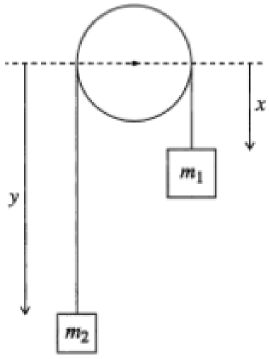
Mecánica Analítica Computacional

Ligaduras

Los problemas marcados con (*) tienen alguna dificultad adicional, no dude en consultar.

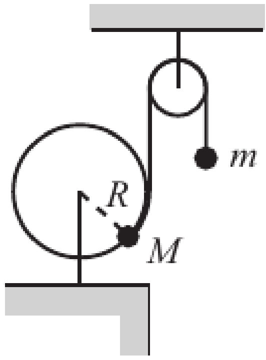
1. **Máquina de Atwood simple**
Obtenga con la ecuación de Euler-Lagrange la aceleración que presentan las pesas que cuelgan de una cuerda de longitud ℓ que pasa por sobre una polea de radio R y masa M.



   a) Resuelva para el caso en que se considera M irrelevante.

   b) Resuelva ahora considerando M, y que la polea presenta una sección cilíndrica. El momento de inercia de un cilindro ante rotaciones en torno a su eje de simetría longitudinal es $(M/2)R^2$.

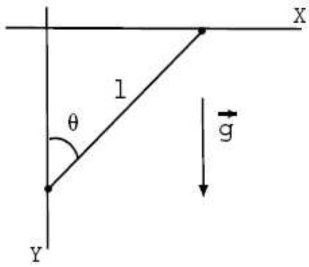
2. **Aro y polea**
Una partícula de masa M se está ligida a un aro de radio R y masa despreciable dispuesto verticalmente que rota libremente en torno a su centro fijo. La partícula está atada por una cuerda que se enrolla parcialmente en torno al aro, luego asciende verticalmente y pasa por una polea. Otra partícula de masa $m < M$ pende del otro extremo de la cuerda de longitud ℓ.



   a) Encuentre la ecuación de movimiento para la el ángulo de rotación del aro.

   b) Obtenga con la ecuación de Euler-Lagrange la ecuación de la dinámica.

3. **Péndulo de pesas engarzadas y acopladas**
Dos partículas de masa m_1 y m_2 están unidas por una barra rígida inextensible de longitud ℓ y masa desperciable frente a las anteriores; m_1 se mueve solo sobre el eje x y m_2 solo sobre el y. Las condiciones iniciales son las que indica la figura.

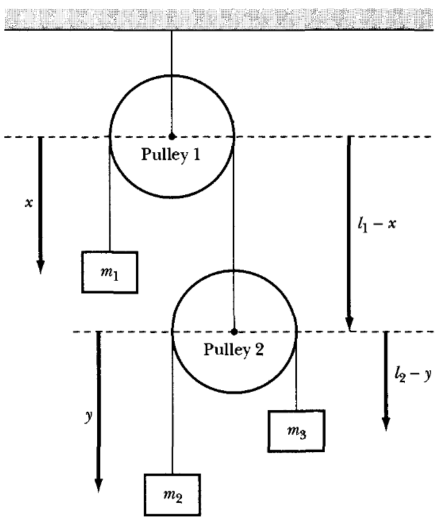


   a) Obtenga con la ecuación de Euler-Lagrange la ecuación de la dinámica en función de θ.

   b) ¿Cuál es el período de movimiento de θ para el caso $m_1 = m_2 = m$? Suponga que θ solo puede tomar valores pequeños.

   c) (*) Resuelva la ecuación de la dinámica para obtener $\theta(t)$ en el caso que el sistema parte del reposo con un $\theta_0 \neq 0$.

4. **Maquina de Atwood compuesta** [Marion (english) ex. 7.8]



   a) Obtenga las aceleraciones en este sistema resolviendo las ecuaciones de Euler-Lagrange. Las coordenadas se reducen a dos, x e y, pues con el vínculo de las cuerdas establece la posición de todas las masas y de la polea inferior. Simplifique el problema considerando que las poleas de radio R tienen masa nula ($M = 0$).

   b) (*) Contemple ahora la masa de las poleas. Recuerde que el momento de inercia de un cilíndro es $MR^2/2$