

Material-Logistik: Bestandsmanagement in Supply Chains

Univ.-Prof. Dr. Michael Manitz

Tel.: (0203) 3 79 - 14 43

E-Mail: michael.manitz@uni-due.de

Universität Duisburg/Essen

Fakultät für Betriebswirtschaftslehre

(Mercator School of Management)

Lehrstuhl für Betriebswirtschaftslehre, insbesondere
Produktionswirtschaft und Supply Chain Management

Lotharstr. 65

47057 Duisburg

www.scm.msm.uni-due.de

Modul **Produktionswirtschaft und Supply Chain Management**

- ▶ Einblick in einige wichtige Fragestellungen der Strukturierung und des Betriebs von Produktionssystemen
- ▶ Verwendung quantitativer Optimierungsmodelle
- ▶ Darstellung der Bedeutung der Berücksichtigung knapper Kapazitäten
- ▶ Darstellung tatsächlich existierender, praxisrelevanter Problemstellungen
- ▶ Übung an Hand von kleinen Anwendungsbeispielen

Vorlesung **Material-Logistik (Bestandsmanagement in Supply Chains)**

- ▶ Dynamische Losgrößenplanung und Materialbederfsermittlung (**Operative Produktionsplanung**)
- ▶ Berücksichtigung von Unsicherheit (**Sicherheitsbestandsplanung**)

Günther, H.-O., und H. Tempelmeier, *Supply Chain Analytics — Operations Management und Logistik* ehemals *Produktion und Logistik — Supply Chain & Operations Management* (13. Aufl.), Norderstedt (Books on Demand), 2020

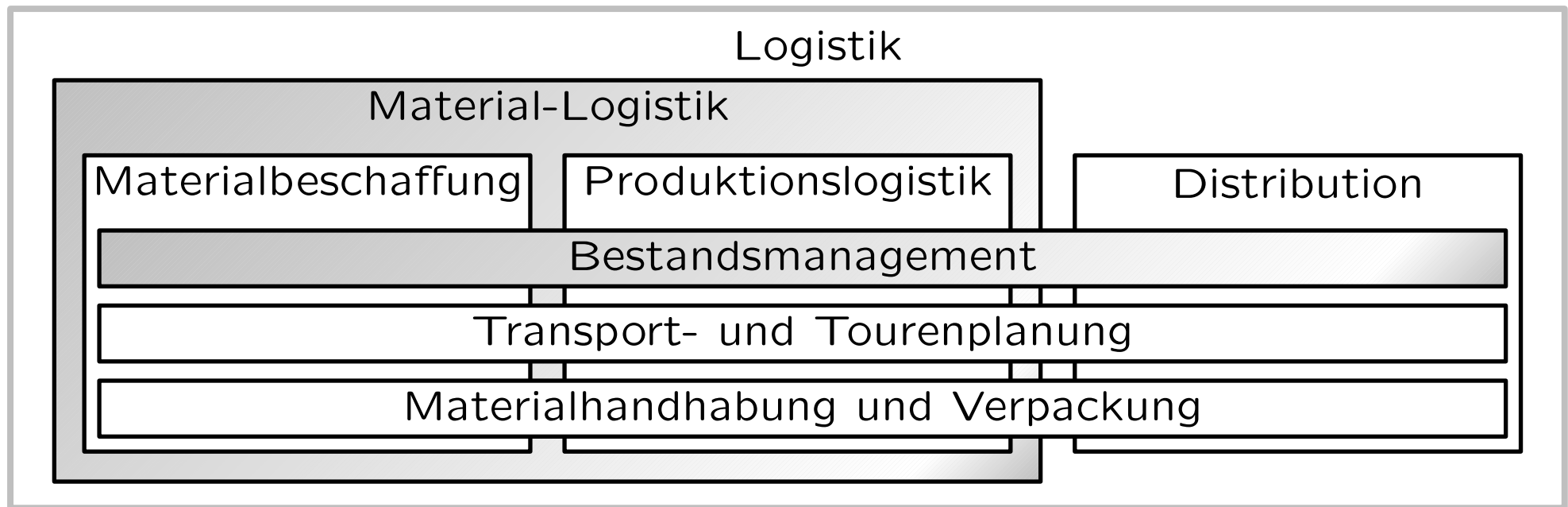
Helber, S., *Operations Management Tutorial — Grundlagen der Modellierung und Analyse der betrieblichen Wertschöpfung* (2. Aufl.), Hildesheim (Stefan Helber), 2020

Tempelmeier, H., *Material-Logistik* (7. Aufl.), Berlin, Heidelberg (Springer), 2008

Tempelmeier, H., *Production Analytics — Modelle und Algorithmen zur Produktionsplanung ehemals Produktionsplanung in Supply Chains* (6. Aufl.), Norderstedt (Books on Demand), 2020

Tempelmeier, H., *Analytics im Bestandsmanagement ehemals Bestandsmanagement in Supply Chains* (7. Aufl.), Norderstedt (Books on Demand), 2020

Tempelmeier, H., *Analytics in Supply Chain Management und Produktion — Übungen und Mini-Fallstudien* (7. Aufl.), Norderstedt (Books on Demand), 2020



(vgl. Tempelmeier (2008))

Gegenstand der Veranstaltung:

- ▶ (dynamische) Bestellmengen- bzw. Losgrößenplanung
- ▶ Bestandsmanagement (Lagerhaltungsplanung)

⇒ Materialdisposition



(vgl. Tempelmeier (2008))

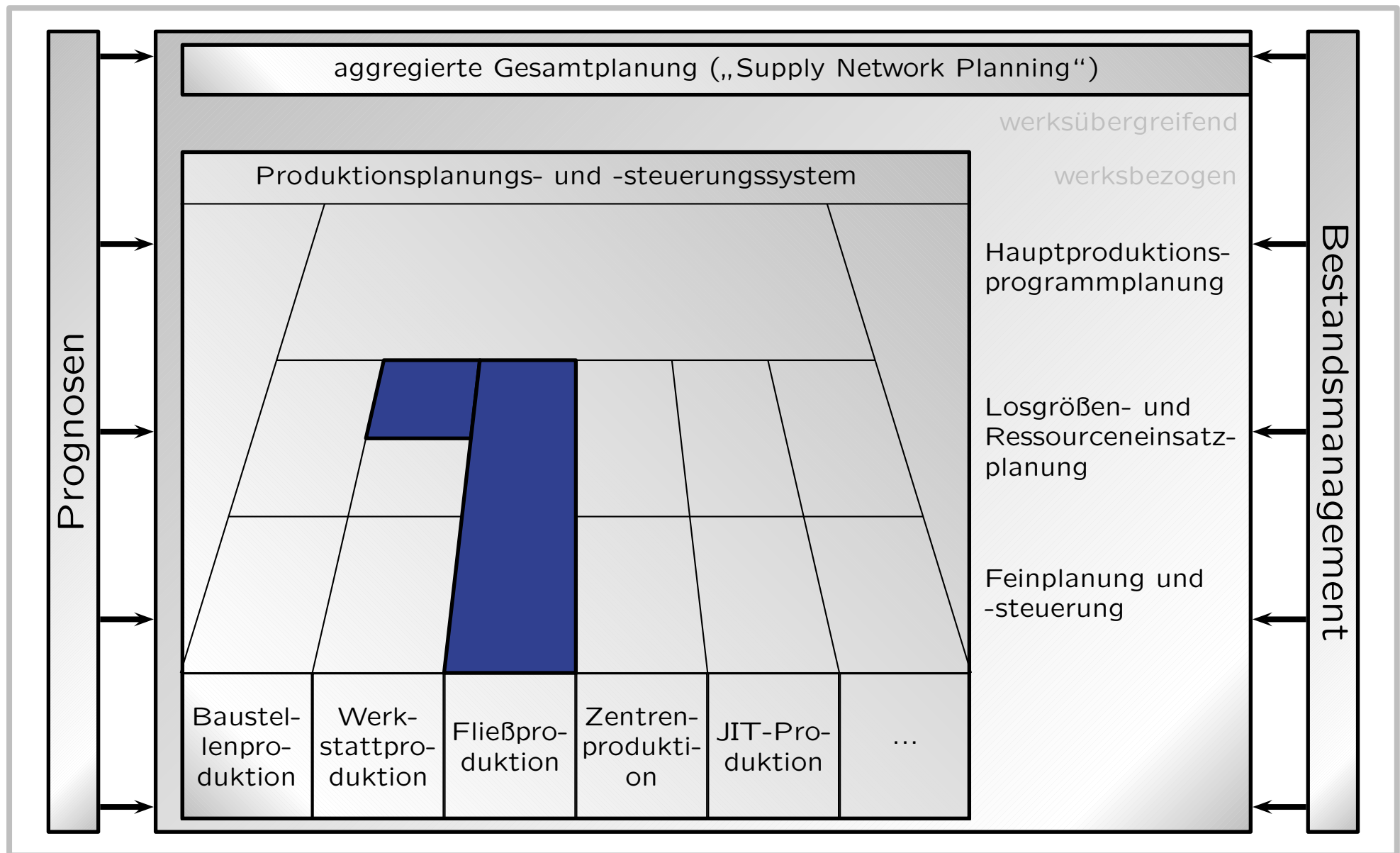
„Material“ (= Verbrauchsfaktoren)

► Vorprodukte

▷ Roh-, Hilfs- und Betriebsstoffe

▷ bezogene Teile: Einzelteile, Baugruppen

► Handelswaren



(vgl. Drexl/Fleischmann/Günther/Stadtler/Tempelmeier (1993), Tempelmeier (2008))

- ▶ Klassifikation von Verbrauchsfaktoren („Material“)
 - ▷ ... nach ihrer wertmäßigen Bedeutung (ABC-Analyse)
 - ▷ ... nach ihrem Bedarfsverlauf (Materialbereitstellungsprinzipien)
- ▶ Materialbedarfsermittlung
 - ▷ „Verbrauchsorientierte Materialbedarfsermittlung“: Bedarfsprognose
 - ▷ „Programmorientierte Materialbedarfsermittlung“: Materialbedarfsrechnung
- ▶ Bestandsmanagement
 - ▷ ... unter deterministischen Bedingungen: Dynamische Losgrößenplanung
 - einstufige Modelle
 - mehrstufige Modelle
 - ▷ ... unter stochastischen Bedingungen: Sicherheitsbestandsplanung

Klassifikation der Verbrauchsfaktoren („Material“) nach ihrer wertmäßigen Bedeutung (ABC-Analyse)

Klassifikation der zu disponierenden Verbrauchsfaktoren (Materialarten) nach ihrer wertmäßigen Bedeutung

Beispiel ABC-Klassifikation von Erzeugnissen

Erzeugnis	Verbrauchswert
1	10
2	130
3	5
4	780
5	20
6	30
7	450
8	25
# = 8	$\Sigma = 1450$

(vgl. Günther und Tempelmeier (2012))

Klassifikation der zu disponierenden Verbrauchsfaktoren (Materialarten) nach ihrer wertmäßigen Bedeutung

Beispiel ABC-Klassifikation von Erzeugnissen

Erzeugnis	Verbrauchswert
4	780
7	450
2	130
6	30
8	25
5	20
1	10
3	5
# = 8	$\Sigma = 1450$

(vgl. Günther und Tempelmeier (2012))

Klassifikation der zu disponierenden Verbrauchsfaktoren (Materialarten) nach ihrer wertmäßigen Bedeutung

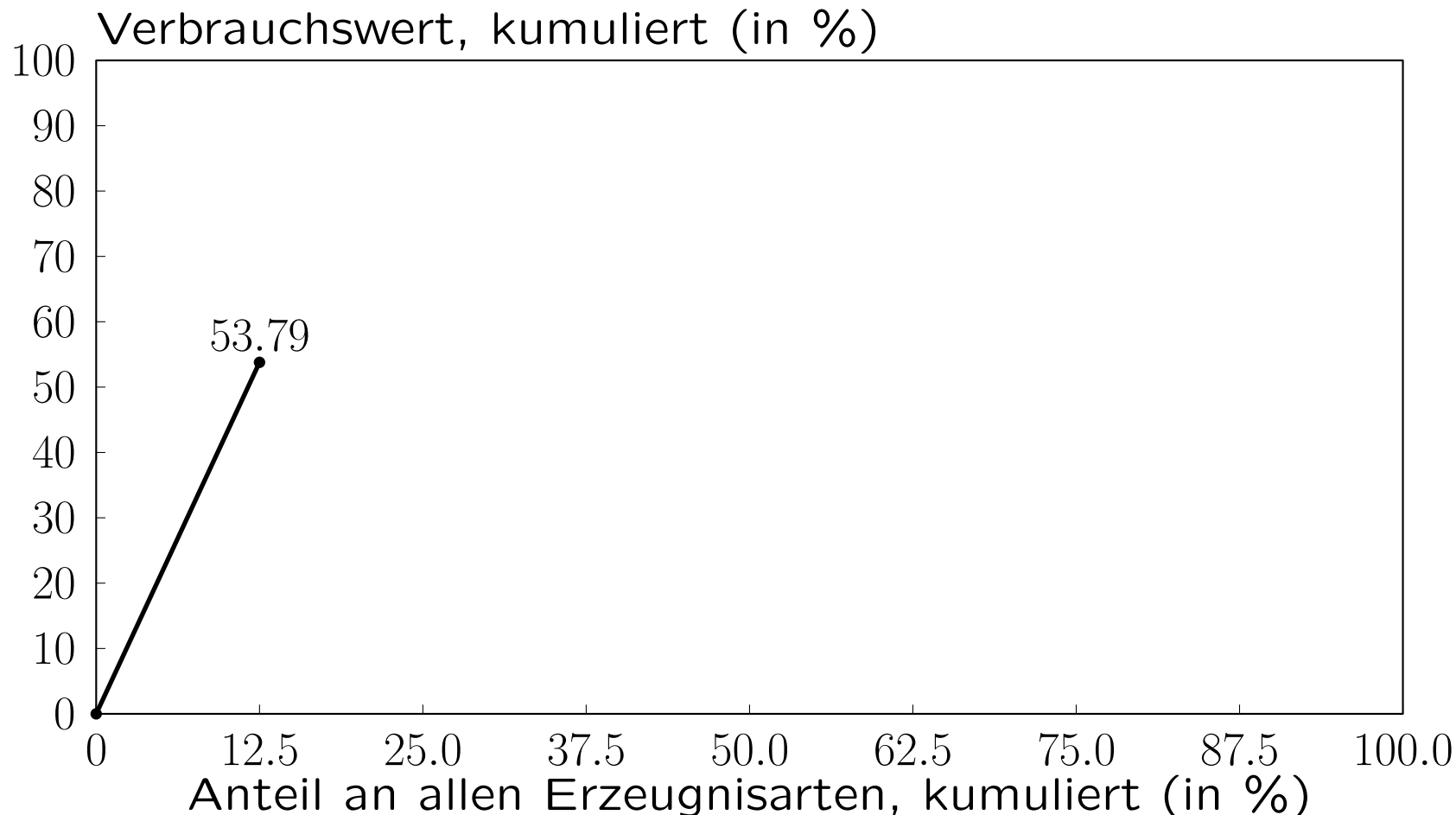
Beispiel ABC-Klassifikation von Erzeugnissen

Erzeugnis	Verbrauchswert	kumulierter Anteil an der Anzahl Erzeugnisse [%]	kumulierter Anteil am Verbrauchswert [%]
4	780	12.5	53.79
7	450	25.0	84.83
2	130	37.5	93.79
6	30	50.0	95.86
8	25	62.5	97.59
5	20	75.0	98.97
1	10	87.5	99.66
3	5	100.0	100.00
# = 8	$\Sigma = 1450$		

(vgl. Günther und Tempelmeier (2012))

Klassifikation der zu disponierenden Verbrauchsfaktoren (Materialarten) nach ihrer wertmäßigen Bedeutung

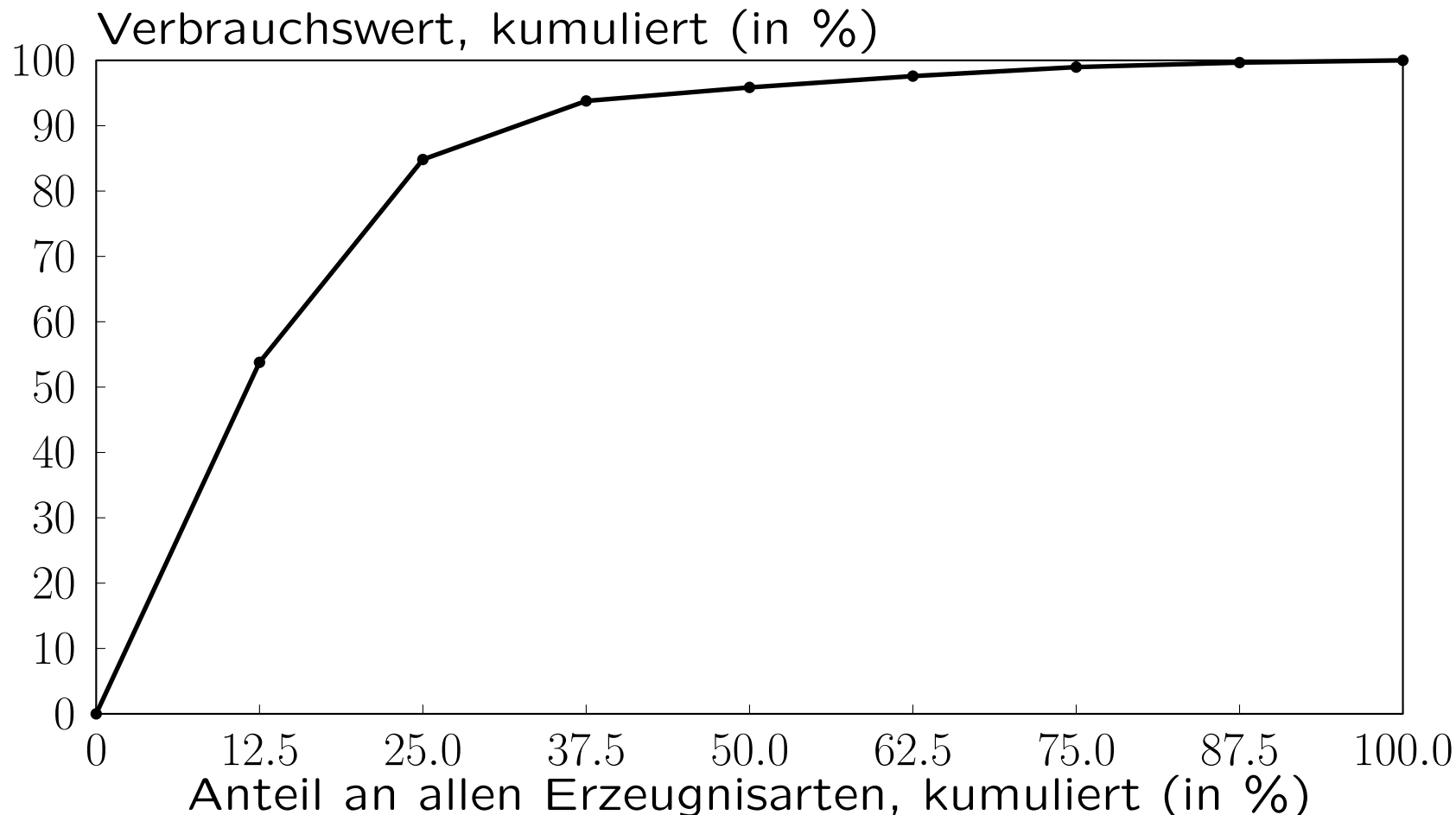
Beispiel ABC-Klassifikation von Erzeugnissen



(vgl. Günther und Tempelmeier (2012))

Klassifikation der zu disponierenden Verbrauchsfaktoren (Materialarten) nach ihrer wertmäßigen Bedeutung

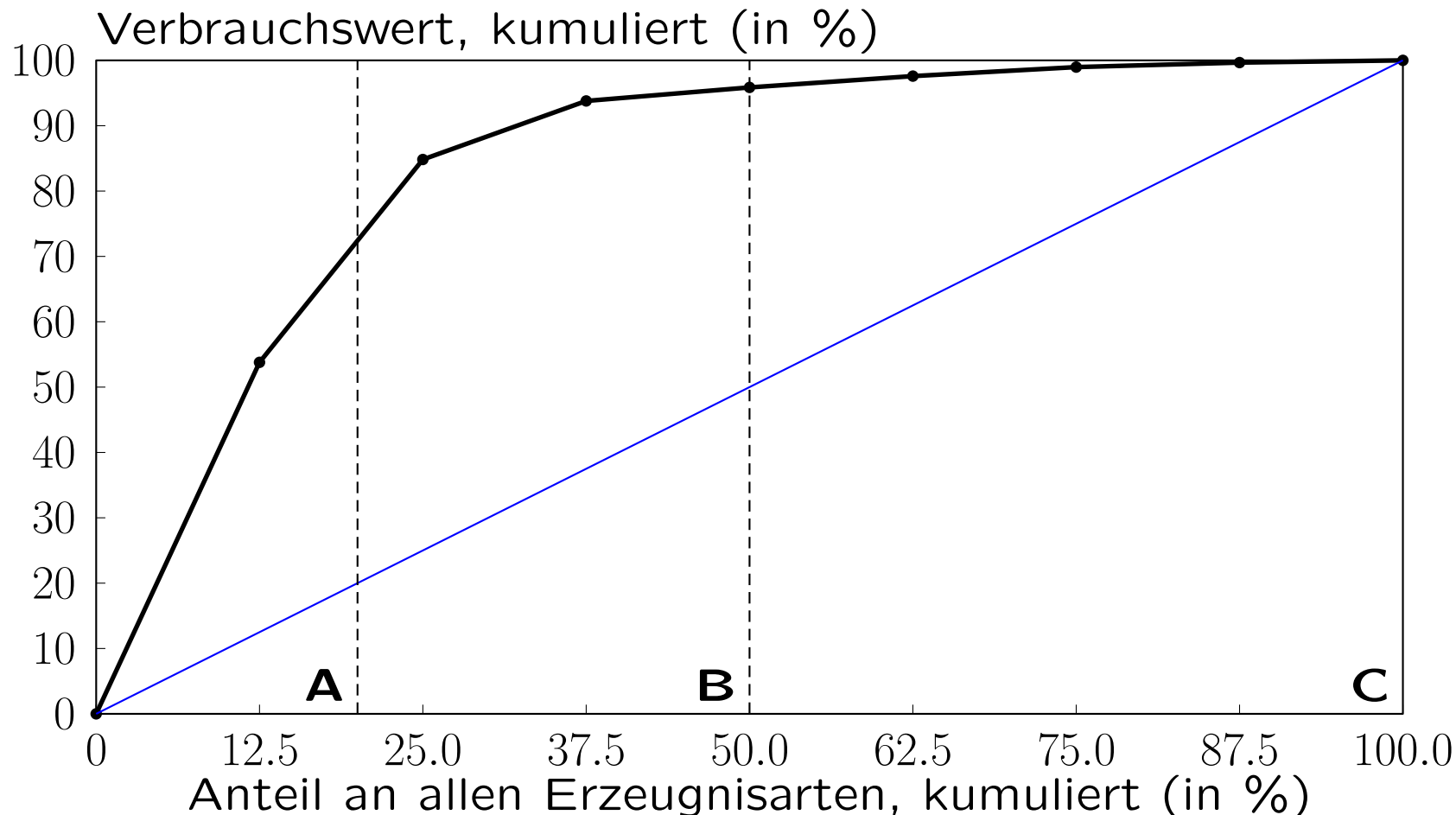
Beispiel ABC-Klassifikation von Erzeugnissen



(vgl. Günther und Tempelmeier (2012))

Klassifikation der zu disponierenden Verbrauchsfaktoren (Materialarten) nach ihrer wertmäßigen Bedeutung

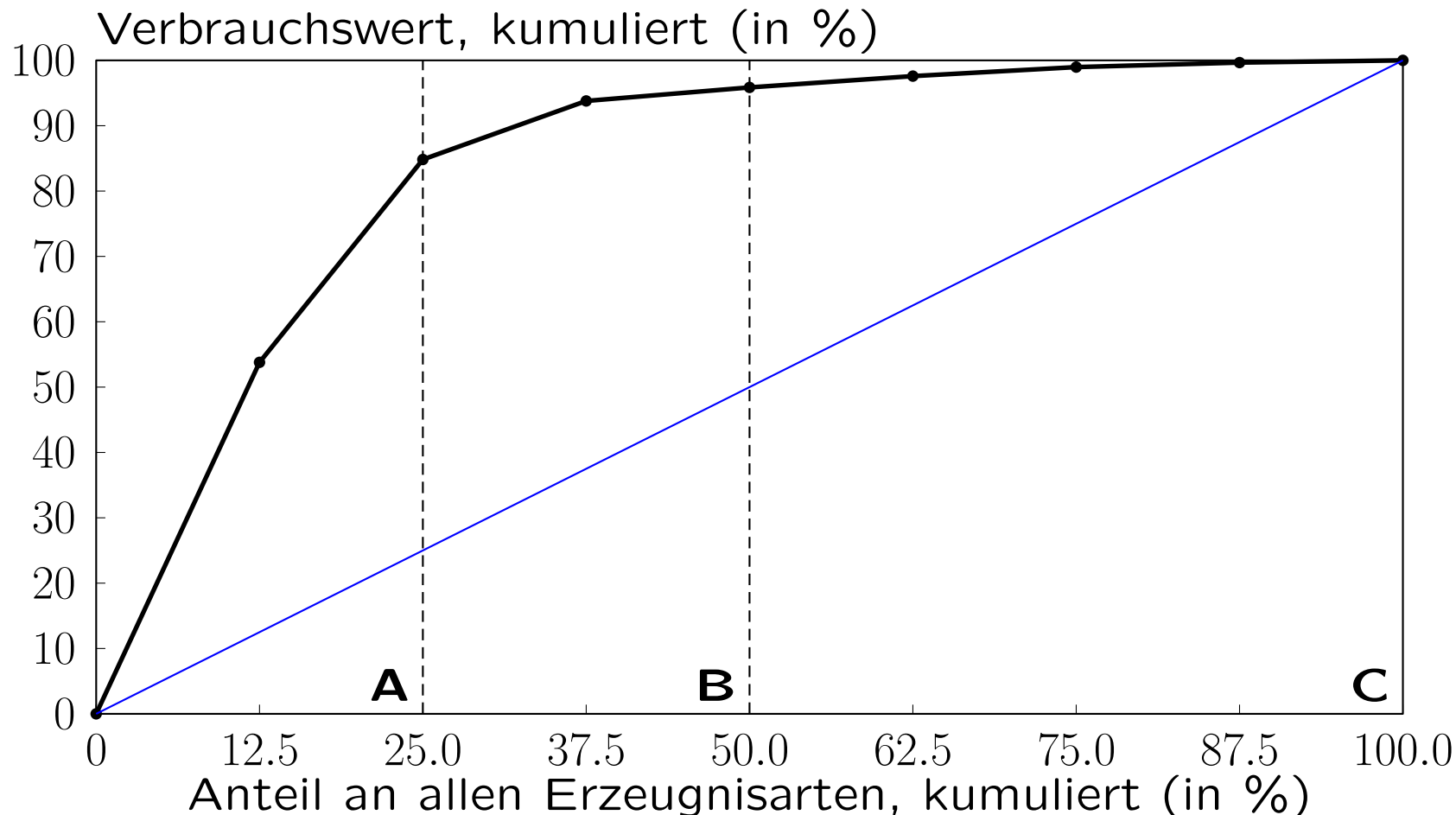
Beispiel ABC-Klassifikation von Erzeugnissen



(vgl. Günther und Tempelmeier (2012))

Klassifikation der zu disponierenden Verbrauchsfaktoren (Materialarten) nach ihrer wertmäßigen Bedeutung

Beispiel ABC-Klassifikation von Erzeugnissen



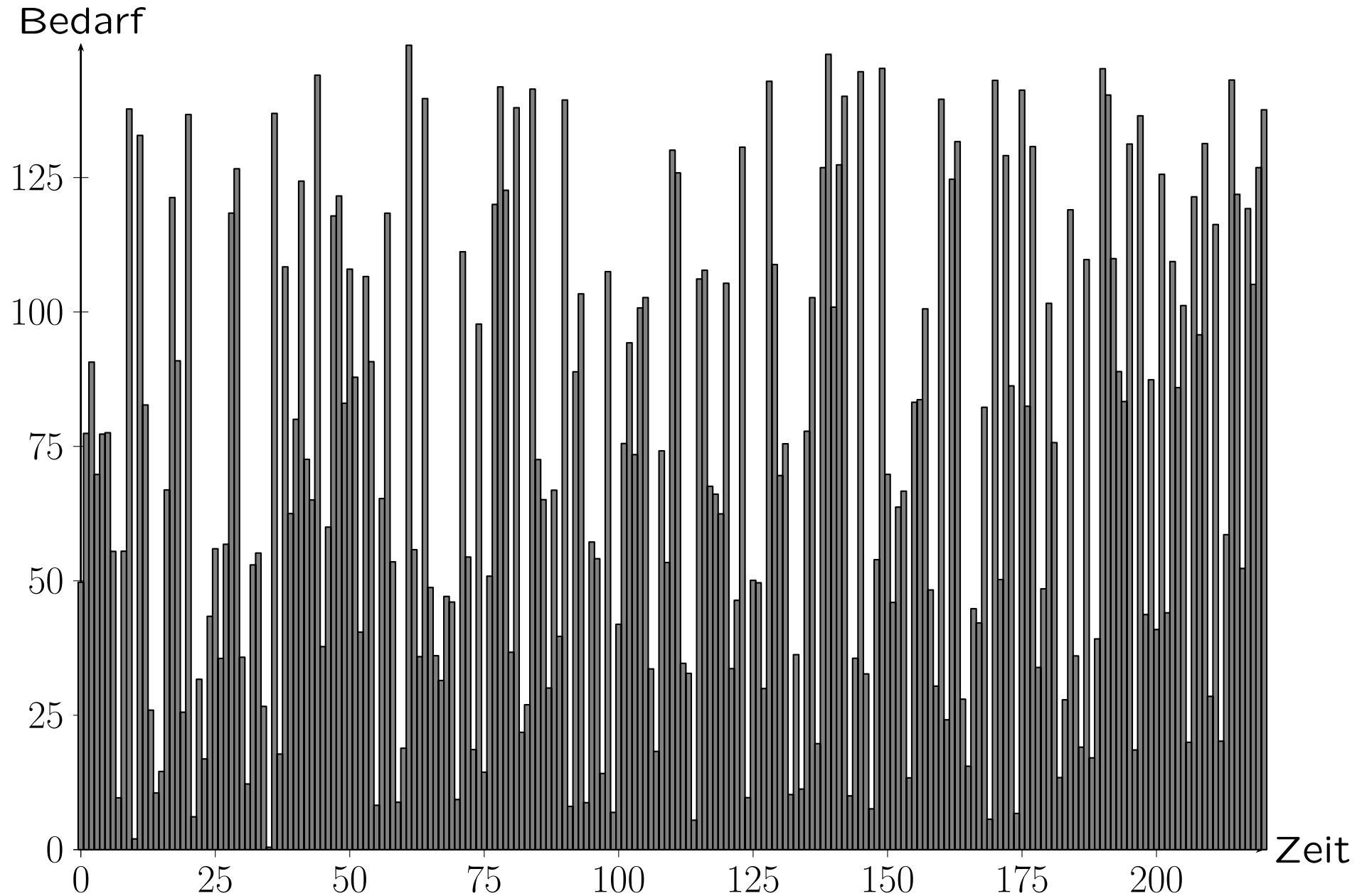
(vgl. Günther und Tempelmeier (2012))

Klassifikation der zu disponierenden Verbrauchsfaktoren (Materialarten) nach ihrer wertmäßigen Bedeutung

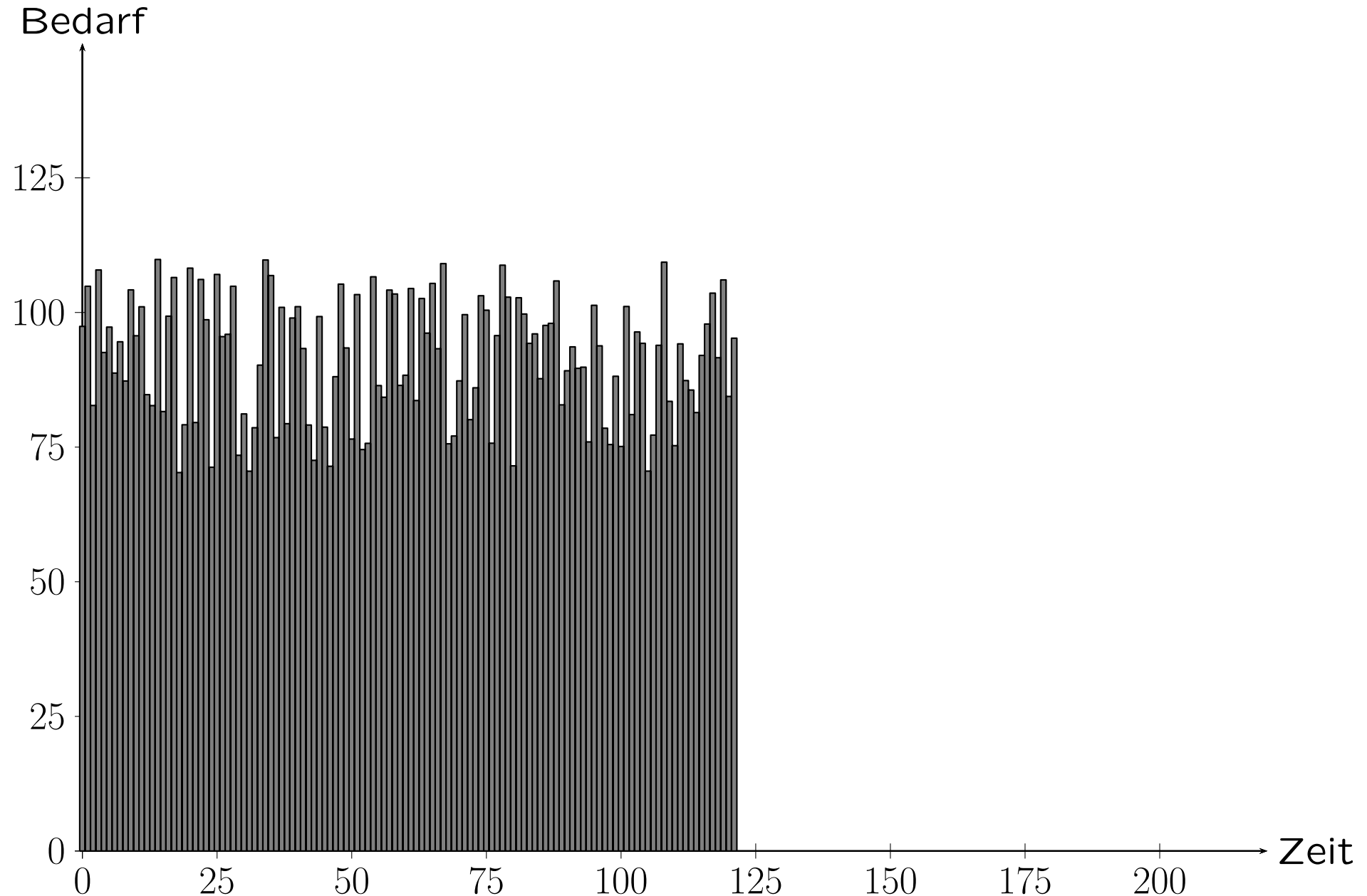
Klasseneinteilung:

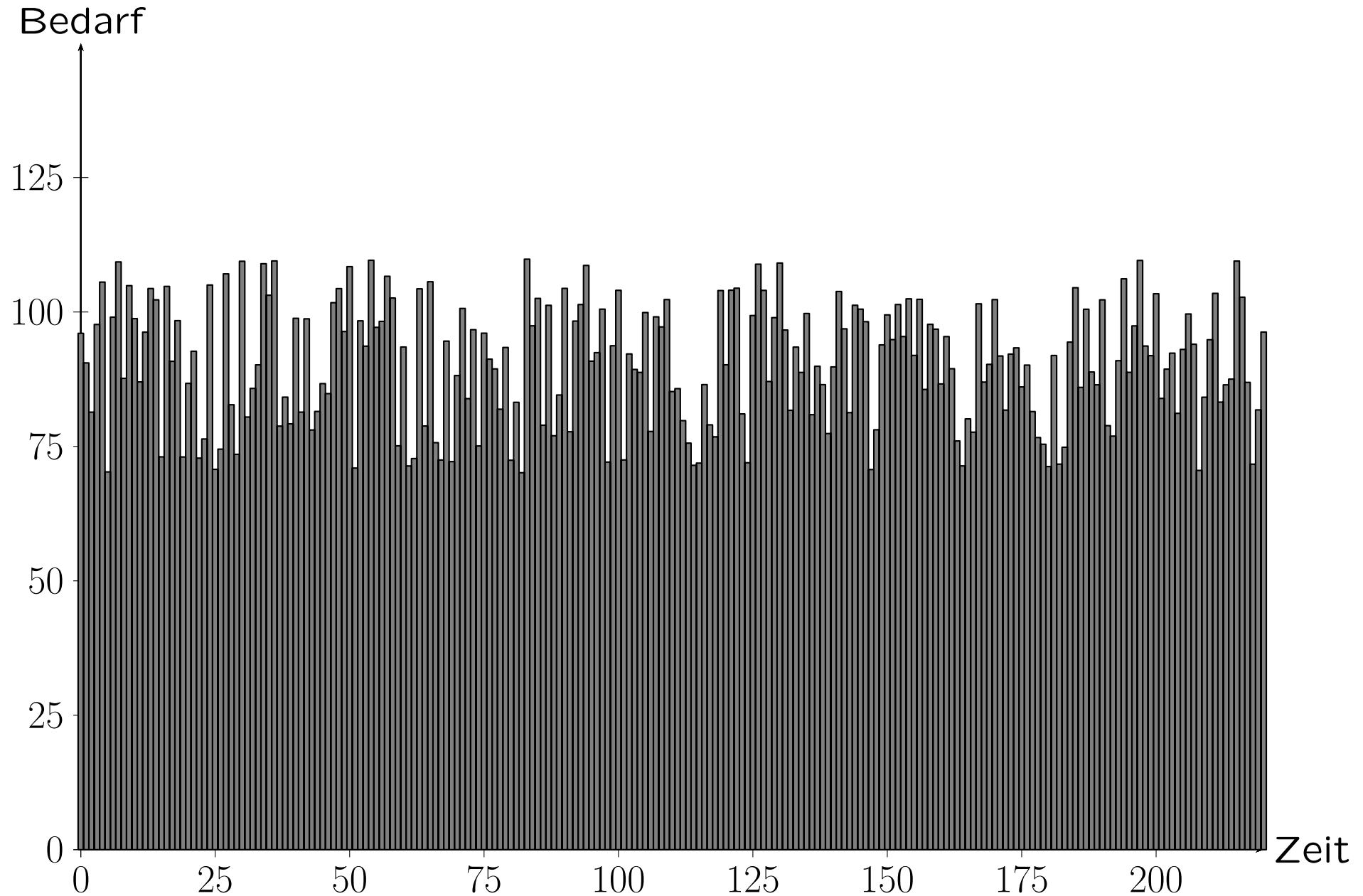
- ▶ Gruppe **A**:
Güter mit hohem Anteil am gesamten Materialverbrauchswert
- ▶ Gruppe **B**:
Güter mit mittlerem Anteil am gesamten Materialverbrauchswert
- ▶ Gruppe **C**:
Güter mit niedrigem Anteil am gesamten Materialverbrauchswert

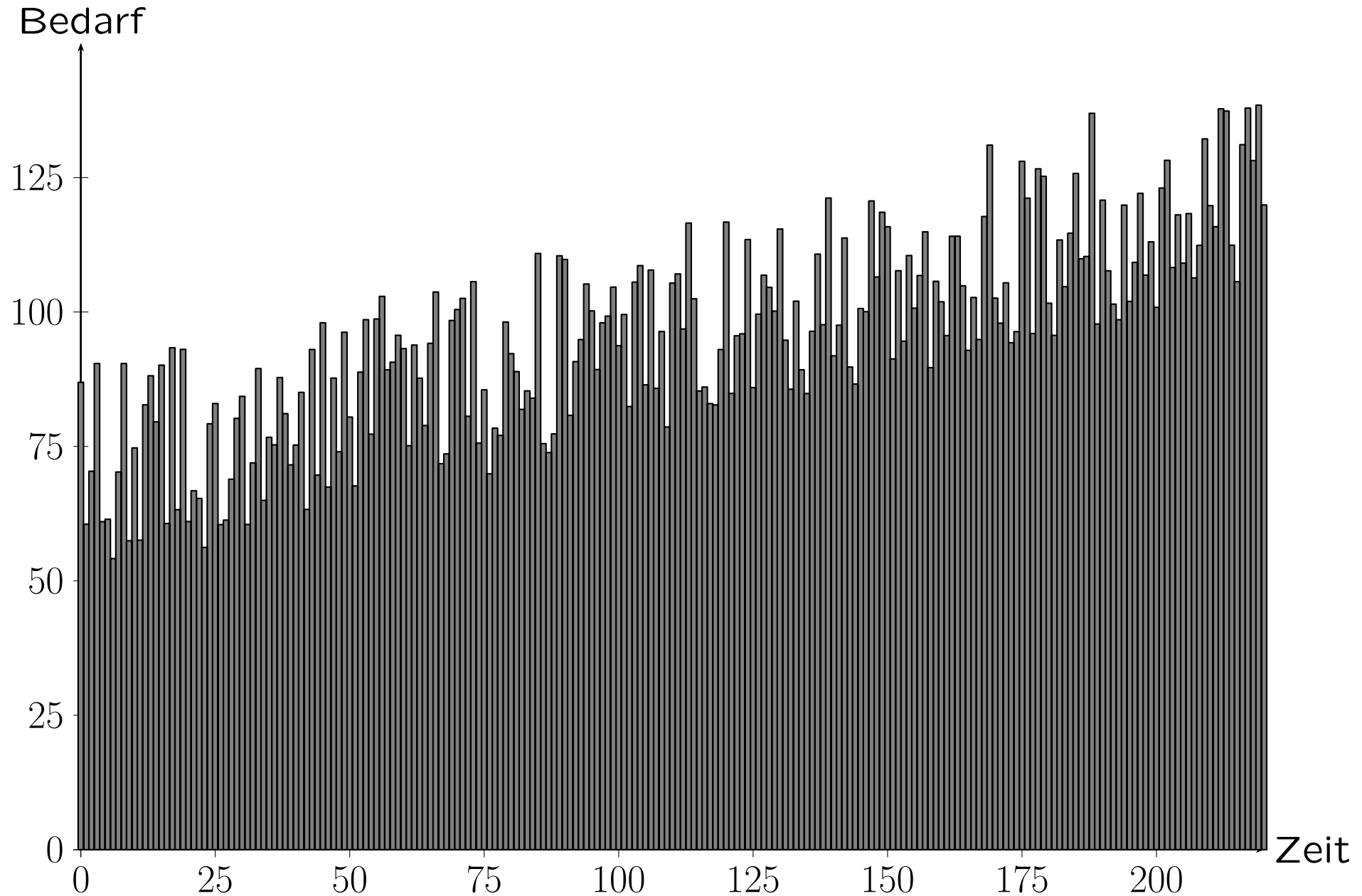
Klassifikation der Verbrauchsfaktoren („Material“) nach ihrem Bedarfsverlauf (RSU/XYZ-Analyse)

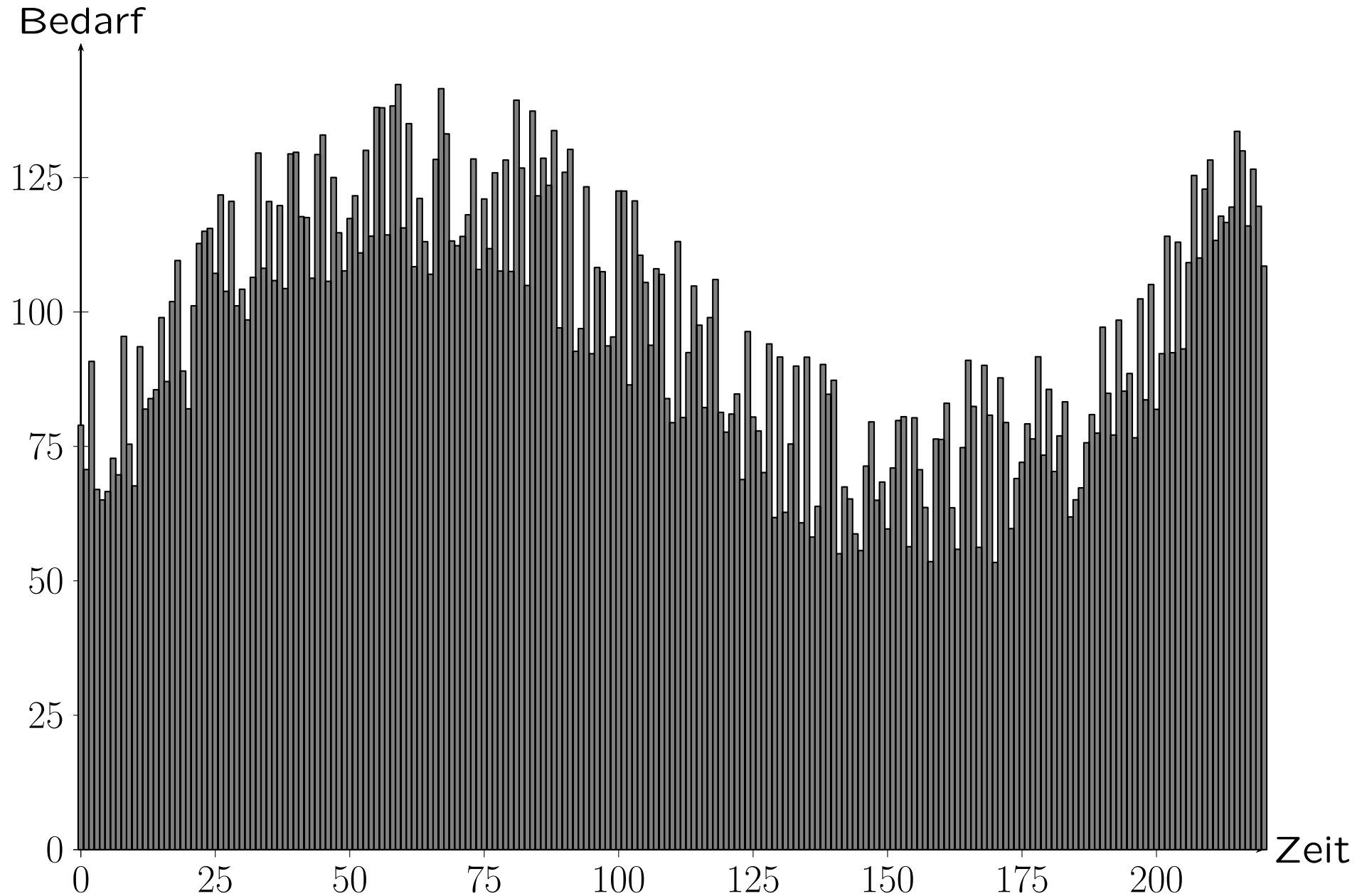












- ▶ nichtstationär
- ▶ stationär
 - ▷ unregelmäßig
 - stark schwankend
 - sporadisch
 - ▷ regelmäßig
 - um ein konstantes Niveau
 - ohne Saisoneinfluss
 - mit Saisoneinfluss
 - trendförmig
 - ohne Saisoneinfluss
 - mit Saisoneinfluss

Mittelwert der Zeitreihe (y_t) der Bedarfsmengen über T Perioden

$$\mu = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_t$$

mittlere absolute Abweichung

$$\text{MAD} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T |y_t - \mu|$$

Störpegel

$$\text{SP} = \frac{\text{MAD}}{\mu}$$

Unregelmäßigen (stark schwankenden) Bedarf vermutet man bei $\text{SP} > 0.5$.

Sporadischen Bedarf vermutet man bei einem Anteil Nullbedarfsperioden von größer als 0.3 oder 0.4.

Beispiel Stark schwankender Bedarf

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
y_t	0	50	390	140	0	20	0	200	750	70	50	1000	355	0

Sporadischen Bedarf vermutet man bei einem Anteil Nullbedarfsperioden von größer als 0.3 oder 0.4.

Beispiel Stark schwankender Bedarf

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
y_t	0	50	390	140	0	20	0	200	750	70	50	1000	355	0

$$SP = 1.0782$$

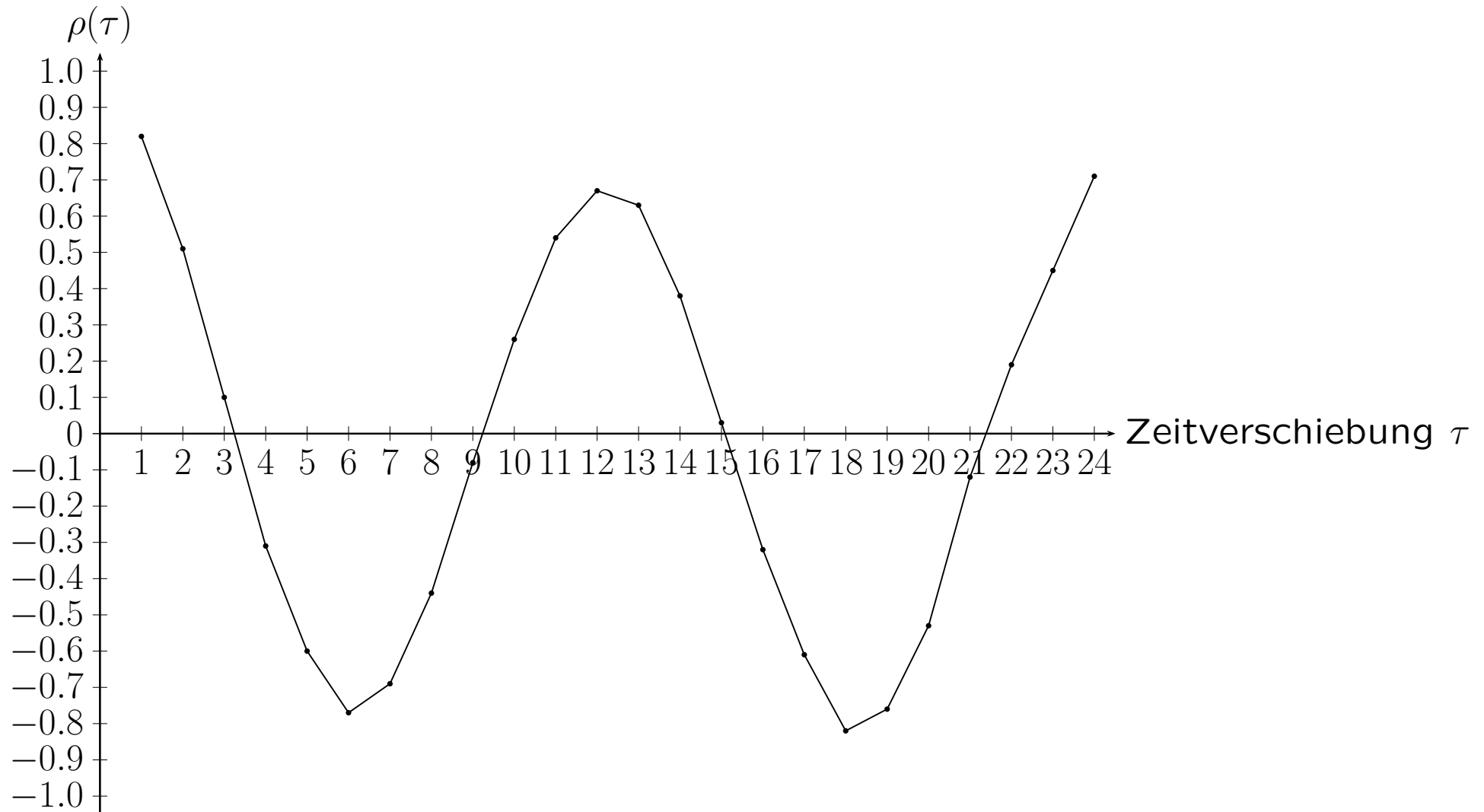
$$\text{Anteil Nullbedarfsperioden} = \frac{4}{14} = 0.2857 = 28.57\%$$

Autokorrelationskoeffizient

(bezüglich einer Zeitverschiebung von τ Perioden)

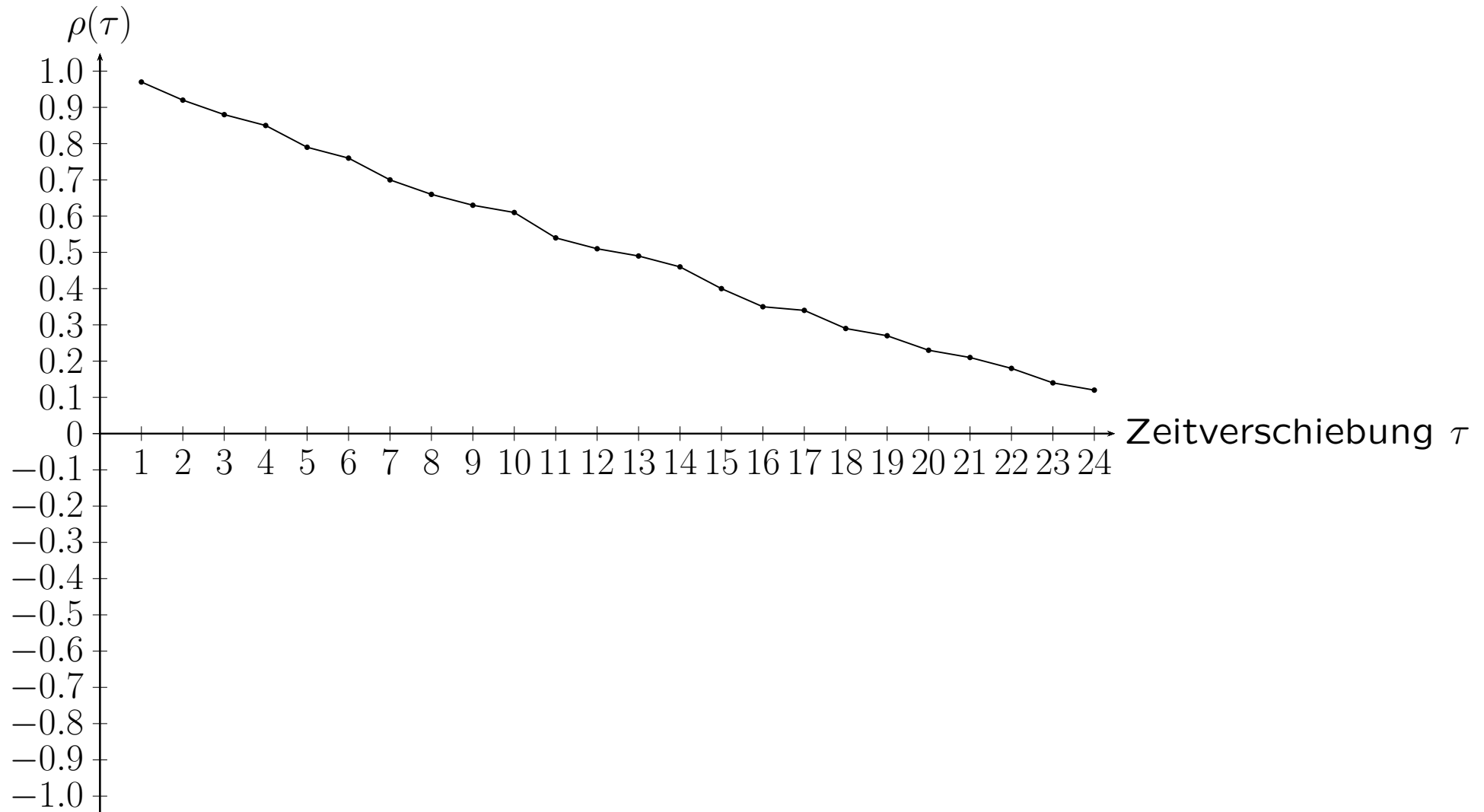
$$\rho(\tau) = \frac{\sum_{t=1}^{T-\tau} y_t \cdot y_{t+\tau} - \frac{1}{T-\tau} \cdot \sum_{t=1}^{T-\tau} y_t \cdot \sum_{t=1+\tau}^T y_t}{\sqrt{\left(\sum_{t=1}^{T-\tau} y_t^2 - \frac{1}{T-\tau} \cdot \left(\sum_{t=1}^{T-\tau} y_t \right)^2 \right) \cdot \left(\sum_{t=1+\tau}^T y_t^2 - \frac{1}{T-\tau} \cdot \left(\sum_{t=1+\tau}^T y_t \right)^2 \right)}}$$

Autokorrelogramm für eine Zeitreihe mit saisonalem Verlauf



Die Autokorrelationsfunktion $\rho(\tau)$ schwankt um 0, weicht aber in regelmäßigen Abständen systematisch davon ab.

Autokorrelogramm für eine Zeitreihe mit trendförmigem Verlauf



Die Autokorrelationsfunktion $\rho(\tau)$ verläuft im positiven Bereich, wenngleich fallend, d. h. mit abnehmender Korrelation.

(Grob-)Zuordnung von Materialbereitstellungsprinzipien zum Bedarfsverlaufmuster

Klassifikation der zu disponierenden Verbrauchsfaktoren (Materialarten) nach ihrem Bedarfsverlauf

Klasseneinteilung:

► Gruppe **R**:

Güter mit gleichbleibendem Bedarf bei nur gelegentlichen Niveauveränderungen (**regelmäßiger** Bedarf auf hohem Niveau)

► Gruppe **S**:

Güter mit veränderlichem, insb. trendförmigem und/oder **saisonaalem** Bedarf

► Gruppe **U**:

Güter mit sehr **unregelmäßigem**, sporadischem Bedarf

- ▶ einsatzsynchrone Beschaffung
⇒ Just-in-time-Prinzip (R-Produkte)
 - ▷ geringe Lagerkosten
 - ▷ ggf. starke Schwankungen der Bestellmengen und des Kapazitätsbedarfs für die Produktion
- ▶ Vorratshaltung (S-Produkte)
 - ▷ hohe Lagerkosten
 - ▷ optimale Bestellmengen und gleichbleibende Kapazitätsauslastung erreichbar
- ▶ Einzelbeschaffung im Bedarfsfall (U-Produkte)
 - ▷ geringe Lagerkosten
 - ▷ u. U. lange Durchlaufzeiten

Differenzierte Zuordnung der Materialbereitstellungsprinzipien:

	A	B	C
R	RA	RB	RC
S	SA	SB	SC
U	UA	UB	UC

bzw.

	A	B	C
X	XA	XB	XC
Y	YA	YB	YC
Z	ZA	ZB	ZC

bzw.

	A	B	C
X	AX	BX	CX
Y	AY	BY	CY
Z	AZ	BZ	CZ

Materialbedarfsermittlung

Prinzipien:

- ▶ programmorientiert (Material Requirements Planning — MRP)
- ▶ „verbrauchsorientiert“ (vergangenheitsbedarfsorientiert)
→ Bedarfsprognose

Bedarfsarten:

- ▶ Primärbedarf
- ▶ Sekundärbedarf
- ▶ Tertiärbedarf

Ziel/Planungsaufgabe: (für alle Verbrauchsfaktoren k und Perioden t)

Bestimmung des Materialbedarfs r_{kt}

- ▷ in der richtigen Menge: $r_{\cdot,\cdot}$
- ▷ zum richtigen Zeitpunkt: t
- ▷ am richtigen Ort: k

**„Verbrauchsorientierte“ bzw.
vergangenheitsbedarfsorientierte
Materialbedarfsermittlung
(Bedarfsprognose)**

- ▶ s. Produktionswirtschaft II (Operative Produktionsplanung und -steuerung)

Programmorientierte Materialbedarfsermittlung („Materialbedarfsrechnung“)

Informationsquellen (Daten): (für alle Verbrauchsfaktoren k)

► Hauptproduktionsprogramm bzw. **Primärbedarfsmengen**

Primärbedarfsmenge d_k

unmittelbar absatzbestimmter Bedarf eines Verbrauchsfaktors k

► **Direktbedarfskoeffizienten**

Direktbedarfskoeffizient a_{kj}

Anzahl Mengeneinheiten eines Verbrauchsfaktors k , die für jede Mengeneinheit eines übergeordneten Erzeugnisses j direkt benötigt wird

► **Vorlaufzeiten**

Vorlaufzeit z_k

technisch bedingte, reine Produktionszeit bzw. unvermeidliche Transport- oder Lieferzeit für einen Verbrauchsfaktor k (ohne Sicherheitsvorlaufzeiten oder geplante Warte- und Liegezeiten)

► fortgeschriebene **Lagerbestände**

disponibler Lagerbestand y_{kt} in Periode t

physisch vorhandener oder ausstehender, in Periode t aber verfügbarer Bestand eines Verbrauchsfaktors k (ohne Vormerk- oder Sicherheitsbestand)

Gesamtbedarf für ein Erzeugnis k

$$r_k = d_k + \sum_{j \in \mathcal{N}_k} a_{kj} \cdot r_j$$

Gesamtbedarfsvektor

$$\mathbf{r} = \mathbf{d} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{r}$$

$$\mathbf{E} \cdot \mathbf{r} - \mathbf{A} \cdot \mathbf{r} = \mathbf{d}$$

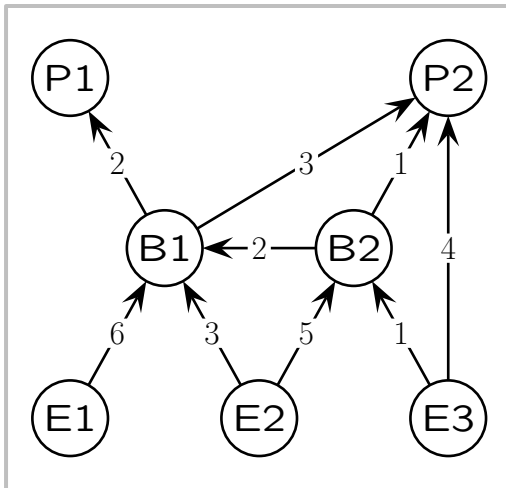
$$(\mathbf{E} - \mathbf{A}) \cdot \mathbf{r} = \mathbf{d} \quad \textbf{(Produktionsfunktion)}$$

\Rightarrow **Technologiematrix** $\mathbf{E} - \mathbf{A}$

$$\mathbf{r} = (\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{d}$$

\Rightarrow **Verflechtungsbedarfsmatrix** $(\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1}$

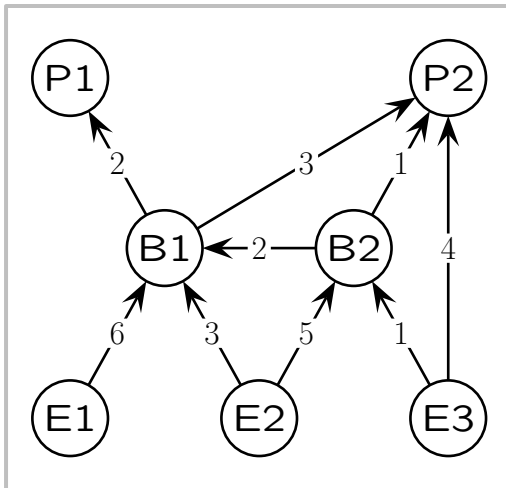
Beispiel Materialbedarfsermittlung



(vgl. Tempelmeier (2008))

$$r_k = d_k + \sum_{j \in \mathcal{N}_k} a_{kj} \cdot r_j$$

Beispiel Materialbedarfsermittlung



(vgl. Tempelmeier (2008))

$$r_{E1} = 0 \cdot r_{E1} + 0 \cdot r_{E2} + 0 \cdot r_{E3} + 6 \cdot r_{B1} + 0 \cdot r_{B2} + 0 \cdot r_{P1} + 0 \cdot r_{P2} + 0$$

$$r_{E2} = 0 \cdot r_{E1} + 0 \cdot r_{E2} + 0 \cdot r_{E3} + 3 \cdot r_{B1} + 5 \cdot r_{B2} + 0 \cdot r_{P1} + 0 \cdot r_{P2} + 0$$

$$r_{E3} = 0 \cdot r_{E1} + 0 \cdot r_{E2} + 0 \cdot r_{E3} + 0 \cdot r_{B1} + 1 \cdot r_{B2} + 0 \cdot r_{P1} + 4 \cdot r_{P2} + 0$$

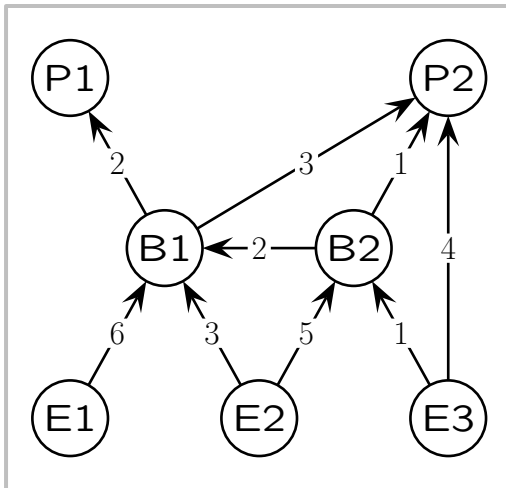
$$r_{B1} = 0 \cdot r_{E1} + 0 \cdot r_{E2} + 0 \cdot r_{E3} + 0 \cdot r_{B1} + 0 \cdot r_{B2} + 2 \cdot r_{P1} + 3 \cdot r_{P2} + 20$$

$$r_{B2} = 0 \cdot r_{E1} + 0 \cdot r_{E2} + 0 \cdot r_{E3} + 2 \cdot r_{B1} + 0 \cdot r_{B2} + 0 \cdot r_{P1} + 1 \cdot r_{P2} + 40$$

$$r_{P1} = 0 \cdot r_{E1} + 0 \cdot r_{E2} + 0 \cdot r_{E3} + 0 \cdot r_{B1} + 0 \cdot r_{B2} + 0 \cdot r_{P1} + 0 \cdot r_{P2} + 100$$

$$r_{P2} = 0 \cdot r_{E1} + 0 \cdot r_{E2} + 0 \cdot r_{E3} + 0 \cdot r_{B1} + 0 \cdot r_{B2} + 0 \cdot r_{P1} + 0 \cdot r_{P2} + 80$$

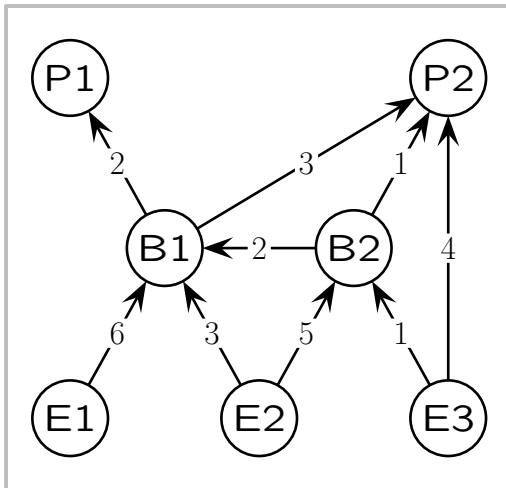
Beispiel Materialbedarfsermittlung



(vgl. Tempelmeier (2008))

$$\mathbf{r} = \mathbf{d} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{r}$$

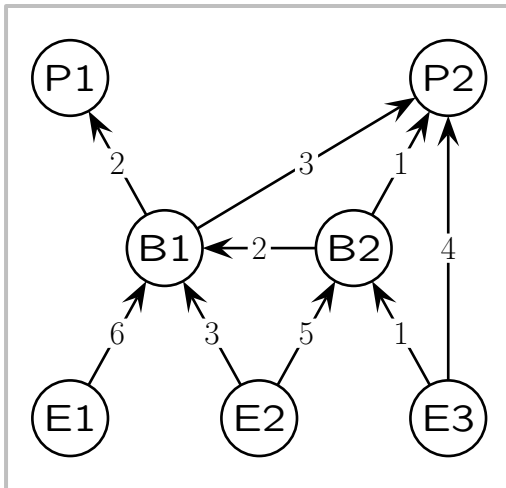
Beispiel Materialbedarfsermittlung



(vgl. Tempelmeier (2008))

$$\text{Primärbedarfsvektor} = \mathbf{d} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 20 \\ 40 \\ 100 \\ 80 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{E1} \\ \text{E2} \\ \text{E3} \\ \text{B1} \\ \text{B2} \\ \text{P1} \\ \text{P2} \end{matrix}$$

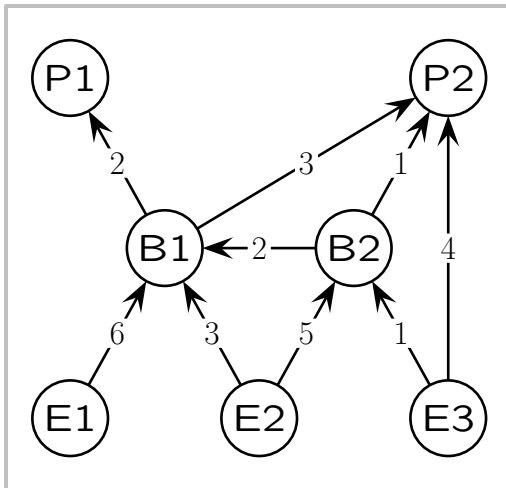
Beispiel Materialbedarfsermittlung



(vgl. Tempelmeier (2008))

$$\text{Direktbedarfsmatrix} = \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{E1} \\ \text{E2} \\ \text{E3} \\ \text{B1} \\ \text{B2} \\ \text{P1} \\ \text{P2} \end{matrix}$$

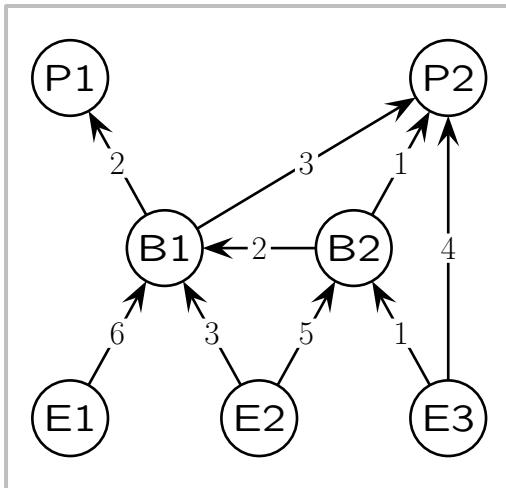
Beispiel Materialbedarfsermittlung



(vgl. Tempelmeier (2008))

$$\text{Technologiematrix} = \mathbf{E} - \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{E1} \\ \text{E2} \\ \text{E3} \\ \text{B1} \\ \text{B2} \\ \text{P1} \\ \text{P2} \end{matrix}$$

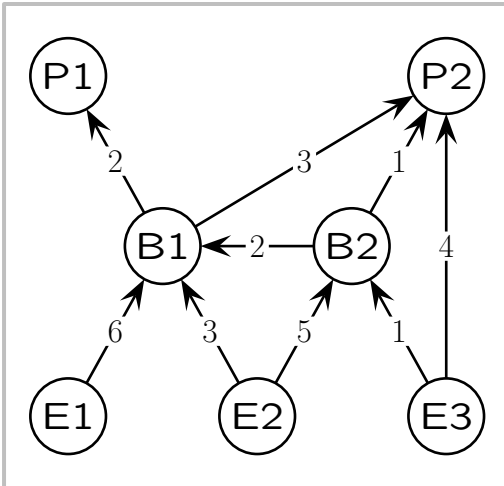
Beispiel Materialbedarfsermittlung



(vgl. Tempelmeier (2008))

$$\text{Verflechtungsbedarfsmatrix} = (\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 6 & 0 & 12 & 18 \\ 0 & 1 & 0 & 13 & 5 & 26 & 44 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 4 & 11 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 4 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{E1} \\ \text{E2} \\ \text{E3} \\ \text{B1} \\ \text{B2} \\ \text{P1} \\ \text{P2} \end{matrix}$$

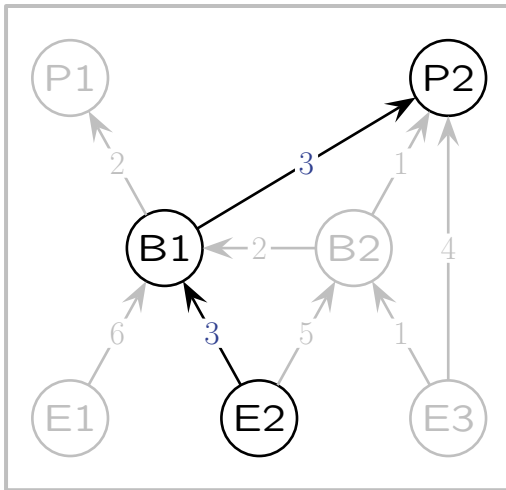
Beispiel Materialbedarfsermittlung



(vgl. Tempelmeier (2008))

Verflechtungsbedarfskoeffizient von E2 in bezug auf P2

Beispiel Materialbedarfsermittlung

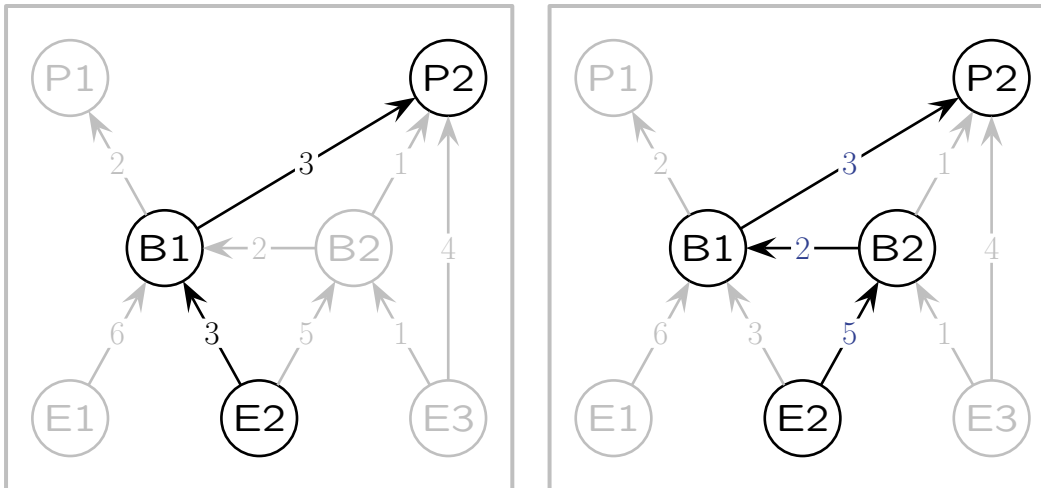


(vgl. Tempelmeier (2008))

Verflechtungsbedarfskoeffizient von E2 in bezug auf P2

$$\begin{aligned} v_{E2,P2} &= a_{E2,B1} \cdot a_{B1,P2} \\ &= 3 \cdot 3 \end{aligned}$$

Beispiel Materialbedarfsermittlung

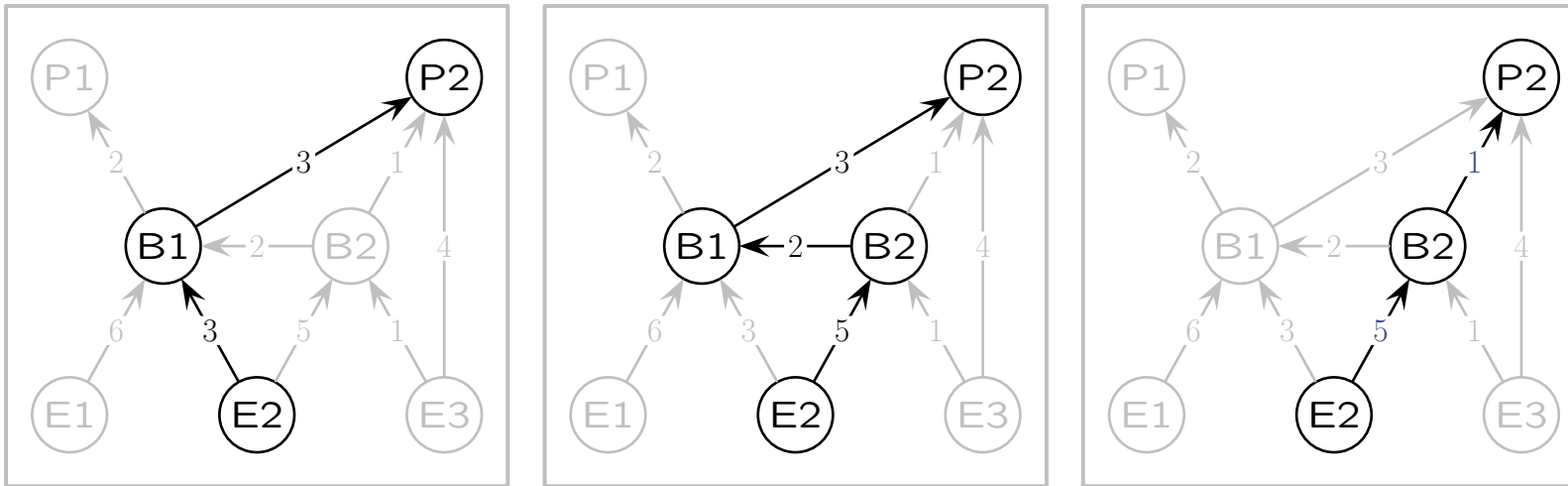


(vgl. Tempelmeier (2008))

Verflechtungsbedarfskoeffizient von E2 in bezug auf P2

$$\begin{aligned} v_{E2,P2} &= a_{E2,B1} \cdot a_{B1,P2} + a_{E2,B2} \cdot a_{B2,B1} \cdot a_{B1,P2} \\ &= 3 \cdot 3 + 5 \cdot 2 \cdot 3 \end{aligned}$$

Beispiel Materialbedarfsermittlung

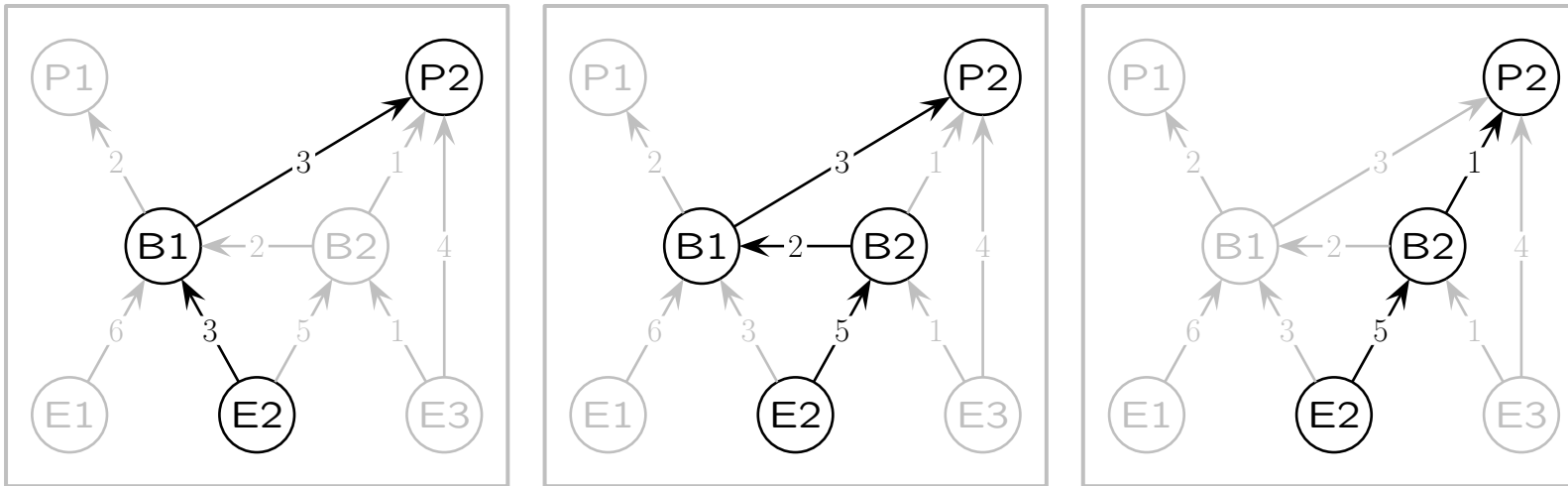


(vgl. Tempelmeier (2008))

Verflechtungsbedarfskoeffizient von E2 in bezug auf P2

$$\begin{aligned} v_{E2,P2} &= a_{E2,B1} \cdot a_{B1,P2} + a_{E2,B2} \cdot a_{B2,B1} \cdot a_{B1,P2} + a_{E2,B2} \cdot a_{B2,P2} \\ &= 3 \cdot 3 + 5 \cdot 2 \cdot 3 + 5 \cdot 1 \end{aligned}$$

Beispiel Materialbedarfsermittlung

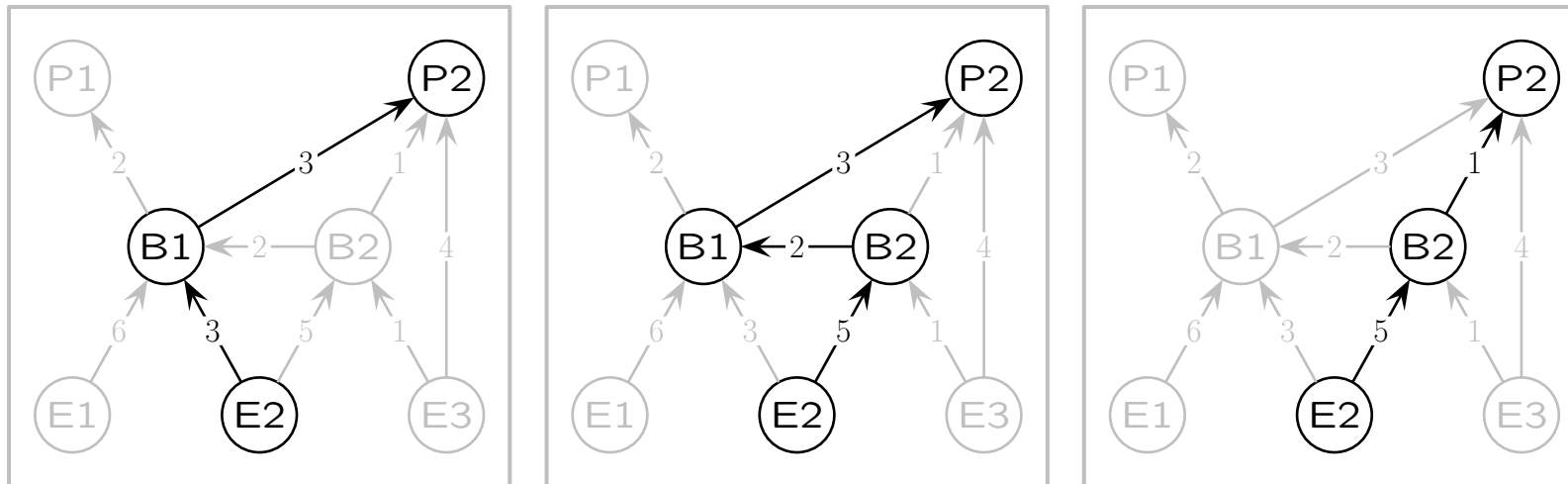


(vgl. Tempelmeier (2008))

Verflechtungsbedarfskoeffizient von E2 in bezug auf P2

$$\begin{aligned} v_{E2,P2} &= a_{E2,B1} \cdot a_{B1,P2} + a_{E2,B2} \cdot a_{B2,B1} \cdot a_{B1,P2} + a_{E2,B2} \cdot a_{B2,P2} \\ &= 3 \cdot 3 + 5 \cdot 2 \cdot 3 + 5 \cdot 1 = 44 \end{aligned}$$

Beispiel Materialbedarfsermittlung



(vgl. Tempelmeier (2008))

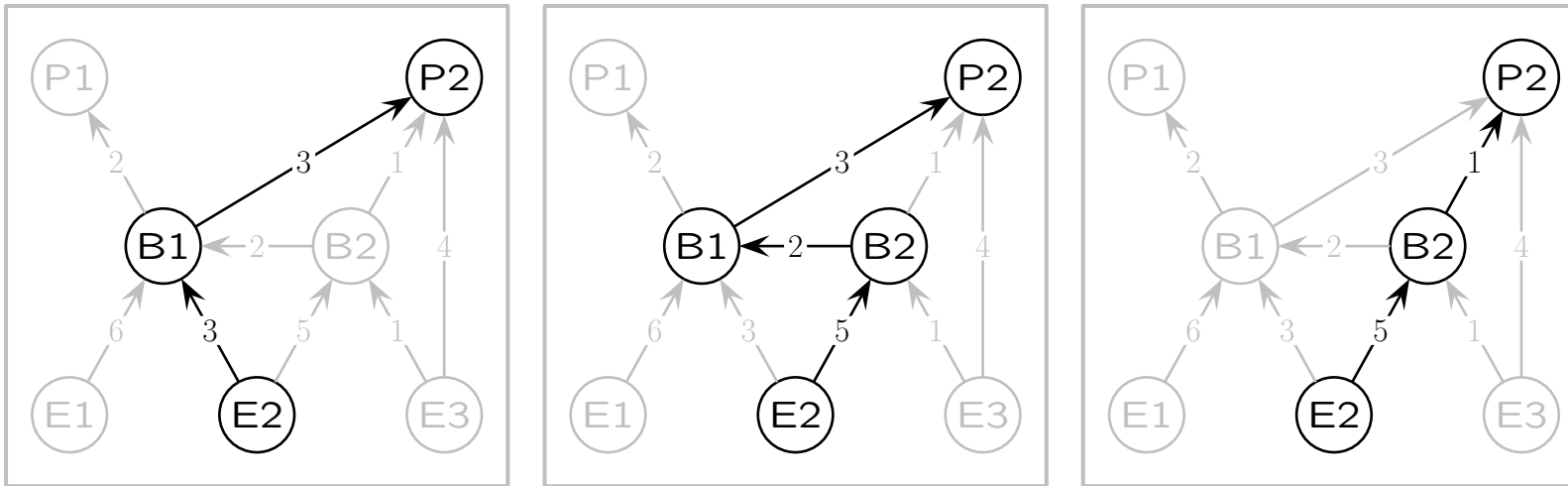
Menge der Wege/Pfade von einem Erzeugnis i nach j :

$$\mathcal{P}_{ij} = \{\dots, p_{ij}, \dots\} \text{ mit } p_{ij} = \{i = i_1, i_2, \dots, i_s = j\}$$

Verflechtungsbedarfskoeffizient von E2 in bezug auf P2

$$\begin{aligned} v_{E2,P2} &= a_{E2,B1} \cdot a_{B1,P2} + a_{E2,B2} \cdot a_{B2,B1} \cdot a_{B1,P2} + a_{E2,B2} \cdot a_{B2,P2} \\ &= 3 \cdot 3 + 5 \cdot 2 \cdot 3 + 5 \cdot 1 = 44 \end{aligned}$$

Beispiel Materialbedarfsermittlung



(vgl. Tempelmeier (2008))

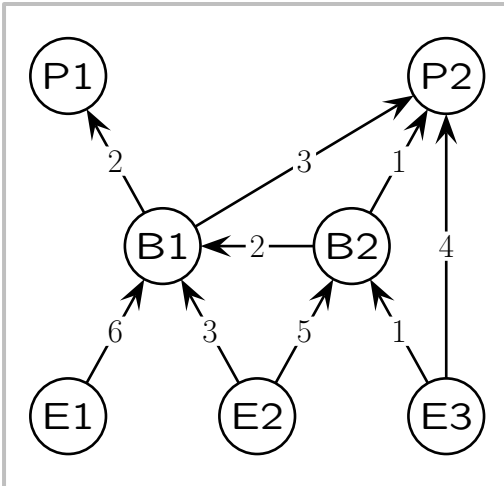
Menge der Wege/Pfade von einem Erzeugnis i nach j :

$$\mathcal{P}_{ij} = \{\dots, p_{ij}, \dots\} \text{ mit } p_{ij} = \{i = i_1, i_2, \dots, i_s = j\}$$

Verflechtungsbedarfskoeffizient

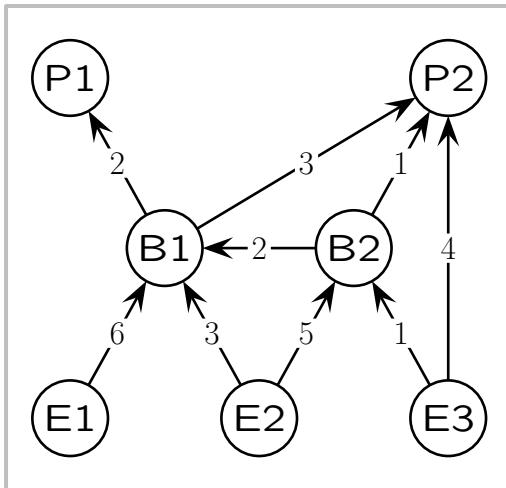
$$v_{ij} = \sum_{p_{ij} \in \mathcal{P}_{ij}} \prod_{m=1}^{s-1} a_{i_m, i_{m+1}}$$

Beispiel Materialbedarfsermittlung



(vgl. Tempelmeier (2008))

Beispiel Materialbedarfsermittlung



(vgl. Tempelmeier (2008))

Gesamtbedarfsvektor

$$\mathbf{r} = (\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{d} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 6 & 0 & 12 & 18 \\ 0 & 1 & 0 & 13 & 5 & 26 & 44 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 4 & 11 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 4 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 20 \\ 40 \\ 100 \\ 80 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2760 \\ 6580 \\ 1360 \\ 460 \\ 1040 \\ 100 \\ 80 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{E1} \\ \text{E2} \\ \text{E3} \\ \text{B1} \\ \text{B2} \\ \text{P1} \\ \text{P2} \end{matrix}$$

Gesamtbedarf für ein Erzeugnis k

$$r_k = d_k + \sum_{j \in \mathcal{N}_k} a_{kj} \cdot r_j$$

Bruttobedarf für ein Erzeugnis k zum Zeitpunkt t

$$r_{kt} = d_{kt} + \sum_{j \in \mathcal{N}_k} a_{kj} \cdot r_{jt}$$

Bruttobedarf für ein Erzeugnis k zum Zeitpunkt t

$$r_{kt} = d_{kt} + \sum_{j \in \mathcal{N}_k} a_{kj} \cdot r_{jt}$$

Nettobedarf für ein Erzeugnis k zum Zeitpunkt t

$$q_{kt} = d_{kt} + \sum_{j \in \mathcal{N}_k} a_{kj} \cdot \textcolor{red}{r}_{jt} - y_{k,t-1}$$

Bruttobedarf für ein Erzeugnis k zum Zeitpunkt t

$$r_{kt} = d_{kt} + \sum_{j \in \mathcal{N}_k} a_{kj} \cdot r_{jt}$$

Nettobedarf für ein Erzeugnis k zum Zeitpunkt t

$$q_{kt} = d_{kt} + \sum_{j \in \mathcal{N}_k} a_{kj} \cdot q_{jt} - y_{k,t-1}$$

Bruttobedarf für ein Erzeugnis k zum Zeitpunkt t

$$r_{kt} = d_{kt} + \sum_{j \in \mathcal{N}_k} a_{kj} \cdot r_{jt}$$

Nettobedarf für ein Erzeugnis k zum Zeitpunkt t

$$q_{kt} = d_{kt} + \sum_{j \in \mathcal{N}_k} a_{kj} \cdot q_{jt} - y_{k,t-1} + y_{kt}$$

$$\mathbf{r} = f(\text{Erzeugnisstruktur})$$

$$\mathbf{q} = f(\text{Erzeugnisstruktur}, \text{Kosten}, \text{Kapazitäten})$$

Bruttobedarf für ein Erzeugnis k zum Zeitpunkt t

$$r_{kt} = d_{kt} + \sum_{j \in \mathcal{N}_k} a_{kj} \cdot r_{jt}$$

Nettobedarf für ein Erzeugnis k zum Zeitpunkt t

$$q_{kt} = d_{kt} + \sum_{j \in \mathcal{N}_k} a_{kj} \cdot q_{jt} - y_{k,t-1} + y_{kt}$$

$$\mathbf{r} = f(\text{Erzeugnisstruktur})$$

$$\mathbf{q} = f(\text{Erzeugnisstruktur}, \text{Kosten}, \text{Kapazitäten})$$

Als das eigentliche, übergeordnete Entscheidungsproblem erweist sich die optimale Bestimmung von

$$\mathbf{y} = f(\text{Kosten}, \text{Kapazitäten})$$

Bruttobedarf für ein Erzeugnis k zum Zeitpunkt t

$$r_{kt} = d_{kt} + \sum_{j \in \mathcal{N}_k} a_{kj} \cdot r_{jt}$$

Nettobedarf für ein Erzeugnis k zum Zeitpunkt t

$$q_{kt} = d_{kt} + \sum_{j \in \mathcal{N}_k} a_{kj} \cdot q_{jt} - y_{k,t-1} + y_{kt}$$

$$\mathbf{r} = f(\text{Erzeugnisstruktur})$$

$$\mathbf{q} = f(\text{Erzeugnisstruktur, Kosten, Kapazitäten})$$

Als das eigentliche, übergeordnete Entscheidungsproblem erweist sich die optimale Bestimmung von

$$\mathbf{y} = f(\text{Kosten, Kapazitäten})$$

u. B. d. **Lagerbilanzgleichungen**

$$y_{kt} = y_{k,t-1} + q_{kt} - d_{kt} - \sum_{j \in \mathcal{N}_k} a_{kj} \cdot q_{jt}$$

Das System der Lagerbilanzgleichungen liefert als Nebenbedingung(en) für o. a. Optimierungsproblem eine eindeutige Lösung für die mit den optimalen Lagerbeständen verbundenen Nettobedarfsmengen, d. h. Beschaffungs- bzw. Produktionsmengen (Losgrößen q_{kt}).