

## Übung 02

### Prognosen und Exponentielles Glätten

#### Aufgabe 1: Prognose mit Trend und Saison

Luigi's Eisdiele in Duisburg hat saisonal stark schwankende Verkaufszahlen (in hundert Litern Eis). Es gibt vier Quartale pro Jahr. Luigi hat die Verkaufszahlen der letzten **zwei** Jahre gesammelt:

| Jahr | Quartal | Verkauf (100L) $y_t$ |
|------|---------|----------------------|
| 1    | Q1      | 8                    |
| 1    | Q2      | 20                   |
| 1    | Q3      | 25                   |
| 1    | Q4      | 10                   |
| 2    | Q1      | 10                   |
| 2    | Q2      | 24                   |
| 2    | Q3      | 30                   |
| 2    | Q4      | 12                   |

Luigi hat bereits (vereinfachte) **Saisonindizes** für die vier Quartale bestimmt:

- Q1: 0.6
- Q2: 1.4
- Q3: 1.7
- Q4: 0.8

Er geht von einem multiplikativen Saisonmodell aus ( $Y = T \cdot S \cdot I$ ).

Ihre Aufgaben:

1. Bereinigen Sie die Verkaufszahlen, indem Sie jeden Wert durch den entsprechenden Saisonindex teilen. Diese Werte  $Y_d$  repräsentieren die Trend-Komponente (plus Rest).
2. Auf die bereinigten Daten  $Y_d$  wenden Sie nun eine Prognosemethode für Trenddaten an. Verwenden Sie hierfür die exponentielle Glättung mit Trendkorrektur.
  - Nutzen Sie einen Glättungsfaktor  $\alpha = 0.2$ .
  - Initialisierungswerte für die bereinigten Daten ( $Y_d$ ) zum Zeitpunkt  $t = 0$ :
    - Geschätztes Niveau  $\hat{a}_{d,0} = 13$
    - Geschätzter Trend  $\hat{b}_{d,0} = 0.5$
  - Berechnen Sie zuerst  $y_{d,0}^{(1)}$  und  $y_{d,0}^{(2)}$  basierend auf  $\hat{a}_{d,0}$ ,  $\hat{b}_{d,0}$  und  $\alpha$ .
3. Prognostizieren Sie die bereinigten Werte für die vier Quartale des nächsten Jahres (Jahr 3, Q1 bis Q4). Hier ist  $t$  der Index des letzten Beobachtungspunktes der bereinigten Reihe.

4. Saisonalisieren Sie diese Prognosen, indem Sie sie mit den entsprechenden Saisonindizes multiplizieren, um die finalen Verkaufsprognosen zu erhalten.

## Aufgabe 2: Saisonindizes selbst berechnen

Das Unternehmen Frosty, das auch die Eisdiele von Luigi beliefert, hat sich auf die Herstellung und den Verkauf von handgemachtem Eis spezialisiert. Die Geschäftsführerin hat festgestellt, dass die Verkaufszahlen (in tausend Euro) stark von der Jahreszeit abhängen. Um die Produktionsmengen besser planen und Marketingkampagnen gezielter ausrichten zu können, möchte sie die saisonalen Schwankungen genauer verstehen. Sie hat die Verkaufsdaten der letzten **drei** Jahre gesammelt:

| Jahr | Quartal | Verkauf (Tsd. €) $y_t$ |
|------|---------|------------------------|
| 1    | Q1      | 150                    |
| 1    | Q2      | 250                    |
| 1    | Q3      | 350                    |
| 1    | Q4      | 180                    |
| 2    | Q1      | 170                    |
| 2    | Q2      | 280                    |
| 2    | Q3      | 390                    |
| 2    | Q4      | 210                    |
| 3    | Q1      | 190                    |
| 3    | Q2      | 310                    |
| 3    | Q3      | 430                    |
| 3    | Q4      | 240                    |

Die Geschäftsführerin geht von einem multiplikativen Saisonmodell aus ( $Y = T \cdot C \cdot S \cdot I$ ) und möchte die Saisonindizes mit der “Ratio to Moving Average”-Methode bestimmen. Da es vier Quartale pro Jahr gibt, wird ein gleitender Durchschnitt der Ordnung 4 verwendet.

Ihre Aufgaben:

1. Berechnen Sie den zentrierten gleitenden Durchschnitt (ZGD) der Ordnung 4 für die Verkaufsdaten.
2. Bestimmen Sie die Roh-Saisonfaktoren ( $si_{tm}$ ), indem Sie die tatsächlichen Verkaufszahlen  $y_{tm}$  durch die entsprechenden ZGD-Werte teilen.
3. Berechnen Sie die durchschnittlichen Saisonfaktoren ( $s_m$ ) für jedes Quartal, indem Sie die Roh-Saisonfaktoren für das jeweilige Quartal über die Jahre mitteln.
4. Normieren Sie die durchschnittlichen Saisonfaktoren, sodass ihre Summe der Anzahl der Saisons (hier 4) entspricht. Diese normierten Werte sind die finalen Saisonindizes ( $\hat{s}_m$ ).

## Aufgabe 3: Holt’s Methode für Trenddaten

Das kleine Startup “Deep Learning” im Herzen von Duisburg hat kürzlich ein neues KI-Tool für die Analyse von Textdaten auf den Markt gebracht. Die Kunden sind begeistert, und die

Verkaufszahlen steigen stetig. Die Firma möchte nun die zukünftige Nachfrage besser planen können, um genügend Mitarbeiter zur Betreuung der Kunden zu haben und gleichzeitig Überstunden zu vermeiden. Die Firma hat die Verkaufszahlen der letzten 8 Monate sorgfältig dokumentiert:

| Monat (t) | Verkäufe ( $y_t$ ) |
|-----------|--------------------|
| 1         | 50                 |
| 2         | 52                 |
| 3         | 58                 |
| 4         | 69                 |
| 5         | 70                 |
| 6         | 72                 |
| 7         | 77                 |
| 8         | 83                 |

Deep Learning hat sich entschieden, das **Verfahren von Holt** zu verwenden, um eine Prognose zu erstellen. Dieses Verfahren berücksichtigt sowohl das aktuelle Niveau der Nachfrage als auch den Trend.

#### Ihre Aufgaben:

1. Verwenden Sie das Verfahren von Holt, um die geglätteten Werte für das Niveau ( $\hat{a}_t$ ) und den Trend ( $\hat{b}_t$ ) für die Monate  $t = 1$  bis  $t = 8$  zu berechnen.
  - Nutzen Sie die folgenden Glättungsfaktoren:
    - $\alpha = 0.3$  (für das Niveau)
    - $\beta = 0.2$  (für den Trend)
  - Die Initialisierungswerte zum Zeitpunkt  $t = 0$  sind:
    - Geschätztes Niveau  $\hat{a}_0 = 48$  Verkäufe
    - Geschätzter Trend  $\hat{b}_0 = 4$  Verkäufe pro Monat
2. Erstellen Sie eine Prognose für die Verkaufszahlen der nächsten **zwei** Monate (Monat 9 und Monat 10).
3. Was ist der Unterschied zwischen der Prognose aus der letzten Übung und dem Verfahren von Holt?
4. Würden Sie denken, dass das Verfahren von Holt und Winters besser geeignet wäre, um die Verkaufszahlen zu prognostizieren?