

Übung 02

Fließbandproduktion & Leistungsanalysen

Aufgabe 1 - Warteschlangenanalyse in der Automobilproduktion

Ein Automobilzulieferer betreibt eine Fertigungsline mit 4 Bearbeitungsstationen für Getriebekomponenten. Die Stationen haben folgende Bearbeitungsraten (in Stück pro Stunde):

- Station 1 (Drehen): $\mu_1 = 3$
- Station 2 (Fräsen): $\mu_2 = 3$
- Station 3 (Schleifen): $\mu_3 = 4$
- Station 4 (Qualitätskontrolle): $\mu_4 = 3$

Zwischen den Stationen sind unbeschränkte Puffer vorhanden. Die Zwischenankunfts- und Bearbeitungszeiten sind exponentialverteilt.

- a) Bestimmen Sie für die Ankunftsraten $\lambda_1 = 2$ und $\lambda_1 = 3$ Stück/h vor der ersten Station:
 - Die Produktionsrate des Systems
 - Die Ankunftsrate an den einzelnen Stationen
- b) Berechnen Sie für beide Szenarien aus a):
 - Die Auslastung jeder Station und die durchschnittliche Systemauslastung
 - Den mittleren Bestand an jeder Station und im Gesamtsystem
 - Die mittlere Durchlaufzeit pro Station und die Gesamtdurchlaufzeit
- c) Für $\lambda_1 = 2$: Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich an Station 1:
 - Genau 5 Werkstücke befinden?
 - Höchstens 5 Werkstücke befinden?
 - Die Station leer ist?
- d) Eine zusätzliche Vorbearbeitungsstation hat $\lambda = 5$ und $\mu = 7$. Analysieren Sie diese Station bezüglich Auslastung, Bestand und Durchlaufzeit.

Caution

Lösung:

a) Produktionsrate und Ankunftsrate:

Für $\lambda_1 = 2$:

- Produktionsrate: $X = \min\{\lambda_1, \mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4\} = \min\{2, 3, 3, 4, 3\} = 2 \text{ Stück/h}$
- Ankunftsrate: $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = \min\{2, 3\} = 2, \lambda_3 = \min\{2, 3\} = 2, \lambda_4 = \min\{2, 4\} = 2$

Für $\lambda_1 = 3$:

- Produktionsrate: $X = \min\{3, 3, 3, 4, 3\} = 3 \text{ Stück/h}$
- Ankunftsrate: $\lambda_1 = 3, \lambda_2 = \min\{3, 3\} = 3, \lambda_3 = \min\{3, 3\} = 3, \lambda_4 = \min\{3, 4\} = 3$

b) Kenngrößen für beide Szenarien:

Szenario 1: $\lambda_1 = 2$

Auslastungen:

- $\rho_1 = \frac{2}{3} = 0,667$
- $\rho_2 = \frac{2}{3} = 0,667$
- $\rho_3 = \frac{2}{4} = 0,500$
- $\rho_4 = \frac{2}{3} = 0,667$
- Durchschnitt: $\bar{\rho} = 0,625$

Mittlerer Bestand:

- $L_1 = \frac{0,667}{1-0,667} = 2,00 \text{ Stück}$
- $L_2 = \frac{0,667}{1-0,667} = 2,00 \text{ Stück}$
- $L_3 = \frac{0,500}{1-0,500} = 1,00 \text{ Stück}$
- $L_4 = \frac{0,667}{1-0,667} = 2,00 \text{ Stück}$
- Gesamt: $L = 7,00 \text{ Stück}$

Mittlere Durchlaufzeit (Little's Gesetz: $W = L/\lambda$):

- $W_1 = \frac{2,00}{2} = 1,00 \text{ h}$
- $W_2 = \frac{2,00}{2} = 1,00 \text{ h}$
- $W_3 = \frac{1,00}{2} = 0,50 \text{ h}$
- $W_4 = \frac{2,00}{2} = 1,00 \text{ h}$
- Gesamt: $W = 3,50 \text{ h}$

Szenario 2: $\lambda_1 = 3$

Auslastungen:

- $\rho_1 = \rho_2 = \rho_4 = \frac{3}{3} = 1,000 \rightarrow \text{Grenzfall!}$
- $\rho_3 = \frac{3}{4} = 0,750$

Das System arbeitet am Limit. Die Stationen 1, 2 und 4 haben 100% Auslastung, was zu erheblichen Wartezeiten, hohen Beständen und damit zu extremen Schwankungen im System führt. Das System ist instabil und sollte nicht weiter betrieben werden, bis die Kapazitäten erhöht werden können!

- Relative Differenz der Wartezeiten: $\frac{W_1 - W_3}{W_3} = \frac{1,00 - 0,50}{0,50} = 1,000$ (100%)

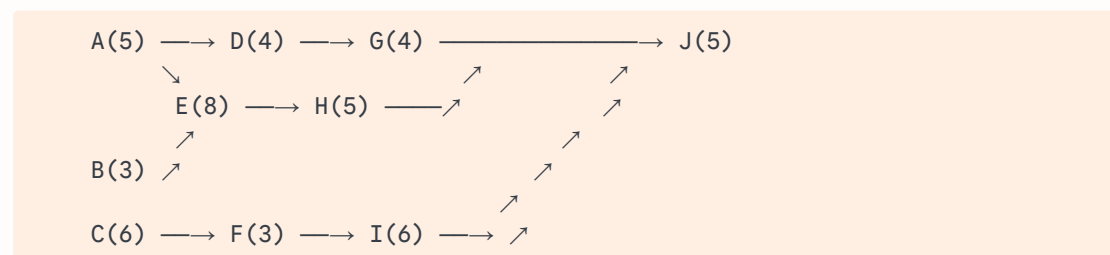
Aufgabe 2 - Fließbandabstimmung bei der Smartphone-Montage

Ein Elektronikhersteller plant eine neue Montagelinie für Smartphones. Pro 8-Stunden-Schicht sollen 48 Geräte montiert werden. Die Montage besteht aus 10 Arbeitselementen mit folgenden Beziehungen:

Arbeitselemente und Elementzeiten:

Element	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Zeit [min]	5	3	6	4	8	3	4	5	6	5

Vorranggraph:



- Bestimmen Sie die Taktzeit für die geforderte Produktionsrate.
- Berechnen Sie die theoretisch minimale Anzahl an Stationen. Wie viele Stationen werden maximal benötigt?
- Führen Sie eine Fließbandabstimmung mit der Heuristik "Längste Elementzeit zuerst" durch.
- Berechnen Sie den Bandwirkungsgrad Ihrer Lösung.

Caution

Lösung:

a) Taktzeit:

- Verfügbare Zeit: $T = 8 \text{ h} \times 60 \text{ min/h} = 480 \text{ min}$
- Produktionsrate: 48 Stück/Schicht
- Taktzeit: $C = \frac{480}{48} = 10 \text{ min/Stück}$

b) Stationenanzahl:

- Theoretisches Minimum: $M_{\min} = \lceil \frac{49}{10} \rceil = 5 \text{ Stationen}$
- Maximum: $M_{\max} = 10 \text{ Stationen}$ (ein Element pro Station)

c) Fließbandabstimmung (Längste Elementzeit zuerst):

Prioritätsliste: E(8), C(6), I(6), A(5), H(5), J(5), D(4), G(4), B(3), F(3)

Wichtig: Es werden nur Elemente zugeordnet, deren Vorgänger bereits zugeordnet sind!

Station	Verfügbare Elemente	Element	Gewähltes Element	Elementzeit	Stationzeit	Restzeit
I	A, B, C	C		6	6	4
	A, B, F	B		3	9	1
II	A, F	A		5	5	5
	F, D, E	D		4	9	1
III	F, E, G	E		8	8	2
IV	F, G, H	H		5	5	5
	F, G	G		4	9	1
V	F	F		3	3	7
	I	I		6	9	1
VI	J	J		5	5	5

Ergebnis: 6 Stationen benötigt

Hinweis zur Optimalität: Das theoretische Minimum von 5 Stationen ($\lceil 49/10 \rceil$) ist aufgrund der Vorrangbeziehungen und Elementzeiten nicht erreichbar. Die gefundene Lösung mit 6 Stationen ist für diese Heuristik gut, muss aber nicht global optimal sein. Andere Heuristiken könnten möglicherweise 5 Stationen erreichen.

d) Bandwirkungsgrad:

$$U = \frac{\text{Summe Elementzeiten}}{\text{Anzahl Stationen} \times \text{Taktzeit}} = \frac{49}{6 \times 10} = \frac{49}{60} = 0,817 = 81,7\%$$

Aufgabe 3 - Leistungsanalyse eines Fließproduktionssystems

Eine Elektronikfertigung für Leiterplatten besteht aus 5 aufeinanderfolgenden Bearbeitungsstationen. Die erste Station erhält Werkstücke mit einer Rate von $\lambda = 0,08$ Leiterplatten pro Minute. Alle Stationen haben eine mittlere Bearbeitungszeit von $b = 11$ Minuten pro Leiterplatte. Die Bearbeitungszeiten sind exponentialverteilt, und zwischen den Stationen befinden sich unbeschränkte Puffer.

- a) Berechnen Sie für jede Station:
 - Die Bearbeitungsrate μ
 - Die Auslastung ρ
 - Den mittleren Bestand L
 - Die mittlere Durchlaufzeit W
- b) Bestimmen Sie für das Gesamtsystem:
 - Die Produktionsrate
 - Den Gesamtbestand
 - Die Gesamtdurchlaufzeit
- c) Für Station 3: Mit welcher Wahrscheinlichkeit
 - Ist die Station leer?
 - Befinden sich genau 3 Leiterplatten an der Station?
 - Befinden sich 3 oder weniger Leiterplatten an der Station?
 - Befinden sich mehr als 10 Leiterplatten an der Station?

Caution

Lösung:

a) Stationskenngrößen:

Für alle Stationen $m = 1, \dots, 5$:

- Bearbeitungsrate: $\mu_m = \frac{1}{b_m} = \frac{1}{11} = 0,091$ Leiterplatten/min
- Ankunftsrate: $\lambda_m = \min\{\lambda_{m-1}, \mu_{m-1}\} = 0,08$ (da $0,08 < 0,091$ für alle Stationen)
- Auslastung: $\rho_m = \frac{\lambda_m}{\mu_m} = \frac{0,08}{0,091} = 0,88$
- Mittlerer Bestand: $L_m = \frac{\rho_m}{1-\rho_m} = \frac{0,88}{0,12} = 7,33$ Leiterplatten
- Mittlere Durchlaufzeit: $W_m = \frac{L_m}{\lambda_m} = \frac{7,33}{0,08} = 91,67$ min

b) Gesamtsystem:

- Produktionsrate: $X = \min\{\lambda, \mu_1, \dots, \mu_5\} = 0,08$ Leiterplatten/min
- Gesamtbestand: $L = \sum_{m=1}^5 L_m = 5 \times 7,33 = 36,67$ Leiterplatten
- Gesamtdurchlaufzeit: $W = \sum_{m=1}^5 W_m = 5 \times 91,67 = 458,33$ min

c) Wahrscheinlichkeiten für Station 3:

Mit $\rho_3 = 0,88$ und $P[N = n] = (1 - \rho) \cdot \rho^n$:

- Station leer: $P[N = 0] = 1 - 0,88 = 0,12$ (12%)
- Genau 3 Leiterplatten: $P[N = 3] = 0,12 \cdot 0,88^3 = 0,12 \cdot 0,681 = 0,082$ (8,2%)
- 3 oder weniger: $P[N \leq 3] = 0,401$ (40,1%)
- Mehr als 10: $P[N > 10] = \rho^{11} = 0,88^{11} = 0,245$ (24,5%)

Aufgabe 4 - Starving und Blocking

Ein Produktionssystem besteht aus drei Stationen mit beschränkten Puffern:

[Lager] → Station 1 → [Puffer 1: 3 Plätze] → Station 2 → [Puffer 2: 2 Plätze] → Station 3 → [Fertigwarenlager]

Die Bearbeitungszeiten sind deterministisch: $b_1 = 4$ min, $b_2 = 5$ min, $b_3 = 3$ min.

- Erklären Sie die Begriffe “Starving” und “Blocking” im Kontext dieses Systems.
- Identifizieren Sie mögliche Starving- und Blocking-Situationen in diesem System.
- Welche Station ist der Engpass? Wie wirkt sich das auf die anderen Stationen aus?
- Schlagen Sie zwei Maßnahmen zur Verbesserung der Systemleistung vor.

Caution

Lösung:

a) Begriffserklärungen:

Starving (Aushungern): Eine Station kann nicht arbeiten, weil der vorgelagerte Puffer leer ist und kein zu bearbeitendes Werkstück verfügbar ist.

Blocking (Blockierung): Eine Station kann nicht arbeiten, obwohl sie ein Werkstück fertiggestellt hat, weil der nachgelagerte Puffer voll ist und das fertige Werkstück nicht weitergegeben werden kann.

b) Mögliche Situationen:

Starving:

- Station 2 hungert aus, wenn Puffer 1 leer ist und Station 1 noch arbeitet
- Station 3 hungert aus, wenn Puffer 2 leer ist und Station 2 noch arbeitet

Blocking:

- Station 1 wird blockiert, wenn Puffer 1 voll ist (3 Werkstücke) und Station 2 noch arbeitet
- Station 2 wird blockiert, wenn Puffer 2 voll ist (2 Werkstücke) und Station 3 noch arbeitet

c) Engpassanalyse:

Station 2 ist der Engpass mit der längsten Bearbeitungszeit (5 min).

Auswirkungen:

- Station 1 (schneller als Station 2): Wird blockiert, da Puffer 1 sich füllt
- Station 3 (schneller als Station 2): Hungert aus, da Station 2 nicht schnell genug liefert

d) Verbesserungsmaßnahmen:

- Parallelstation zu Station 2 hinzufügen
- Prozessverbesserung bei Station 2 zur Reduzierung von b_2
- Ziel: Engpass eliminieren und Systemleistung erhöhen