

# Übung 02

## Fließbandproduktion & Leistungsanalysen

### Aufgabe 1 - Warteschlangenanalyse in der Automobilproduktion

Ein Automobilzulieferer betreibt eine Fertigungsline mit 4 Bearbeitungsstationen für Getriebekomponenten. Die Stationen haben folgende Bearbeitungsraten (in Stück pro Stunde):

- Station 1 (Drehen):  $\mu_1 = 3$
- Station 2 (Fräsen):  $\mu_2 = 3$
- Station 3 (Schleifen):  $\mu_3 = 4$
- Station 4 (Qualitätskontrolle):  $\mu_4 = 3$

Zwischen den Stationen sind unbeschränkte Puffer vorhanden. Die Zwischenankunfts- und Bearbeitungszeiten sind exponentialverteilt.

- a) Bestimmen Sie für die Ankunftsraten  $\lambda_1 = 2$  und  $\lambda_1 = 3$  Stück/h vor der ersten Station:
  - Die Produktionsrate des Systems
  - Die Ankunftsraten an den einzelnen Stationen
- b) Berechnen Sie für beide Szenarien aus a):
  - Die Auslastung jeder Station und die durchschnittliche Systemauslastung
  - Den mittleren Bestand an jeder Station und im Gesamtsystem
  - Die mittlere Durchlaufzeit pro Station und die Gesamtdurchlaufzeit
- c) Für  $\lambda_1 = 2$ : Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich an Station 1:
  - Genau 5 Werkstücke befinden?
  - Höchstens 5 Werkstücke befinden?
  - Die Station leer ist?
- d) Eine zusätzliche Vorbearbeitungsstation hat  $\lambda = 5$  und  $\mu = 7$ . Analysieren Sie diese Station bezüglich Auslastung, Bestand und Durchlaufzeit.

## Caution

Lösung:

a) Produktionsrate und Ankunftsrate:

Für  $\lambda_1 = 2$ :

- Produktionsrate:  $X = \min\{\lambda_1, \mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4\} = \min\{2, 3, 3, 4, 3\} = 2 \text{ Stück/h}$
- Ankunftsrate:  $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = \min\{2, 3\} = 2, \lambda_3 = \min\{2, 3\} = 2, \lambda_4 = \min\{2, 4\} = 2$

Für  $\lambda_1 = 3$ :

- Produktionsrate:  $X = \min\{3, 3, 3, 4, 3\} = 3 \text{ Stück/h}$
- Ankunftsrate:  $\lambda_1 = 3, \lambda_2 = \min\{3, 3\} = 3, \lambda_3 = \min\{3, 3\} = 3, \lambda_4 = \min\{3, 4\} = 3$

b) Kenngrößen für beide Szenarien:

Szenario 1:  $\lambda_1 = 2$

Auslastungen:

- $\rho_1 = \frac{2}{3} = 0,667$
- $\rho_2 = \frac{2}{3} = 0,667$
- $\rho_3 = \frac{2}{4} = 0,500$
- $\rho_4 = \frac{2}{3} = 0,667$
- Durchschnitt:  $\bar{\rho} = 0,625$

Mittlerer Bestand:

- $L_1 = \frac{0,667}{1-0,667} = 2,00 \text{ Stück}$
- $L_2 = \frac{0,667}{1-0,667} = 2,00 \text{ Stück}$
- $L_3 = \frac{0,500}{1-0,500} = 1,00 \text{ Stück}$
- $L_4 = \frac{0,667}{1-0,667} = 2,00 \text{ Stück}$
- Gesamt:  $L = 7,00 \text{ Stück}$

Mittlere Durchlaufzeit (Little's Gesetz:  $W = L/\lambda$ ):

- $W_1 = \frac{2,00}{2} = 1,00 \text{ h}$
- $W_2 = \frac{2,00}{2} = 1,00 \text{ h}$
- $W_3 = \frac{1,00}{2} = 0,50 \text{ h}$
- $W_4 = \frac{2,00}{2} = 1,00 \text{ h}$
- Gesamt:  $W = 3,50 \text{ h}$

Szenario 2:  $\lambda_1 = 3$

Auslastungen:

- $\rho_1 = \rho_2 = \rho_4 = \frac{3}{3} = 1,000 \rightarrow \text{Grenzfall!}$
- $\rho_3 = \frac{3}{4} = 0,750$

Das System arbeitet am Limit. Die Stationen 1, 2 und 4 haben 100% Auslastung, was zu erheblichen Wartezeiten, hohen Beständen und damit zu extremen Schwankungen im System führt. Das System ist instabil und sollte nicht mehr betrieben werden, bis die Kapazitäten erhöht werden!

- Relative Differenz der Wartezeiten:  $\frac{W_1 - W_3}{W_3} = \frac{1,00 - 0,50}{0,50} = 1,000$  (100%)

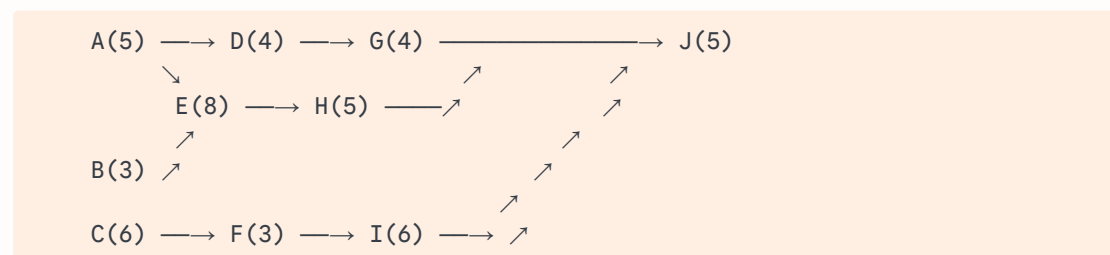
## Aufgabe 2 - Fließbandabstimmung bei der Smartphone-Montage

Ein Elektronikhersteller plant eine neue Montagelinie für Smartphones. Pro 8-Stunden-Schicht sollen 48 Geräte montiert werden. Die Montage besteht aus 10 Arbeitselementen mit folgenden Beziehungen:

Arbeitselemente und Elementzeiten:

Element	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Zeit [min]	5	3	6	4	8	3	4	5	6	5

Vorranggraph:



- Bestimmen Sie die Taktzeit für die geforderte Produktionsrate.
- Berechnen Sie die theoretisch minimale Anzahl an Stationen. Wie viele Stationen werden maximal benötigt?
- Führen Sie eine Fließbandabstimmung mit der Heuristik "Längste Elementzeit zuerst" durch.
- Berechnen Sie den Bandwirkungsgrad Ihrer Lösung.

## Caution

Lösung:

a) Taktzeit:

- Verfügbare Zeit:  $T = 8 \text{ h} \times 60 \text{ min/h} = 480 \text{ min}$
- Produktionsrate: 48 Stück/Schicht
- Taktzeit:  $C = \frac{480}{48} = 10 \text{ min/Stück}$

b) Stationenanzahl:

- Theoretisches Minimum:  $M_{\min} = \lceil \frac{49}{10} \rceil = 5 \text{ Stationen}$
- Maximum:  $M_{\max} = 10 \text{ Stationen}$  (ein Element pro Station)

c) Fließbandabstimmung (Längste Elementzeit zuerst):

Prioritätsliste: E(8), C(6), I(6), A(5), H(5), J(5), D(4), G(4), B(3), F(3) Wichtig: Es werden nur Elemente zugeordnet, deren Vorgänger bereits zugeordnet sind!

Station	Verfügbare Elemente	Gewähltes Element	Elementzeit	Stationzeit	Restzeit
I	A, B, C	C	6	6	4
	A, B	B	3	9	1
	A	-	-	9	1
II	A, F	A	5	5	5
	F, D, E	E (längste)	8	-	-
		E passt nicht → D	4	9	1
	F	-	-	9	1
III	F, E, I	E	8	8	2
	F, I	-	-	8	2
IV	F, I, H	I	6	6	4
	F, H	F	3	9	1
	H	-	-	9	1
V	H, G	H	5	5	5
	G	G	4	9	1
	J	-	-	9	1
VI	J	J	5	5	5

Ergebnis: 6 Stationen benötigt

Hinweis zur Optimalität: Das theoretische Minimum von 5 Stationen ( $\lceil 49/10 \rceil$ ) ist aufgrund der Vorrangbeziehungen und Elementzeiten nicht erreichbar. Die gefundene Lösung mit 6 Stationen ist für diese Heuristik gut, muss aber nicht global optimal sein. Andere Heuristiken könnten<sup>4</sup> möglicherweise 5 Stationen erreichen.

d) Bandwirkungsgrad:

$$U = \frac{\text{Summe Elementzeiten}}{\text{Anzahl Stationen} \times \text{Taktzeit}} = \frac{49}{6 \times 10} = \frac{49}{60} = 0,817 = 81,7\%$$

### Aufgabe 3 - Leistungsanalyse eines Fließproduktionssystems

Eine Elektronikfertigung für Leiterplatten besteht aus 5 aufeinanderfolgenden Bearbeitungsstationen. Die erste Station erhält Werkstücke mit einer Rate von  $\lambda = 0,08$  Leiterplatten pro Minute. Alle Stationen haben eine mittlere Bearbeitungszeit von  $b = 11$  Minuten pro Leiterplatte. Die Bearbeitungszeiten sind exponentialverteilt, und zwischen den Stationen befinden sich unbeschränkte Puffer.

- a) Berechnen Sie für jede Station:
  - Die Bearbeitungsrate  $\mu$
  - Die Auslastung  $\rho$
  - Den mittleren Bestand  $L$
  - Die mittlere Durchlaufzeit  $W$
- b) Bestimmen Sie für das Gesamtsystem:
  - Die Produktionsrate
  - Den Gesamtbestand
  - Die Gesamtdurchlaufzeit
- c) Für Station 3: Mit welcher Wahrscheinlichkeit
  - Ist die Station leer?
  - Befinden sich genau 3 Leiterplatten an der Station?
  - Befinden sich 3 oder weniger Leiterplatten an der Station?
  - Befinden sich mehr als 10 Leiterplatten an der Station?

## Caution

Lösung:

a) Stationskenngrößen:

Für alle Stationen  $m = 1, \dots, 5$ :

- Bearbeitungsrate:  $\mu_m = \frac{1}{b_m} = \frac{1}{11} = 0,091$  Leiterplatten/min
- Ankunftsrate:  $\lambda_m = \min\{\lambda_{m-1}, \mu_{m-1}\} = 0,08$  (da  $0,08 < 0,091$  für alle Stationen)
- Auslastung:  $\rho_m = \frac{\lambda_m}{\mu_m} = \frac{0,08}{0,091} = 0,88$
- Mittlerer Bestand:  $L_m = \frac{\rho_m}{1-\rho_m} = \frac{0,88}{0,12} = 7,33$  Leiterplatten
- Mittlere Durchlaufzeit:  $W_m = \frac{L_m}{\lambda_m} = \frac{7,33}{0,08} = 91,67$  min

b) Gesamtsystem:

- Produktionsrate:  $X = \min\{\lambda, \mu_1, \dots, \mu_5\} = 0,08$  Leiterplatten/min
- Gesamtbestand:  $L = \sum_{m=1}^5 L_m = 5 \times 7,33 = 36,67$  Leiterplatten
- Gesamtdurchlaufzeit:  $W = \sum_{m=1}^5 W_m = 5 \times 91,67 = 458,33$  min

c) Wahrscheinlichkeiten für Station 3:

Mit  $\rho_3 = 0,88$  und  $P[N = n] = (1 - \rho) \cdot \rho^n$ :

- Station leer:  $P[N = 0] = 1 - 0,88 = 0,12$  (12%)
- Genau 3 Leiterplatten:  $P[N = 3] = 0,12 \cdot 0,88^3 = 0,12 \cdot 0,681 = 0,082$  (8,2%)
- 3 oder weniger:  $P[N \leq 3] = 0,401$  (40,1%)
- Mehr als 10:  $P[N > 10] = \rho^{11} = 0,88^{11} = 0,314$  (31,4%)

## Aufgabe 4 - Starving und Blocking

Ein Produktionssystem besteht aus drei Stationen mit beschränkten Puffern:

[Lager] → Station 1 → [Puffer 1: 3 Plätze] → Station 2 → [Puffer 2: 2 Plätze] → Station 3 → [Fertigwarenlager]

Die Bearbeitungszeiten sind deterministisch:  $b_1 = 4$  min,  $b_2 = 5$  min,  $b_3 = 3$  min.

- Erklären Sie die Begriffe “Starving” und “Blocking” im Kontext dieses Systems.
- Identifizieren Sie mögliche Starving- und Blocking-Situationen in diesem System.
- Welche Station ist der Engpass? Wie wirkt sich das auf die anderen Stationen aus?
- Schlagen Sie zwei Maßnahmen zur Verbesserung der Systemleistung vor.

## Caution

Lösung:

a) Begriffserklärungen:

Starving (Aushungern): Eine Station kann nicht arbeiten, weil der vorgelagerte Puffer leer ist und kein zu bearbeitendes Werkstück verfügbar ist.

Blocking (Blockierung): Eine Station kann nicht arbeiten, obwohl sie ein Werkstück fertiggestellt hat, weil der nachgelagerte Puffer voll ist und das fertige Werkstück nicht weitergegeben werden kann.

b) Mögliche Situationen:

Starving:

- Station 2 hungert aus, wenn Puffer 1 leer ist und Station 1 noch arbeitet
- Station 3 hungert aus, wenn Puffer 2 leer ist und Station 2 noch arbeitet

Blocking:

- Station 1 wird blockiert, wenn Puffer 1 voll ist (3 Werkstücke) und Station 2 noch arbeitet
- Station 2 wird blockiert, wenn Puffer 2 voll ist (2 Werkstücke) und Station 3 noch arbeitet

c) Engpassanalyse:

Station 2 ist der Engpass mit der längsten Bearbeitungszeit (5 min).

Auswirkungen:

- Station 1 (schneller als Station 2): Wird blockiert, da Puffer 1 sich füllt
- Station 3 (schneller als Station 2): Hungert aus, da Station 2 nicht schnell genug liefert

d) Verbesserungsmaßnahmen:

- Parallelstation zu Station 2 hinzufügen
- Prozessverbesserung bei Station 2 zur Reduzierung von  $b_2$
- Ziel: Engpass eliminieren und Systemleistung erhöhen