

Übung 01

Prognosen und Exponentielles Glätten

Aufgabe 1: Zerlegung einer Zeitreihe

Eine traditionsreiche Konditorei aus dem Schwarzwald möchte den Verkauf ihrer berühmten Schwarzwälder Kirschtorte besser verstehen, um Zutatenbestellungen und Personalplanung zu optimieren. Die Verkaufszahlen der letzten zwei Jahre (in Stück pro Monat) sind wie folgt:

Monat	Jahr 1	Jahr 2
Januar	80	95
Februar	75	90
März	90	105
April	110	125
Mai	130	150
Juni	150	175
Juli	160	190
August	155	180
September	120	140
Oktober	100	115
November	85	100
Dezember	100	120

Ihre Aufgaben:

1. Stellen Sie die Zeitreihe grafisch dar (eine einfache Skizze auf Papier genügt).
2. Beschreiben Sie die Hauptkomponenten (Trend, Saison, Zyklus, irreguläre Schwankungen), die Sie in den Verkaufszahlen vermuten. Wie würden Sie diese qualitativ charakterisieren? (z.B. steigender Trend, saisonale Spitzen im Sommer und zu Weihnachten).
3. Skizzieren Sie, wie Sie vorgehen würden, um die Trend- und Saisonkomponenten grob zu schätzen, basierend auf den im Skript vorgestellten Ideen.

Aufgabe 2: Prognose ohne Trend

Bäckermeisterin Anna Weber in Freiburg möchte die Nachfrage nach ihren beliebten Roggenbrötchen für den nächsten Tag vorhersagen, um Überproduktion oder Engpässe zu vermeiden. Sie hat die Verkaufszahlen der letzten 10 Tage notiert:

Tag	Verkaufte Roggenbrötchen (y_t)
1	120
2	125
3	115
4	122
5	118
6	128
7	123
8	119
9	126
10	124

Frau Weber geht davon aus, dass der Verkauf relativ konstant ist, aber täglichen Schwankungen unterliegt (d.h. kein klarer Trend, konstantes Niveau).

Ihre Aufgaben:

1. Berechnen Sie einen gleitenden Durchschnitt der Ordnung $n = 3$ (3-Tage-Linie), um eine Prognose für Tag 11 zu erstellen (p_{11}). Der Prognosewert für Tag $t + 1$ ist der Durchschnittswert zum Zeitpunkt t .
2. Wenden Sie die exponentielle Glättung erster Ordnung an, um eine Prognose für Tag 11 zu erstellen. Verwenden Sie einen Glättungsfaktor $\alpha = 0.2$. Als Startwert für den geglätteten Wert zum Zeitpunkt $t = 0$ (Prognose für Tag 1, p_1) nehmen Sie den tatsächlichen Verkauf von Tag 1 (y_1).
3. Welche Prognose erscheint Ihnen intuitiv plausibler? Begründen Sie kurz.
4. Berechnen Sie den Prognosefehler mit der mittleren absoluten Abweichung (MAE) für alle 10 Tage.

Aufgabe 3: Prognose mit Trend

Ein aufstrebender YouTuber hat in den letzten 8 Monaten einen stetigen Zuwachs an neuen Abonnenten verzeichnet. Er möchte die Entwicklung für die nächsten zwei Monate prognostizieren, um seine Content-Strategie anzupassen.

Monat t	Neue Abonnenten y_t
1	500
2	530
3	520
4	580
5	620
6	670
7	640
8	710

Er möchte die Methode der exponentiellen Glättung mit Trendkorrektur verwenden, wie sie im Skript vorgestellt wird. Nutzen Sie einen Glättungsfaktor $\alpha = 0.3$. Das geschätzte Niveau zum Zeitpunkt $t = 0$ ist $\hat{a}_0 = 480$ und der Trend (Steigung) ist $\hat{b}_0 = 25$.

Ihre Aufgaben:

1. Berechnen Sie die initialen Werte $y_0^{(1)}$ und $y_0^{(2)}$.
2. Berechnen Sie iterativ $y_t^{(1)}$, $y_t^{(2)}$, \hat{a}_t und \hat{b}_t für die Monate $t = 1$ bis $t = 8$.
3. Erstellen Sie eine Prognose für die Anzahl neuer Abonnenten für Monat 9 und Monat 10.
4. Berechnen Sie den Prognosefehler mit der mittleren quadratischen Abweichung (MSE) für Monat 7 und Monat 8.