第三节　方差

$D(X)+[E(X)]^2$

1. 填空题.

(1) 设随机变量 $X\sim\pi(2)$，则 $E(X^2)=$ 6.

(2) 设随机变量 $X\sim B(n,p)$分布，已知 $E(X)=1.6, D(X)=1.28$，则参数 $n=$ 8，$p=$ 0.2.

(3) 设随机变量 X,Y 相互独立，且 $D(X)=D(Y)=1$，则 $D(X-Y)=$ 2.

$D(X-Y)=D$

(4) 设随机变量 X,Y 相互独立，且 $X\sim N(1,4)$，$Y\sim N(0,1)$，令 $Z=X-Y$，则 $E(Z^2)=$ 6.

$2E(X)+E(Y)$　　$4D(X)+D(Y)$

(5) 设 $X\sim N(0,1), Y\sim B(16,\frac{1}{2})$ 8，且两随机变量相互独立，则 $E(2X+Y)=$ 8；$D(2X+Y)=$ 8.

(6) 设随机变量 X,Y 相互独立，且 $X\sim N(-1,2)$，$Y\sim N(1,3)$，则 $X+2Y$ 服从 $N(1,14)$

(7) 设随机变量 X 的概率密度函数为

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{\pi}}e^{-x^2},\ -\infty<x<+\infty$$

$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$　　$\mu=0$　$\sigma=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$N(0,\frac{\sqrt{2}}{2})$

则 $D(X)=$ $\frac{1}{2}$.

(8) 设 $X\sim\pi(\lambda)$，且 $E[(X-1)(X-2)]=1$，则 $\lambda=$ 1.

$E[X^2-3X+2]=E(X^2)-3E(X)+2=D(X)+E^2(X)-3E(X)+2$

(9) 设随机变量 X,Y 相互独立，且 $D(X)=2, D(Y)=1$，则 $D(X-2Y+3)=$ 6.

(10) 设随机变量 $X\sim E(1)$，则 $E(2X^2+e^{-X})=$ $\frac{9}{2}$；$D(2X+1)=$ 4.

(11) 设随机变量 X 的概率分布律为

X	-1	0	1
p	p_1	p_2	p_3
	0.4	0.1	0.5

且 $E(X)=0.1$，$E(X^2)=0.9$，则 $D(-2X+1)=$ 3.56；

$p_1=$ 0.4；$p_2=$ 0.1；$p_3=$ 0.5.

2. 设随机变量 X 的分布律为

X	-1	0	1
p	1/3	1/3	1/3

记 $Y=X^2$，求 $D(X)$，$D(Y)$.

解：

$E(X)=0$　　$E(Y)=\frac{2}{3}$

$E(X^2)=\frac{2}{3}$　　$E(Y^2)=\frac{2}{3}$

$D(X)=E(X^2)-[E(X)]^2=\frac{2}{3}$

$D(Y)=E(Y^2)-[E(Y)]^2=\frac{2}{9}$

3. 某商店经销商品的利润率 X 的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}2(1-x), & 0<x<1\\ 0, & 其他\end{cases},$$

求 $D(X)$.

4. 设(X,Y)的概率密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases}12y^2, & 0\le y\le x\le 1\\ 0, & 其他\end{cases}$，求 $D(X)$，$D(Y)$.

解

$E(X)=\int_0^1\int_0^x 12y^2x\,dy\,dx=\frac{4}{5}$

$E(X^2)=\int_0^1\int_0^x 12y^2x^2\,dy\,dx=\frac{2}{3}$

$D(X)=E(X^2)-[E(X)]^2=\frac{2}{75}$

$E(Y)=\int_0^1\int_y^1 12y^2\cdot y\,dx\,dy=\frac{3}{5}$

$E(Y^2)=\int_0^1\int_y^1 12y^2\cdot y^2\,dx\,dy=\frac{2}{5}$

$D(Y)=E(Y^2)-[E(Y)]^2=\frac{1}{25}$

5. 设两个随机变量 X,Y 相互独立，且都服从均值为 0，方差为 $\frac{1}{2}$ 的正态分布，求 $D(|X-Y|)$.

解：设 $Z=X-Y$　　$Z\sim(0,1)$

$\cancel{E(Z)}$ $D(|X-Y|)=D(|Z|)=E(|Z|^2)-[E(|Z|)]^2$

$=E(Z^2)-[E(|Z|)]^2$

$=1-\frac{2}{\pi}$

$E(Z^2)=D(Z)-[E(Z)]^2$

$=1-0$

$=1$

$E(|Z|)=2\int_0^{+\infty}z\cdot\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{z^2}{2}}dz=\sqrt{\frac{2}{\pi}}$

6. 设 X,Y 相互独立，且都服从[0,1]上的均匀分布，令 $Z=\min(X,Y)$，求 $D(Z)$.