

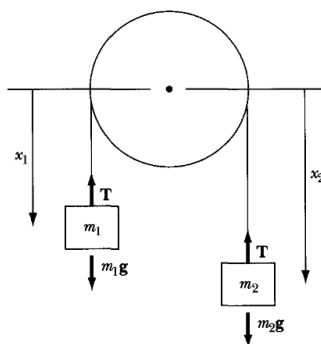
LIGADURAS

Los problemas marcados con (*) tienen alguna dificultad adicional, no dude en consultar.

1. Máquina de Atwood simple

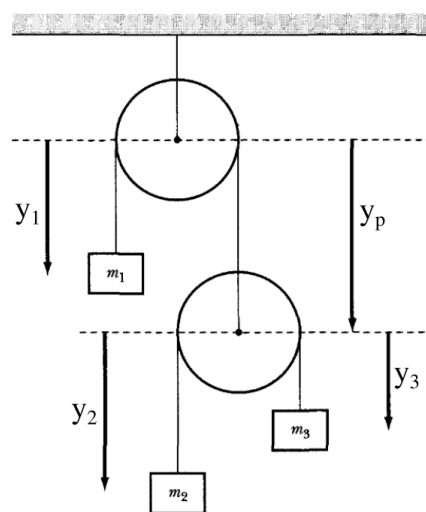
Obtenga a partir de la ecuación de Euler-Lagrange la aceleración que presentan las pesas de masas m_1 y m_2 que cuelgan de una cuerda de longitud ℓ que pasa por sobre una polea de radio R_p y masa m_p .

- Resuelva el caso en que se considera m_p irrelevante.
- Resuelva ahora considerando m_p , y que la polea presenta una sección cilíndrica. El momento de inercia de tal cilindro de masa m ante rotaciones en torno a su eje de simetría longitudinal es $(m/2)R^2$.



2. Máquina de Atwood compuesta [Marion (english) ex. 7.8]

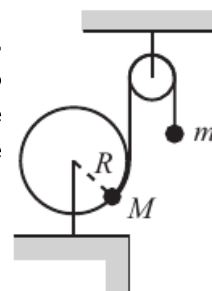
- Escriba la posición de las tres pesas y de la polea de masa m_p en función de las cuatro coordenadas generalizadas indicadas en la figura.
- Modele en dos funciones de ligadura que proveen las cuerdas.
- Haciendo uso de estas últimas reemplace en las posiciones anteriores para que estas queden expresada en función de solo dos de las coordenadas.
- Utilice las funciones que calculan automáticamente energías potenciales y cinéticas para arribar a las correspondientes dos ecuaciones de Euler-Lagrange.
- Resuelva este sistema de ecuaciones para obtener las dos correspondientes aceleraciones generalizadas y con estas escribir las aceleraciones de los cuatro cuerpos en cuestión.



3. Aro y polea

Una partícula de masa m pende de una polea de masa también despreciable colgada del techo al extremo de una cuerda de longitud ℓ y masa despreciable. El otro extremo se ata con un nudo de masa $M > m$ a un aro de masa m_a , enrollándose parcialmente en torno a éste. El radio del aro es R y puede rotar libremente, lo que hace que éste y el nudo presenten momentos de inercia $m_a R^2$ y $M R^2$ respectivamente.

- (*) Describa la ligadura contemplando el ángulo de rotación del aro.
- Obtenga la ecuación de Euler-Lagrange para la dinámica.



4. Péndulo de pesas engarzadas y acopladas

Dos partículas de masa m_1 y m_2 están unidas por una barra rígida inextensible de longitud ℓ y masa despreciable frente a las anteriores. La de m_1 se mueve solo sobre el eje x y la de m_2 solo sobre el y .

- Despeje la aceleración en la ecuación de Euler-Lagrange para una única coordenada generalizada

$$1) y \quad 2) \theta$$

Tras resolver ambos casos, ¿cuál preferiría para trabajar?

- (*) ¿Cuál es el período de movimiento de pequeñas oscilaciones para el caso $m_1 = m_2 = m$?

