

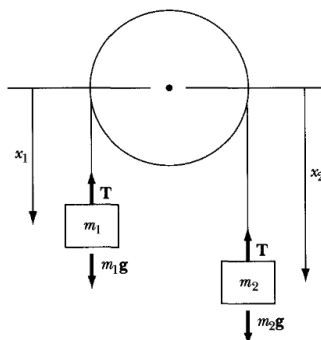
LIGADURAS

Los problemas marcados con (*) tienen alguna dificultad adicional, no dude en consultar.

1. Máquina de Atwood simple

Obtenga a partir de la ecuación de Euler-Lagrange la aceleración que presentan las pesas de masas m_1 y m_2 que cuelgan de una cuerda de longitud ℓ que pasa por sobre una polea de radio R_p y masa m_p .

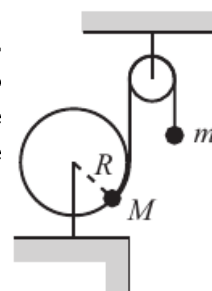
- Resuelva el caso en que se considera m_p irrelevante.
- Resuelva ahora considerando m_p , y que la polea presenta una sección cilíndrica. El momento de inercia de tal cilindro de masa m ante rotaciones en torno a su eje de simetría longitudinal es $(m/2)R^2$.



2. Aro y polea

Una partícula de masa m pende de una polea de masa también despreciable colgada del techo al extremo de una cuerda de longitud ℓ y masa despreciable. El otro extremo se atá con un nudo de masa $M > m$ a un aro de masa m_a , enrollándose parcialmente en torno a este. El radio del mismo es R y puede rotar libremente, lo que hace que este y el nudo presenten momentos de inercia $m_a R^2$ y $M R^2$ respectivamente.

- (*) Describa la ligadura contemplando el ángulo de rotación del aro.
- Obtenga la ecuación de Euler-Lagrange para la dinámica.



3. Péndulo de pesas engarzadas y acopladas

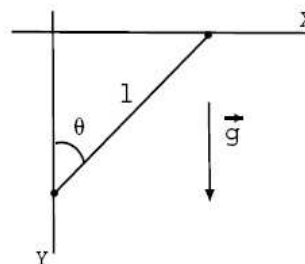
Dos partículas de masa m_1 y m_2 están unidas por una barra rígida inextensible de longitud ℓ y masa despreciable frente a las anteriores. La de m_1 se mueve solo sobre el eje x y la de m_2 solo sobre el y .

- Despeje la aceleración en la ecuación de Euler-Lagrange para una única coordenada generalizada

$$1) y \quad 2) \theta$$

Tras resolver ambos casos, ¿cuál preferiría para trabajar?

- (*) ¿Cuál es el período de movimiento de pequeñas oscilaciones para el caso $m_1 = m_2 = m$?



4. Máquina de Atwood compuesta [Marion (english) ex. 7.8]

- Obtenga las aceleraciones en este sistema resolviendo las ecuaciones de Euler-Lagrange. Las coordenadas se reducen a dos, x e y , pues con el vínculo de las cuerdas establece la posición de todas las masas y de la polea inferior. Simplifique el problema considerando despreciable la masa de las poleas de radio R .
- (*) Contemple ahora la masa de las poleas m_p . Recuerde que presentan el momento de inercia de un cilindro $(m_p/2)R^2$

