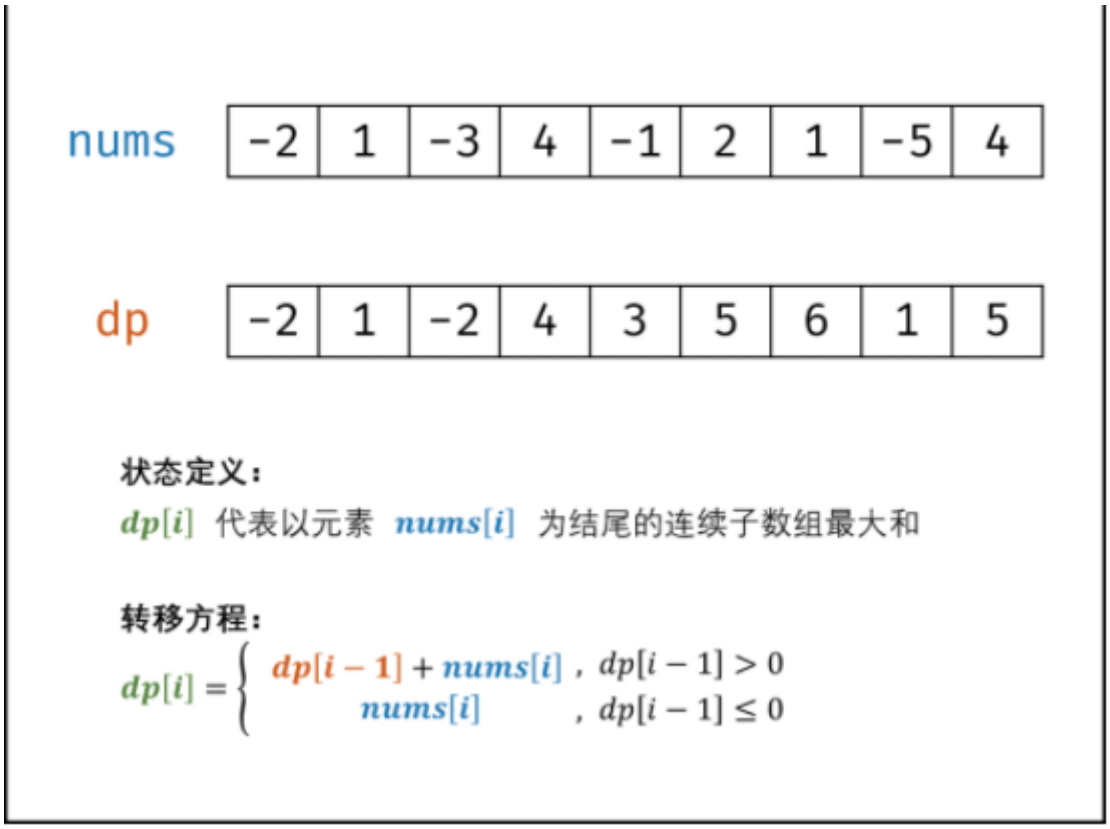
动态规划

斐波那契数列

> f(n + 1) = f(n) + f(n - 1)$f(n+1)=f(n)+f(n-1)$

```
class Solution {
    // time O(n) space O(1)
public:
    int mod = 1e9+7;
    int fib(int n) {
        int a=0,b=1,sum;
        for (int i = 0; i < n; ++i) {
            sum=(a+b) % mod;
            a=b;
            b=sum;
        }
        return a;
    }
};
```

连续子数组的最大和



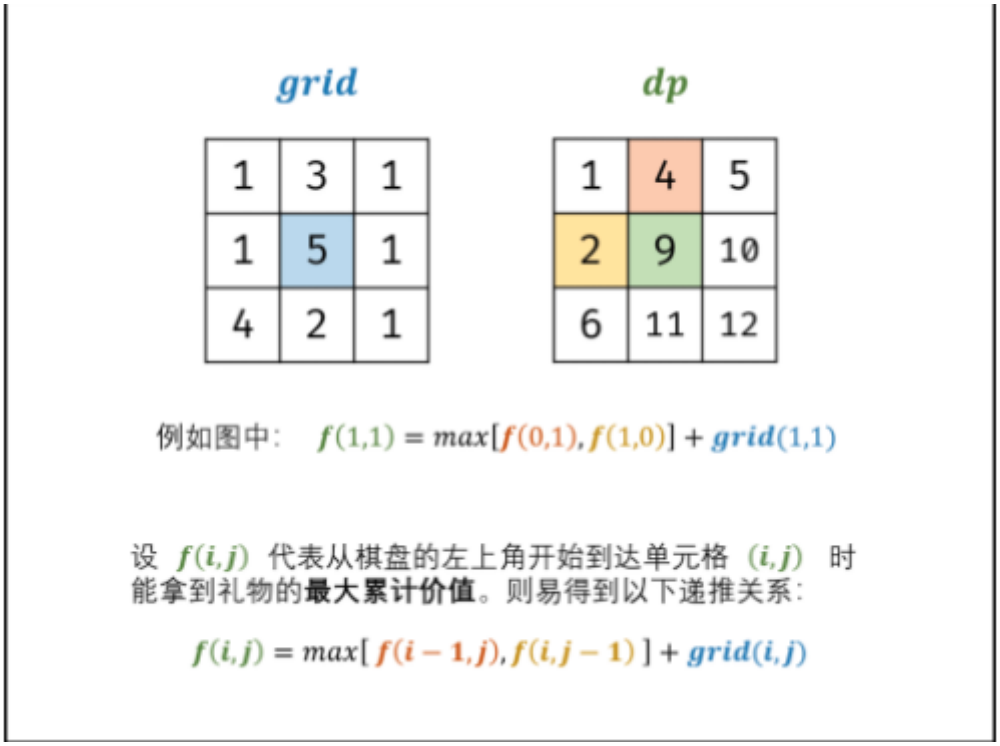
```
![1](动态规划/1.png)xxxxxxxxxx class Solution {public:    int maxSubArray(vector<int>&
nums) {        // dp        int res = nums[0];        for(int i = 1; i < nums.size();
i++) {            nums[i] += max(nums[i - 1], 0);            res = max(res, nums[i]);
    }        return res;    }};
```

剑指 Offer 47. 礼物的最大价值

在一个 m*n 的棋盘的每一格都放有一个礼物，每个礼物都有一定的价值（价值大于 0）。你可以从棋盘的左上角开始拿格子里的礼物，并每次向右或者向下移动一格、直到到达棋盘的右下角。给定一个棋盘及其上面的礼物的价值，请计算你最多能拿到多少价值的礼物？

示例 1:

输入:
```
[
  [1,3,1],
  [1,5,1],
  [4,2,1]
]
```
输出: 12
解释: 路径 1→3→5→2→1 可以拿到最多价值的礼物



动态规划解析：

- **状态定义：** 设动态规划矩阵 dp ，$dp(i,j)$ 代表从棋盘的左上角开始，到达单元格 (i,j) 时能拿到礼物的最大累计价值。
- **转移方程：**

  1. 当 $i=0$ 且 $j=0$ 时，为起始元素；
  2. 当 $i=0$ 且 $j\neq 0$ 时，为矩阵第一行元素，只可从左边到达；
  3. 当 $i\neq 0$ 且 $j=0$ 时，为矩阵第一列元素，只可从上边到达；
  4. 当 $i\neq 0$ 且 $j\neq 0$ 时，可从左边或上边到达；

$$dp(i,j)=\begin{cases} grid(i,j) & ,i=0,j=0 \\ grid(i,j)+dp(i,j-1) & ,i=0,j\neq 0 \\ grid(i,j)+dp(i-1,j) & ,i\neq 0,j=0 \\ grid(i,j)+\max[dp(i-1,j),dp(i,j-1)] & ,i\neq 0,j\neq 0 \end{cases}$$

- **初始状态：** $dp[0][0]=grid[0][0]$ ，即到达单元格 $(0,0)$ 时能拿到礼物的最大累计价值为 $grid[0][0]$ ；
- **返回值：** $dp[m-1][n-1]$ ，m,n 分别为矩阵的行高和列宽，即返回 dp 矩阵右下角元素。

空间复杂度优化：

- 由于 $dp[i][j]$ 只与 $dp[i-1][j]$ ，$dp[i][j-1]$ ，$grid[i][j]$ 有关系，因此可以将原矩阵 $grid$ 用作 dp 矩阵，即直接在 $grid$ 上修改即可。
- 应用此方法可省去 dp 矩阵使用的额外空间，因此空间复杂度从 $O(MN)$ 降至 $O(1)$ 。

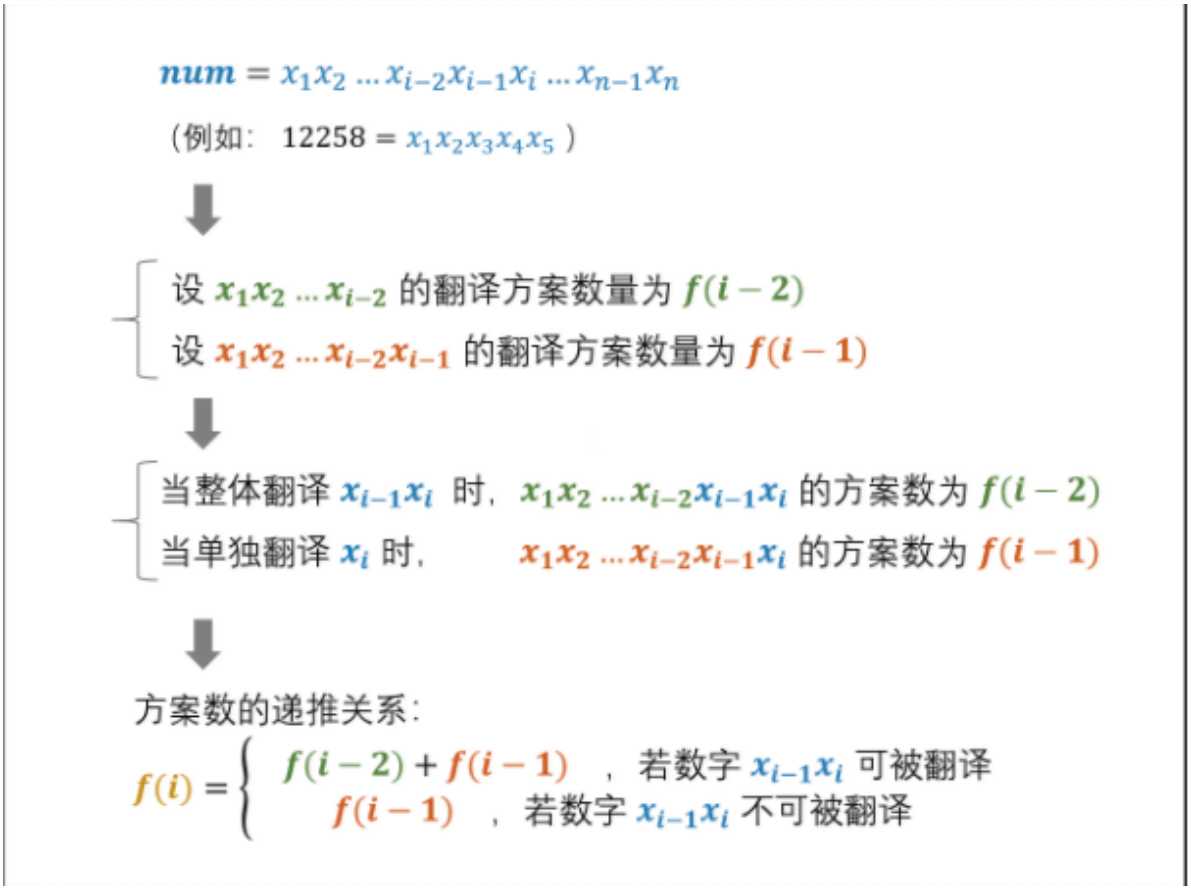
```
class Solution {
public:
    int maxValue(vector<vector<int>>& grid) {
        //  f(i, j)f(i,j) 为从棋盘左上角走至单元格 (i ,j)(i,j) 的礼物最大累计价值
        int m = grid.size(), n = grid[0].size();
        for (int i = 0; i < m; ++i) {
            for (int j = 0; j < n; ++j) {
                if(i == 0 && j == 0) continue;
                if(i == 0) {
                    grid[i][j] += grid[i][j - 1]; // dp
                }
                else if(j==0){
                    grid[i][j] += grid[i - 1][j];
                }else{
                    grid[i][j] += max(grid[i - 1][j], grid[i][j - 1]);
                }
            }
        }
        return grid[m - 1][n - 1];
    }
};
```

剑指 Offer 46. 把数字翻译成字符串

给定一个数字，我们按照如下规则把它翻译为字符串：0 翻译成“a”，1 翻译成“b”，……，11 翻译成“l”，……，25 翻译成“z”。一个数字可能有多个翻译。请编程实现一个函数，用来计算一个数字有多少种不同的翻译方法。

示例 1：

输入： 12258
输出： 5
解释： 12258有5种不同的翻译，分别是"bccfi", "bwfi", "bczi", "mcfi"和"mzi"




```cpp
class Solution {
public:
    int translateNum(int num) {
        string stringNum = to_string(num);
        int n = stringNum.size();
        int dp[n];
        int a = 1, b = 1, c; // a=dp[i-1] b=dp[i-2]  b  ---> a ----> c

        for (int i = 2; i <= n; i++) {
            string tmp = stringNum.substr(i - 2, 2);
            if (tmp >= "10" && tmp <= "25") {
                c = a + b;
            } else {
                c = a;
            }
```

```
            b = a;
            a = c;
        }
        return a;
    }
};
```