

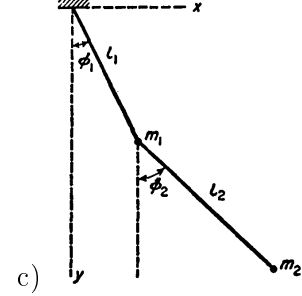
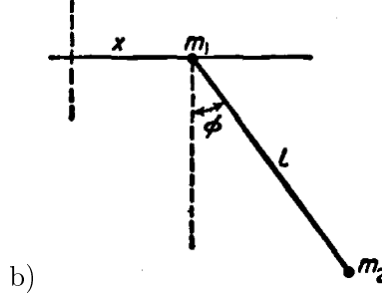
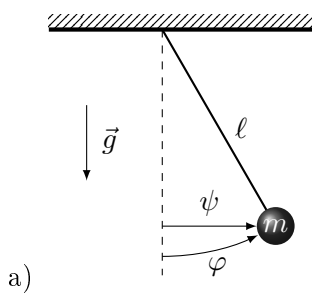
SIMULACIÓN DE LA DINÁMICA | RESOLUCIÓN NUMÉRICA DE LA ECUACIÓN DE EULER-LAGRANGE

En los siguientes problemas resolverá numericamente cada ecuación de Euler-Lagrange que corresponda a cada coordenada generalizada. Graficando tales soluciones, en el rango de tiempos y con las condiciones iniciales indicadas, estará simulando la dinámica de tales sistemas.

La aceleración gravitatoria tiene por magnitud $|\vec{g}| = 9,81 \text{ m s}^{-2}$.

Los problemas marcados con (*) tienen alguna dificultad adicional, no dude en consultar.

1. a) **Péndulo rígido ideal** [Marion (english) ex. 7.2]
- b) **Péndulo de punto de suspensión libre** [Landau §5 ej. 2]
- c) **Péndulo doble** [Landau §5 ej. 1]



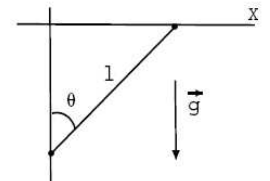
Rango de tiempo $t = 0$ a 10 s . Parámetros físicos y condiciones iniciales:

- a) $m = 3 \text{ kg}$, $l = 2 \text{ m}$, $\varphi(t = 0) = \frac{\pi}{4}$, $\dot{\varphi}(t = 0) = 0$.
- b) $m_1 = 3 \text{ kg}$, $m_2 = 1 \text{ kg}$, $l = 2 \text{ m}$, $x(t = 0) = 1 \text{ m}$, $\dot{x}(t = 0) = 0,5 \text{ m s}^{-1}$, $\phi(t = 0) = \frac{\pi}{8}$, $\dot{\phi}(t = 0) = 0$.
- c) $m_1 = 3 \text{ kg}$, $m_2 = 1 \text{ kg}$, $l_1 = 1 \text{ m}$, $l_2 = 1 \text{ m}$,
 $\phi_1(t = 0) = \frac{\pi}{8}$, $\dot{\phi}_1(t = 0) = 0$, $\phi_2(t = 0) = \frac{\pi}{4}$, $\dot{\phi}_2(t = 0) = -\frac{\pi}{16} \text{ s}^{-1}$.

2. **Péndulo de masas acopladas en movimiento restringido**

Rango de tiempo $t = 0$ a 10 s . Parámetros físicos y condiciones iniciales:

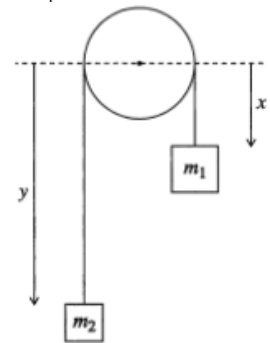
$$m_1 = m_2 = m = 2 \text{ kg}, l = 2 \text{ m}, \theta(t = 0) = \frac{\pi}{4}, \dot{\theta}(t = 0) = 0.$$



3. **Máquina de Atwood simple**

Rango de tiempo $t = 0$ a 10 s . Parámetros físicos y condiciones iniciales:

$$\begin{aligned} \ell_{\text{cuerda}} &> 150 \text{ m}, R_{\text{polea 1}} = 0,5 \text{ m}, \\ m_1 &= 8 \text{ kg}, m_2 = 1 \text{ kg}, M_{\text{polea}} = 4 \text{ kg}, \\ x(t = 0) &= 25 \text{ m}, \dot{x}(t = 0) = -10 \text{ m s}^{-1}. \end{aligned}$$



4. (*) **Maquina de Atwood compuesta** [Marion (english) ex. 7.8]

Rango de tiempo $t = 0$ a 5 s . Parámetros físicos y condiciones iniciales:

$$\begin{aligned} \ell_1 &= 15 \text{ m}, R_{\text{polea 1}} = 0,5 \text{ m}, \ell_2 = 15 \text{ m}, R_{\text{polea 2}} = 0,5 \text{ m}, \\ m_1 &= 1 \text{ kg}, m_2 = 2 \text{ kg}, m_3 = 3 \text{ kg}, M_{\text{polea 1}} = 4 \text{ kg}, M_{\text{polea 2}} = 4 \text{ kg}, \\ x(t = 0) &= 1 \text{ m}, \dot{x}(t = 0) = 0, y(t = 0) = 2 \text{ m}, \dot{y}(t = 0) = 0 \end{aligned}$$

