



İ.Ü. MÜHENDİSLİK FAK., BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
Algoritma Analizi Dersi Vize Sınav 25/04/2013

Önemli: Sınav süresi 80 Dakikadır. Sınav süresi boyunca öğrenci kimliğini veya nüfus cüzdanınızı masanın üzerinde bulundurunuz. Cep telefonlarınızı kapatınız. Sınav sorumlularının talimatlarına uyunuz. Sınav başlangıcından itibaren ilk 15 dakikada sınavı terk etmeyiniz.

Adı:	Toplam:
Soyadı:	C1)
No:	C2)
İmza:	C3)
	C4)

SORULAR

S.1) (10p+10p) Aşağıdaki eşitliklerin doğru/yanlışlığını gösteriniz.

- a) $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere $f(n)$ ve $g(n)$ birer polinomsal bağıntıdır. $\max(f(n), g(n)) = \Theta(f(n) + g(n))$.
b) $n \in \mathbb{Z}^+$, $a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere $(n+a)^b = \Theta(n^b)$.

Cevap:

- a) $\max(f(n), g(n)) = \Theta(f(n) + g(n))$ ifadesinin doğruluğunu göstermek için her iki fonksiyonun dereceleri üzerinden gidilmelidir. Dereceleri $d(f(n)) = d_1$ ve $d(g(n)) = d_2$ olsun. İki durum söz konusudur.
-Eğer $d_1 \geq d_2$ ise, $\max(f(n), g(n)) = \Theta(f(n))$ olur, çünkü $\Theta(f(n) + g(n)) \leq c(f(n) + g(n))$ olur. $d_1 \geq d_2$ olduğundan $cf(n) \geq cg(n)$ olur ve $\Theta(f(n) + g(n)) = \Theta(f(n))$ olur.
-Eğer $d_2 > d_1$ ise, $\max(f(n), g(n)) = \Theta(g(n))$ olur, çünkü $\Theta(f(n) + g(n)) \leq c(f(n) + g(n))$ olur. $d_2 > d_1$ olduğundan $cg(n) \geq cf(n)$ olur ve $\Theta(f(n) + g(n)) = \Theta(g(n))$ olur. Eşitlik doğrudur.

- b) $n \in \mathbb{Z}^+$, $a, b \in \mathbb{R}$ ve a, b birer sabittir. Bu durumda parantez içerisindeki ifadenin açılmış haline bakılması gerekir.

$$(n+a)^b = \binom{b}{0}n^b + \binom{b}{1}n^{b-1}a + \binom{b}{2}n^{b-2}a^2 + \dots + \binom{b}{b-1}na^{b-1} + \binom{b}{b}a^b$$

Verilen bu bağıntıda derecesi yüksek olan iki terim birinci ve son terimdir. Son terimde a sabit olduğu için sonuç da sabit olacaktır. Bu durumda geriye tek terim kalıyor ve o terim $\binom{b}{0}n^b = n^b$ şeklinde olacaktır. Bu durumda $(n+a)^b = \Theta(n^b)$ olur.

S-2) (30p veya 15p) Bir reel (gerçel) sayılar dizisinde eğer en az iki tane eşit değer bulunuyorsa, dizinin permutasyonu bilinen bir permutasyona dönüştürüldükten sonra bu değerlerin bulunduğu bölgeye plato denir. PLATO algoritması herhangi bir n elemanlı sayılar dizisini alıyor. Eğer bu dizide en az bir bölgede plato varsa, “1” değerini yoksa “0” değerini döndürüyor. Diziyi R dizisi olarak alın ve bu algoritmanın zahiri kodunu yazınız (**Yazmış olduğunuz algoritma merteye yönünde $\Theta(n \lg n)$ şeklinde ise bu sorudan alınacak puan 30; eğer daha yüksek ise alınacak puan 15 olacaktır**).

Cevap:

PLATO(R, n)

1. Sırala(R, n)
2. cevap $\leftarrow 0$

3. $i \leftarrow 1, 2, \dots, n-1$
4. Eğer $R[i] = R[i+1]$ ise
5. cevap $\leftarrow 1$

S.3) (15p+5p+15p) Recursion tasarım tekniğinin hangi problemlere uygulandığını kısaca açıkladıktan sonra x bir reel sayı olmak üzere bu sayının n . kuvveti alınacaktır. KUVVET algoritması bu işlemi recursive olarak gerçekleştirmektedir. Bu algoritmayı yazınız ve yazmış olduğunuz algoritmanın zaman bağıntısını tekrarlı bağıntı olarak elde ediniz. Elde etmiş olduğunuz bağıntının mertebesini elde ediniz (**Iterative yazılan algoritmalara herhangi bir puan verilmeyecektir**).

Cevap:

Bir P problemine herhangi bir işlem uygulandıktan sonra P_1 gibi bir problem elde edildiğinde P_1 problemi eğer P probleminin karakteristik özelliklerini taşıyorsa, özdevinim (recursion) tasarım tekniği uygulanabilir.

KUVVET(x, n)

1. Eğer $n=0$ ise
2. Sonuç $\leftarrow 1$
3. Değilse Sonuç $\leftarrow x * KUVVET(x, n-1)$

Bu algoritmanın zaman bağıntısı $T(n)$ olmak üzere

$T(n) = T(n-1) + \Theta(1)$ olur, çünkü algoritmanın özdevinim adımı dışında kalan kısmın çalışma zamanı n parametresinden bağımsızdır.

$T(n) = T(n-1) + \Theta(1)$

$= T(n-2) + \Theta(1) + \Theta(1)$

$= T(n-3) + \Theta(1) + \Theta(1) + \Theta(1) = T(n-3) + 3\Theta(1)$

.....

$T(n) = T(1) + (n-1)\Theta(1) = \Theta(n)$ olur.

S-4) (20p) Mertebesi $v=2$ olan bir B-ağacına sırası ile 2, 8, 90, 45, 20, 30, 15, -40, 34, 56, 0 değerlerini ekleyiniz. Ağacın her yapı değişikliğini ayrı bir şekil olarak çiziniz (**ağacın son durumunu doğrudan çizenler bu sorudan herhangi bir puan alamayacaklardır**).

Cevap:

