

SIMULACIÓN DE LA DINÁMICA | RESOLUCIÓN NUMÉRICA DE LA ECUACIÓN DE EULER-LAGRANGE

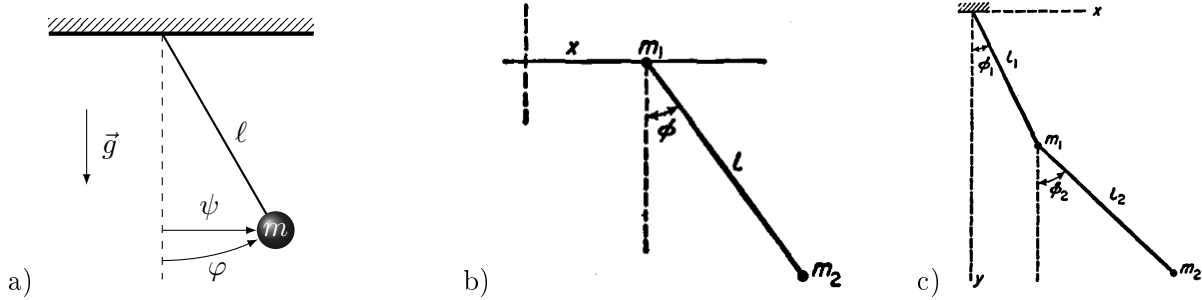
En los siguientes problemas resolverá numericamente cada ecuación de Euler-Lagrange que corresponda a cada coordenada generalizada. Graficando tales soluciones, en el rango de tiempos y con las condiciones iniciales indicadas, estará simulando la dinámica de tales sistemas.

La aceleración gravitatoria tiene por magnitud  $|\vec{g}| = 9,81 \text{ ms}^{-2}$ .

Los problemas marcados con (\*) tienen alguna dificultad adicional, no dude en consultar.

1. **Péndulo rígido ideal** [Marion (english) ex. 7.2]

**Péndulo de punto de suspensión libre y péndulo doble** [Landau §5 ejcs. 1 y 2]



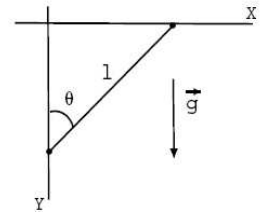
Rango de tiempo  $t = 0$  a 10s. Parámetros físicos y condiciones iniciales:

- a)  $m = 3 \text{ kg}$ ,  $\ell = 2 \text{ m}$ ,  $\varphi(t = 0) = \frac{\pi}{4}$ ,  $\dot{\varphi}(t = 0) = 0$ .
- b)  $m_1 = 3 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 1 \text{ kg}$ ,  $\ell = 2 \text{ m}$ ,  $x(t = 0) = 1 \text{ m}$ ,  $\dot{x}(t = 0) = 0,5 \text{ ms}^{-1}$ ,  $\phi(t = 0) = \frac{\pi}{8}$ ,  $\dot{\phi}(t = 0) = 0$ .
- c)  $m_1 = 3 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 1 \text{ kg}$ ,  $\ell_1 = 1 \text{ m}$ ,  $\ell_2 = 1 \text{ m}$ ,  
 $\phi_1(t = 0) = \frac{\pi}{8}$ ,  $\dot{\phi}_1(t = 0) = 0$ ,  $\phi_2(t = 0) = \frac{\pi}{4}$ ,  $\dot{\phi}_2(t = 0) = -\frac{\pi}{16} \text{ s}^{-1}$ .

2. **Péndulo de masas acopladas en movimiento restringido**

Rango de tiempo  $t = 0$  a 10s. Parámetros físicos y condiciones iniciales:

$$m_1 = m_2 = m = 2 \text{ kg}, \ell = 2 \text{ m}, \theta(t = 0) = \frac{\pi}{4}, \dot{\theta}(t = 0) = 0.$$



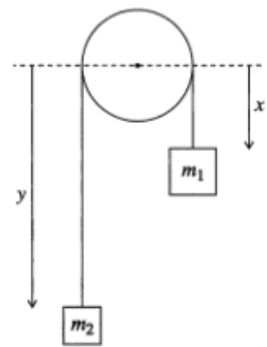
3. **Máquina de Atwood simple**

Rango de tiempo  $t = 0$  a 10s. Parámetros físicos y condiciones iniciales:

$$\ell_{\text{cuerda}} > 150 \text{ m}, R_{\text{polea 1}} = 0,5 \text{ m},$$

$$m_1 = 2 \text{ kg}, m_2 = 1 \text{ kg}, m_{\text{polea}} = 4 \text{ kg},$$

$$x(t = 0) = 25 \text{ m}, \dot{x}(t = 0) = -10 \text{ ms}^{-1}.$$



4. (\*) **Maquina de Atwood compuesta** [Marion (english) ex. 7.8]

Rango de tiempo  $t = 0$  a 5s. Parámetros físicos y condiciones iniciales:

$$\ell_1 = 15 \text{ m}, R_{\text{polea 1}} = 0,5 \text{ m}, \ell_2 = 15 \text{ m}, R_{\text{polea 2}} = 0,5 \text{ m},$$

$$m_1 = 1 \text{ kg}, m_2 = 2 \text{ kg}, m_3 = 3 \text{ kg}, m_{\text{polea 1}} = 4 \text{ kg}, m_{\text{polea 2}} = 4 \text{ kg},$$

$$x(t = 0) = 1 \text{ m}, \dot{x}(t = 0) = 0, y(t = 0) = 2 \text{ m}, \dot{y}(t = 0) = 0$$

