Ejercicios de Probabilidad: Distribuciones de Poisson y Normal

Desarrollado de ejercicios de Probabilidad

Octubre 2025

Introducción

En este documento se presentan ejercicios de aplicación de las distribuciones **Poisson** (discreta) y **Normal** (continua). Cada ejercicio incluye:

- Enunciado del problema.
- Formulación matemática.
- Resolución paso a paso.
- Sugerencia para resolverlo usando librerías de Python (`scipy.stats`, `numpy`, etc.).

1. Distribuciones de Poisson

Ejercicio 1: Llamadas telefónicas

Enunciado: En un centro de atención telefónica llegan en promedio $\lambda = 3$ llamadas por minuto. Se desea calcular:

1. $P(X = 5)$: probabilidad de recibir exactamente 5 llamadas en un minuto.
2. $P(X \geq 2)$: probabilidad de recibir al menos 2 llamadas.

Formulación:

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}$$

Solución:

$$P(X = 5) = \frac{e^{-3}3^5}{5!} = e^{-3}\frac{243}{120} \approx 0{,}1008$$

$$P(X \geq 2) = 1 - [P(X = 0) + P(X = 1)] = 1 - [e^{-3}(1 + 3)] = 1 - 4e^{-3} \approx 0{,}8008$$

Resultado:

$$P(X = 5) = 0{,}1008, \quad P(X \geq 2) = 0{,}8008$$

En Python:

```
from scipy.stats import poisson

p1 = poisson.pmf(5, mu=3)
p2 = 1 - poisson.cdf(1, mu=3)
print(p1, p2)
```

—

Ejercicio 2: Defectos en una tela

Enunciado: El número de defectos por rollo de tela sigue una distribución Poisson con $\lambda = 2{,}5$ defectos por rollo. Calcular:

1. $P(X = 3)$
2. $P(X < 2)$

Solución:

$$P(X = 3) = \frac{e^{-2{,}5}(2{,}5)^3}{3!} = 0{,}213$$

$$P(X < 2) = P(X = 0) + P(X = 1) = e^{-2{,}5}(1 + 2{,}5) = 0{,}2873$$

Resultado:

$$P(X = 3) = 0{,}213, \quad P(X < 2) = 0{,}2873$$

En Python:

```
from scipy.stats import poisson

p3 = poisson.pmf(3, mu=2.5)
p4 = poisson.cdf(1, mu=2.5)
print(p3, p4)
```

—

2. Distribuciones Normales

Ejercicio 3: Altura de estudiantes

Enunciado: La altura de los estudiantes de una universidad sigue una distribución normal con $\mu = 170$ cm y $\sigma = 6$ cm. Calcular:

1. $P(X > 180)$
2. $P(165 < X < 175)$

Formulación:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

Solución:

$$P(X > 180) = P(Z > 1{,}67) = 1 - \Phi(1{,}67) = 1 - 0{,}9525 = 0{,}0475$$

$$P(165 < X < 175) = P(-0{,}83 < Z < 0{,}83) = \Phi(0{,}83) - \Phi(-0{,}83) = 0{,}7977 - 0{,}2023 = 0{,}5954$$

Resultado:

$$P(X > 180) = 0{,}0475, \quad P(165 < X < 175) = 0{,}5954$$

En Python:

```
from scipy.stats import norm

p5 = 1 - norm.cdf(180, loc=170, scale=6)
p6 = norm.cdf(175, loc=170, scale=6) - norm.cdf(165, loc=170, scale=6)
print(p5, p6)
```

—

Ejercicio 4: Vida útil de focos

Enunciado: La vida útil de las bombillas se distribuye normalmente con $\mu = 1200$ horas y $\sigma = 100$ horas. Calcular:

1. $P(X < 1000)$
2. $P(1100 < X < 1300)$
3. El valor x tal que el 10 % más resistente dure más de x horas.

Solución:

$$P(X < 1000) = P(Z < -2) = 0{,}0228$$

$$P(1100 < X < 1300) = P(-1 < Z < 1) = 0{,}8413 - 0{,}1587 = 0{,}6826$$

$$P(X > x) = 0{,}10 \Rightarrow P(X \leq x) = 0{,}90 \Rightarrow z_{0{,}90} = 1{,}2816$$

$$x = \mu + z\sigma = 1200 + (1{,}2816)(100) = 1328{,}16$$

Resultado:

$$P(X < 1000) = 0{,}0228, \quad P(1100 < X < 1300) = 0{,}6826, \quad x = 1328{,}16$$

En Python:

```
from scipy.stats import norm

p7 = norm.cdf(1000, loc=1200, scale=100)
p8 = norm.cdf(1300, loc=1200, scale=100) - norm.cdf(1100, loc=1200, scale=100)
x_90 = norm.ppf(0.9, loc=1200, scale=100)
print(p7, p8, x_90)
```

—

Conclusión

Las librerías de Python como `scipy.stats` permiten resolver con precisión problemas de probabilidad sin recurrir a tablas.

- Para distribuciones discretas: `poisson.pmf()` y `poisson.cdf()`.
- Para distribuciones continuas: `norm.pdf()`, `norm.cdf()` y `norm.ppf()`.

Estas herramientas permiten automatizar cálculos, graficar distribuciones y realizar simulaciones para comprender el comportamiento probabilístico de los fenómenos.