Übung 04

Operative Produktionsplanung

Aufgabe 1 - Aggregierte Produktionsplanung

Ein Unternehmen produziert zwei Produkte (P1, P2) für die folgenden Nachfragemengen in den nächsten vier Perioden ermittelt wurden:

$d_{k,t}$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$	$t = 4$
P1	20	50	30	20
P2	50	20	60	30

Weitere Daten:

- Kapazitätsbedarf P1: 1 Maschinenstunde, 1,5 Personenstunden pro Einheit
- Kapazitätsbedarf P2: 2 Maschinenstunden, 0,5 Personenstunden pro Einheit
- Verfügbare Kapazität pro Periode: 150 Maschinenstunden, 70 Personenstunden
- Maximale Überstunden: 50 pro Periode
- Lagerkostensatz: 1 GE/(Einheit·Periode) für beide Produkte
- Überstundenkostensatz: 2 GE/Stunde (alle Perioden)
- Anfangslagerbestände: $y_{1,0} = y_{2,0} = 0$

a) Formulieren Sie das vollständige mathematische Modell zur Beschäftigungsglättung.
b) Berechnen Sie für jede Periode den gesamten Kapazitätsbedarf bei vollständiger Bedarfsdeckung ohne Lagerhaltung.
c) Bestimmen Sie, in welchen Perioden Überstunden erforderlich sind und wie viele.
d) Wie könnte das Modell erweitert werden, um Mindestproduktionsmengen zu berücksichtigen?

Caution

Lösung:

a) Vollständiges mathematisches Modell:

Siehe Foliensatz.

b) Kapazitätsbedarf bei vollständiger Bedarfsdeckung:

Periode t	d_{1t}	d_{2t}	Maschinen-bedarf	Personal-bedarf
1	20	50	$1 \cdot 20 + 2 \cdot 50 = 120$	$1,5 \cdot 20 + 0,5 \cdot 50 = 55$
2	50	20	$1 \cdot 50 + 2 \cdot 20 = 90$	$1,5 \cdot 50 + 0,5 \cdot 20 = 85$
3	30	60	$1 \cdot 30 + 2 \cdot 60 = 150$	$1,5 \cdot 30 + 0,5 \cdot 60 = 75$
4	20	30	$1 \cdot 20 + 2 \cdot 30 = 80$	$1,5 \cdot 20 + 0,5 \cdot 30 = 45$

c) Überstunden-Analyse:

Verfügbare Personenstunden: 70 pro Periode Überstunden erforderlich in:

- Periode 2: $85 - 70 = 15$ Überstunden
- Periode 3: $75 - 70 = 5$ Überstunden

Beide liegen unter der Maximalgrenze von 50 Überstunden.

d) Berücksichtigung von Mindestproduktionsmengen:

$$x_{kt} \geq \underline{x}_{kt}$$

Aufgabe 2 - Losgrößenplanung mit verschiedenen Verfahren

Für ein Endprodukt liegen folgende periodenbezogene Bedarfsprognosen vor: $d_1 = 30, d_2 = 90, d_3 = 20, d_4 = 0, d_5 = 50$.

Gegeben: Lagerkostensatz $h = 2$ €/(Einheit· Periode), Rüstkostensatz $s = 250$ €/Rüstvorgang

a) Formulieren Sie das vollständige SIULSP-Modell für dieses Problem.
b) Welchen Wert muss “Big-M” mindestens annehmen? Begründen Sie Ihre Antwort.
c) Bestimmen Sie eine Lösung mit dem Silver-Meal-Verfahren.
d) Bestimmen Sie eine Lösung mit dem Groff-Verfahren.
e) Bestimmen Sie die optimale Lösung mit dem Wagner-Whitin-Verfahren (Kürzeste-Wege-Interpretation).
f) Vergleichen Sie die Lösungsqualität der drei Verfahren und bewerten Sie deren praktische Anwendbarkeit.

Caution

Lösung:

a) SIULSP-Modell für das gegebene Problem:

Siehe Foliensatz.

b) Bestimmung von Big-M:

Die maximale Losgröße ist die Summe aller verbleibenden Bedarfe:

$$M \geq \max\{d_1 + d_2 + d_3 + d_4 + d_5, d_2 + d_3 + d_4 + d_5, ..., d_5\}$$

$$M \geq \max\{190, 160, 70, 50, 50\} = 190$$

Antwort: $M \geq 190$

c) Silver-Meal-Verfahren:

Das Verfahren minimiert die durchschnittlichen Kosten pro Periode für jedes Los.

Kostenkriterium: $c_{\tau,t} = \frac{s+h\cdot\sum_{j=\tau}^{t}(j-\tau)\cdot d_j}{t-\tau+1}$

Iteration 1 (Start $\tau = 1$):

- $c_{1,1} = \frac{250+2\cdot0\cdot30}{1} = 250$
- $c_{1,2} = \frac{250+2\cdot(0\cdot30+1\cdot90)}{2} = \frac{430}{2} = 215$ (besser)
- $c_{1,3} = \frac{250+2\cdot(0\cdot30+1\cdot90+2\cdot20)}{3} = \frac{510}{3} = 170$ (besser)
- $c_{1,4} = \frac{250+2\cdot(0\cdot30+1\cdot90+2\cdot20+3\cdot0)}{4} = \frac{510}{4} = 127,5$ (besser)
- $c_{1,5} = \frac{250+2\cdot(0\cdot30+1\cdot90+2\cdot20+3\cdot0+4\cdot50)}{5} = \frac{910}{5} = 182$ (schlechter)

Los 1: Perioden 1-4, $q_1 = 140$

Iteration 2 (Start $\tau = 5$): - $c_{5,5} = \frac{250+2\cdot0\cdot50}{1} = 250$

Los 2: Periode 5, $q_5 = 50$

Silver-Meal-Lösung:

- $q_1 = 140, q_2 = 0, q_3 = 0, q_4 = 0, q_5 = 50$
- Lagerbestände: $y_1 = 110, y_2 = 20, y_3 = 0, y_4 = 0, y_5 = 0$
- Gesamtkosten: $2 \cdot 250 + 2 \cdot (110 + 20) = 760$ €

d) Groff-Verfahren:

Das Verfahren verwendet das Kriterium: $d_j \cdot j \cdot (j+1) \leq 2s/h = 250$

Iteration 1 ($\tau = 1$):

- $j = 0$: $30 \cdot 0 \cdot 1 = 0 \leq 250$
- $j = 1$: $90 \cdot 1 \cdot 2 = 180 \leq 250$
- $j = 2$: $20 \cdot 2 \cdot 3 = 120 \leq 250$
- $j = 3$: $0 \cdot 3 \cdot 4 = 0 \leq 250$
- $j = 4$: $50 \cdot 4 \cdot 5 = 1000 > 250$

[illegible]

Aufgabe 3 - Kapazitätsbeschränkte Losgrößenplanung

Erweitern Sie das SIULSP-Modell aus Aufgabe 2 um folgende Kapazitätsbeschränkungen:

- Verfügbare Produktionskapazität: 80 Einheiten pro Periode
- Rüstzeit: 10 Stunden pro Rüstvorgang
- Verfügbare Rüstkapazität: 15 Stunden pro Periode
- Produktionszeit: 0,5 Stunden pro Einheit

a) Formulieren Sie die zusätzlichen Nebenbedingungen für das kapazitätsbeschränkte Problem.

b) Analysieren Sie, ob die Lösung aus Aufgabe 2 e) noch zulässig ist.

c) Welche Auswirkungen könnten Kapazitätsbeschränkungen auf die Anwendbarkeit der heuristischen Verfahren haben?

Caution

Lösung:

a) Zusätzliche Nebenbedingungen:

Produktionskapazitätsbeschränkung:

$$q_t \leq 80 \quad \text{für alle} \quad t = 1, 2, 3, 4, 5$$

Rüstkapazitätsbeschränkung:

$$10 \cdot \gamma_t + 0,5 \cdot q_t \leq 15 \quad \text{für alle} \quad t = 1, 2, 3, 4, 5$$

b) Zulässigkeitsprüfung der Lösung aus 2 e):

Optimale Lösung: $q_1 = 140, q_5 = 50$

Periode 1:

- Produktionskapazität: $140 > 80 \longrightarrow$ Verletzt!
- Rüstkapazität: $10 \cdot 1 + 0,5 \cdot 140 = 80 > 15 \longrightarrow$ Verletzt!

Periode 5:

- Produktionskapazität: $50 \leq 80$ ✓
- Rüstkapazität: $10 \cdot 1 + 0,5 \cdot 50 = 35 > 15 \longrightarrow$ Verletzt!

Antwort: Die Lösung ist nicht zulässig.

c) Auswirkungen auf heuristische Verfahren:

Silver-Meal und Groff-Verfahren:

- Müssen modifiziert werden, um Kapazitätsbeschränkungen zu berücksichtigen
- Los-Bildung muss gestoppt werden, wenn Kapazitätsgrenzen erreicht sind
- Lösungsqualität kann deutlich schlechter werden

Praktische Konsequenz:

Kapazitätsbeschränkte Losgrößenprobleme erfordern weiter angepasste Algorithmen oder die Verwendung von Mixed-Integer-Programming-Solvern.