

Übung 05

Einmalige und mehrperiodige Bestandsentscheidungen

Aufgabe 1: Das Newsvendor-Problem

Ein Event-Veranstalter plant den Verkauf von T-Shirts für ein einmaliges Open-Air-Konzert. Die Nachfrage nach den T-Shirts ist unsicher und wird als normalverteilt mit einem Erwartungswert von 800 Stück und einer Standardabweichung von 150 Stück geschätzt.

Kostendaten:

- **Einkaufspreis pro T-Shirt:** 10 GE
- **Verkaufspreis pro T-Shirt:** 25 GE
- **Rückkaufpreis (Restwert) pro nicht verkäuflichem T-Shirt:** 4 GE (Der Lieferant nimmt unverkäufliche Ware zurück)

Ihre Aufgaben:

1. **Underage- und Overage-Kosten:** Bestimmen Sie die Underage-Kosten (c_U) und die Overage-Kosten (c_O).
 - c_U : Kosten pro Einheit, die man zu wenig bestellt hat (entgangener Gewinn).
 - c_O : Kosten pro Einheit, die man zu viel bestellt hat (Verlust pro übrig gebliebenem T-Shirt).
2. **Kritisches Verhältnis:** Berechnen Sie das kritische Verhältnis (Critical Ratio).
3. **Optimale Bestellmenge:** Bestimmen Sie die optimale Bestellmenge (x_{opt}), die der Veranstalter ordern sollte, um den erwarteten Gewinn zu maximieren.
4. **Sicherheitsbestand:** Wie hoch ist der resultierende Sicherheitsbestand?

Aufgabe 2: Periodische Lagerhaltungspolitik (r, S)

Ein Fachgeschäft für Wander-Ausrüstung verkauft einen speziellen Typ Wanderstiefel. Die Nachfrage ist annähernd normalverteilt. Der Bestand wird alle 4 Wochen ($r=4$) überprüft. Die Lieferzeit vom Hersteller beträgt konstant 2 Wochen ($L=2$).

Daten zur wöchentlichen Nachfrage:

- **Erwartungswert (μ_D):** 20 Paar
- **Standardabweichung (σ_D):** 8 Paar

Das Geschäft strebt einen β -Servicegrad von 98% an. Das bedeutet, dass 98% der gesamten Nachfrage direkt aus dem Lager bedient werden soll.

Ihre Aufgaben:

1. **Risikozeitraum:** Bestimmen Sie den Risikozeitraum für diese (r, S)-Politik.
2. **Nachfrageparameter:** Berechnen Sie den Erwartungswert und die Standardabweichung der Nachfrage während des gesamten Risikozeitraums.

3. **Optimales Bestellniveau:** Bestimmen Sie das optimale Bestellniveau S_{opt} . Nehmen Sie zur Vereinfachung an, dass der Fehlmengenteil direkt aus der Einheiten-Verlustfunktion der Normalverteilung über den gesamten Risikozeitraum $(r + L)$ abgeleitet werden kann. $S_{opt} = \mu_{r+L} + v_{opt} \cdot \sigma_{r+L}$, wobei v_{opt} so gewählt wird, dass $G_Z^{(1)}(v_{opt}) \leq \frac{(1-\beta) \cdot r \cdot \mu_D}{\sigma_{r+L}}$. Nutzen Sie die Approximation $G_Z^{(1)}(v) \approx \phi(v) - v \cdot (1 - \Phi(v))$.

Aufgabe 3: Newsvendor mit diskreter Nachfrage

Ein Bäcker muss morgens entscheiden, wie viele eines speziellen Kuchens er für den Tag backen soll. Die Herstellungskosten pro Kuchen betragen 5 GE, der Verkaufspreis liegt bei 12 GE. Nicht verkaufte Kuchen können am Ende des Tages nicht mehr verkauft werden und haben einen Restwert von 0 GE.

Die Nachfrage nach diesem Kuchen ist erfahrungsgemäß wie folgt verteilt:

Nach- frage (Y)	8 Kuchen	9 Kuchen	10 Kuchen	11 Kuchen	12 Kuchen
Wahrschein- lichkeit P(Y)	0.10	0.20	0.35	0.25	0.10

Ihre Aufgaben:

1. **Underage- und Overage-Kosten:** Berechnen Sie die Underage- (c_U) und Overage-Kosten (c_O).
2. **Kritisches Verhältnis:** Berechnen Sie das kritische Verhältnis.
3. **Tabelle der kumulierten Wahrscheinlichkeiten:** Erstellen Sie eine Tabelle mit der kumulierten Wahrscheinlichkeit $F(x)$ für jede mögliche Bestellmenge x .
4. **Optimale Bestellmenge:** Bestimmen Sie die optimale Bestellmenge x_{opt} , die der Bäcker backen sollte.

Aufgabe 4: Bestellpunkt-Politik (s, q) mit Undershoot

Ein Händler für Elektronikbauteile verwendet für ein bestimmtes Bauteil eine (s, q) -Politik. Die tägliche Nachfrage D ist normalverteilt mit $\mu_D = 100$ und $\sigma_D = 20$. Die Wiederbeschaffungszeit beträgt $L = 5$ Tage. Es wird eine feste Bestellmenge von $q = 800$ Stück verwendet.

Das Unternehmen möchte einen β -Servicegrad von 99% erreichen.

Ihre Aufgaben:

1. **Undershoot:** Berechnen Sie den Erwartungswert $E\{U\}$ und die Varianz $\text{Var}\{U\}$ des Undershoots. Nehmen Sie an, dass die Nachfrageverteilung normalverteilt ist.
2. **Nachfrage im Risikozeitraum:** Berechnen Sie den Erwartungswert μ_Y und die Varianz σ_Y^2 der Nachfrage im gesamten Risikozeitraum ($Y = Y^{(L)} + U$).
3. **Optimaler Bestellpunkt:** Bestimmen Sie den optimalen Bestellpunkt s_{opt} , der für den angestrebten Servicegrad nötig ist. Nehmen Sie an, dass der Fehlbestand am Anfang eines Zyklus vernachlässigbar klein ist ($G_Y^{(1)}(s + q) \approx 0$).