo 5R	189.0 Hz	175.2 Hz	7.3 %	150.3 Hz	20.4 %
Modo 6R	217.0 Hz	197.4 Hz	9.0 %	170.9 Hz	21.2 %

Tabla 6.4: Valores experimentales y del ajuste numérico para el Lote P8.

Lote P9	Ensayo modal	Simulación ajustada	Diferencia	Simulación inicial	Diferencia
Modo 0L	50.0 Hz	51.4 Hz	2.8 %	33.7 Hz	32.6 %
Modo 1L	62.0 Hz	62.2 Hz	0.3 %	43.0 Hz	30.6 %
Modo 0T	80.0 Hz	66.6 Hz	16.7 %	48.7 Hz	39.1 %
Modo 2R	115.0 Hz	118.2 Hz	2.8 %	85.1 Hz	26.0 %
Modo 3R	137.0 Hz	137.3 Hz	0.2 %	106.0 Hz	22.6 %
Modo 4R	161.0 Hz	156.8 Hz	2.6 %	128.3 Hz	20.3 %
Modo 5R	187.5 Hz	177.0 Hz	5.3 %	151.0 Hz	19.3 %
Modo 6R	216.0 Hz	197.4 Hz	8.6 %	172.8 Hz	20.0 %

Tabla 6.5: Valores experimentales y del ajuste numérico para el Lote P9.

Lote P10	Ensayo modal	Simulación ajustada	Diferencia	Simulación inicial	Diferencia
Modo 0L	48.0 Hz	49.8 Hz	3.7 %	34.5 Hz	28.1 %
Modo 1L	59.0 Hz	60.2 Hz	2.0 %	43.7 Hz	25.9 %
Modo 0T	76.5 Hz	64.1 Hz	16.3 %	50.5 Hz	33.9 %
Modo 2R	114.0 Hz	110.7 Hz	2.9 %	84.6 Hz	25.8 %
Modo 3R	135.0 Hz	131.0 Hz	3.0 %	105.5 Hz	21.8 %
Modo 4R	159.5 Hz	152.1 Hz	4.6 %	127.8 Hz	19.8 %
Modo 5R	186.5 Hz	174.3 Hz	6.5 %	150.6 Hz	19.2 %
Modo 6R	216.0 Hz	196.8 Hz	8.9 %	172.0 Hz	20.3 %

Tabla 6.6: Valores experimentales y del ajuste numérico para el Lote P10.

Lote P11	Ensayo modal	Simulación ajustada	Diferencia	Simulación inicial	Diferencia
Modo 0L	47.8 Hz	50.6 Hz	5.8 %	34.5 Hz	27.8 %
Modo 1L	60.2 Hz	61.8 Hz	2.6 %	43.7 Hz	27.4 %
Modo 0T	78.1 Hz	64.9 Hz	16.9 %	50.8 Hz	34.9 %
Modo 2R	118.0 Hz	119.6 Hz	1.4 %	89.0 Hz	24.5 %
Modo 3R	139.5 Hz	139.7 Hz	0.1 %	109.1 Hz	21.8 %
Modo 4R	164.0 Hz	158.8 Hz	3.1 %	130.2 Hz	20.6 %
Modo 5R	190.5 Hz	179.1 Hz	5.7 %	151.7 Hz	20.3 %
Modo 6R	219.0 Hz	199.3 Hz	9.0 %	172.5 Hz	21.2 %

Tabla 6.7: Valores experimentales y del ajuste numérico para el Lote P11.

6.6. Ensayos en Sentiva Green

Los ensayos realizados sobre los lotes de la línea *Sentiva Green* apuntan a la comprensión de nuevas modificaciones constructivas y a la influencia de la rigidez (simulada con un cambio en la presión de inflado) en los modos normales del vehículo. Podemos entonces separar los análisis de la siguiente manera.

Apex y Pliegos

La Figura 6.11 muestra las receptancias en función de la frecuencia de los lotes S1 y S2, donde se aprecian los efectos en los modos debidos al cambio en la altura y ancho del apex (relleno) y ancho del pliego. La Figura 6.12 hace lo mismo para los lotes S3 y S4.

Compuesto de Rodado

La Figura 6.13 muestra la comparación entre los lotes S1, S3 y S5 mientras la Figura 6.14 lo hace con los lotes S2 y S4 para observar los efectos producidos por el cambio en el compuesto de rodado. Se evidencia entonces que los cambios en la altura del apex producen efectivamente diferencias en las frecuencias naturales, no ocurriendo lo mismo en el caso del cambio del compuesto para los lotes S1, S3 y S5. Sin embargo, sí existen corrimientos significativos en las frecuencias de los lotes S2 y S4.

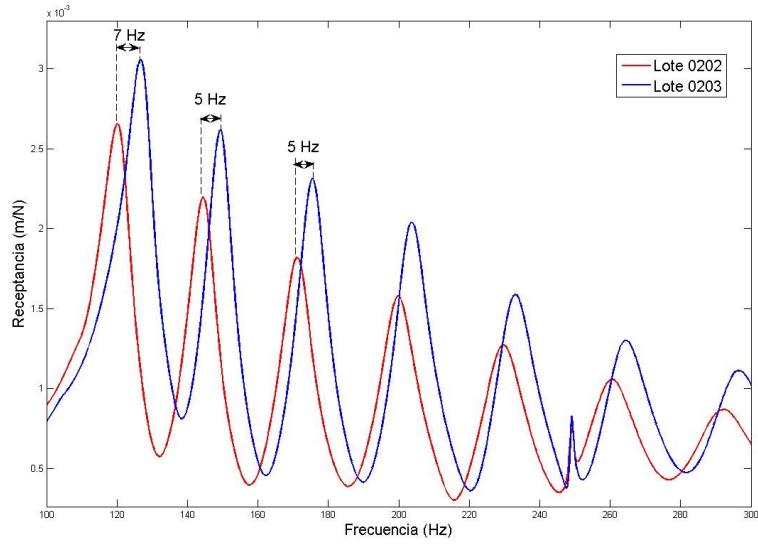


Figura 6.11: Comparación de los modos radiales de los lotes S1 y S2.

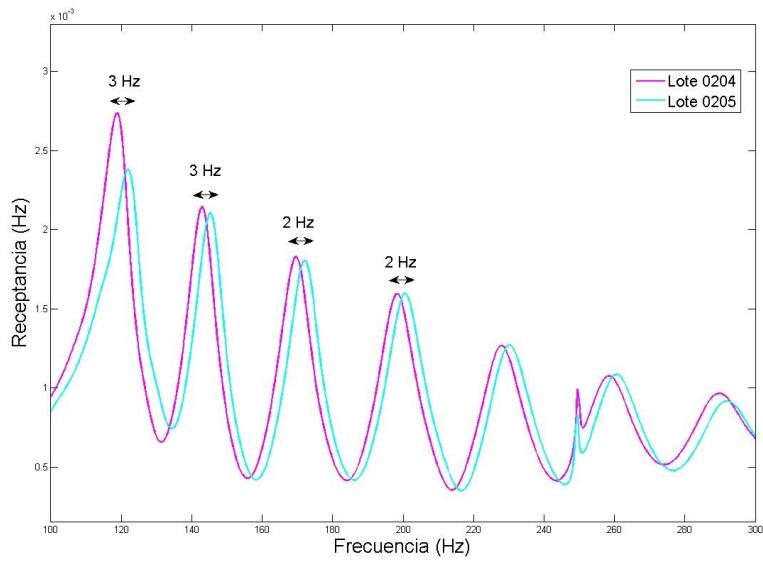


Figura 6.12: Comparación de los modos radiales de los lotes S3 y S4.

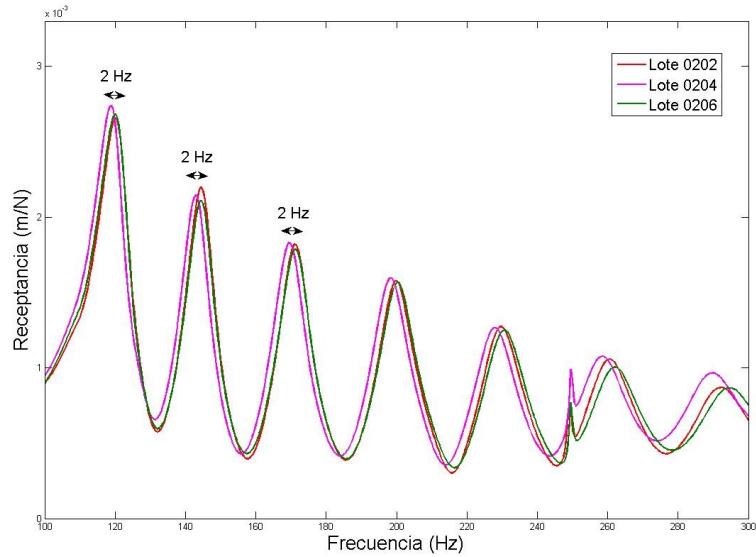


Figura 6.13: Comparación de los modos radiales de los lotes S1, S3 y S5.

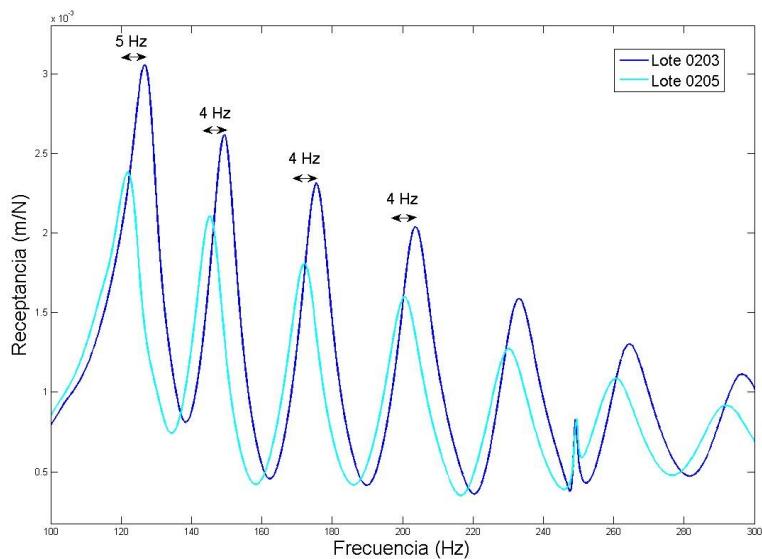


Figura 6.14: Comparación de los modos radiales de los lotes S2 y S4.

Comparación Global

La Figura 6.15(a) muestra los valores de receptancia en función de la frecuencia para los cinco lotes anteriores junto con un neumático de la competencia.

La Figura 6.15(b) muestra los valores de coeficiente de damping de cada modo estructural radial para todos los lotes, incluido el de la competencia, para una mejor comparación.

La Tabla 6.8 resume los valores en frecuencia y amplitud de los picos así como los coeficientes de damping de cada modo radial para los cinco lotes más el de la competencia.

Se observa que el neumático de la competencia tiene su modo de cavidad más acoplado al 6R (estructural) que los lotes de *Sentiva*. Sin embargo, sus modos resultan mayores en amplitud, a excepción del lote S2.

De las curvas de damping se observa que el lote S2 presenta menores valores, consistente con las mayores amplitudes de los modos.

Presión de Inflado

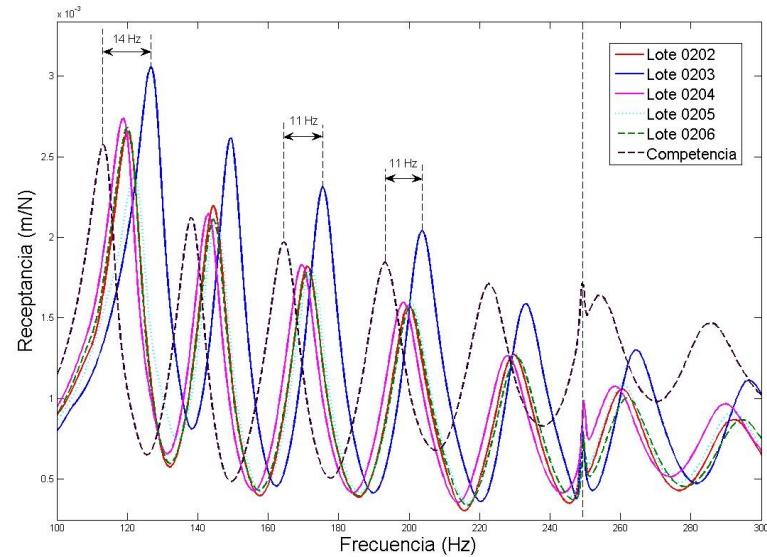
La Figura 6.16(a) muestra los gráficos de receptancia del Lote 0206 con las cinco presiones de inflado distintas a las que se sometió. Para apreciar mejor los importantes corrimientos en frecuencia, se muestra un rango de frecuencias acotado. La Figura 6.16(b) muestra los valores de coeficiente de damping de cada modo estructural radial para cada presión de inflado.

La Figura 6.17 muestra los valores de frecuencia de los modos según la presión aplicada. Se observa muy bien aquí el corrimiento de los picos de los modos estructurales, no siendo el caso del modo de cavidad.

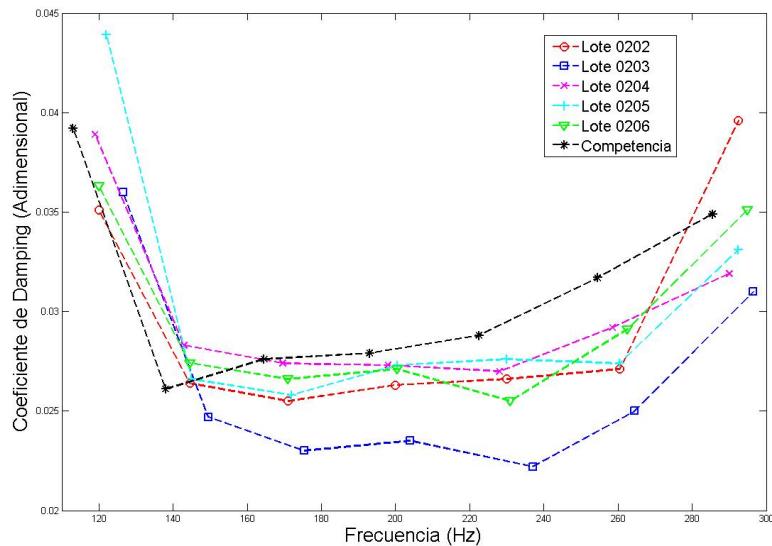
Se observa de los gráficos anteriores un comportamiento esperado: a medida que se aumenta la presión, las frecuencias de los modos también aumentan, mientras sus coeficientes de damping disminuyen. Resulta lógico pensar que el neumático inflado será más rígido, con lo cual sus frecuencias serán mayores pero su amortiguamiento no. Un neumático menos inflado será más flexible y tendrá mayor amortiguamiento.

La Tabla 6.9 muestra los valores en frecuencia y amplitud de los picos así como los coeficientes de damping de cada modo radial para cada presión de inflado aplicada.

Por último, la Tabla 6.10 muestra los valores de la simulación numérica rea-



(a) Curvas de receptancia en función de la frecuencia.

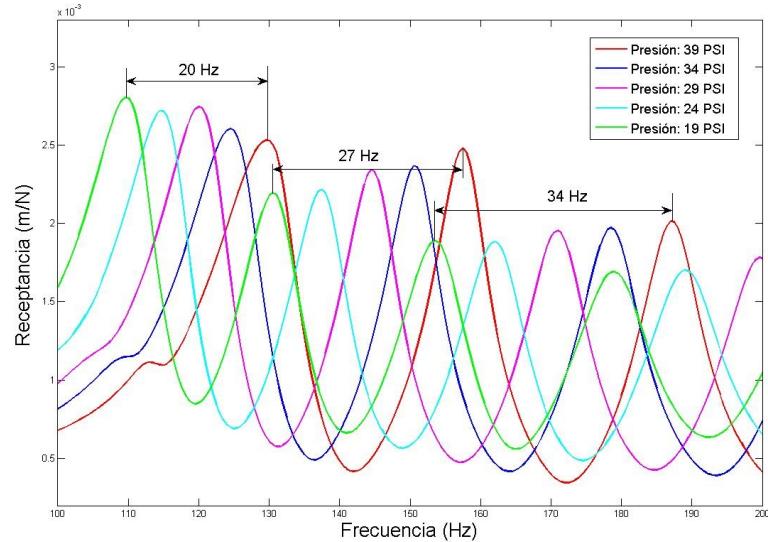


(b) Valores de coeficientes de damping.

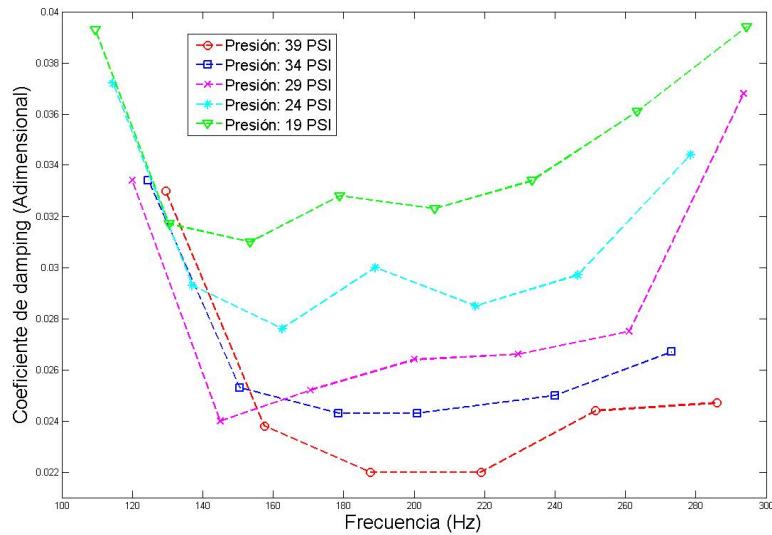
Figura 6.15: Curvas de receptancia (a) y damping (b) en función de la frecuencia de los seis lotes.

Modo	Parámetro Modal	Lote S1	Lote S2	Lote S3	Lote S4	Lote S5	Competencia
2R	Frecuencia (Hz)	120.0	126.5	119.0	122.0	120.0	113.0
	Amplitud ($\times 10^{-3} m/N$)	2.7	3.1	2.7	2.4	2.7	2.6
	Damping (adim)	0.0351	0.036	0.0389	0.0439	0.0363	0.0392
3R	Frecuencia (Hz)	144.5	149.5	143.0	145	144.5	138
	Amplitud ($\times 10^{-3} m/N$)	2.2	2.6	2.1	2.1	2.1	2.1
	Damping (adim)	0.0264	0.0247	0.0283	0.0266	0.0274	0.0261
4R	Frecuencia (Hz)	171.0	175.5	169.5 Hz	172.0	171.0	164.5
	Amplitud ($\times 10^{-3} m/N$)	1.8	2.3	1.8	1.8	1.8	1.9
	Damping (adim)	0.0255	0.023	0.0274	0.0258	0.0266	0.0276
5R	Frecuencia (Hz)	200.0	204.0	169.5	200.5	200.5	193.0
	Amplitud ($\times 10^{-3} m/N$)	1.6	2.0	1.6	1.6	1.6	1.8
	Damping (adim)	0.0263	0.0235	0.0273	0.0273	0.0271	0.0279
6R	Frecuencia (Hz)	230.0	237.0	228.0	230.0	231.0	222.5
	Amplitud ($\times 10^{-3} m/N$)	1.3	1.6	1.3	1.3	1.2	1.7
	Damping (adim)	0.0266	0.0222	0.027	0.0276	0.0255	0.0288
Cavidad	Frecuencia (Hz)	249.0	249.0	249.5	249.5	249.5	249.0
	Amplitud ($\times 10^{-3} m/N$)	0.75	0.8	1.0	0.83	0.76	1.7
	Damping (adim)	-	-	-	-	-	-
7R	Frecuencia (Hz)	260.5	264.5	258.5	260.5	262.5	254.5
	Amplitud ($\times 10^{-3} m/N$)	1.1	1.3	1.1	1.1	1.0	1.6
	Damping (adim)	0.0271	0.025	0.0292	0.0274	0.0291	0.0317
8R	Frecuencia (Hz)	292.5	296.5	290.0	292.5	295.0	285.5
	Amplitud ($\times 10^{-3} m/N$)	0.87	1.1	0.96	0.9	0.86	1.5
	Damping (adim)	0.0396	0.031	0.0319	0.0331	0.0351	0.0349

Tabla 6.8: Frecuencias, amplitudes y coeficientes de damping de los modos naturales de los cinco lotes y la competencia.



(a) Curvas de receptancia en función de la frecuencia.



(b) Valores de coeficientes de damping.

Figura 6.16: Curvas de receptancia (a) y damping (b) del Lote S5 para distintas presiones de inflado.

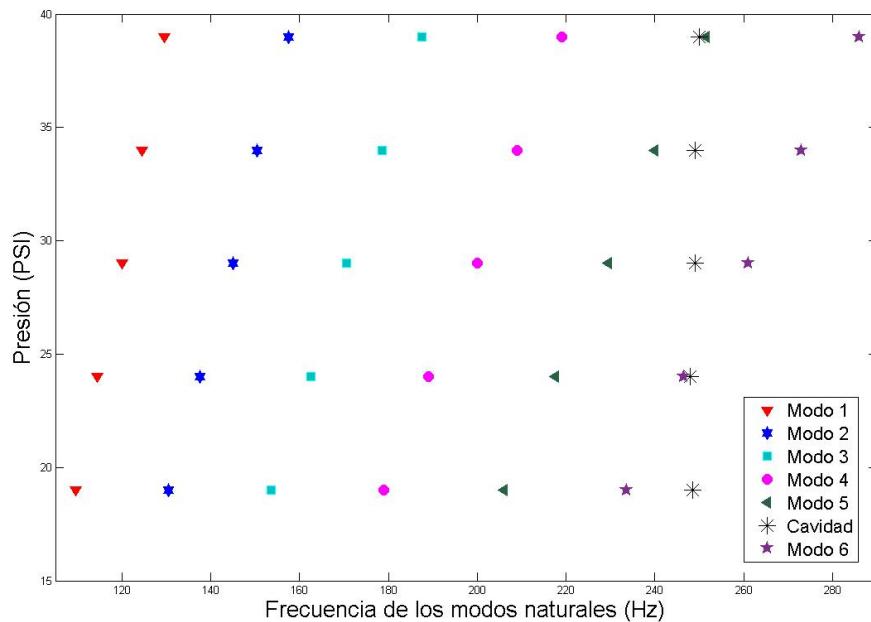


Figura 6.17: Valores de frecuencia de los modos para las distintas presiones de inflado.

Modo	Parámetro Modal	19 PSI	24 PSI	29 PSI	34 PSI	39 PSI
2R	Frecuencia (Hz)	109.5	114.5	120.0	124.5	129.5
	Amplitud ($\times 10^{-3} m/N$)	2.8	2.7	2.7	2.6	2.5
	Damping (adim)	0.0393	0.0372	0.0334	0.0334	0.033
3R	Frecuencia (Hz)	130.5	137.5	145.0	150.5	157.5
	Amplitud ($\times 10^{-3} m/N$)	2.2	2.2	2.3	2.4	2.5
	Damping (adim)	0.0317	0.0293	0.026	0.0253	0.0238
4R	Frecuencia (Hz)	153.5	162.5	170.5	178.5	187.5
	Amplitud ($\times 10^{-3} m/N$)	1.9	1.9	1.9	2.0	2.0
	Damping (adim)	0.031	0.0276	0.0252	0.0243	0.022
5R	Frecuencia (Hz)	179.0	189.0	200.0	209.0	219.0
	Amplitud ($\times 10^{-3} m/N$)	1.7	1.7	1.8	1.8	1.8
	Damping (adim)	0.0328	0.03	0.0264	0.0243	0.022
6R	Frecuencia (Hz)	206.0	217.5	229.0	240.0	251.5
	Amplitud ($\times 10^{-3} m/N$)	1.4	1.4	1.4	1.5	1.5
	Damping (adim)	0.0323	0.0285	0.0266	0.025	0.0244
Cavidad	Frecuencia (Hz)	248.5	248.0	249.0	249.0	250.0
	Amplitud ($\times 10^{-3} m/N$)	0.9	1.4	0.87	1.0	1.8
	Damping (adim)	-	-	-	-	-
7R	Frecuencia (Hz)	233.5	246.0	261.0	273.5	286.0
	Amplitud ($\times 10^{-3} m/N$)	1.2	1.2	1.1	1.2	1.1
	Damping (adim)	0.0334	0.0297	0.0275	0.0267	0.0247

Tabla 6.9: Frecuencias, amplitudes y coeficientes de damping de los modos del Lote S5 para las distintas presiones.

Modo	Ensayo modal	Simulación	Diferencia
Modo 2R	120.0 Hz	122.3 Hz	1.9 %
Modo 3R	144.5 Hz	143.1 Hz	1.0 %
Modo 4R	171.0 Hz	164.1 Hz	4.0 %
Modo 5R	200.5 Hz	185.7 Hz	7.4 %
Modo 6R	231.0 Hz	207.6 Hz	10.1 %

Tabla 6.10: Valores de las frecuencias de los modos del Lote S5 y comparación con la simulación numérica.

lizada para el Lote S5 a 29PSI. Se observa que las predicciones numéricas se acercan bastante bien a los resultados experimentales.

6.7. Pruebas en Vehículo

La Figura 6.18 muestra los valores de aceleración en función de la frecuencia para los tres casos de presión testeados. Se observan dos picos importante en 0.6 Hz y 6.4 Hz.

Además, en promedio, la amplitud de la señal decrece con la presión de inflado. Resultado esperado del hecho de que el damping aumenta a medida que disminuye la presión.

La Figura 6.19 muestra los valores de presión sonora en tercios de octava para las tres presiones de inflado. No se observa aquí una dependencia lineal entre amplitud y presión. Se puede ver para las presiones de 35 y 29 PSI que a mayor presión, menor ruido interno. Sin embargo, dicha relación no se cumple para la presión de 24 PSI.

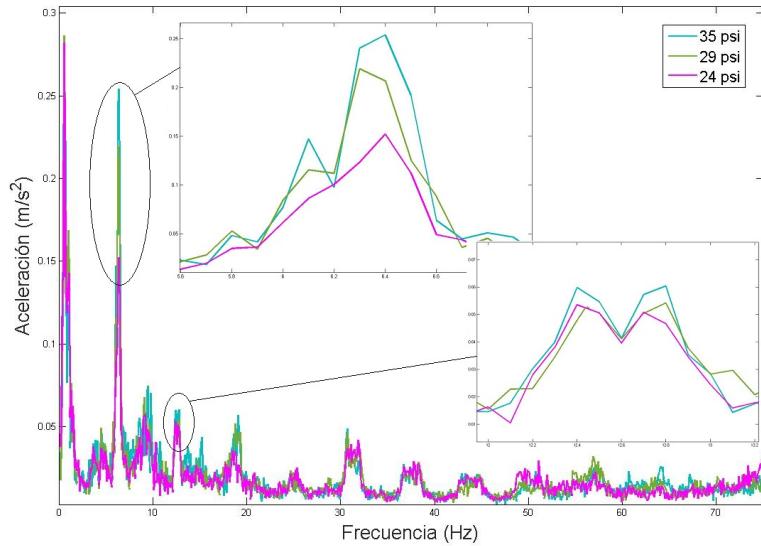


Figura 6.18: Valores de aceleración en función de la frecuencia para las tres presiones de inflado.

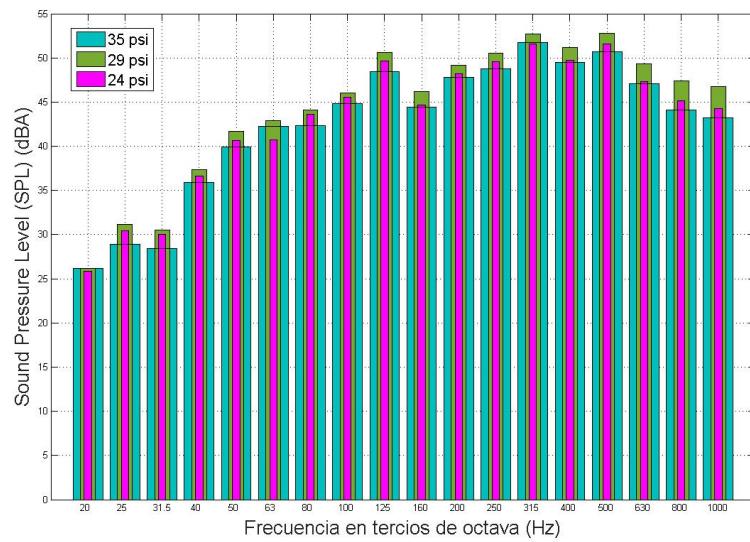


Figura 6.19: Valores de presión sonora en dB(A) en tercios de octava para las tres presiones de inflado.

6.8. Líneas Futuras

6.8.1. Modo de Cavidad

En los estudios previos realizados sobre el modo de la cavidad acústica [7], se estudiaron tres parámetros que podrían influir: la medida del neumático, la presión de inflado y la carga aplicada. Se observó que la frecuencia del modo disminuye al aumentar el volumen de la cavidad, no varía con la presión de inflado y se desdobra en dos picos con la carga aplicada.

Por otro lado, en los diferentes lotes que se estudiaron en este trabajo, se han observado mayores o menores acoplamientos del modo de la cavidad de aire con algún modo estructural (en general el 6R). Como se mencionó en la *Introducción*, un mecanismo posible para disminuir la influencia de la cavidad en las vibraciones transmitidas al interior del vehículo es lograr una mayor acoplamiento con algún modo radial. Se continuará entonces con los estudios al respecto como uno de los objetivos principales en la solución a los problemas de confort.

6.8.2. Influencia de la llanta

Como se mencionó en la *Sección 5.1.2*, la condición de borde que representa la interacción llanta-neumático puede ser modelada con mayor detalle y costo computacional a través del modelado completo de la llanta y su contacto con el neumático. Se realizaron simulaciones preliminares en donde se contempla esta posibilidad. La Figura 6.20 muestra los 2 modelos realizados para la llanta de acero. A su vez los modos naturales de las llantas fueron obtenidos: la Figura 6.21 muestra el primer modo obtenido, mientras la Figura 6.22 muestra la curva de receptancia obtenida mediante ensayo modal. Se observa una muy buena correlación entre el valor del primer modo para el caso de la llanta perforada (modelo similar al ensayado experimentalmente).

Una vez validado el modelo estructural de la llanta de acero se procedió a realizar el MEF del conjunto llanta-neumático. Antes de realizar la extracción de autovalores y autovectores que permiten resolver el problema de modos naturales del conjunto, es necesario realizar el enllantado del neumático con la llanta de acero y luego aplicar la presión de inflado (en este caso 29 PSI). La Figura 6.23 muestra la secuencia de enllantado e inflado realizada a través del método de los elementos finitos.

Para poder utilizar la técnica SMG de ABAQUS, se realizaron las primeras simulaciones con la llanta de acero maciza, sin agujeros, ya que es la única de las alternativas modeladas que cuenta con simetría de revolución haciendo la ge-

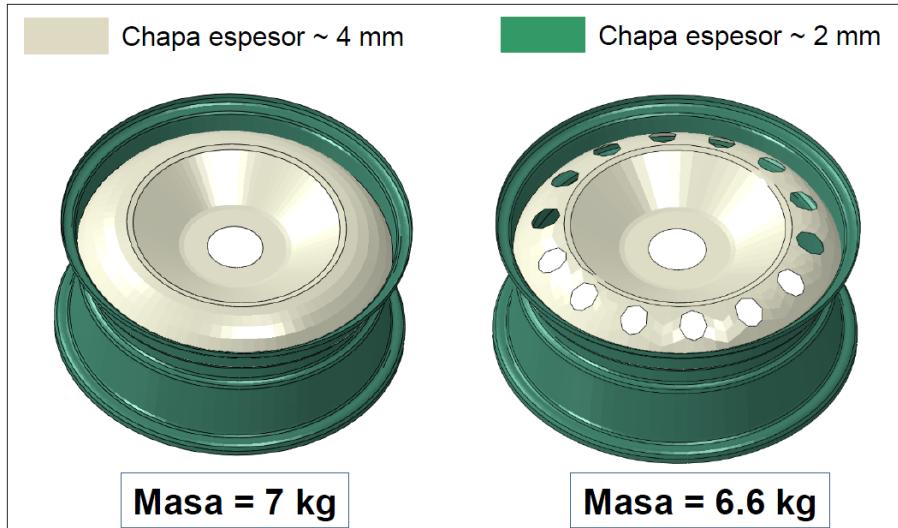


Figura 6.20: Dos modelos de la llanta de chapa utilizada en las pruebas.

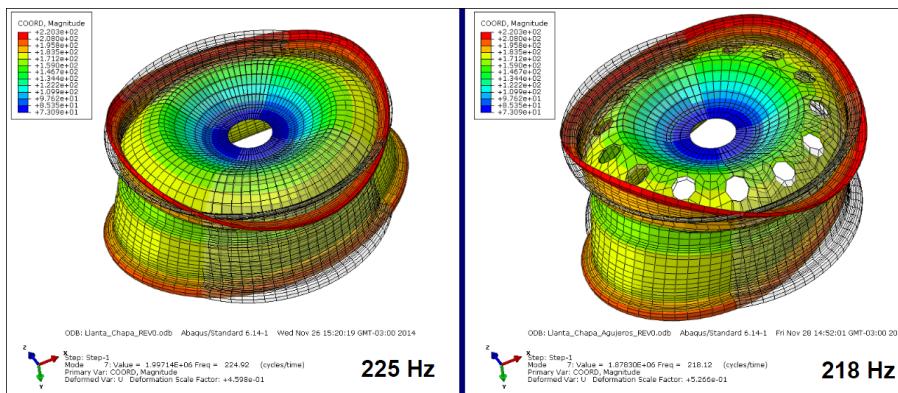


Figura 6.21: Primer modo normal de la llanta simulada.

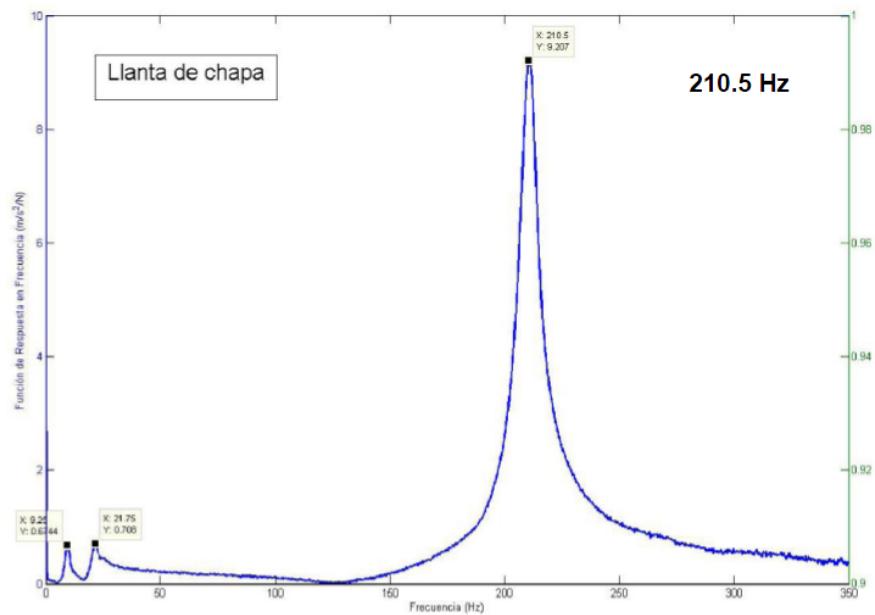


Figura 6.22: Curva de receptancia obtenida del análisis modal de la llanta en condición libre.

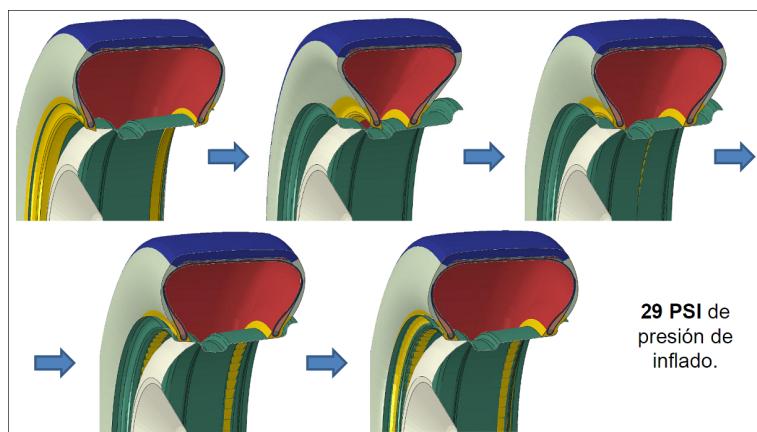


Figura 6.23: Proceso de enllantado e inflado realizado a través de ABAQUS.

Modo	Modelo sin llanta	Modelo con llanta	Diferencia
Modo 0T	113.9 Hz	87.1 Hz	-30.7 %
Modo 0L	33.4 Hz	51.2 Hz	34.7 %
Modo 1R	79.1 Hz	80.4 Hz	1.6 %
Modo 1L	70.5 Hz	80.4 Hz	12.3 %
Modo 2L	74.7 Hz	74.1 Hz	-0.8 %
Modo 2R	84.6 Hz	87.9 Hz	3.7 %
Modo 3R	103.7 Hz	107.8 Hz	3.8 %

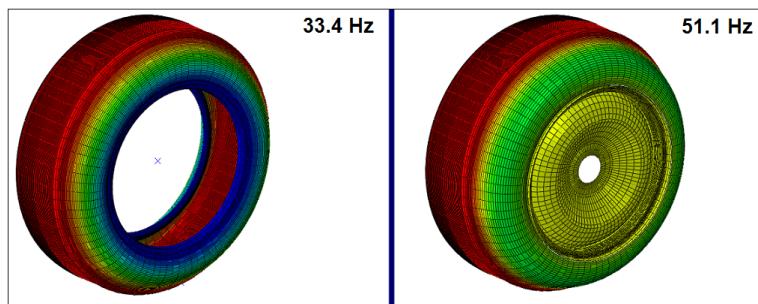
Tabla 6.11: Comparación de los modos obtenidos con el modelo con y sin llanta.

neración del modelo mas simple. Los resultados obtenidos comparando las dos técnicas de modelado se muestran en las Figuras 6.24(a) a 6.24(d). La Tabla 6.11 muestra los resultados obtenidos. A priori se observa que el modelado de la llanta no afecta a todos los modos de igual manera, los modos radiales que fueron el foco principal de esta tesis no se vieron modificados en gran medida, siendo la diferencia siempre menor al 4 %, motivo por el cual se decidió por modelar con la condición de borde detallada en “Condiciones de Borde” de menor costo computacional llegando a una situación de compromiso de buen desempeño costo/error. Los resultados obtenidos dejan abierta una nueva rama de investigación resaltando su interés de aplicación en modos no radiales.

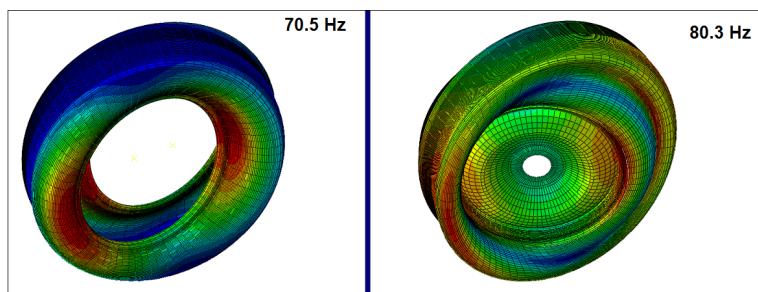
6.8.3. Influencia del vehículo

Se comenzó a estudiar cómo afecta en los modos normales el hecho de tener, por un lado, una condición de borde real como lo es el hecho de estar montado en el portamasa de la suspensión y, por otro, la misma influencia de la estructura del automóvil. La Figura 6.25 muestra la receptancia del lote S5 montado en el auto, tanto apoyado como levantado. Se observa claramente un corrimiento de los modos y una disminución de la amplitud para el caso apoyado.

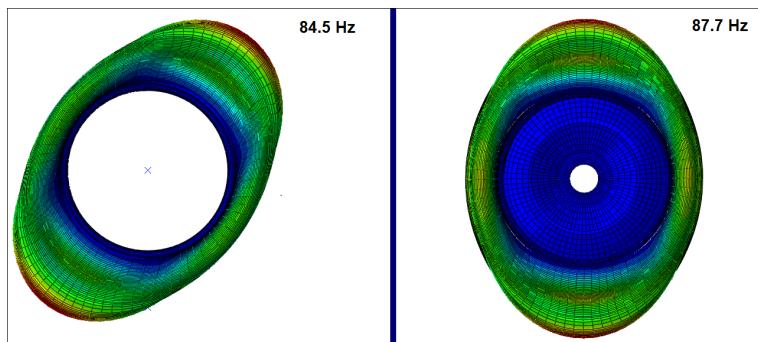
Queda como motivación para la continuación de los estudios en vibración y confort el entendimiento de la *transferencia* de las vibraciones. Es decir, el camino que va desde las excitaciones del neumático hasta la percepción del pasajero: ¿Qué frecuencias pasan? ¿Cuáles son absorbidas? ¿En dónde el sistema actúa como filtro y en dónde amplifica?



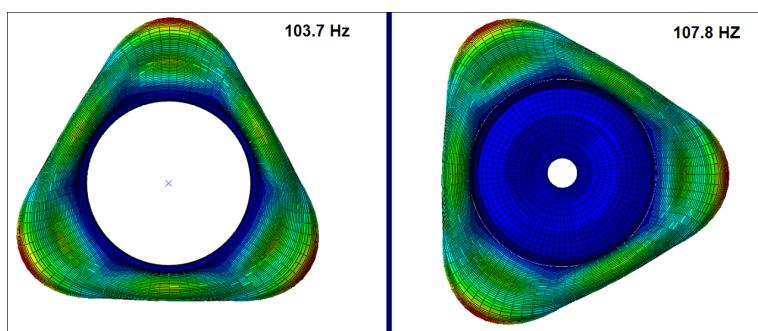
(a) Modo OL obtenido con el modelo con y sin llanta.



(b) Modo 1L obtenido con el modelo con y sin llanta.



(c) Modo 2R obtenido con el modelo con y sin llanta.



(d) Modo 3R obtenido con el modelo con y sin llanta.

Figura 6.24: Comparación de los modos obtenidos con el modelo con y sin llanta.

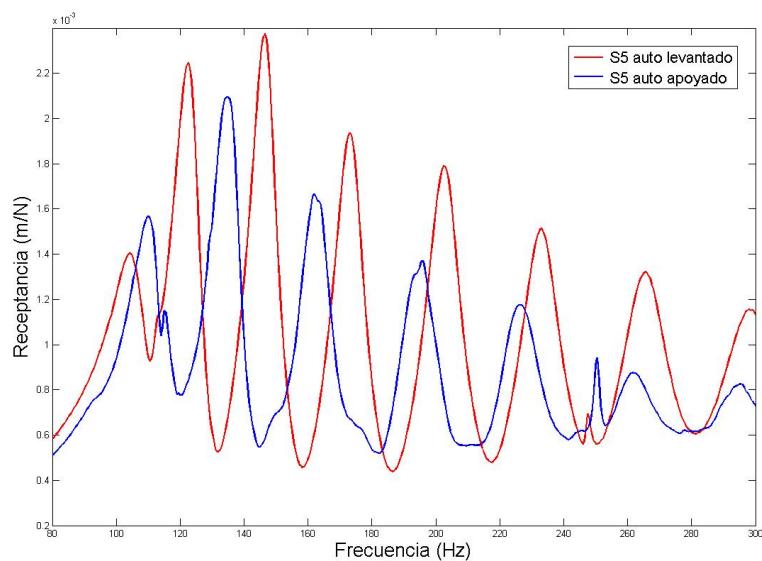


Figura 6.25: Receptancia del Lote S5 montado en el auto. Comparación entre auto apoyado y levantado.

Capítulo 7

Conclusiones

Los estudios realizados en el presente trabajo permitieron caracterizar los modos naturales de vibrar de varios neumáticos para vehículos de pasajeros con diferencias en sus diseños y compuestos. Los parámetros modales se determinaron experimentalmente mediante la técnica denominada *análisis modal*, que consiste en golpear la estructura con una fuerza conocida a través de un martillo instrumentado con una celda de carga y medir su respuesta vibratoria con un acelerómetro. Además, se emplearon simulaciones numéricas con dos objetivos: estudiar a priori la influencia de cambios en la construcción del neumático en sus parámetros modales y ajustar a posteriori los modelos computacionales para predecir correctamente los valores experimentales. Por último, se completaron los resultados con mediciones de ruido interno en el vehículo.

De esta manera, fue posible comprender la influencia de una serie de parámetros constructivos sobre los valores de frecuencia, damping y amplitud de los modos naturales de varios neumáticos.

Los primeros resultados obtenidos de los ensayos sobre siete lotes de la linea Prestiva mostraron una importante influencia del estilo de los absorbedores (es decir, el tipo de cordón metálico de las cinturas del neumático) sobre las frecuencias naturales y los valores de damping de los neumáticos, lo cual es consistente con la idea de que a mayor rigidez de los compuestos, mayor es la frecuencia de sus modos y menor su coeficiente de damping. Sin embargo, las diferencias existentes en la masa del rodado no fueron suficientes como para producir cambios significativos en los parámetros modales.

Estos últimos resultados fueron la motivación para las simulaciones numéricas realizadas posteriormente. Empleando el método de los elementos finitos y el software *ABAQUS*, se estudió mediante análisis de sensibilidad la influencia de ciertos cambios en el diseño sobre un lote existente de Prestiva. Se simularon ocho

cambios variando entre dos valores cuatro parámetros constructivos y se extrajeron numéricamente los modos naturales. Los resultados mostraron una importante influencia de los cambios en la altura del apex y el ancho de los absorbedores en las frecuencias naturales de los neumáticos. Se llevaron cuatro de esos nuevos lotes diseñados a construcción (con modificaciones en el ancho del pliego y de los absorbedores) y se testearon mediante análisis modal. Los resultados experimentales mostraron una excelente correlación con los numéricos en cuanto a las predicciones en la tendencia en las diferencias producto de los cambios realizados. Sin embargo, los valores en frecuencia mostraban grandes discrepancias.

Se analizaron entonces las variables que debían ajustarse para que el modelo numérico sea fiable. Se propuso una corrección considerando la tensión inicial que sufren las telas de los pliegos en el neumático cuando son deformadas durante el armado en el tambor y hasta el producto final vulcanizado en el molde. Para ello se estudiaron las deformaciones relativas sufridas durante el armado, teniendo en cuenta las dimensiones alcanzadas en el producto final y las iniciales en el ensamblado de las telas, y los valores de módulo de Young de los compuestos obtenidos de las curvas de tensión-deformación de cada uno. Las nuevas simulaciones realizadas mostraron una buena correspondencia entre los valores de las frecuencias de los modos obtenidos experimentalmente y numéricamente.

Paralelamente se estudiaron cinco lotes de la nueva línea Sentiva Green. Se observó que las modificaciones en la altura del apex y el ancho de los pliegos producen cambios importantes en las frecuencias naturales. Los distintos compuestos de rodado empleados no produjeron sin embargo cambios notorios. Solamente uno de los lotes testeados mostró diferencias significativas respecto del resto, aunque de su construcción no puede inferirse qué parámetro influyó sobre los resultados. Queda como objetivo a futuro entender esta importante diferencia encontrada.

Se estudió además un neumático de la competencia con fines meramente comparativos. Se observó por un lado que las frecuencias son más bajas que los lotes estudiados de Sentiva Green y que sus valores de damping son menores a bajas frecuencias y mayores a altas. Lo más notorio fue la observación de que el modo de la cavidad está más acoplado al siguiente modo estructural para el caso de la competencia. Sin embargo, sus amplitudes son considerablemente mayores.

Finalmente, con el objetivo de estudiar la influencia de cambios significativos en la rigidez del neumático, se propuso estudiar modalmente un lote de Sentiva Green y relacionarlo con su comportamiento dinámico en cuestiones de confort.

Los ensayos realizados mostraron un importante corrimiento de las frecuencias naturales y los coeficientes de damping, coherentes con el sentido común: a medida que se baja la presión de inflado, el neumático se vuelve menos rígido,

con lo cual sus frecuencias naturales son más bajas y sus coeficientes de damping más altos. Las pruebas de ruido interno y confort realizadas en el vehículo mediante un simulador de torso y cabeza humanos y un acelerómetro colocado en el piso, mostraron que efectivamente a medida que se reduce la presión de inflado, se atenúan las vibraciones mecánicas. Las señales adquiridas con los dos micrófonos en las orejas del simulador mostraron sin embargo que los niveles de ruido tienden a disminuir cuanto mayor es la presión de inflado para las dos presiones mayores estudiadas, cosa que no se repetía con la menor. Queda por delante repetir y mejorar las pruebas de ruido para intentar buscar un comportamiento más lineal.

Al día de la fecha, las tareas están centradas, por un lado, en la mejora de los modelos numéricos, estudiando los parámetros influyentes en el complejo proceso de fabricación del neumático y sus compuestos.

Poder lograr una predicción confiable en las características intrínsecas del neumático implica obtener una herramienta poderosísima a la hora de diseñar nuevos productos debido a la aplicación en la predicción de su comportamiento dinámico.

Por otro lado, el estudio de la llamada *transferencia* es de suma importancia en el estudio de las características vibratorias del conjunto neumático-vehículo. Las tareas en adelante estarán centradas principalmente en el entendimiento de qué ocurre en el camino entre las excitaciones del neumático y su dinámica propia hasta las vibraciones que percibe el pasajero adentro del vehículo. Esto requiere un análisis detallado de los parámetros modales de todos los componentes del vehículo que vinculan el neumático con el pasajero.

Por supuesto todos las hipótesis propuestas a través del estudio de las propiedades vibratorias del sistema completo serán llevadas a prueba mediante el estudio de confort dentro del vehículo en condición operativa. Las mediciones de ruido y vibración son hoy por hoy una herramienta fundamental en la comprensión de estas investigaciones.

APÉNDICE A

A partir de la ecuación (7.1) que define el Método de las Fracciones Racionales Polinómicas y adoptando la notación (7.2), con $b_n = 1$ y notando $s = j\omega$, se tiene (7.2).

$$\alpha_{ij}(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots + a_m s^m}{b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + \dots + s^n} \quad (7.1)$$

$$\left. \begin{array}{l} p_0(s) = 1, p_1(s) = s, p_2(s) = s^2, \dots, p_m(s) = s^m \\ q_0(s) = 1, q_1(s) = s, q_2(s) = s^2, \dots, q_n(s) = s^n \end{array} \right\} \quad (7.2)$$

$$\alpha(j\omega) = \frac{\sum_{k=0}^m a_k p_k(j\omega)}{\sum_{k=0}^n b_k q_k(j\omega)} \quad (7.3)$$

Se define el *error total* como

$$e_{ij}(\omega) = \alpha_{ij}(\omega) - \tilde{\alpha}_{ij}(\omega) = \frac{\sum_{k=0}^m a_k p_k(j\omega)}{\sum_{k=0}^n b_k q_k(j\omega)} - \tilde{\alpha}_{ij}(\omega) \quad (7.4)$$

Este error no es una función lineal de los coeficientes a_k y b_k . Para facilitar el análisis y para hacer más precisos los resultados, una nueva función error se define:

$$\hat{e}(j\omega) = e(j\omega) \sum_{k=0}^n b_k q_k(j\omega) = \sum_{k=0}^m a_k p_k(j\omega) - \tilde{\alpha}(j\omega) \left(\sum_{k=0}^{n-1} b_k q_k(j\omega) + q_n(j\omega) \right) \quad (7.5)$$

El error total con respecto a una columna entera de la FRF queda como en (7.6) ó en (7.7):

$$\{E\} = \left\{ \hat{e}_{ij}(\omega_{-p}), \dots, \hat{e}_{ij}(\omega_{-1}), \hat{e}_{ij}(\omega_1), \dots, \hat{e}_{ij}(\omega_p) \right\}^T \quad (7.6)$$

$$\{E\} = [U]\{A\} - [V]\{B\} - \{W\} \quad (7.7)$$

Donde

$$[U] = \begin{bmatrix} p_0(j\omega_{-p}) & p_1(j\omega_{-p}) & \dots & p_m(j\omega_{-p}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_0(j\omega_{-1}) & p_1(j\omega_{-1}) & \dots & p_m(j\omega_{-1}) \\ p_0(j\omega_1) & p_1(j\omega_1) & \dots & p_m(j\omega_1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_0(j\omega_p) & p_1(j\omega_p) & \dots & p_m(j\omega_p) \end{bmatrix} \quad (7.8)$$

$$[V] = \begin{bmatrix} \tilde{\alpha}(j\omega_{-p})q_0(j\omega_{-p}) & \tilde{\alpha}(j\omega_{-p})q_1(j\omega_{-p}) & \dots & \tilde{\alpha}(j\omega_{-p})q_{n-1}(j\omega_{-p}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \tilde{\alpha}(j\omega_{-1})q_0(j\omega_{-1}) & \tilde{\alpha}(j\omega_{-1})q_1(j\omega_{-1}) & \dots & \tilde{\alpha}(j\omega_{-1})q_{n-1}(j\omega_{-1}) \\ \tilde{\alpha}(j\omega_1)q_0(j\omega_1) & \tilde{\alpha}(j\omega_1)q_1(j\omega_1) & \dots & \tilde{\alpha}(j\omega_1)q_{n-1}(j\omega_1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \tilde{\alpha}(j\omega_p)q_0(j\omega_p) & \tilde{\alpha}(j\omega_p)q_1(j\omega_p) & \dots & \tilde{\alpha}(j\omega_p)q_{n-1}(j\omega_p) \end{bmatrix} \quad (7.9)$$

$$\{A\} = \{a_0, a_1, \dots, a_m\}^T \quad (7.10)$$

$$\{B\} = \{b_0, b_1, \dots, b_{n-1}\}^T \quad (7.11)$$

$$[W] = \left\{ \tilde{\alpha}(j\omega_{-p})q_n(j\omega_{-p}), \dots, \tilde{\alpha}(j\omega_{-1})q_n(j\omega_{-1}), \tilde{\alpha}(j\omega_1)q_n(j\omega_1), \dots, \tilde{\alpha}(j\omega_p)q_n(j\omega_p) \right\}^T \quad (7.12)$$

Se define la desviación total del error como

$$J = \{E\}^H \{E\} \quad (7.13)$$

Para determinar los vectores $\{A\}$ y $\{B\}$ que minimecen la desviación total del error, debe cumplirse que

$$\frac{\partial J}{\partial \{A\}} = \frac{\partial J}{\partial \{B\}} = 0 \quad (7.14)$$

Esto conduce a un sistema de ecuaciones para la estimación de los coeficientes $\{A\}$ y $\{B\}$, los cuales están relacionados con los datos de la FRF medida.

APÉNDICE B

Las Tablas 7.1, 7.2, 7.3 y 7.4 muestran los valores obtenidos de las frecuencias para cada cuambio realizado según la modificación de la vuelta de pliego, ancho de absorbedores, altura de apex y ancho de tambor, respectivamente.

Ancho de Pliego	Esp-20mm	Esp+40mm	Diferencia
Modo OL	34.4 Hz	33.7 Hz	2.0 %
Modo 1L	43.7 Hz	43.0 Hz	1.6 %
Modo OT	52.1 Hz	48.7 Hz	6.5 %
Modo 1R	68.3 Hz	64.9 Hz	5.0 %
Modo 2L	75.8 Hz	75.4 Hz	0.5 %
Modo 2R	87.9 Hz	85.1 Hz	3.3 %
Modo 3R	107.8 Hz	106.0 Hz	1.7 %
Modo 3L	112.0 Hz	112.2 Hz	0.2 %
Modo 4R	128.8 Hz	128.3 Hz	0.4 %
Modo 4L	137.9 Hz	138.5 Hz	0.4 %
Modo 5R	150.3 Hz	151.0 Hz	0.7 %
Modo 5L	156.7 Hz	157.8 Hz	0.7 %
Modo 6R	170.9 Hz	172.8 Hz	1.1 %
Modo 6L	172.7 Hz	174.5 Hz	1.0 %

Tabla 7.1: Cambios por modificación en la vuelta del pliego.

Ancho absorbedor	Esp-10mm	Esp+10mm	Diferencia
Modo OL	34.5 Hz	34.5 Hz	0.0 %
Modo 1L	43.7 Hz	43.7 Hz	0.0 %
Modo OT	50.5 Hz	50.8 Hz	0.6 %
Modo 1R	65.1 Hz	65.8 Hz	1.1 %
Modo 2L	74.0 Hz	78.1 Hz	5.5 %
Modo 2R	84.6 Hz	89.0 Hz	5.2 %
Modo 3R	105.5 Hz	109.1 Hz	3.4 %
Modo 3L	109.5 Hz	115.7 Hz	5.7 %
Modo 4R	127.8 Hz	130.2 Hz	1.9 %
Modo 4L	136.1 Hz	141.4 Hz	3.9 %
Modo 5R	150.6 Hz	151.7 Hz	0.6 %
Modo 5L	155.9 Hz	159.8 Hz	2.5 %
Modo 6R	172.0 Hz	172.5 Hz	0.3 %
Modo 6L	173.1 Hz	175.6 Hz	1.4 %

Tabla 7.2: Cambios por modificación en el ancho de los absorbedores.

Altura de Apex	Esp-13mm	Esp+13mm	Diferencia
Modo OL	37.2 Hz	32.4 Hz	14.8 %
Modo 1L	47.0 Hz	41.2 Hz	14.1 %
Modo OT	58.9 Hz	47.1 Hz	25.1 %
Modo 1R	71.8 Hz	64.5 Hz	11.3 %
Modo 2L	79.5 Hz	73.2 Hz	8.6 %
Modo 2R	89.4 Hz	85.0 Hz	5.2 %
Modo 3R	109.2 Hz	105.6 Hz	3.4 %
Modo 3L	116.1 Hz	109.7 Hz	5.8 %
Modo 4R	130.7 Hz	127.3 Hz	2.7 %
Modo 4L	142.4 Hz	135.9 Hz	4.8 %
Modo 5R	153.0 Hz	149.3 Hz	2.5 %
Modo 5L	161.5 Hz	154.9 Hz	4.3 %
Modo 6R	174.9 Hz	170.0 Hz	2.9 %
Modo 6L	178.0 Hz	171.4 Hz	3.9 %

Tabla 7.3: Cambios por modificación en la altura del apex.

Ancho de Tambor	Esp-2mm	Esp+2mm	Diferencia
Modo OL	45.5 Hz	43.7 Hz	4.0 %
Modo 1L	54.6 Hz	53.0 Hz	3.0 %
Modo OT	55.3 Hz	54.7 Hz	1.1 %
Modo 1R	81.0 Hz	78.3 Hz	3.4 %
Modo 2L	88.5 Hz	86.7 Hz	2.1 %
Modo 2R	103.0 Hz	99.7 Hz	3.3 %
Modo 3R	120.7 Hz	118.0 Hz	2.3 %
Modo 3L	128.6 Hz	126.2 Hz	1.9 %
Modo 4R	138.6 Hz	136.7 Hz	1.4 %
Modo 4L	156.0 Hz	153.3 Hz	1.8 %
Modo 5R	157.1 Hz	156.1 Hz	0.6 %
Modo 5L	173.2 Hz	171.0 Hz	1.3 %
Modo 6R	175.6 Hz	175.6 Hz	0.0 %
Modo 6L	186.2 Hz	184.8 Hz	0.8 %

Tabla 7.4: Cambios por modificación en el ancho del tambor.

Bibliografía

- [1] Michelin. *The Tyre: Mechanical and acoustic comfort*. Société de Technologie Michelin, 2002.
- [2] R.W. Scavuzzo, T.R. Richards, and L.T. Charek. Tire vibration modes and effects on ride quality. *Tire Science and Technology*, 1993.
- [3] L. Molisani. *A Coupled Tire Structure-Acoustic Cavity Model*. PhD thesis, Faculty of the Virginia Polytechnic Institute, 2004.
- [4] Z. Mohamed, X. Wang, and R. Jazar. Structural-acoustic coupling study of tyre-cavity resonance. *Journal of Vibration and Control*, 2014.
- [5] D. Tsihals and E. Vinesse. U.s. patent n 7073382. Technical report, Michelin Recherehe et Technique, 2006.
- [6] H.M.R. Abouterabi and L. Kung. Application of coupled structural acoustic analysis and sensitivity calculations to a tire noise problem. *Tire Science and Technology, TSTCA*, 40:25–41, 2012.
- [7] M. E. Dalmau, L.F. Jaureguizahar, J Kuster, and A.J. Marzocca. Estudio y caracterización de modos normales en neumáticos para vehículos de pasajeros. 2013.
- [8] K.D. Marshall. *Tire Noise and Vibration*, chapter 9. National Highway Traffic Safety Administration, 2005.
- [9] J. Kuster, M.E. Dalmau, and T. Arechaga. Análisis de modos naturales y sensibilidad de componentes del neumático para optimización de ruido y confort. *Mecánica Computacional*, 2014.
- [10] S.K. Clark. *Mechanics of Pneumatic Tires*. U.S Department of Transportation and National Highway Safety Administration, 1981.
- [11] H. Vera. *Introducción a la Tecnología del Neumático*. FATE, 2014.

- [12] M.G. Anderson. Tire uniformity. *Society of Automotive Engineers*, 1961.
- [13] J.T. Broch. *Mechanical Vibration and Shock Measurement*. Brüel & Kjaer, 1984.
- [14] D. J. Ewins. *Modal Testing: Theory and Practice*. Research Studies Press Ltd., 1984.
- [15] D.L. Logan. *A First Course in the Finite Element Method*. Chris Carson, 2007.
- [16] R. Cook. *Finite Element Analysis Modeling for Stress Analysis*. John Wiley & Son, Inc., 1995.
- [17] K.J. Bathe. *Finite Element Procedures*. Prentice Hall, 1996.
- [18] E. Frías Velero. *El Método de los Elementos Finitos*. PhD thesis, Departamento de Ingeniería Eléctrica, UPC., 2004.
- [19] SIMULIA. *ABAQUS User's manual*. Dassault Systèmes, 2013.
- [20] Modal testing and identification of lower order tire natural frequencies of radial tires. Technical report, SAE International, 2012.
- [21] author. Measurement of interior sound levels of light vehicles. Technical report, SAE International, 2000.