

Übung 02

Dynamische Losgrößenplanung

Einleitung

Wer noch Schwierigkeiten mit dem CLSP und der Lagerbilanzgleichung hat, kann sich gerne folgendes Video aus der Vorlesung Grundlagen des Operations Research ansehen:

<https://www.youtube.com/embed/mJtf-RR9Dvk>

Aufgabe 1: Exakte Losgrößenplanung für Saisonbier

Die lokale Traditionsbrauerei "Duisburger Perle" plant die Produktion ihres beliebten Saisonbiers "Frühlings-Helles" für die kommenden 6 Wochen. Da die Nachfrage schwankt und das Aufsetzen eines neuen Brauvorgangs (Rüsten) mit erheblichen Kosten verbunden ist, soll ein kostenoptimaler Produktionsplan gefunden werden.

Die Brauerei hat die folgenden Daten ermittelt:

- **Rüstkosten (s):** 250 GE pro Brauvorgang (Los)
- **Lagerkostensatz (h):** 2 GE pro Kasten und Woche

Wöchentliche Nachfrage (d_t):

| Woche (t) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|--------------------|----|----|----|----|----|----|
| Nachfrage (Kästen) | 30 | 50 | 20 | 70 | 80 | 40 |

Um die Gesamtkosten zu minimieren, soll das exakte Verfahren von **Wagner und Whitin** (Dynamische Optimierung) angewendet werden. Es wird angenommen, dass zu Beginn kein Lagerbestand vorhanden ist und am Ende der 6. Woche ebenfalls kein Bestand verbleiben soll.

Ihre Aufgaben:

1. **Kostenmatrix erstellen:** Berechnen Sie die Kosten $c_{\tau j}$ für jedes mögliche Los, das in Woche τ produziert wird, um die Nachfrage bis einschließlich Woche j zu decken.
2. **Wagner-Whitin-Algorithmus anwenden:** Ermitteln Sie rekursiv die minimalen Gesamtkosten f_i für einen Planungszeitraum von $i = 1, \dots, 6$ Wochen. Notieren Sie sich bei jedem Schritt, welche Entscheidung zur minimalen Kosten führt.
3. **Optimalen Produktionsplan ableiten:** Bestimmen Sie durch Rückverfolgung (Backtracking) aus den Ergebnissen von Schritt 2, in welchen Wochen eine Produktion stattfinden soll und wie groß die jeweilige Losgröße ist. Wie hoch sind die minimalen Gesamtkosten?

Aufgabe 2: Heuristische Losgrößenplanung

Die Geschäftsführung der “Duisburger Perle” ist mit dem optimalen Plan sehr zufrieden, findet das Wagner-Whitin-Verfahren jedoch recht aufwändig für die schnelle, wöchentliche Planung. Ein findiger Braumeister schlägt vor, einfachere Heuristiken zu verwenden, die “ziemlich gute” Ergebnisse liefern, aber schneller zu berechnen sind.

Sie erhalten den Auftrag, drei gängige Heuristiken auf die Daten aus Aufgabe 1 anzuwenden und die Ergebnisse mit der optimalen Lösung zu vergleichen.

Daten (wie in Aufgabe 1):

- **Rüstkosten (s):** 250 GE
- **Lagerkostensatz (h):** 2 GE pro Kasten und Woche
- **Wöchentliche Nachfrage (d_t):** [30, 50, 20, 70, 80, 40]

Ihre Aufgaben:

1. **Stückkostenverfahren (Least-Unit-Cost):** Bilden Sie Lose, indem Sie so lange Periodenbedarfe zusammenfassen, wie die durchschnittlichen Stückkosten des Loses sinken.
2. **Stückperiodenausgleichsverfahren (Part-Period-Balancing):** Bilden Sie Lose, indem Sie so lange Periodenbedarfe zusammenfassen, wie die kumulierten Lagerkosten des Loses die Rüstkosten nicht übersteigen.
3. **Silver-Meal-Verfahren:** Bilden Sie Lose, indem Sie so lange Periodenbedarfe zusammenfassen, wie die durchschnittlichen Kosten pro Periode sinken.
4. **Vergleich:** Stellen Sie die Produktionspläne und Gesamtkosten der drei Heuristiken der optimalen Lösung aus Aufgabe 1 gegenüber. Wie gut schlagen sich die Heuristiken?

Aufgabe 3: Losgrößenplanung mit Kapazitätsgrenzen (CLSP)

Die “Duisburger Perle” stellt fest, dass die Gär- und Lagertanks einen Engpass darstellen. Es kann nicht unbegrenzt viel Bier pro Woche produziert werden. Zusätzlich zum “Frühlings-Hellen” wird nun ein zweites Saisonbier, das “Maibock”, geplant. Beide Biere konkurrieren um die gleiche, begrenzte wöchentliche Kapazität.

Neue & Gegebene Daten:

- **Produkt 1: Frühlings-Helles** (Daten wie gehabt)
 - Nachfrage: [30, 50, 20, 70, 80, 40]
 - Rüstkosten s_{helles} : 250 GE, Lagerkosten h_{helles} : 2 GE
 - Kapazitätsbedarf pro Kasten tb_{helles} : 1,0 KE
 - Kapazitätsbedarf für Rüstvorgang tr_{helles} : 20 KE
- **Produkt 2: Maibock** (Neue Daten)
 - Nachfrage: [20, 30, 60, 40, 30, 50]
 - Rüstkosten s_{bock} : 200 GE, Lagerkosten h_{bock} : 2.5 GE
 - Kapazitätsbedarf pro Kasten tb_{bock} : 1,2 KE
 - Kapazitätsbedarf für Rüstvorgang tr_{bock} : 15 KE
- **Wöchentliche Gesamtkapazität (b_t):** 150 KE (Kapazitätseinheiten)

Ihre Aufgaben:

1. **Unabhängige Planung:** Ermitteln Sie den kostenoptimalen, *unkapazitierten* Produktionsplan für das neue “Maibock”-Bier mit dem Wagner-Whitin-Algorithmus.
2. **Kapazitätsprüfung:** Überlagern Sie den optimalen Plan für “Frühlings-Helles” (aus Aufgabe 1) mit dem neuen Plan für “Maibock”. Berechnen Sie für jede Woche die gesamte Kapazitätsauslastung durch Produktion und Rüstvorgänge beider Biersorten. Identifizieren Sie alle Wochen, in denen die Gesamtkapazität von 150 KE überschritten wird.
3. **Heuristische Anpassung:** Schlagen Sie eine einfache, plausible Anpassung für den kombinierten Produktionsplan vor, um die Kapazitätsverletzungen zu beheben (z.B. durch Vorziehen oder Aufteilen einer Produktion). Berechnen Sie die neuen Gesamtkosten (Summe der Kosten beider Pläne) für Ihren angepassten, kapazitätskonformen Plan.
4. **Diskussion:** Erläutern Sie kurz, warum das separate Anwenden des Wagner-Whitin-Algorithmus und anschließende Anpassen keine garantiert optimale Lösung für das kapazitierte Problem (CLSP) liefert.