

Übung 04

Bestandsmanagement unter Unsicherheit

Aufgabe 1: Bestandsgrößen im Zeitverlauf

Ein Händler für hochwertige Espressomaschinen nutzt zur Steuerung seines Lagers eine (s, q) -Politik mit kontinuierlicher Überwachung. Die Politik ist wie folgt definiert:

- Bestellpunkt (Meldebestand) s : 100 Maschinen
- Bestellmenge q : 250 Maschinen
- Wiederbeschaffungszeit L : 3 Wochen (deterministisch)

Der Händler startet in Woche 0 mit den folgenden Beständen:

- Physischer Bestand I_0^P : 120 Maschinen
- Bestellbestand (offene Bestellungen) I_0^O : 0 Maschinen

Wöchentliche Nachfragen (deterministisch für diese Aufgabe):

| Woche (t) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-----------------|----|----|----|----|----|----|
| Nachfrage d_t | 30 | 40 | 50 | 45 | 60 | 55 |

Ihre Aufgaben:

1. **Tabelle ausfüllen:** Füllen Sie die folgende Tabelle aus. Verfolgen Sie alle Bestandsgrößen über den Zeitraum von 6 Wochen. Eine Bestellung wird am Ende der Woche ausgelöst, in der der disponible Bestand den Meldebestand s erreicht oder unterschreitet. Der Wareneingang erfolgt dann genau $L = 3$ Wochen später zu Beginn der Woche.

| Woche (t) | Nachfrage d_t | Disp. Bestand (Anfang) | Bestellung? (Menge) | Disp. Bestand (Ende) | Phys. Bestand (Ende) | Bestellbestand (Ende) | Fehlbestand (Ende) |
|-----------|-----------------|------------------------|---------------------|----------------------|----------------------|-----------------------|--------------------|
| 0 | - | - | - | 120 | 120 | 0 | 0 |
| 1 | 30 | 120 | ? | ? | ? | ? | ? |
| 2 | 40 | ? | ? | ? | ? | ? | ? |
| 3 | 50 | ? | ? | ? | ? | ? | ? |
| 4 | 45 | ? | ? | ? | ? | ? | ? |
| 5 | 60 | ? | ? | ? | ? | ? | ? |
| 6 | 55 | ? | ? | ? | ? | ? | ? |

Aufgabe 2: Sicherheitsbestand und Servicegrade

Ein Online-Händler für ein populäres Smartphone-Modell möchte seinen Lagerbestand optimieren. Die wöchentliche Nachfrage ist annähernd normalverteilt mit einem **Mittelwert von 50 Stück** und einer **Standardabweichung von 15 Stück**. Die Wiederbeschaffungszeit vom Hersteller beträgt konstant **4 Wochen**. Der Händler nutzt eine Politik der kontinuierlichen Überprüfung.

Ihre Aufgaben:

1. **Mittelwert und Standardabweichung:** Berechnen Sie den Mittelwert und die Standardabweichung der Nachfrage während der Wiederbeschaffungszeit (dem Risikozeitraum).
2. **Bestellpunkt und Sicherheitsbestand:** Der Händler strebt einen α -Servicegrad (Zyklus-Servicegrad) von 99% an. Das bedeutet, die Wahrscheinlichkeit eines Fehlbestands während eines Bestellzyklus soll nur 1% betragen. Welcher Bestellpunkt (reorder point) s muss gewählt werden? Wie hoch ist der resultierende Sicherheitsbestand?
3. **Erwartete Fehlmenge:** Gegeben der Bestellpunkt s aus Teil 2: Berechnen Sie die erwartete Fehlmenge pro Bestellzyklus $E(B)$. Nutzen Sie dafür die standardisierte Einheiten-Verlustfunktion, die approximiert werden kann als $\phi(z) - z(1 - \Phi(z))$, wobei z der Sicherheitsfaktor ist und $\phi(z)$ bzw. $\Phi(z)$ die Dichte- bzw. Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung sind.
4. **Servicegrad:** Wenn der Händler eine feste Bestellmenge von $q = 500$ Stück verwendet, welchen β -Servicegrad (Mengen-Servicegrad) erreicht er mit seiner Politik?

Aufgabe 3: Diskrete Nachfrage und Faltung

Ein kleiner Kiosk verkauft eine spezielle importierte Limonade. Die tägliche Nachfrage ist nicht normalverteilt, sondern folgt einer einfachen diskreten Verteilung:

| Nachfrage (D) pro Tag | 0 Flaschen | 1 Flasche | 2 Flaschen |
|---------------------------|------------|-----------|------------|
| Wahrscheinlichkeit $P(D)$ | 0.2 | 0.6 | 0.2 |

Die Wiederbeschaffungszeit beträgt genau **2 Tage**.

Ihre Aufgaben:

1. **Wahrscheinlichkeitsverteilung:** Leiten Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Gesamtnachfrage Y_2 über den Risikozeitraum von 2 Tagen her. (Tipp: Nutzen Sie die Faltung der Verteilung mit sich selbst).
2. **Fehlbestandswahrscheinlichkeit:** Wenn der Kioskbesitzer einen Bestellpunkt von $s = 3$ Flaschen festlegt, wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass es zu einem Fehlbestand kommt (d.h. der α -Servicegrad *nicht* eingehalten wird)?
3. **Erwartete Fehlmenge:** Berechnen Sie die erwartete Fehlmenge $E(B)$ für den Bestellpunkt $s = 3$.