

Operative Produktionsplanung und -steuerung („Prozessoptimierung“)

Struktureller Rahmen der operativen Produktionsplanung

- ▶ Markt- und Produktionsstrategien
- ▶ Standorte/Logistikstruktur
- ▶ Infrastruktur/Materialflusssysteme

⇒ Schaffung von Leistungspotentialen/Aufbau von Kapazitäten

Struktureller Rahmen der operativen Produktionsplanung

- ▶ Markt- und Produktionsstrategien
- ▶ Standorte/Logistikstruktur
- ▶ Infrastruktur/Materialflusssysteme

⇒ Schaffung von Leistungspotentialen/Aufbau von Kapazitäten

Gegenstand der operativen Produktionsplanung

- ▶ vom Kunden ausgehende Nachfrage
- ▶ vorhandener Bestand an Ressourcen

⇒ Ausschöpfen der Leistungspotentiale/Nutzung der Kapazitäten

Produktionsprogrammplanung

Aggregierte Gesamtplanung – Supply Network Planning

- ▶ **Fokus** auf das gesamte Produktprogramm (in ausreichend aggregierter Form) und die jeweiligen Produktionsstätten mit ihren logistischen Verflechtungen

- ▶ **Fokus** auf das gesamte Produktprogramm (in ausreichend aggregierter Form) und die jeweiligen Produktionsstätten mit ihren logistischen Verflechtungen
- ▶ unternehmensweite (standort- und funktionsübergreifende) **Koordination** der erlös- und kostenwirksamen Entscheidungen für einen mittelfristigen Zeitraum

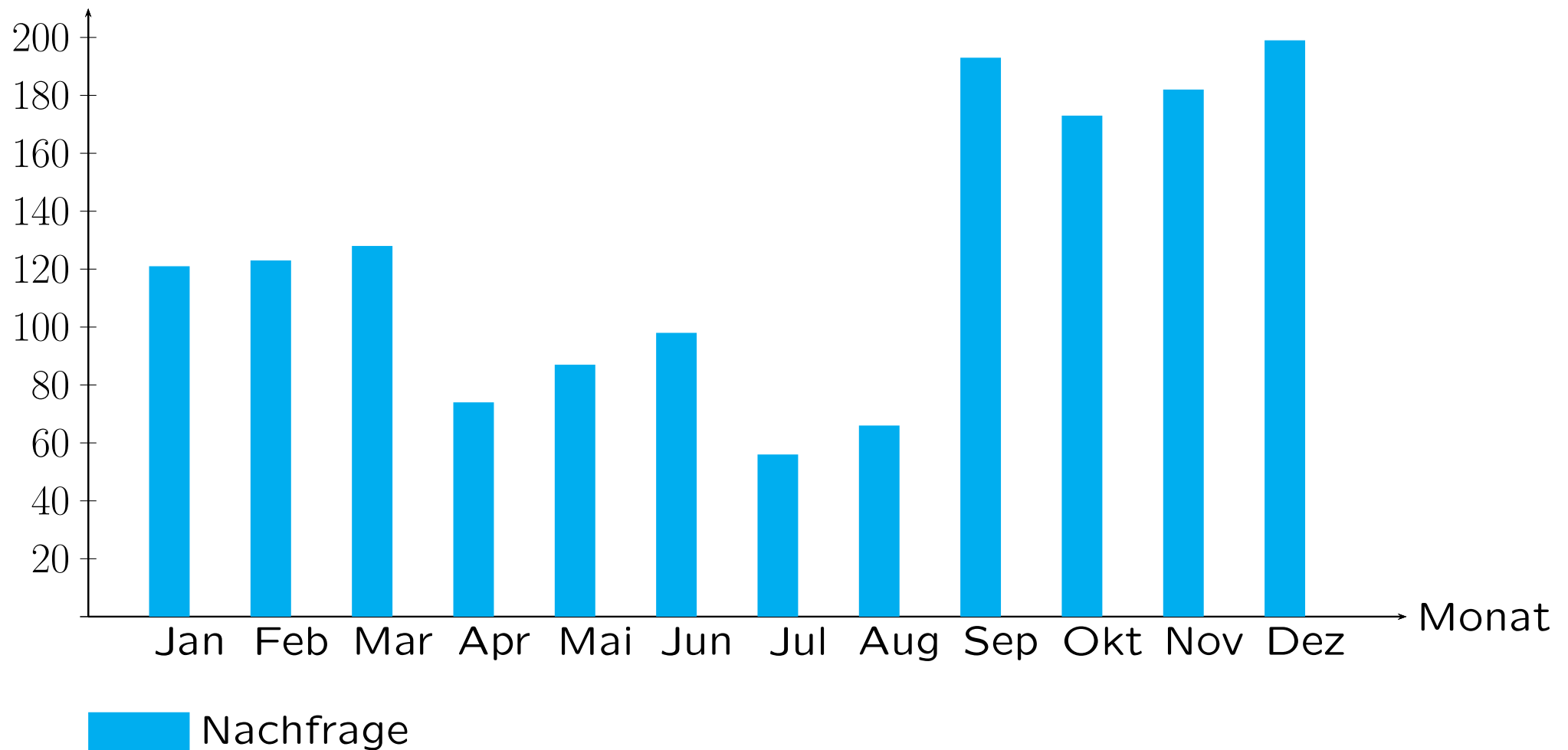
- ▶ **Fokus** auf das gesamte Produktprogramm (in ausreichend aggregierter Form) und die jeweiligen Produktionsstätten mit ihren logistischen Verflechtungen
- ▶ unternehmensweite (standort- und funktionsübergreifende) **Koordination** der erlös- und kostenwirksamen Entscheidungen für einen mittelfristigen Zeitraum
- ▶ **Abstimmung** der Vorstellungen des Absatz-, Beschaffungs- und Personalbereichs mit den Möglichkeiten und Erfordernissen der Produktion und der Logistik

- ▶ **Fokus** auf das gesamte Produktprogramm (in ausreichend aggregierter Form) und die jeweiligen Produktionsstätten mit ihren logistischen Verflechtungen
- ▶ unternehmensweite (standort- und funktionsübergreifende) **Koordination** der erlös- und kostenwirksamen Entscheidungen für einen mittelfristigen Zeitraum
- ▶ **Abstimmung** der Vorstellungen des Absatz-, Beschaffungs- und Personalbereichs mit den Möglichkeiten und Erfordernissen der Produktion und der Logistik
- ▶ **Berücksichtigung** von
 - ▷ langfristigen Markttrends, konjunkturellen Schwankungen, mittelfristigen Absatzprognosen
 - ▷ internen Ersatzkapazitäten
 - ▷ externen Beschaffungsmöglichkeiten
 - ▷ Beschäftigungsschwankungen, Arbeitszeitflexibilisierung

Synchronisation

(Günther/Tempelmeier (1991))

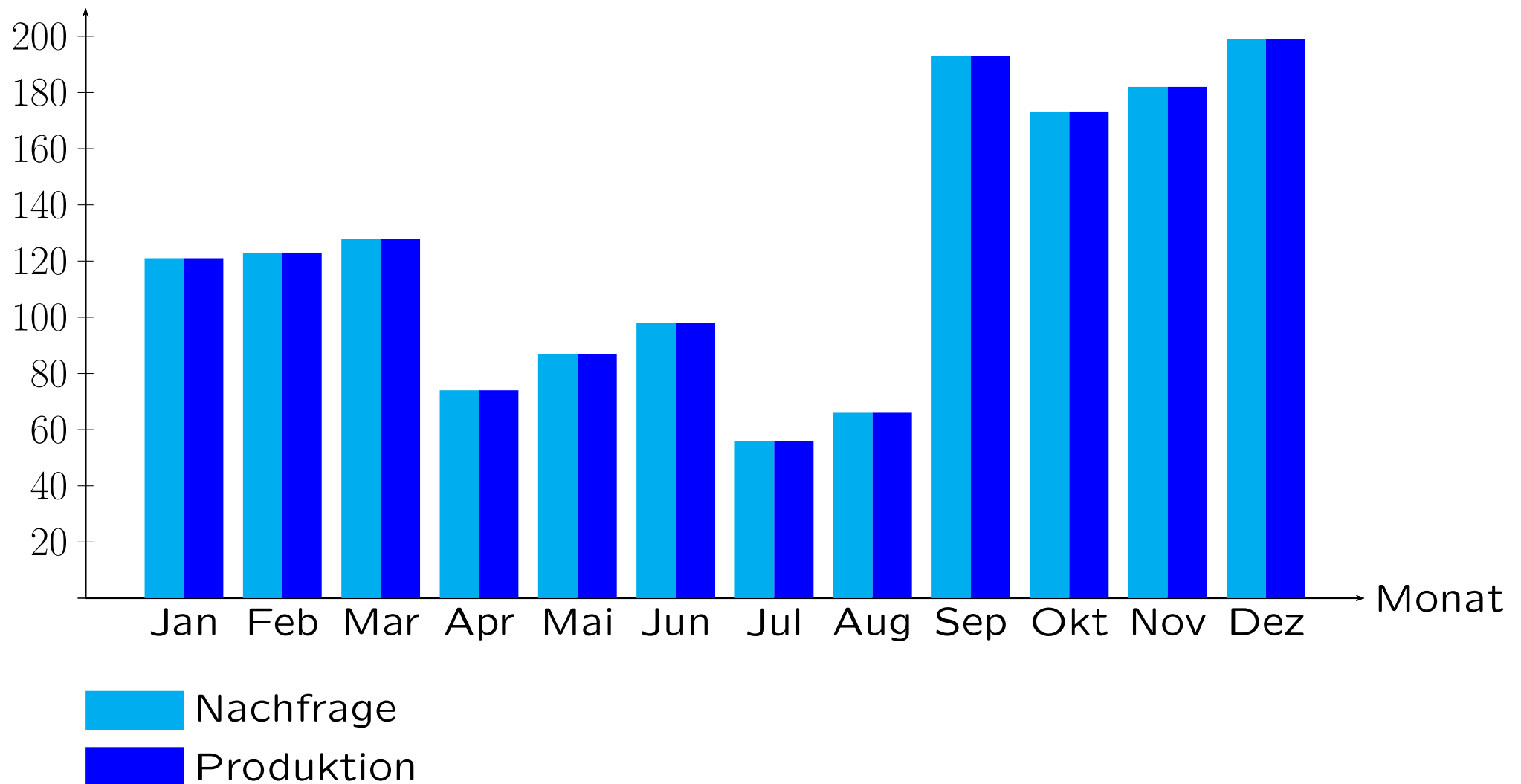
Menge (in Tausend Stück)



Synchronisation

(Günther/Tempelmeier (1991))

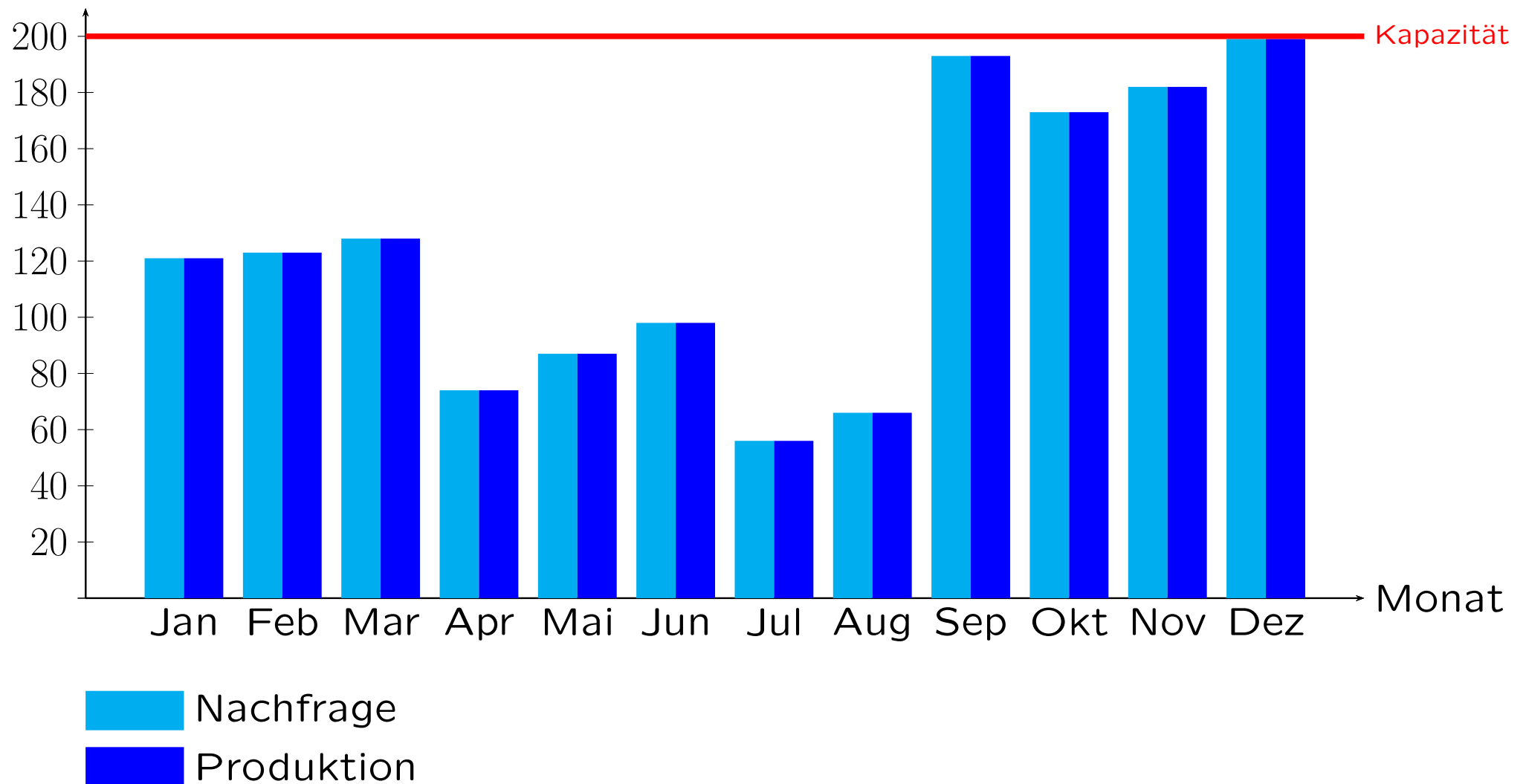
Menge (in Tausend Stück)



Synchronisation

(Günther/Tempelmeier (1991))

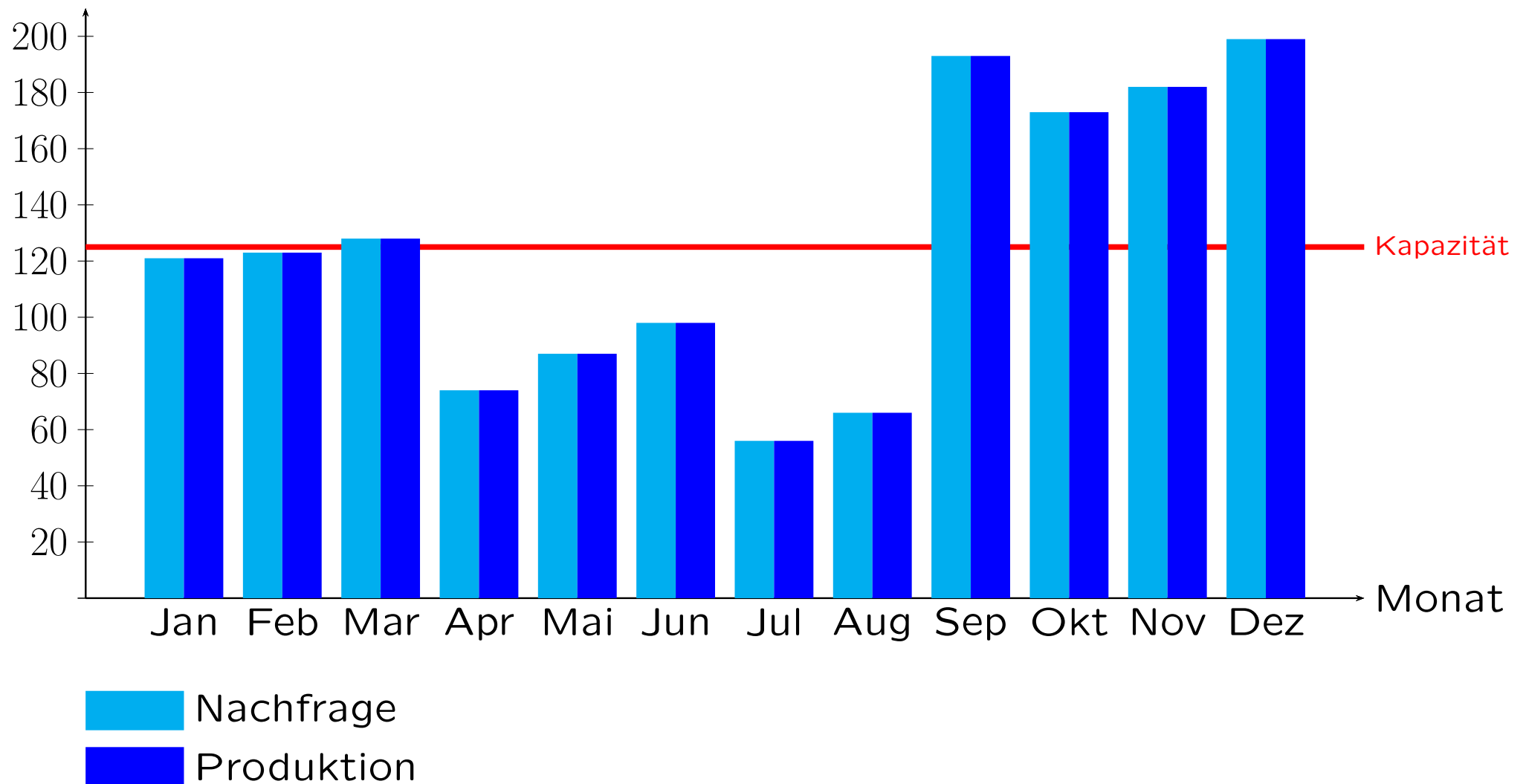
Menge (in Tausend Stück)



Synchronisation

(Günther/Tempelmeier (1991))

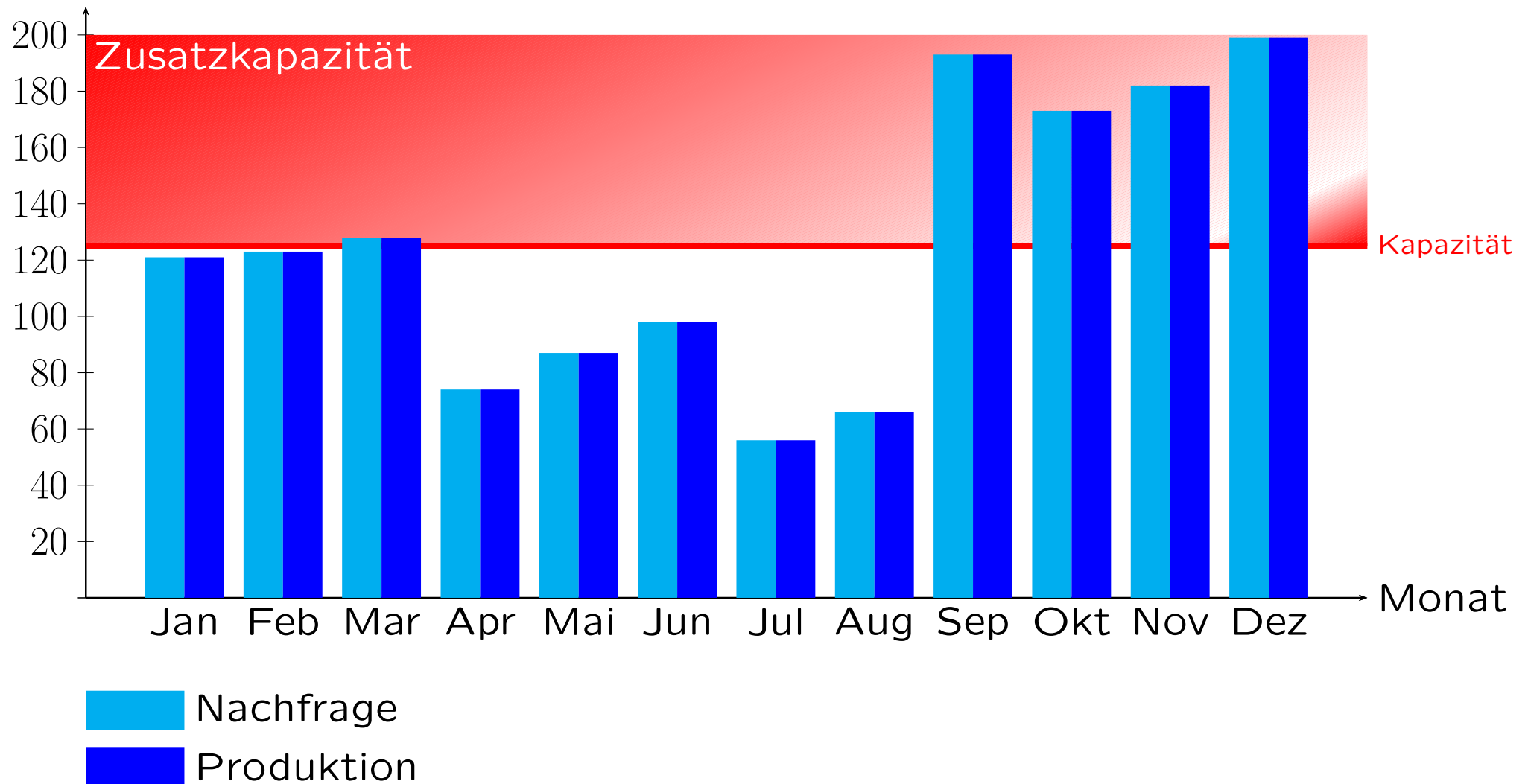
Menge (in Tausend Stück)



Synchronisation

(Günther/Tempelmeier (1991))

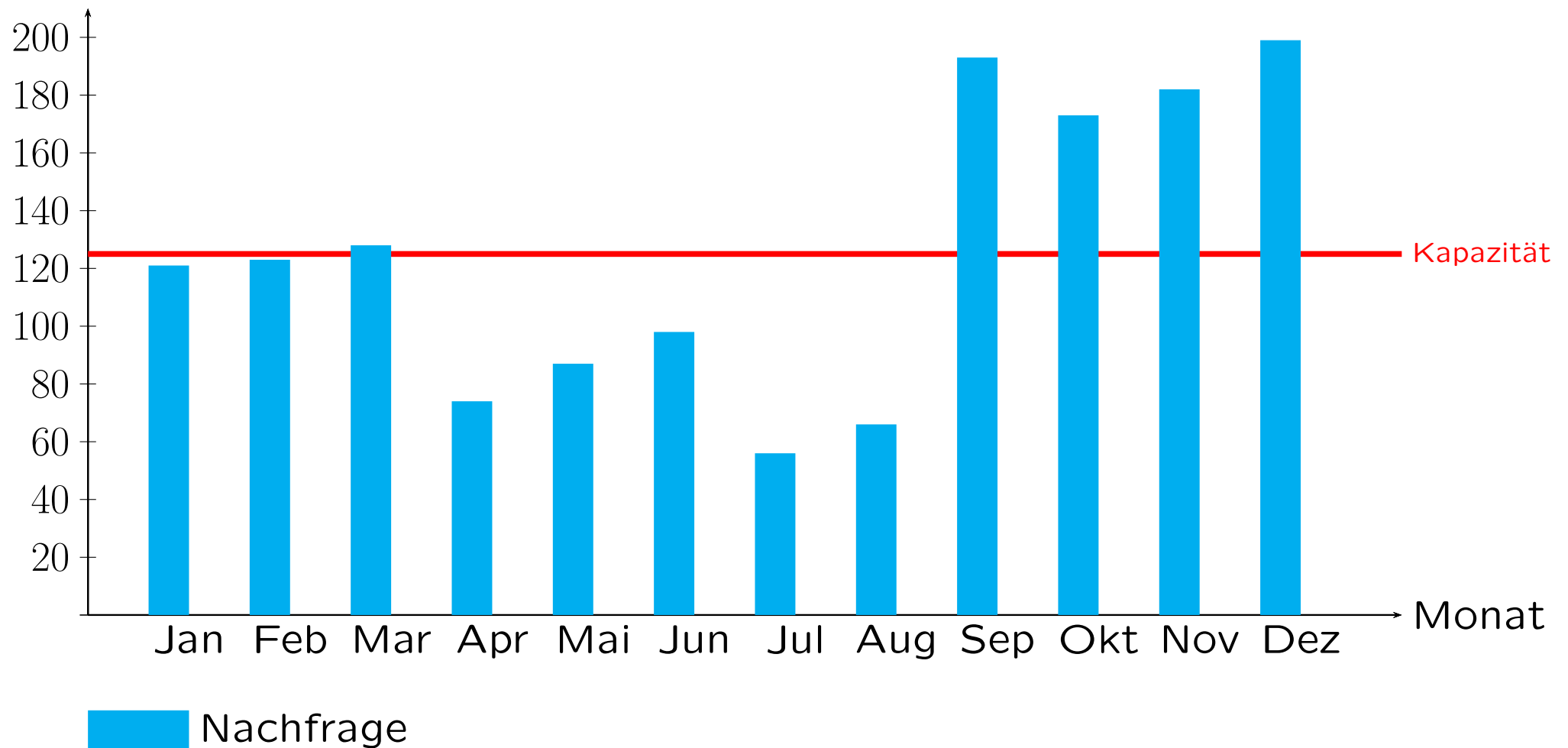
Menge (in Tausend Stück)



Emanzipation

(Günther/Tempelmeier (1991))

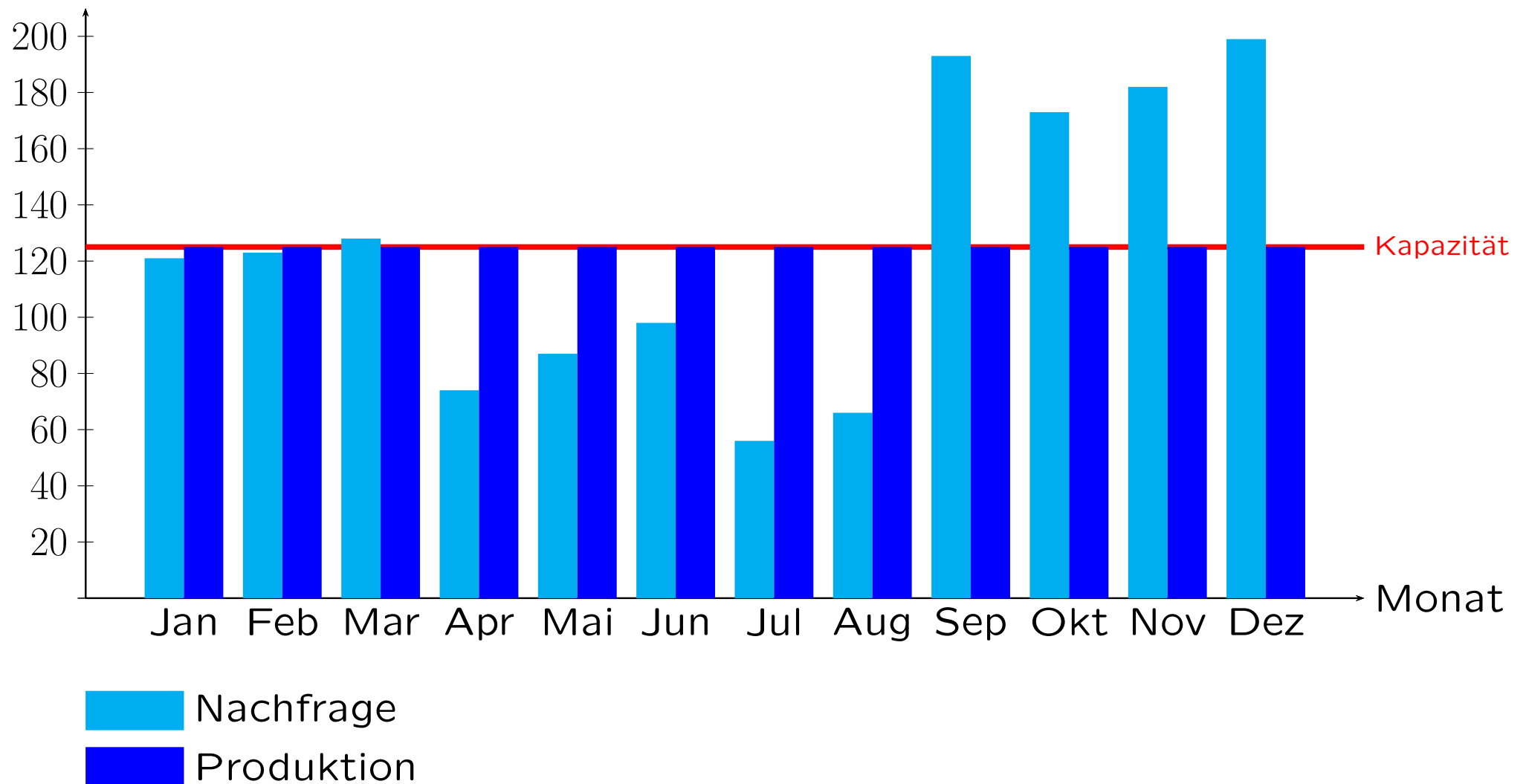
Menge (in Tausend Stück)



Emanzipation

(Günther/Tempelmeier (1991))

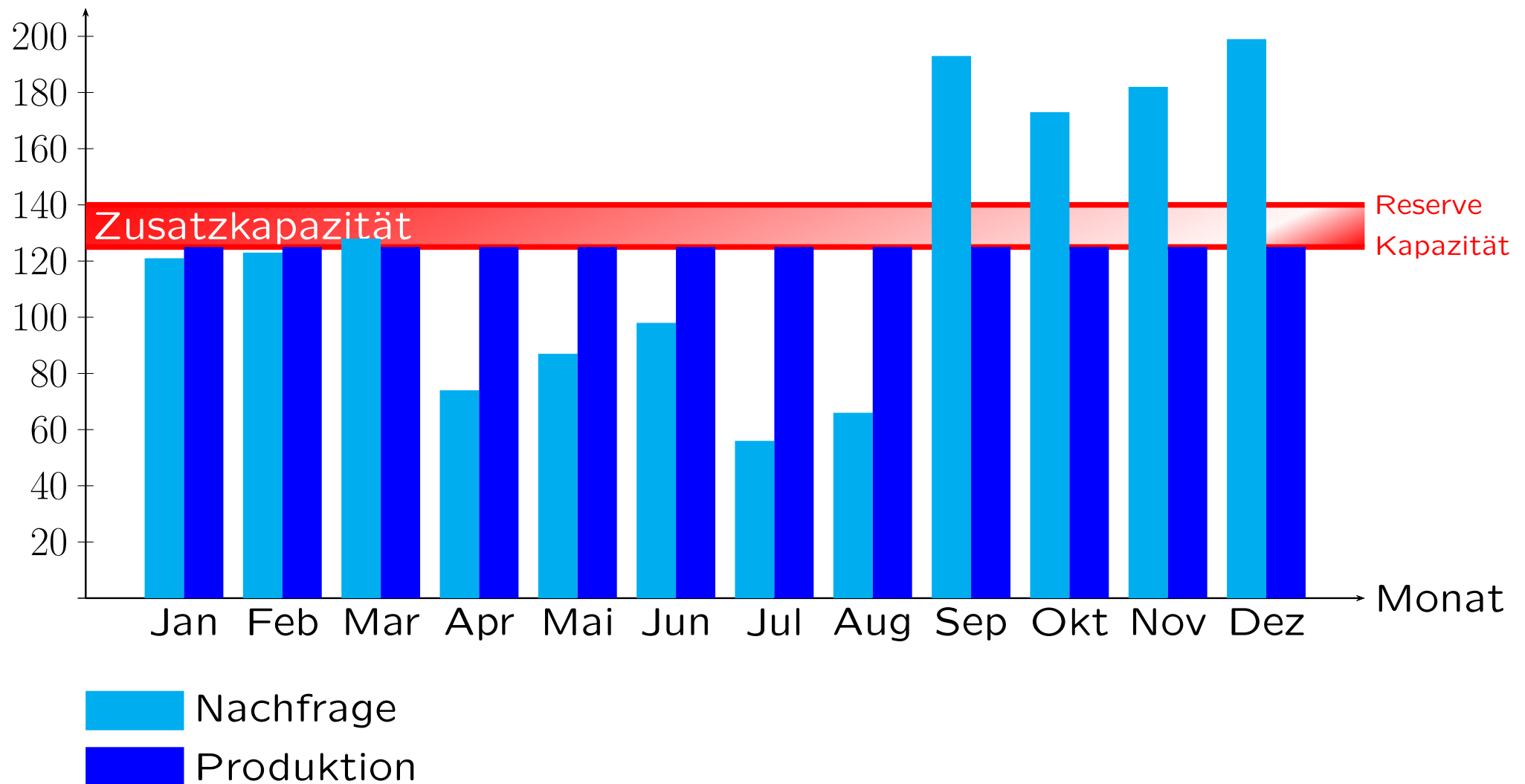
Menge (in Tausend Stück)



Emanzipation

(Günther/Tempelmeier (1991))

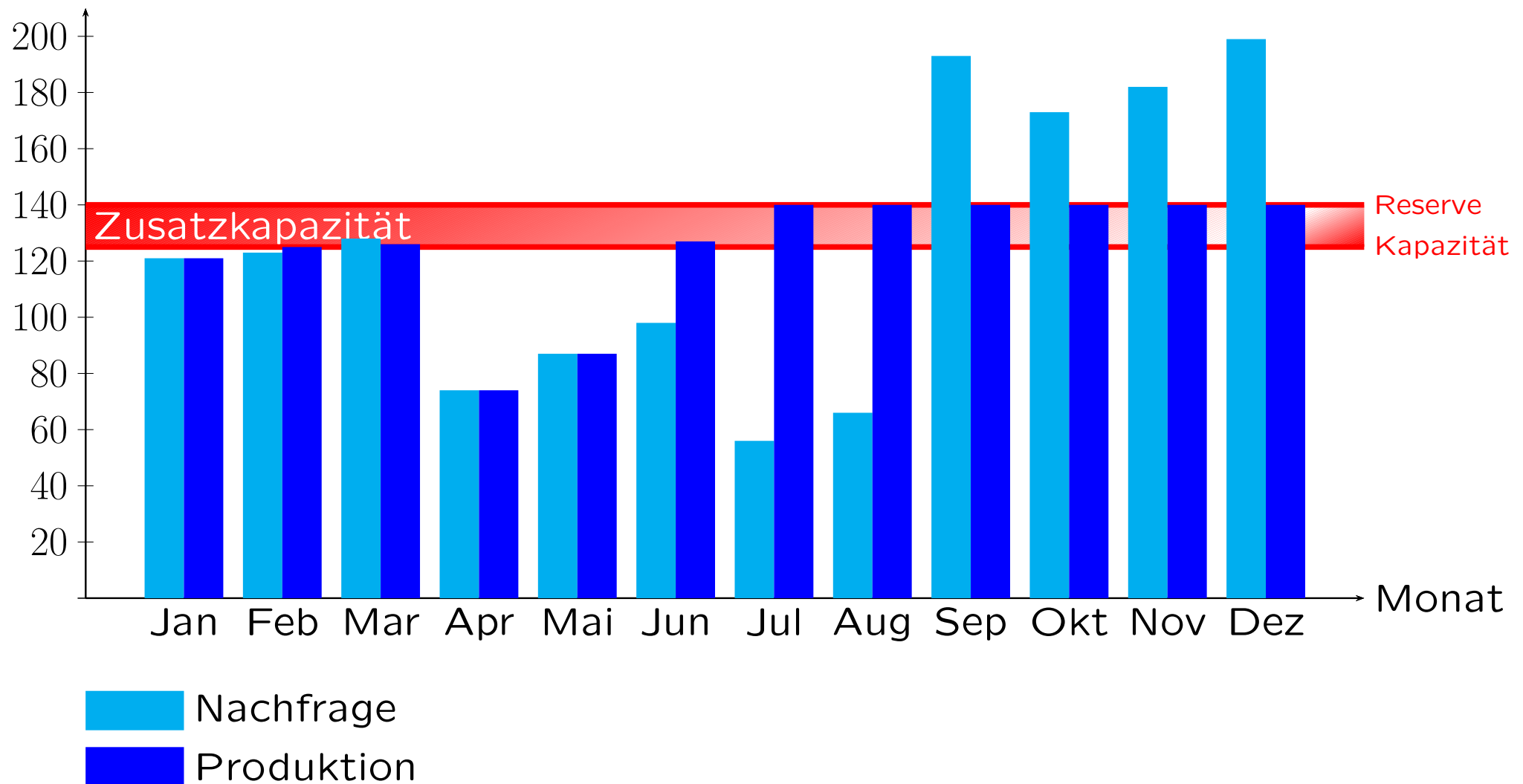
Menge (in Tausend Stück)



Optimale Lösung

(Günther/Tempelmeier (1991))

Menge (in Tausend Stück)



Planungsproblem bei gegebenen Nachfrageschwankungen:

► Ziel:

- ▷ kostenminimale Glättung der Kapazitätsnutzung im Zeitablauf
(= „**Beschäftigungsglättung**“)
- ▷ Aufstellen produktionsstättenbezogener Produktionsprogramme

Planungsproblem bei gegebenen Nachfrageschwankungen:

- ▶ Ziel:
 - ▷ kostenminimale Glättung der Kapazitätsnutzung im Zeitablauf
(= „**Beschäftigungsglättung**“)
 - ▷ Aufstellen produktionsstättenbezogener Produktionsprogramme
- ▶ Entscheidungsvariable (primär): Produktionsmengen, Transportmengen, Beschaffungsmengen

Planungsproblem bei gegebenen Nachfrageschwankungen:

- ▶ Ziel:
 - ▷ kostenminimale Glättung der Kapazitätsnutzung im Zeitablauf
(= „**Beschäftigungsglättung**“)
 - ▷ Aufstellen produktionsstättenbezogener Produktionsprogramme
- ▶ Entscheidungsvariable (primär): Produktionsmengen, Transportmengen, Beschaffungsmengen
- ▶ weitere Maßnahmen (sekundäre Entscheidungsvariable):
 - ▷ Verteilung der Produktionsmengen auf verschiedene Standorte
 - ▷ saisonbedingte Überstunden, Sonderschichten, Freischichten, Betriebsferien, Kurzarbeit
 - ▷ Stilllegung von Betriebseinheiten, Personalbestandsanpassung
 - ▷ Fremdvergabe von Aufträgen, Lohnfertigung

Planungsproblem bei gegebenen Nachfrageschwankungen:

- ▶ Ziel:
 - ▷ kostenminimale Glättung der Kapazitätsnutzung im Zeitablauf
(= „**Beschäftigungsglättung**“)
 - ▷ Aufstellen produktionsstättenbezogener Produktionsprogramme
- ▶ Entscheidungsvariable (primär): Produktionsmengen, Transportmengen, Beschaffungsmengen
- ▶ weitere Maßnahmen (sekundäre Entscheidungsvariable):
 - ▷ Verteilung der Produktionsmengen auf verschiedene Standorte
 - ▷ saisonbedingte Überstunden, Sonderschichten, Freischichten, Betriebsferien, Kurzarbeit
 - ▷ Stilllegung von Betriebseinheiten, Personalbestandsanpassung
 - ▷ Fremdvergabe von Aufträgen, Lohnfertigung
- ▶ weitere Variablen: Lagerbestände, Fehlmengen

Planungsproblem in einer **funktionsübergreifenden** Perspektive:

- ▶ Einsatz des absatzpolitischen Instrumentariums zur **Steuerung der Nachfrage** (Anheizen in schwachen Perioden, Drosselung in nachfragestarken Perioden, Verlagerung von Nachfragemengen)
- ▶ **Portfoliobildung** durch Produktpolitik

Ein Grundmodell zur Beschäftigungsglättung

Annahmen:

- ▶ 1 Fabrik
- ▶ mehrere (End-)Produktgruppen („Produkttypen“)
- ▶ Planungshorizont: T Perioden [Wochen/Monate/Quartale]
- ▶ produkt- und periodenspezifische Nachfragemengen
(keine explizite Modellierung der Nachfrager; der Distributionsprozess bleibt daher außerhalb der Betrachtung)
- ▶ Zielfunktion: Lagerkosten, Überstundenkosten

Indexmengen:

- ▶ \mathcal{K} ... Menge der betrachteten Produkttypen

Indexmengen:

- ▶ \mathcal{K} ... Menge der betrachteten Produkttypen

Variable:

- ▶ $x_{kt} \geq 0$... Produktionsmenge für Produkt k in Periode t
- ▶ $L_{kt} \geq 0$... Lagerbestand für Produkt k in Periode t
- ▶ $U_t \geq 0$... einzuplandende Zusatzkapazität (Überstunden) in Period t

Indexmengen:

- ▶ \mathcal{K} ... Menge der betrachteten Produkttypen

Variable:

- ▶ $x_{kt} \geq 0$... Produktionsmenge für Produkt k in Periode t
- ▶ $L_{kt} \geq 0$... Lagerbestand für Produkt k in Periode t
- ▶ $U_t \geq 0$... einzuplandende Zusatzkapazität (Überstunden) in Periode t

Daten:

- ▶ d_{kt} ... Nachfragemenge für Produkt k in Periode t
- ▶ a_k^C ... Produktionskoeffizient in bezug auf die technische Kapazität
- ▶ a_k^N ... Produktionskoeffizient in bezug auf die personelle Kapazität
- ▶ $b_t^{C_{\max}}$... maximale technische Kapazität in Periode t
- ▶ $b_t^{N_{\max}}$... maximale personelle Kapazität in Periode t
- ▶ U_t^{\max} ... maximale Zusatzkapazität in Periode t

Daten — Fortsetzung —:

- ▶ h_k ... Lagerkostensatz für Produkt k
- ▶ u_t ... Zusatzkapazitätskosten pro Kapazitätseinheit in Periode t

Minimiere $Z = \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t=1}^T h_k \cdot L_{kt} + \sum_{t=1}^T u_t \cdot U_t$

Minimiere
$$Z = \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t=1}^T h_k \cdot L_{kt} + \sum_{t=1}^T u_t \cdot U_t$$

u. B. d. R.:

Anfangslagerbestand für Produkt k :

$$L_{k0} = L_k^{(0)}$$

für alle $k \in \mathcal{K}$

Minimiere
$$Z = \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t=1}^T h_k \cdot L_{kt} + \sum_{t=1}^T u_t \cdot U_t$$

u. B. d. R.:

Anfangslagerbestand für Produkt k :

$$L_{k0} = L_k^{(0)} \quad \text{für alle } k \in \mathcal{K}$$

Lagerbilanzgleichung für Produkt k in Periode t :

$$L_{k,t-1} + x_{kt} - d_{kt} = L_{kt} \quad \text{für alle } k \in \mathcal{K} \text{ und } t = 1, 2, \dots, T$$

Minimiere
$$Z = \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t=1}^T h_k \cdot L_{kt} + \sum_{t=1}^T u_t \cdot U_t$$

u. B. d. R.:

Anfangslagerbestand für Produkt k :

$$L_{k0} = L_k^{(0)} \quad \text{für alle } k \in \mathcal{K}$$

Lagerbilanzgleichung für Produkt k in Periode t :

$$L_{k,t-1} + x_{kt} - d_{kt} = L_{kt} \quad \text{für alle } k \in \mathcal{K} \text{ und } t = 1, 2, \dots, T$$

Verfügbare technische Kapazität in Periode t :

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} a_k^C \cdot x_{kt} \leq b_t^{C_{\max}} \quad \text{für alle } t = 1, 2, \dots, T$$

Minimiere
$$Z = \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t=1}^T h_k \cdot L_{kt} + \sum_{t=1}^T u_t \cdot U_t$$

u. B. d. R.:

Anfangslagerbestand für Produkt k :

$$L_{k0} = L_k^{(0)} \quad \text{für alle } k \in \mathcal{K}$$

Lagerbilanzgleichung für Produkt k in Periode t :

$$L_{k,t-1} + x_{kt} - d_{kt} = L_{kt} \quad \text{für alle } k \in \mathcal{K} \text{ und } t = 1, 2, \dots, T$$

Verfügbare technische Kapazität in Periode t :

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} a_k^C \cdot x_{kt} \leq b_t^{C_{\max}} \quad \text{für alle } t = 1, 2, \dots, T$$

Verfügbare personelle Kapazität in Periode t :

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} a_k^N \cdot x_{kt} \leq b_t^{N_{\max}} + U_t \quad \text{für alle } t = 1, 2, \dots, T$$

Minimiere
$$Z = \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t=1}^T h_k \cdot L_{kt} + \sum_{t=1}^T u_t \cdot U_t$$

u. B. d. R.:

Anfangslagerbestand für Produkt k :

$$L_{k0} = L_k^{(0)} \quad \text{für alle } k \in \mathcal{K}$$

Lagerbilanzgleichung für Produkt k in Periode t :

$$L_{k,t-1} + x_{kt} - d_{kt} = L_{kt} \quad \text{für alle } k \in \mathcal{K} \text{ und } t = 1, 2, \dots, T$$

Verfügbare technische Kapazität in Periode t :

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} a_k^C \cdot x_{kt} \leq b_t^{C_{\max}} \quad \text{für alle } t = 1, 2, \dots, T$$

Verfügbare personelle Kapazität in Periode t :

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} a_k^N \cdot x_{kt} \leq b_t^{N_{\max}} + U_t \quad \text{für alle } t = 1, 2, \dots, T$$

Maximale Zusatzkapazität in Periode t :

$$U_t \leq U_t^{\max} \quad \text{für alle } t = 1, 2, \dots, T$$

Minimiere
$$Z = \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t=1}^T h_k \cdot L_{kt} + \sum_{t=1}^T u_t \cdot U_t$$

u. B. d. R.:

Anfangslagerbestand für Produkt k :

$$L_{k0} = L_k^{(0)} \quad \text{für alle } k \in \mathcal{K}$$

Nachfrage für Produkt k in Periode t :

$$L_{k,t-1} + x_{kt} - L_{kt} = d_{kt} \quad \text{für alle } k \in \mathcal{K} \text{ und } t = 1, 2, \dots, T$$

Verfügbare technische Kapazität in Periode t :

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} a_k^C \cdot x_{kt} \leq b_t^{C_{\max}} \quad \text{für alle } t = 1, 2, \dots, T$$

Verfügbare personelle Kapazität in Periode t :

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} a_k^N \cdot x_{kt} - U_t \leq b_t^{N_{\max}} \quad \text{für alle } t = 1, 2, \dots, T$$

Maximale Zusatzkapazität in Periode t :

$$U_t \leq U_t^{\max} \quad \text{für alle } t = 1, 2, \dots, T$$

Beispiel 2 Produkte, 4 Perioden

produktspezifische Daten

Produkt $k =$	A	B
Lagerkostensatz h_k	4.0	4.0
Personalbedarf pro ME, a_k^N	1.0	0.5
technischer Kapazitätsbedarf pro ME, a_k^C	0.5	1.0
Anfangslagerbestand $L_k^{(0)}$	36	220

Beispiel 2 Produkte, 4 Perioden

produktspezifische Daten

Produkt $k =$	A	B
Lagerkostensatz h_k	4.0	4.0
Personalbedarf pro ME, a_k^N	1.0	0.5
technischer Kapazitätsbedarf pro ME, a_k^C	0.5	1.0
Anfangslagerbestand $L_k^{(0)}$	36	220

periodenspezifische Daten

Periode $t =$	1	2	3	4
Nachfragemenge Produkt A, d_{At}	100	90	110	100
Nachfragemenge Produkt B, d_{Bt}	200	190	210	200
Überstundenzuschlagssatz u_t	5	5	5	5
maximale personelle Kapazität b_t^N	160	160	160	160
maximale Zusatzkapazität U_t^{\max}	100	100	100	100
maximale technische Kapazität b_t^C	200	200	200	200

Hauptproduktions- programmplanung

► Ziele

- ▷ kostenminimale Glättung der Kapazitätsnutzung im Zeitablauf
- ▷ Festlegung und Koordinierung der dezentralen, mengen- und terminmäßig spezifizierten Produktionsprogramme für einen mittelfristigen Zeitraum
(= „**Hauptproduktionsprogrammplanung**“)

► Ziele

- ▷ kostenminimale Glättung der Kapazitätsnutzung im Zeitablauf
- ▷ Festlegung und Koordinierung der dezentralen, mengen- und terminmäßig spezifizierten Produktionsprogramme für einen mittelfristigen Zeitraum
(= „**Hauptproduktionsprogrammplanung**“)

► Entscheidungsvariablen

- ▷ Produktionsmengen
- ▷ Zusatzkapazität (Überstunden, Fremdvergabe von Aufträgen, ...)
- ▷ Lagerbestände

- ▶ Ziele
 - ▷ kostenminimale Glättung der Kapazitätsnutzung im Zeitablauf
 - ▷ Festlegung und Koordinierung der dezentralen, mengen- und terminmäßig spezifizierten Produktionsprogramme für einen mittelfristigen Zeitraum
(= „**Hauptproduktionsprogrammplanung**“)
- ▶ Entscheidungsvariablen
 - ▷ Produktionsmengen
 - ▷ Zusatzkapazität (Überstunden, Fremdvergabe von Aufträgen, ...)
 - ▷ Lagerbestände
- ▶ Daten
 - ▷ Nachfragemengen (Absatzprognosen, Kundenaufträge)
 - ▷ Kapazitäten

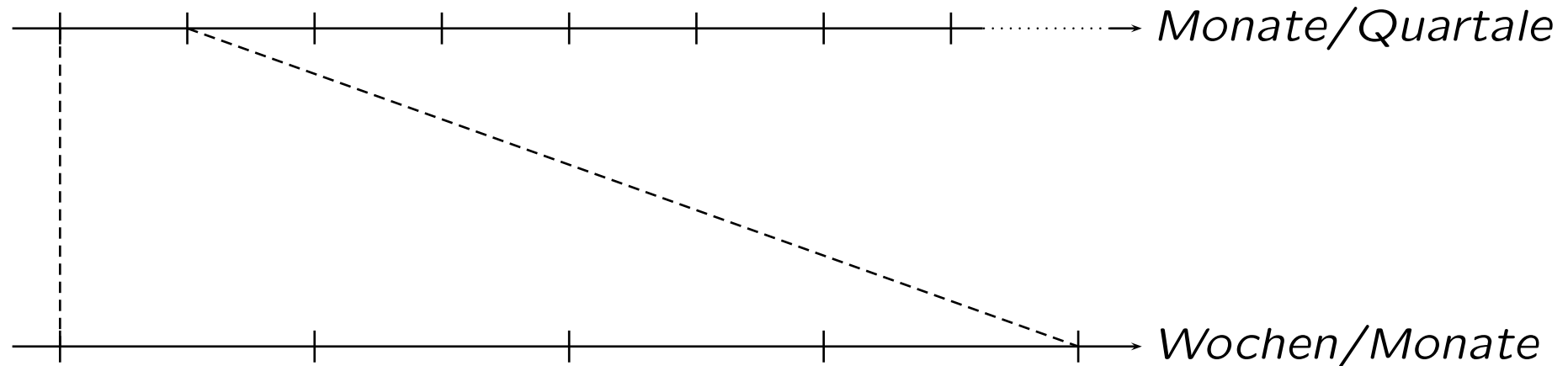
Aggregiert:

Markt-/Nachfrageprognosen
werksbezogene Kapazitätsdaten

Beschäftigungsglättung



mittelfristiges Produktionsprogramm in bezug auf Produkttypen



kurzfristiger Produktionsplan in bezug auf End-/Hauptprodukte

Detailliert:

Bedarfsprognosen/Kundenaufträge
segmentspezifische Kapazitätsdaten

Hauptproduktionsprogrammplanung



(vgl. Günther/Tempelmeier (2016))

Losgrößen- und Ressourceneinsatzplanung bei Werkstattproduktion

Losgrößenplanung

Ausgangspunkt:

► **Materialbedarfsplanung**

Prognose oder Ableitung von terminierten Nettobedarfsmengen
für die zu disponierenden Erzeugnisse

Ausgangspunkt:

► **Materialbedarfsplanung**

Prognose oder Ableitung von terminierten Nettobedarfsmengen
für die zu disponierenden Erzeugnisse

Planungsaufgabe:

► **Losgrößen- bzw. Bestellmengenplanung**

Zusammenfassung von terminierten Nettobedarfsmengen für einzelne Erzeugnisse zu einem größeren Produktions- bzw. Beschaffungsauftrag (Los)

- ▷ um Rüstvorgänge bzw. Einzelbestellungen einzusparen
 - * Rüstkosten bzw. bestellfixe Kosten
 - * Rüstzeiten
- ▷ unter Inkaufnahme von Lagerkosten durch Vorausproduktion bzw. Vorablieferung

Daten:

- ▶ Bedarfsmenge d_t in Periode t
- ▶ durchschnittliche Bedarfsmenge $= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T d_t =:$ Bedarfsrate D
- ▶ bestellfixe bzw. Rüstkosten s [GE pro Bestell-/Rüstvorgang]
- ▶ Lagerkostensatz h [GE pro Mengeneinheit und Zeiteinheit]

Entscheidungsvariable:

- ▶ Losgröße bzw. Bestellmenge q_t in Periode t
- ▶ Lagerbestand y_t am Ende von Periode t
- ▶ Produktions- bzw. Bestellzeitpunkte

Das klassische dynamische Einprodukt-Losgrößen- bzw. -Bestellmengenproblem (SIULSP)

Modell SIULSP

Was muss festgelegt werden:

... Soll für das betrachtete Erzeugnis in Periode t ein Los aufgelegt bzw. eine Bestellung aufgegeben werden?

Modell SIULSP

Was muss festgelegt werden:

- ... Soll für das betrachtete Erzeugnis in Periode t ein Los aufgelegt bzw. eine Bestellung aufgegeben werden?
- ... Wieviel soll ggf. bestellt bzw. produziert werden?
- ... Wieviel Lagerbestand ist damit verbunden?

Modell SIULSP

Was muss festgelegt werden — Entscheidungsvariable:

$\gamma_t \in \{0, 1\}$... Binärvariable zur Kennzeichnung, ob das betrachtete Erzeugnis in Periode t produziert bzw. bestellt wird

$$\gamma_t = \begin{cases} 1, & \text{wenn ein Los aufgelegt bzw. bestellt wird} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

q_t ... Produktions-/Bestellmenge (Losgröße) in Periode t

y_t ... Lagerbestand am Ende von Periode t

Modell SIULSP

Was ist gegeben — Daten:

d_t ... vorgegebene Bedarfsmenge in Periode t

$y^{(0)}$... Anfangslagerbestand

s ... fixer Bestell- bzw. Rüstkostensatz

h ... Lagerkostensatz

Modell SIULSP

Was ist gegeben — Daten:

d_t ... vorgegebene Bedarfsmenge in Periode t

$y^{(0)}$... Anfangslagerbestand

s ... fixer Bestell- bzw. Rüstkostensatz

h ... Lagerkostensatz

M ... Hilfsgröße: eine große Zahl, die größer sein muss als die maximal mögliche Losgröße

Modell SIULSP

Minimiere die Summe aus fixen Bestell-/Rüstkosten und Lagerkosten

$$\text{Kosten} = \sum_{t=1}^T (h \cdot y_t + s \cdot \gamma_t)$$

Modell SIULSP

Minimiere die Summe aus fixen Bestell-/Rüstkosten und Lagerkosten

$$\text{Kosten} = \sum_{t=1}^T (h \cdot y_t + s \cdot \gamma_t)$$

unter Beachtung von

Anfangslagerbestand

$$y_0 = y^{(0)}$$

Modell SIULSP

Minimiere die Summe aus fixen Bestell-/Rüstkosten und Lagerkosten

$$\text{Kosten} = \sum_{t=1}^T (h \cdot y_t + s \cdot \gamma_t)$$

unter Beachtung von

Anfangslagerbestand

$$y_0 = y^{(0)}$$

Bedarfsdeckung in Periode t :

$$y_{t-1} + q_t - y_t = d_t$$

für alle $t = 1, 2, \dots, T$

Modell SIULSP

Minimiere die Summe aus fixen Bestell-/Rüstkosten und Lagerkosten

$$\text{Kosten} = \sum_{t=1}^T (h \cdot y_t + s \cdot \gamma_t)$$

unter Beachtung von

Anfangslagerbestand

$$y_0 = y^{(0)}$$

Bedarfsdeckung in Periode t :

$$y_{t-1} + q_t - y_t = d_t \quad \text{für alle } t = 1, 2, \dots, T$$

Fixe Kosten: Es muss bestellt bzw. gerüstet werden, wenn $q_t > 0$ ist:

$$q_t - M \cdot \gamma_t \leq 0 \quad \text{für alle } t = 1, 2, \dots, T$$

Modell SIULSP

Minimiere die Summe aus fixen Bestell-/Rüstkosten und Lagerkosten

$$\text{Kosten} = \sum_{t=1}^T (h \cdot y_t + s \cdot \gamma_t)$$

unter Beachtung von

Anfangslagerbestand

$$y_0 = y^{(0)}$$

Bedarfsdeckung in Periode t :

$$y_{t-1} + q_t - y_t = d_t \quad \text{für alle } t = 1, 2, \dots, T$$

Fixe Kosten: Es muss bestellt bzw. gerüstet werden, wenn $q_t > 0$ ist:

$$q_t - M \cdot \gamma_t \leq 0 \quad \text{für alle } t = 1, 2, \dots, T$$

Wertebereich

$$q_t \geq 0; y_t \geq 0; \gamma_t \in \{0, 1\} \quad \text{für alle } t = 1, 2, \dots, T$$

Beispiel Dynamische Losgrößen- bzw. Bestellmengenplanung

- ▶ Fixe Kosten pro Rüst- bzw. Bestellvorgang: $s = 250$
- ▶ Lagerkostensatz: $h = 2$
- ▶ Bedarfsmengen d_t

t	1	2	3	4	5	6
d_t	100	120	80	110	80	40

Heuristische Lösungsverfahren für das SIULSP

Heuristische Lösungsverfahren

- ▶ Silver-Meal-Verfahren
- ▶ Groff-Verfahren

Beispiel Dynamische Losgrößen- bzw. Bestellmengenplanung

► $s = 250$, $h = 2$, Bedarfsmengen d_t : 100, 120, 80, 110, 80, 40

Beispiel Dynamische Losgrößen- bzw. Bestellmengenplanung

► $s = 250$, $h = 2$, Bedarfsmengen d_t : 100, 120, 80, 110, 80, 40

Auflageperiode	Bedarfsperiode	Kostenkriterium	Vergleich
τ	t	$c_{\tau t}$	$\begin{matrix} ? \\ \leq c_{\tau, t-1} \end{matrix}$

Beispiel Dynamische Losgrößen- bzw. Bestellmengenplanung

► $s = 250$, $h = 2$, Bedarfsmengen d_t : 100, 120, 80, 110, 80, 40

Auflageperiode τ	Bedarfsperiode t	Kostenkriterium $c_{\tau t}$	Vergleich $? \leq c_{\tau, t-1}$
1	1	$\frac{250 + 2 \cdot 0 \cdot 100}{1} = 250$	

Beispiel Dynamische Losgrößen- bzw. Bestellmengenplanung

► $s = 250$, $h = 2$, Bedarfsmengen d_t : 100, 120, 80, 110, 80, 40

Auflageperiode τ	Bedarfsperiode t	Kostenkriterium $c_{\tau t}$	Vergleich $? \leq c_{\tau, t-1}$
1	1	$\frac{250 + 2 \cdot 0 \cdot 100}{1} = 250$	ja
	2	$\frac{250 + 2 \cdot (0 \cdot 100 + 1 \cdot 120)}{2} = 245$	

Beispiel Dynamische Losgrößen- bzw. Bestellmengenplanung

► $s = 250$, $h = 2$, Bedarfsmengen d_t : 100, 120, 80, 110, 80, 40

Auflageperiode τ	Bedarfsperiode t	Kostenkriterium $c_{\tau t}$	Vergleich $? \leq c_{\tau, t-1}$
1	1	$\frac{250+2 \cdot 0 \cdot 100}{1} = 250$	
	2	$\frac{250+2 \cdot (0 \cdot 100+1 \cdot 120)}{2} = 245$	ja
	3	$\frac{250+2 \cdot (0 \cdot 100+1 \cdot 120+2 \cdot 80)}{3} = 270$	nein

Beispiel Dynamische Losgrößen- bzw. Bestellmengenplanung

► $s = 250$, $h = 2$, Bedarfsmengen d_t : 100, 120, 80, 110, 80, 40

Auflageperiode τ	Bedarfsperiode t	Kostenkriterium $c_{\tau t}$	Vergleich $? \leq c_{\tau, t-1}$
1	1	$\frac{250+2 \cdot 0 \cdot 100}{1} = 250$	ja
	2	$\frac{250+2 \cdot (0 \cdot 100+1 \cdot 120)}{2} = 245$	
	3	$\frac{250+2 \cdot (0 \cdot 100+1 \cdot 120+2 \cdot 80)}{3} = 270$	nein

Beispiel Dynamische Losgrößen- bzw. Bestellmengenplanung

► $s = 250$, $h = 2$, Bedarfsmengen d_t : 100, 120, 80, 110, 80, 40

Auflageperiode τ	Bedarfsperiode t	Kostenkriterium $c_{\tau t}$	Vergleich $? \leq c_{\tau, t-1}$
1	1	$\frac{250+2 \cdot 0 \cdot 100}{1} = 250$	ja nein
	2	$\frac{250+2 \cdot (0 \cdot 100+1 \cdot 120)}{2} = 245$	
	3	$\frac{250+2 \cdot (0 \cdot 100+1 \cdot 120+2 \cdot 80)}{3} = 270$	
3	3	$\frac{250+2 \cdot (0 \cdot 80)}{1} = 250$	

Beispiel Dynamische Losgrößen- bzw. Bestellmengenplanung

► $s = 250$, $h = 2$, Bedarfsmengen d_t : 100, 120, 80, 110, 80, 40

Auflageperiode τ	Bedarfsperiode t	Kostenkriterium $c_{\tau t}$	Vergleich $? \leq c_{\tau, t-1}$
1	1	$\frac{250+2 \cdot 0 \cdot 100}{1} = 250$	ja nein
	2	$\frac{250+2 \cdot (0 \cdot 100+1 \cdot 120)}{2} = 245$	
	3	$\frac{250+2 \cdot (0 \cdot 100+1 \cdot 120+2 \cdot 80)}{3} = 270$	
3	3	$\frac{250+2 \cdot (0 \cdot 80)}{1} = 250$	ja
	4	$\frac{250+2 \cdot (0 \cdot 80+1 \cdot 110)}{2} = 235$	

Beispiel Dynamische Losgrößen- bzw. Bestellmengenplanung

► $s = 250$, $h = 2$, Bedarfsmengen d_t : 100, 120, 80, 110, 80, 40

Auflageperiode τ	Bedarfsperiode t	Kostenkriterium $c_{\tau t}$	Vergleich $? \leq c_{\tau, t-1}$
1	1	$\frac{250+2 \cdot 0 \cdot 100}{1} = 250$	ja nein
	2	$\frac{250+2 \cdot (0 \cdot 100+1 \cdot 120)}{2} = 245$	
	3	$\frac{250+2 \cdot (0 \cdot 100+1 \cdot 120+2 \cdot 80)}{3} = 270$	
3	3	$\frac{250+2 \cdot (0 \cdot 80)}{1} = 250$	ja nein
	4	$\frac{250+2 \cdot (0 \cdot 80+1 \cdot 110)}{2} = 235$	
	5	$\frac{250+2 \cdot (0 \cdot 80+1 \cdot 110+2 \cdot 80)}{3} = 263.\bar{3}$	

Beispiel Dynamische Losgrößen- bzw. Bestellmengenplanung

► $s = 250$, $h = 2$, Bedarfsmengen d_t : 100, 120, 80, 110, 80, 40

Auflageperiode τ	Bedarfsperiode t	Kostenkriterium $c_{\tau t}$	Vergleich $? \leq c_{\tau, t-1}$
1	1	$\frac{250+2 \cdot 0 \cdot 100}{1} = 250$	ja nein
	2	$\frac{250+2 \cdot (0 \cdot 100+1 \cdot 120)}{2} = 245$	
	3	$\frac{250+2 \cdot (0 \cdot 100+1 \cdot 120+2 \cdot 80)}{3} = 270$	
3	3	$\frac{250+2 \cdot (0 \cdot 80)}{1} = 250$	ja nein
	4	$\frac{250+2 \cdot (0 \cdot 80+1 \cdot 110)}{2} = 235$	
	5	$\frac{250+2 \cdot (0 \cdot 80+1 \cdot 110+2 \cdot 80)}{3} = 263.\bar{3}$	

Beispiel Dynamische Losgrößen- bzw. Bestellmengenplanung

► $s = 250$, $h = 2$, Bedarfsmengen d_t : 100, 120, 80, 110, 80, 40

Auflageperiode τ	Bedarfsperiode t	Kostenkriterium $c_{\tau t}$	Vergleich $? \leq c_{\tau, t-1}$
1	1	$\frac{250+2 \cdot 0 \cdot 100}{1} = 250$	ja nein
	2	$\frac{250+2 \cdot (0 \cdot 100+1 \cdot 120)}{2} = 245$	
	3	$\frac{250+2 \cdot (0 \cdot 100+1 \cdot 120+2 \cdot 80)}{3} = 270$	
3	3	$\frac{250+2 \cdot (0 \cdot 80)}{1} = 250$	ja nein
	4	$\frac{250+2 \cdot (0 \cdot 80+1 \cdot 110)}{2} = 235$	
	5	$\frac{250+2 \cdot (0 \cdot 80+1 \cdot 110+2 \cdot 80)}{3} = 263.\bar{3}$	
5	5	$\frac{250+2 \cdot (0 \cdot 80)}{1} = 250$	

Beispiel Dynamische Losgrößen- bzw. Bestellmengenplanung

► $s = 250$, $h = 2$, Bedarfsmengen d_t : 100, 120, 80, 110, 80, 40

Auflageperiode τ	Bedarfsperiode t	Kostenkriterium $c_{\tau t}$	Vergleich $? \leq c_{\tau, t-1}$
1	1	$\frac{250+2 \cdot 0 \cdot 100}{1} = 250$	ja nein
	2	$\frac{250+2 \cdot (0 \cdot 100+1 \cdot 120)}{2} = 245$	
	3	$\frac{250+2 \cdot (0 \cdot 100+1 \cdot 120+2 \cdot 80)}{3} = 270$	
3	3	$\frac{250+2 \cdot (0 \cdot 80)}{1} = 250$	ja nein
	4	$\frac{250+2 \cdot (0 \cdot 80+1 \cdot 110)}{2} = 235$	
	5	$\frac{250+2 \cdot (0 \cdot 80+1 \cdot 110+2 \cdot 80)}{3} = 263.\bar{3}$	
5	5	$\frac{250+2 \cdot (0 \cdot 80)}{1} = 250$	ja
	6	$\frac{250+2 \cdot (0 \cdot 80+1 \cdot 40)}{2} = 165$	

Beispiel Dynamische Losgrößen- bzw. Bestellmengenplanung

- ▶ $s = 250$, $h = 2$, Bedarfsmengen d_t : 100, 120, 80, 110, 80, 40

Heuristische Lösung mit dem Silver-Meal-Verfahren:

- ▶ Bestellmengen:

$$q_1 = 220$$

$$q_3 = 190$$

$$q_5 = 120$$

- ▶ Gesamtkosten im Planungszeitraum:

$$Z = 3 \cdot 250 + 2 \cdot (1 \cdot 120 + 1 \cdot 110 + 1 \cdot 40) = 1290 \text{ [GE]}$$

Beispiel Dynamische Losgrößen- bzw. Bestellmengenplanung

► $s = 250$, $h = 2$, Bedarfsmengen d_t : 100, 120, 80, 110, 80, 40

Beispiel Dynamische Losgrößen- bzw. Bestellmengenplanung

► $s = 250$, $h = 2$, Bedarfsmengen d_t : 100, 120, 80, 110, 80, 40

Auflage- periode	Anzahl zusätzlicher Bedarfsperioden bis t	Kostenkriterium	Vergleichskriterium
τ	$j = t - \tau$	$d_{\tau+j} \cdot j \cdot (j + 1)$	$\stackrel{?}{\leq} 2 \cdot \frac{s}{h} = 250$

Beispiel Dynamische Losgrößen- bzw. Bestellmengenplanung

► $s = 250$, $h = 2$, Bedarfsmengen d_t : 100, 120, 80, 110, 80, 40

Auflage- periode τ	Anzahl zusätzlicher Bedarfsperioden bis t $j = t - \tau$	Kostenkriterium $d_{\tau+j} \cdot j \cdot (j + 1)$	Vergleichskriterium $\stackrel{?}{\leq} 2 \cdot \frac{s}{h} = 250$
1	$t = 1 \implies j = 0$	$100 \cdot 0 \cdot 1 = 0$	ja

Beispiel Dynamische Losgrößen- bzw. Bestellmengenplanung

► $s = 250$, $h = 2$, Bedarfsmengen d_t : 100, 120, 80, 110, 80, 40

Auflage- periode τ	Anzahl zusätzlicher Bedarfsperioden bis t $j = t - \tau$	Kostenkriterium $d_{\tau+j} \cdot j \cdot (j + 1)$	Vergleichskriterium $\stackrel{?}{\leq} 2 \cdot \frac{s}{h} = 250$
1	$t = 1 \implies j = 0$	$100 \cdot 0 \cdot 1 = 0$	ja
	$t = 2 \implies j = 1$	$120 \cdot 1 \cdot 2 = 240$	ja

Beispiel Dynamische Losgrößen- bzw. Bestellmengenplanung

► $s = 250$, $h = 2$, Bedarfsmengen d_t : 100, 120, 80, 110, 80, 40

Auflage- periode τ	Anzahl zusätzlicher Bedarfsperioden bis t $j = t - \tau$	Kostenkriterium $d_{\tau+j} \cdot j \cdot (j + 1)$	Vergleichskriterium $\stackrel{?}{\leq} 2 \cdot \frac{s}{h} = 250$
1	$t = 1 \implies j = 0$	$100 \cdot 0 \cdot 1 = 0$	ja
	$t = 2 \implies j = 1$	$120 \cdot 1 \cdot 2 = 240$	ja
	$t = 3 \implies j = 2$	$80 \cdot 2 \cdot 3 = 480$	nein

Beispiel Dynamische Losgrößen- bzw. Bestellmengenplanung

► $s = 250$, $h = 2$, Bedarfsmengen d_t : 100, 120, 80, 110, 80, 40

Auflage- periode τ	Anzahl zusätzlicher Bedarfsperioden bis t $j = t - \tau$	Kostenkriterium $d_{\tau+j} \cdot j \cdot (j + 1)$	Vergleichskriterium $\stackrel{?}{\leq} 2 \cdot \frac{s}{h} = 250$
1	$t = 1 \implies j = 0$	$100 \cdot 0 \cdot 1 = 0$	ja
	$t = 2 \implies j = 1$	$120 \cdot 1 \cdot 2 = 240$	ja
	$t = 3 \implies j = 2$	$80 \cdot 2 \cdot 3 = 480$	nein

Beispiel Dynamische Losgrößen- bzw. Bestellmengenplanung

► $s = 250$, $h = 2$, Bedarfsmengen d_t : 100, 120, 80, 110, 80, 40

Auflage- periode τ	Anzahl zusätzlicher Bedarfsperioden bis t $j = t - \tau$	Kostenkriterium $d_{\tau+j} \cdot j \cdot (j + 1)$	Vergleichskriterium $\stackrel{?}{\leq} 2 \cdot \frac{s}{h} = 250$
1	$t = 1 \implies j = 0$	$100 \cdot 0 \cdot 1 = 0$	ja
	$t = 2 \implies j = 1$	$120 \cdot 1 \cdot 2 = 240$	ja
	$t = 3 \implies j = 2$	$80 \cdot 2 \cdot 3 = 480$	nein
3	$t = 3 \implies j = 0$	$80 \cdot 0 \cdot 1 = 0$	ja

Beispiel Dynamische Losgrößen- bzw. Bestellmengenplanung

► $s = 250$, $h = 2$, Bedarfsmengen d_t : 100, 120, 80, 110, 80, 40

Auflage- periode τ	Anzahl zusätzlicher Bedarfsperioden bis t $j = t - \tau$	Kostenkriterium $d_{\tau+j} \cdot j \cdot (j + 1)$	Vergleichskriterium $\stackrel{?}{\leq} 2 \cdot \frac{s}{h} = 250$
1	$t = 1 \implies j = 0$	$100 \cdot 0 \cdot 1 = 0$	ja
	$t = 2 \implies j = 1$	$120 \cdot 1 \cdot 2 = 240$	ja
	$t = 3 \implies j = 2$	$80 \cdot 2 \cdot 3 = 480$	nein
3	$t = 3 \implies j = 0$	$80 \cdot 0 \cdot 1 = 0$	ja
	$t = 4 \implies j = 1$	$110 \cdot 1 \cdot 2 = 220$	ja

Beispiel Dynamische Losgrößen- bzw. Bestellmengenplanung

► $s = 250$, $h = 2$, Bedarfsmengen d_t : 100, 120, 80, 110, 80, 40

Auflage- periode τ	Anzahl zusätzlicher Bedarfsperioden bis t $j = t - \tau$	Kostenkriterium $d_{\tau+j} \cdot j \cdot (j + 1)$	Vergleichskriterium $\stackrel{?}{\leq} 2 \cdot \frac{s}{h} = 250$
1	$t = 1 \implies j = 0$	$100 \cdot 0 \cdot 1 = 0$	ja
	$t = 2 \implies j = 1$	$120 \cdot 1 \cdot 2 = 240$	ja
	$t = 3 \implies j = 2$	$80 \cdot 2 \cdot 3 = 480$	nein
3	$t = 3 \implies j = 0$	$80 \cdot 0 \cdot 1 = 0$	ja
	$t = 4 \implies j = 1$	$110 \cdot 1 \cdot 2 = 220$	ja
	$t = 5 \implies j = 2$	$80 \cdot 2 \cdot 3 = 480$	nein

Beispiel Dynamische Losgrößen- bzw. Bestellmengenplanung

► $s = 250$, $h = 2$, Bedarfsmengen d_t : 100, 120, 80, 110, 80, 40

Auflage- periode τ	Anzahl zusätzlicher Bedarfsperioden bis t $j = t - \tau$	Kostenkriterium $d_{\tau+j} \cdot j \cdot (j + 1)$	Vergleichskriterium $\stackrel{?}{\leq} 2 \cdot \frac{s}{h} = 250$
1	$t = 1 \implies j = 0$	$100 \cdot 0 \cdot 1 = 0$	ja
	$t = 2 \implies j = 1$	$120 \cdot 1 \cdot 2 = 240$	ja
	$t = 3 \implies j = 2$	$80 \cdot 2 \cdot 3 = 480$	nein
3	$t = 3 \implies j = 0$	$80 \cdot 0 \cdot 1 = 0$	ja
	$t = 4 \implies j = 1$	$110 \cdot 1 \cdot 2 = 220$	ja
	$t = 5 \implies j = 2$	$80 \cdot 2 \cdot 3 = 480$	nein

Beispiel Dynamische Losgrößen- bzw. Bestellmengenplanung

► $s = 250$, $h = 2$, Bedarfsmengen d_t : 100, 120, 80, 110, 80, 40

Auflage- periode τ	Anzahl zusätzlicher Bedarfsperioden bis t $j = t - \tau$	Kostenkriterium $d_{\tau+j} \cdot j \cdot (j + 1)$	Vergleichskriterium $? \leq 2 \cdot \frac{s}{h} = 250$
1	$t = 1 \implies j = 0$	$100 \cdot 0 \cdot 1 = 0$	ja
	$t = 2 \implies j = 1$	$120 \cdot 1 \cdot 2 = 240$	ja
	$t = 3 \implies j = 2$	$80 \cdot 2 \cdot 3 = 480$	nein
3	$t = 3 \implies j = 0$	$80 \cdot 0 \cdot 1 = 0$	ja
	$t = 4 \implies j = 1$	$110 \cdot 1 \cdot 2 = 220$	ja
	$t = 5 \implies j = 2$	$80 \cdot 2 \cdot 3 = 480$	nein
5	$t = 5 \implies j = 0$	$80 \cdot 0 \cdot 1 = 0$	ja

Beispiel Dynamische Losgrößen- bzw. Bestellmengenplanung

► $s = 250$, $h = 2$, Bedarfsmengen d_t : 100, 120, 80, 110, 80, 40

Auflage- periode τ	Anzahl zusätzlicher Bedarfsperioden bis t $j = t - \tau$	Kostenkriterium $d_{\tau+j} \cdot j \cdot (j + 1)$	Vergleichskriterium $? \leq 2 \cdot \frac{s}{h} = 250$
1	$t = 1 \implies j = 0$	$100 \cdot 0 \cdot 1 = 0$	ja
	$t = 2 \implies j = 1$	$120 \cdot 1 \cdot 2 = 240$	ja
	$t = 3 \implies j = 2$	$80 \cdot 2 \cdot 3 = 480$	nein
3	$t = 3 \implies j = 0$	$80 \cdot 0 \cdot 1 = 0$	ja
	$t = 4 \implies j = 1$	$110 \cdot 1 \cdot 2 = 220$	ja
	$t = 5 \implies j = 2$	$80 \cdot 2 \cdot 3 = 480$	nein
5	$t = 5 \implies j = 0$	$80 \cdot 0 \cdot 1 = 0$	ja
	$t = 6 \implies j = 1$	$40 \cdot 1 \cdot 2 = 80$	ja

Beispiel Dynamische Losgrößen- bzw. Bestellmengenplanung

► $s = 250$, $h = 2$, Bedarfsmengen d_t : 100, 120, 80, 110, 80, 40

Auflage- periode τ	Anzahl zusätzlicher Bedarfsperioden bis t $j = t - \tau$	Kostenkriterium $d_{\tau+j} \cdot j \cdot (j + 1)$	Vergleichskriterium $\stackrel{?}{\leq} 2 \cdot \frac{s}{h} = 250$
1	$t = 1 \implies j = 0$	$100 \cdot 0 \cdot 1 = 0$	ja
	$t = 2 \implies j = 1$	$120 \cdot 1 \cdot 2 = 240$	ja
	$t = 3 \implies j = 2$	$80 \cdot 2 \cdot 3 = 480$	nein
3	$t = 3 \implies j = 0$	$80 \cdot 0 \cdot 1 = 0$	ja
	$t = 4 \implies j = 1$	$110 \cdot 1 \cdot 2 = 220$	ja
	$t = 5 \implies j = 2$	$80 \cdot 2 \cdot 3 = 480$	nein
5	$t = 5 \implies j = 0$	$80 \cdot 0 \cdot 1 = 0$	ja
	$t = 6 \implies j = 1$	$40 \cdot 1 \cdot 2 = 80$	ja

Bestellmengen: $q_1 = 220$; $q_3 = 190$; $q_5 = 120$

Gesamtkosten im Planungszeitraum:

$$Z = 3 \cdot 250 + 2 \cdot (1 \cdot 120 + 1 \cdot 110 + 1 \cdot 40) = 1290 \text{ [GE]}$$

Heuristische Lösungsverfahren

- ▶ Silver-Meal-Verfahren
- ▶ Groff-Verfahren

Heuristische Lösungsverfahren

- ▶ Silver-Meal-Verfahren
- ▶ Groff-Verfahren
- ▶ Verfahren der gleitenden wirtschaftlichen Losgröße (Least-unit-costs-Verfahren)
- ▶ Stückperiodenausgleichsverfahren (Part-period-Verfahren)

Beispiel Dynamische Losgrößenplanung

- ▶ Fixe Kosten pro Rüst- bzw. Bestellvorgang: $s = 250$
- ▶ Lagerkostensatz: $h = 2$
- ▶ Bedarfsmengen d_t

t	1	2	3	4	5	6
d_t	100	120	80	110	80	40

Beispiel II Dynamische Losgrößenplanung

- ▶ Fixe Kosten pro Rüst- bzw. Bestellvorgang: $s = 100$
- ▶ Lagerkostensatz: $h = 4$
- ▶ Bedarfsmengen d_t

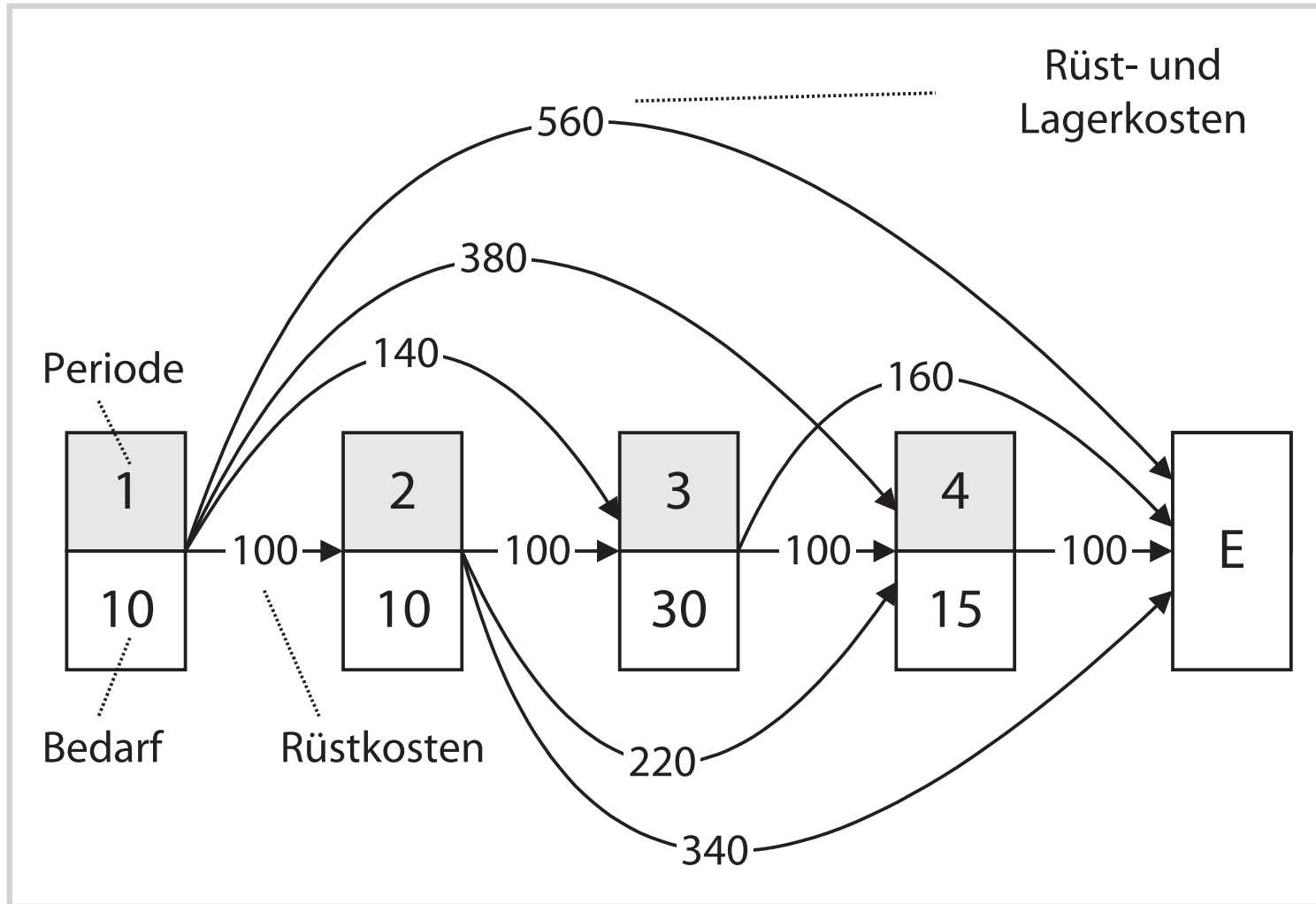
t	1	2	3	4
d_t	10	10	30	15

Ein exaktes Lösungsverfahren für das SIULSP auf Basis der dynamischen Optimierung

Interpretation als Kürzeste-Wege-Problem

- ▶ Transport von Produktionsmengen über die Zeit
- ▶ „Transportkosten“ = $1 \cdot \text{Rüstkosten} + \text{anfallende Lagerkosten}$
- ▶ Standorte sind die einzelnen Perioden
 - ▷ Lieferstandort = Produktionsperiode
 - ▷ Abnehmerstandort = nächste Produktionsperiode

Interpretation als Kürzeste-Wege-Problem



(Quelle: Günther/Tempelmeier (2012))

Interpretation als Kürzeste-Wege-Problem

Gesamtkosten für den Weg von $t = 1$ bis zur Senke E

Folgeknoten		letzte Zwischenstation auf dem Weg nach t			
		$\tau = 1$	$\tau = 2$	$\tau = 3$	$\tau = 4$
$t = 2$	Weg	$1 \rightarrow 2$	—	—	—
	Kosten	100	—	—	—
	Summe	100	—	—	—
$t = 3$	Weg	$1 \rightarrow 3$	$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$	—	—
	Kosten	140	$100 + 100$	—	—
	Summe	140	200	—	—
$t = 4$	Weg	$1 \rightarrow 4$	$1 \rightarrow 2 \rightarrow 4$	$1 \rightarrow 3 \rightarrow 4$	—
	Kosten	380	$100 + 220$	$140 + 100$	—
	Summe	380	320	240	—
$t = E$	Weg	$1 \rightarrow E$	$1 \rightarrow 2 \rightarrow E$	$1 \rightarrow 3 \rightarrow E$	$1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow E$
	Kosten	560	$100 + 340$	$140 + 160$	$240 + 100$
	Summe	560	440	300	340

Interpretation als Kürzeste-Wege-Problem

Gesamtkosten für den Weg von $t = 1$ bis zur Senke E

Folgeknoten		letzte Zwischenstation auf dem Weg nach t			
		$\tau = 1$	$\tau = 2$	$\tau = 3$	$\tau = 4$
$t = 2$	Weg	$1 \rightarrow 2$	—	—	—
	Kosten	100	—	—	—
	Summe	100	—	—	—
$t = 3$	Weg	$1 \rightarrow 3$	$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$	—	—
	Kosten	140	$100 + 100$	—	—
	Summe	140	200	—	—
$t = 4$	Weg	$1 \rightarrow 4$	$1 \rightarrow 2 \rightarrow 4$	$1 \rightarrow 3 \rightarrow 4$	—
	Kosten	380	$100 + 220$	$140 + 100$	—
	Summe	380	320	240	—
$t = E$	Weg	$1 \rightarrow E$	$1 \rightarrow 2 \rightarrow E$	$1 \rightarrow 3 \rightarrow E$	$1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow E$
	Kosten	560	$100 + 340$	$140 + 160$	$240 + 100$
	Summe	560	440	300	340

Interpretation als Kürzeste-Wege-Problem

Gesamtkosten für den Weg von $t = 1$ bis zur Senke E

Folgeknoten		letzte Zwischenstation auf dem Weg nach t			
		$\tau = 1$	$\tau = 2$	$\tau = 3$	$\tau = 4$
$t = 2$	Weg	$1 \rightarrow 2$	—	—	—
	Kosten	100	—	—	—
	Summe	100	—	—	—
$t = 3$	Weg	$1 \rightarrow 3$	$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$	—	—
	Kosten	140	100 + 100	—	—
	Summe	140	200	—	—
$t = 4$	Weg	$1 \rightarrow 4$	$1 \rightarrow 2 \rightarrow 4$	$1 \rightarrow 3 \rightarrow 4$	—
	Kosten	380	100 + 220	140 + 100	—
	Summe	380	320	240	—
$t = E$	Weg	$1 \rightarrow E$	$1 \rightarrow 2 \rightarrow E$	$1 \rightarrow 3 \rightarrow E$	$1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow E$
	Kosten	560	100 + 340	140 + 160	240 + 100
	Summe	560	440	300	340

Interpretation als Kürzeste-Wege-Problem

Gesamtkosten für den Weg von $t = 1$ bis zur Senke E

Folgeknoten		letzte Zwischenstation auf dem Weg nach t			
		$\tau = 1$	$\tau = 2$	$\tau = 3$	$\tau = 4$
$t = 2$	Weg	$1 \rightarrow 2$	—	—	—
	Kosten	100	—	—	—
	Summe	100	—	—	—
$t = 3$	Weg	$1 \rightarrow 3$	$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$	—	—
	Kosten	140	$100 + 100$	—	—
	Summe	140	200	—	—
$t = 4$	Weg	$1 \rightarrow 4$	$1 \rightarrow 2 \rightarrow 4$	$1 \rightarrow 3 \rightarrow 4$	—
	Kosten	380	$100 + 220$	$140 + 100$	—
	Summe	380	320	240	—
$t = E$	Weg	$1 \rightarrow E$	$1 \rightarrow 2 \rightarrow E$	$1 \rightarrow 3 \rightarrow E$	$1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow E$
	Kosten	560	$100 + 340$	$140 + 160$	$240 + 100$
	Summe	560	440	300	340

Interpretation als Kürzeste-Wege-Problem

Gesamtkosten für den Weg von $t = 1$ bis zur Senke E

Folgeknoten		letzte Zwischenstation auf dem Weg nach t			
		$\tau = 1$	$\tau = 2$	$\tau = 3$	$\tau = 4$
$t = 2$	Weg	$1 \rightarrow 2$	—	—	—
	Kosten	100	—	—	—
	Summe	100	—	—	—
$t = 3$	Weg	$1 \rightarrow 3$	$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$	—	—
	Kosten	140	$100 + 100$	—	—
	Summe	140	200	—	—
$t = 4$	Weg	$1 \rightarrow 4$	$1 \rightarrow 2 \rightarrow 4$	$1 \rightarrow 3 \rightarrow 4$	—
	Kosten	380	$100 + 220$	$140 + 100$	—
	Summe	380	320	240	—
$t = E$	Weg	$1 \rightarrow E$	$1 \rightarrow 2 \rightarrow E$	$1 \rightarrow 3 \rightarrow E$	$1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow E$
	Kosten	560	$100 + 340$	$140 + 160$	$240 + 100$
	Summe	560	440	300	340

Interpretation als Kürzeste-Wege-Problem

Gesamtkosten für den Weg von $t = 1$ bis zur Senke E

Folgeknoten		letzte Zwischenstation auf dem Weg nach t			
		$\tau = 1$	$\tau = 2$	$\tau = 3$	$\tau = 4$
$t = 2$	Weg	$1 \rightarrow 2$	—	—	—
	Kosten	100	—	—	—
	Summe	100	—	—	—
$t = 3$	Weg	$1 \rightarrow 3$	$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$	—	—
	Kosten	140	$100 + 100$	—	—
	Summe	140	200	—	—
$t = 4$	Weg	$1 \rightarrow 4$	$1 \rightarrow 2 \rightarrow 4$	$1 \rightarrow 3 \rightarrow 4$	—
	Kosten	380	$100 + 220$	$140 + 100$	—
	Summe	380	320	240	—
$t = E$	Weg	$1 \rightarrow E$	$1 \rightarrow 2 \rightarrow E$	$1 \rightarrow 3 \rightarrow E$	$1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow E$
	Kosten	560	$100 + 340$	$140 + 160$	$240 + 100$
	Summe	560	440	300	340

Interpretation als Kürzeste-Wege-Problem

Gesamtkosten für den Weg von $t = 1$ bis zur Senke E

Folgeknoten		letzte Zwischenstation auf dem Weg nach t			
		$\tau = 1$	$\tau = 2$	$\tau = 3$	$\tau = 4$
$t = 2$	Weg	$1 \rightarrow 2$	—	—	—
	Kosten	100	—	—	—
	Summe	100	—	—	—
$t = 3$	Weg	$1 \rightarrow 3$	$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$	—	—
	Kosten	140	$100 + 100$	—	—
	Summe	140	200	—	—
$t = 4$	Weg	$1 \rightarrow 4$	$1 \rightarrow 2 \rightarrow 4$	$1 \rightarrow 3 \rightarrow 4$	—
	Kosten	380	$100 + 220$	$140 + 100$	—
	Summe	380	320	240	—
$t = E$	Weg	$1 \rightarrow E$	$1 \rightarrow 2 \rightarrow E$	$1 \rightarrow 3 \rightarrow E$	$1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow E$
	Kosten	560	$100 + 340$	$140 + 160$	$240 + 100$
	Summe	560	440	300	340

Interpretation als Kürzeste-Wege-Problem

Gesamtkosten für den Weg von $t = 1$ bis zur Senke E

Folgeknoten		letzte Zwischenstation auf dem Weg nach t			
		$\tau = 1$	$\tau = 2$	$\tau = 3$	$\tau = 4$
$t = 2$	Weg	$1 \rightarrow 2$	—	—	—
	Kosten	100	—	—	—
	Summe	100	—	—	—
$t = 3$	Weg	$1 \rightarrow 3$	$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$	—	—
	Kosten	140	$100 + 100$	—	—
	Summe	140	200	—	—
$t = 4$	Weg	$1 \rightarrow 4$	$1 \rightarrow 2 \rightarrow 4$	$1 \rightarrow 3 \rightarrow 4$	—
	Kosten	380	$100 + 220$	$140 + 100$	—
	Summe	380	320	240	—
$t = E$	Weg	$1 \rightarrow E$	$1 \rightarrow 2 \rightarrow E$	$1 \rightarrow 3 \rightarrow E$	$1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow E$
	Kosten	560	$100 + 340$	$140 + 160$	$240 + 100$
	Summe	560	440	300	340

Interpretation als Kürzeste-Wege-Problem

Gesamtkosten für den Weg von $t = 1$ bis zur Senke E

Folgeknoten		letzte Zwischenstation auf dem Weg nach t			
		$\tau = 1$	$\tau = 2$	$\tau = 3$	$\tau = 4$
$t = 2$	Weg	$1 \rightarrow 2$	—	—	—
	Kosten	100	—	—	—
	Summe	100	—	—	—
$t = 3$	Weg	$1 \rightarrow 3$	$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$	—	—
	Kosten	140	$100 + 100$	—	—
	Summe	140	200	—	—
$t = 4$	Weg	$1 \rightarrow 4$	$1 \rightarrow 2 \rightarrow 4$	$1 \rightarrow 3 \rightarrow 4$	—
	Kosten	380	$100 + 220$	$140 + 100$	—
	Summe	380	320	240	—
$t = E$	Weg	$1 \rightarrow E$	$1 \rightarrow 2 \rightarrow E$	$1 \rightarrow 3 \rightarrow E$	$1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow E$
	Kosten	560	$100 + 340$	140 + 160	$240 + 100$
	Summe	560	440	300	340

Interpretation als Kürzeste-Wege-Problem

Gesamtkosten für den Weg von $t = 1$ bis zur Senke E

Folgeknoten		letzte Zwischenstation auf dem Weg nach t			
		$\tau = 1$	$\tau = 2$	$\tau = 3$	$\tau = 4$
$t = 2$	Weg	$1 \rightarrow 2$	—	—	—
	Kosten	100	—	—	—
	Summe	100	—	—	—
$t = 3$	Weg	$1 \rightarrow 3$	$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$	—	—
	Kosten	140	$100 + 100$	—	—
	Summe	140	200	—	—
$t = 4$	Weg	$1 \rightarrow 4$	$1 \rightarrow 2 \rightarrow 4$	$1 \rightarrow 3 \rightarrow 4$	—
	Kosten	380	$100 + 220$	$140 + 100$	—
	Summe	380	320	240	—
$t = E$	Weg	$1 \rightarrow E$	$1 \rightarrow 2 \rightarrow E$	$1 \rightarrow 3 \rightarrow E$	$1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow E$
	Kosten	560	$100 + 340$	$140 + 160$	240 + 100
	Summe	560	440	300	340

Interpretation als Kürzeste-Wege-Problem

Gesamtkosten für den Weg von $t = 1$ bis zur Senke E

Folgeknoten		letzte Zwischenstation auf dem Weg nach t			
		$\tau = 1$	$\tau = 2$	$\tau = 3$	$\tau = 4$
$t = 2$	Weg	$1 \rightarrow 2$	—	—	—
	Kosten	100	—	—	—
	Summe	100	—	—	—
$t = 3$	Weg	$1 \rightarrow 3$	$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$	—	—
	Kosten	140	$100 + 100$	—	—
	Summe	140	200	—	—
$t = 4$	Weg	$1 \rightarrow 4$	$1 \rightarrow 2 \rightarrow 4$	$1 \rightarrow 3 \rightarrow 4$	—
	Kosten	380	$100 + 220$	$140 + 100$	—
	Summe	380	320	240	—
$t = E$	Weg	$1 \rightarrow E$	$1 \rightarrow 2 \rightarrow E$	$1 \rightarrow 3 \rightarrow E$	$1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow E$
	Kosten	560	$100 + 340$	$140 + 160$	$240 + 100$
	Summe	560	440	300	340

Interpretation als Kürzeste-Wege-Problem

Gesamtkosten für den Weg von $t = 1$ bis zur Senke E

Folgeknoten		letzte Zwischenstation auf dem Weg nach t			
		$\tau = 1$	$\tau = 2$	$\tau = 3$	$\tau = 4$
$t = 2$	Weg	$1 \rightarrow 2$	—	—	—
	Kosten	100	—	—	—
	Summe	100	—	—	—
$t = 3$	Weg	$1 \rightarrow 3$	$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$	—	—
	Kosten	140	$100 + 100$	—	—
	Summe	140	200	—	—
$t = 4$	Weg	$1 \rightarrow 4$	$1 \rightarrow 2 \rightarrow 4$	$1 \rightarrow 3 \rightarrow 4$	—
	Kosten	380	$100 + 220$	$140 + 100$	—
	Summe	380	320	240	—
$t = E$	Weg	$1 \rightarrow E$	$1 \rightarrow 2 \rightarrow E$	$1 \rightarrow 3 \rightarrow E$	$1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow E$
	Kosten	560	$100 + 340$	$140 + 160$	$240 + 100$
	Summe	560	440	300	340

Optimale Lösung: $\underline{\gamma} = (1, 0, 1, 0)^T$; $\underline{q} = (20, 0, 45, 0)^T$