

## **Übung 05**

### **Einmalige und mehrperiodige Bestandsentscheidungen**

## Aufgabe 1: Das Newsvendor-Problem

Ein Event-Veranstalter plant den Verkauf von T-Shirts für ein einmaliges Open-Air-Konzert. Die Nachfrage nach den T-Shirts ist unsicher und wird als normalverteilt mit einem Erwartungswert von 800 Stück und einer Standardabweichung von 150 Stück geschätzt.

### Kostendaten:

- **Einkaufspreis pro T-Shirt:** 10 GE
- **Verkaufspreis pro T-Shirt:** 25 GE
- **Rückkaufpreis (Restwert) pro nicht verkäuflichem T-Shirt:** 4 GE (Der Lieferant nimmt unverkäufliche Ware zurück)

### Ihre Aufgaben:

1. **Underage- und Overage-Kosten:** Bestimmen Sie die Underage-Kosten ( $c_U$ ) und die Overage-Kosten ( $c_O$ ).
  - $c_U$ : Kosten pro Einheit, die man zu wenig bestellt hat (entgangener Gewinn).
  - $c_O$ : Kosten pro Einheit, die man zu viel bestellt hat (Verlust pro übrig gebliebenem T-Shirt).
2. **Kritisches Verhältnis:** Berechnen Sie das kritische Verhältnis (Critical Ratio).
3. **Optimale Bestellmenge:** Bestimmen Sie die optimale Bestellmenge ( $x_{opt}$ ), die der Veranstalter ordern sollte, um den erwarteten Gewinn zu maximieren.
4. **Sicherheitsbestand:** Wie hoch ist der resultierende Sicherheitsbestand?

## Aufgabe 2: Periodische Lagerhaltungspolitik ( $r, S$ )

Ein Fachgeschäft für Wander-Ausrüstung verkauft einen speziellen Typ Wanderstiefel. Die Nachfrage ist annähernd normalverteilt. Der Bestand wird alle 4 Wochen ( $r=4$ ) überprüft. Die Lieferzeit vom Hersteller beträgt konstant 2 Wochen ( $L=2$ ).

### Daten zur wöchentlichen Nachfrage:

- **Erwartungswert ( $\mu_D$ ):** 20 Paar
- **Standardabweichung ( $\sigma_D$ ):** 8 Paar

Das Geschäft strebt einen  $\beta$ -Servicegrad von 98% an. Das bedeutet, dass 98% der gesamten Nachfrage direkt aus dem Lager bedient werden soll.

### Ihre Aufgaben:

1. **Risikozeitraum:** Bestimmen Sie den Risikozeitraum für diese  $(r, S)$ -Politik.
2. **Nachfrageparameter:** Berechnen Sie den Erwartungswert und die Standardabweichung der Nachfrage während des gesamten Risikozeitraums.
3. **Optimales Bestellniveau:** Bestimmen Sie das optimale Bestellniveau  $S_{opt}$ . Nehmen Sie zur Vereinfachung an, dass der Fehlmengenanteil direkt aus der Einheiten-Verlustfunktion der Normalverteilung über den gesamten Risikozeitraum ( $r + L$ ) abgeleitet werden kann.  $S_{opt} = \mu_{r+L} + v_{opt} \cdot \sigma_{r+L}$ , wobei  $v_{opt}$  so gewählt wird, dass  $G_Z^{(1)}(v_{opt}) \leq \frac{(1-\beta) \cdot r \cdot \mu_D}{\sigma_{r+L}}$ . Nutzen Sie die Approximation  $G_Z^{(1)}(v) \approx \phi(v) - v \cdot (1 - \Phi(v))$ .

### Aufgabe 3: Newsvendor mit diskreter Nachfrage

Ein Bäcker muss morgens entscheiden, wie viele eines speziellen Kuchens er für den Tag backen soll. Die Herstellungskosten pro Kuchen betragen 5 GE, der Verkaufspreis liegt bei 12 GE. Nicht verkaufte Kuchen können am Ende des Tages nicht mehr verkauft werden und haben einen Restwert von 0 GE.

Die Nachfrage nach diesem Kuchen ist erfahrungsgemäß wie folgt verteilt:

Nach- frage (Y)	8 Kuchen	9 Kuchen	10 Kuchen	11 Kuchen	12 Kuchen
Wahrschein- lichkeit P(Y)	0.10	0.20	0.35	0.25	0.10

#### Ihre Aufgaben:

1. **Underage- und Overage-Kosten:** Berechnen Sie die Underage- ( $c_U$ ) und Overage-Kosten ( $c_O$ ).
2. **Kritisches Verhältnis:** Berechnen Sie das kritische Verhältnis.
3. **Tabelle der kumulierten Wahrscheinlichkeiten:** Erstellen Sie eine Tabelle mit der kumulierten Wahrscheinlichkeit  $F(x)$  für jede mögliche Bestellmenge  $x$ .
4. **Optimale Bestellmenge:** Bestimmen Sie die optimale Bestellmenge  $x_{opt}$ , die der Bäcker backen sollte.

### Aufgabe 4: Bestellpunkt-Politik (s, q) mit Undershoot

Ein Händler für Elektronikbauteile verwendet für ein bestimmtes Bauteil eine  $(s, q)$ -Politik. Die tägliche Nachfrage  $D$  ist normalverteilt mit  $\mu_D = 100$  und  $\sigma_D = 20$ . Die Wiederbeschaffungszeit beträgt  $L = 5$  Tage. Es wird eine feste Bestellmenge von  $q = 800$  Stück verwendet.

Das Unternehmen möchte einen  $\beta$ -Servicegrad von 99% erreichen.

#### Ihre Aufgaben:

1. **Undershoot:** Berechnen Sie den Erwartungswert  $E\{U\}$  und die Varianz  $\text{Var}\{U\}$  des Undershoots. Nehmen Sie an, dass die Nachfrageverteilung normalverteilt ist.
2. **Nachfrage im Risikozeitraum:** Berechnen Sie den Erwartungswert  $\mu_Y$  und die Varianz  $\sigma_Y^2$  der Nachfrage im gesamten Risikozeitraum ( $Y = Y^{(L)} + U$ ).
3. **Optimaler Bestellpunkt:** Bestimmen Sie den optimalen Bestellpunkt  $s_{opt}$ , der für den angestrebten Servicegrad nötig ist. Nehmen Sie an, dass der Fehlbestand am Anfang eines Zyklus vernachlässigbar klein ist ( $G_Y^{(1)}(s + q) \approx 0$ ).