

Produktionsprogrammplanung

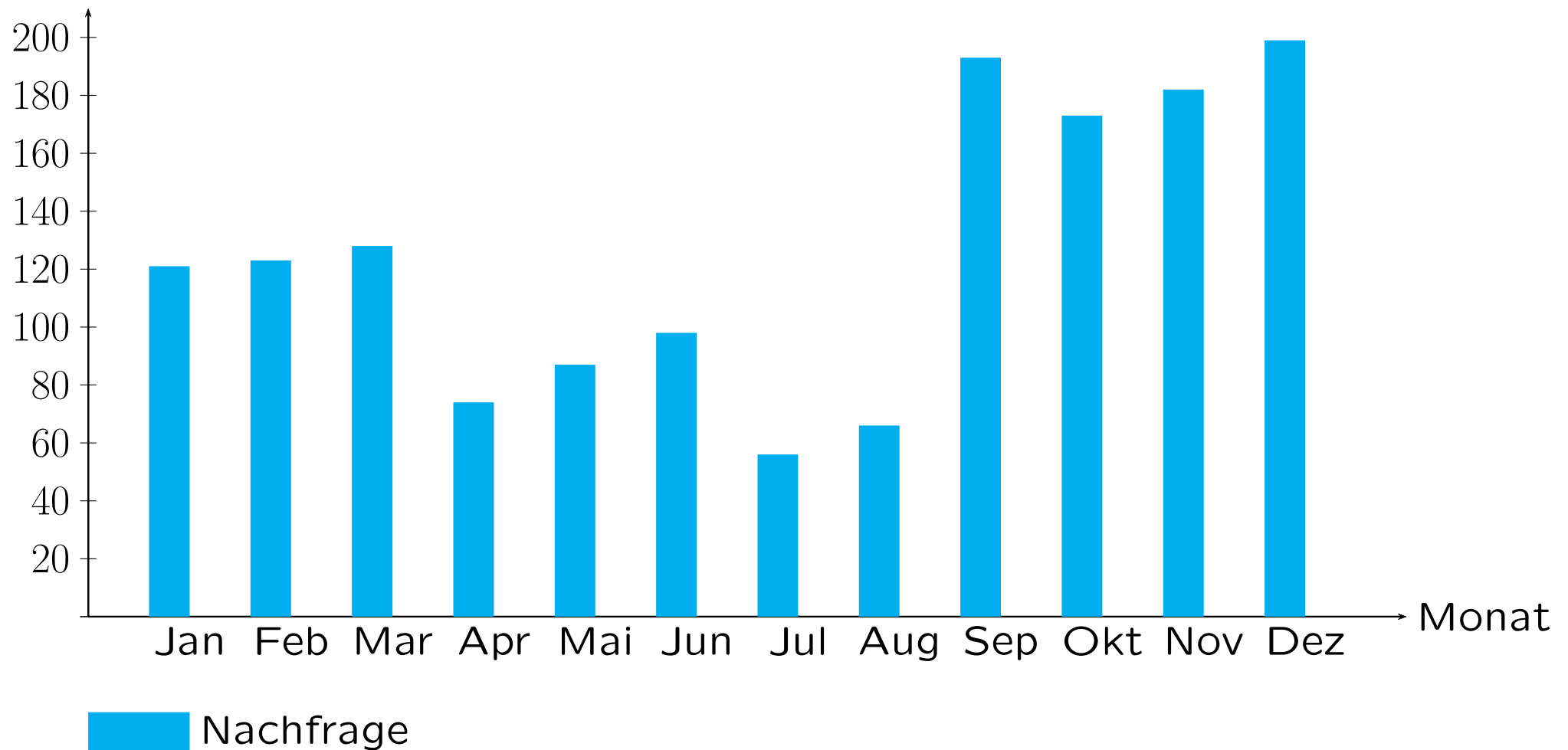
Aggregierte Gesamtplanung – Supply Network Planning

- ▶ **Fokus** auf das gesamte Produktprogramm (in ausreichend aggregierter Form) und die jeweiligen Produktionsstätten mit ihren logistischen Verflechtungen
- ▶ unternehmensweite (standort- und funktionsübergreifende) **Koordination** der erlös- und kostenwirksamen Entscheidungen für einen mittelfristigen Zeitraum
- ▶ **Abstimmung** der Vorstellungen des Absatz-, Beschaffungs- und Personalbereichs mit den Möglichkeiten und Erfordernissen der Produktion und der Logistik
- ▶ **Berücksichtigung** von
 - ▷ langfristigen Markttrends, konjunkturellen Schwankungen, mittelfristigen Absatzprognosen
 - ▷ internen Ersatzkapazitäten
 - ▷ externen Beschaffungsmöglichkeiten
 - ▷ Beschäftigungsschwankungen, Arbeitszeitflexibilisierung

Synchronisation

(Günther/Tempelmeier (1991))

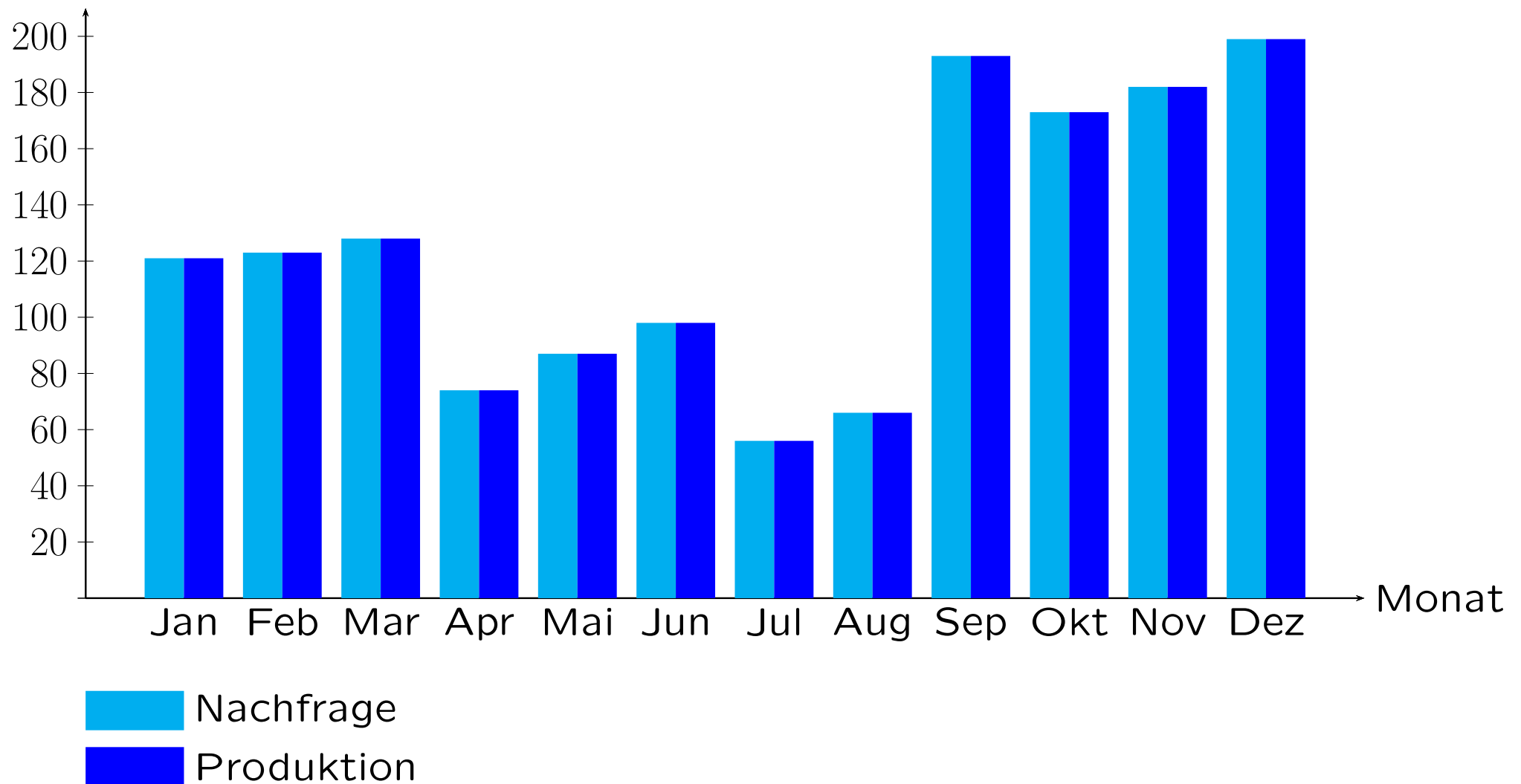
Menge (in Tausend Stück)



Synchronisation

(Günther/Tempelmeier (1991))

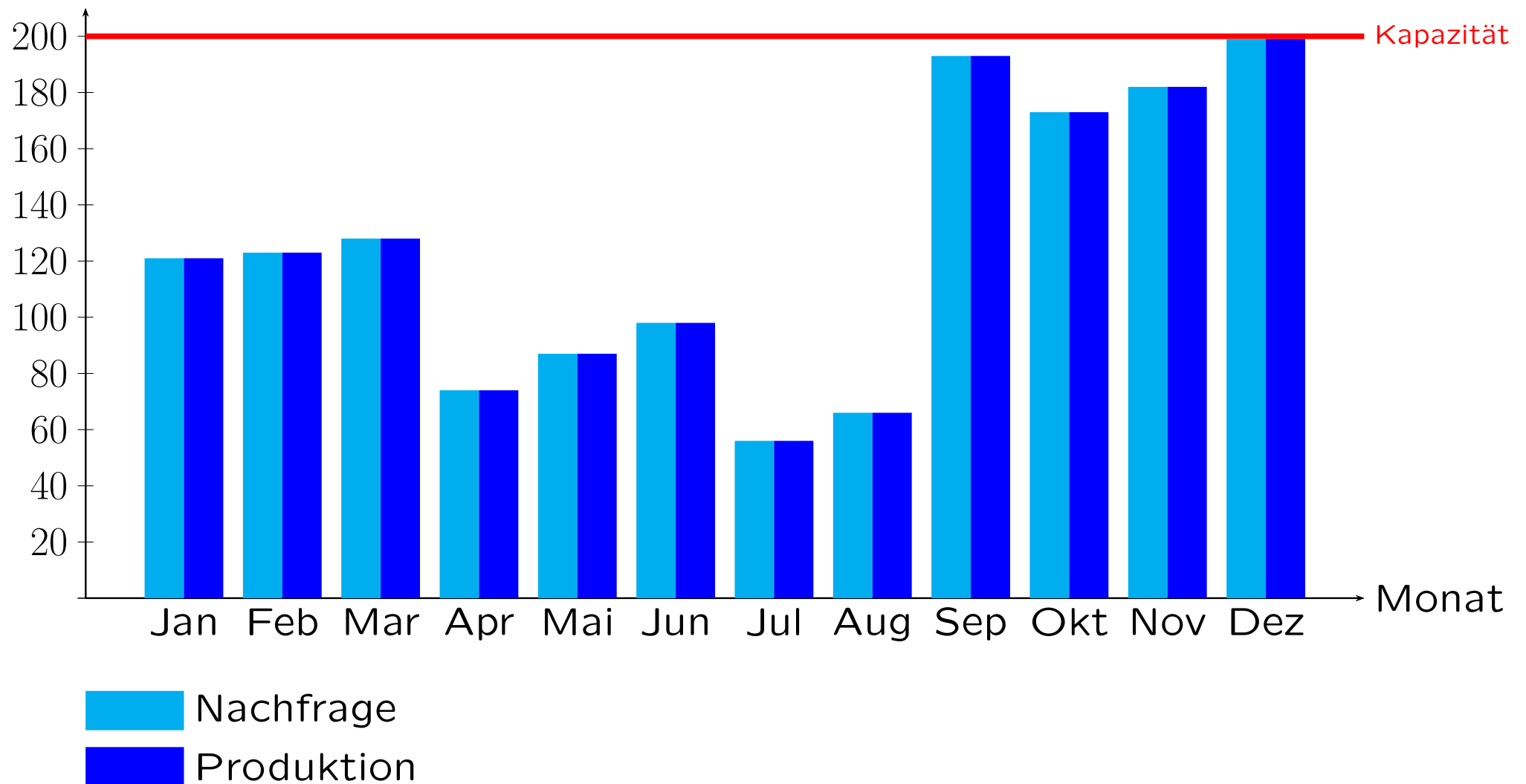
Menge (in Tausend Stück)



Synchronisation

(Günther/Tempelmeier (1991))

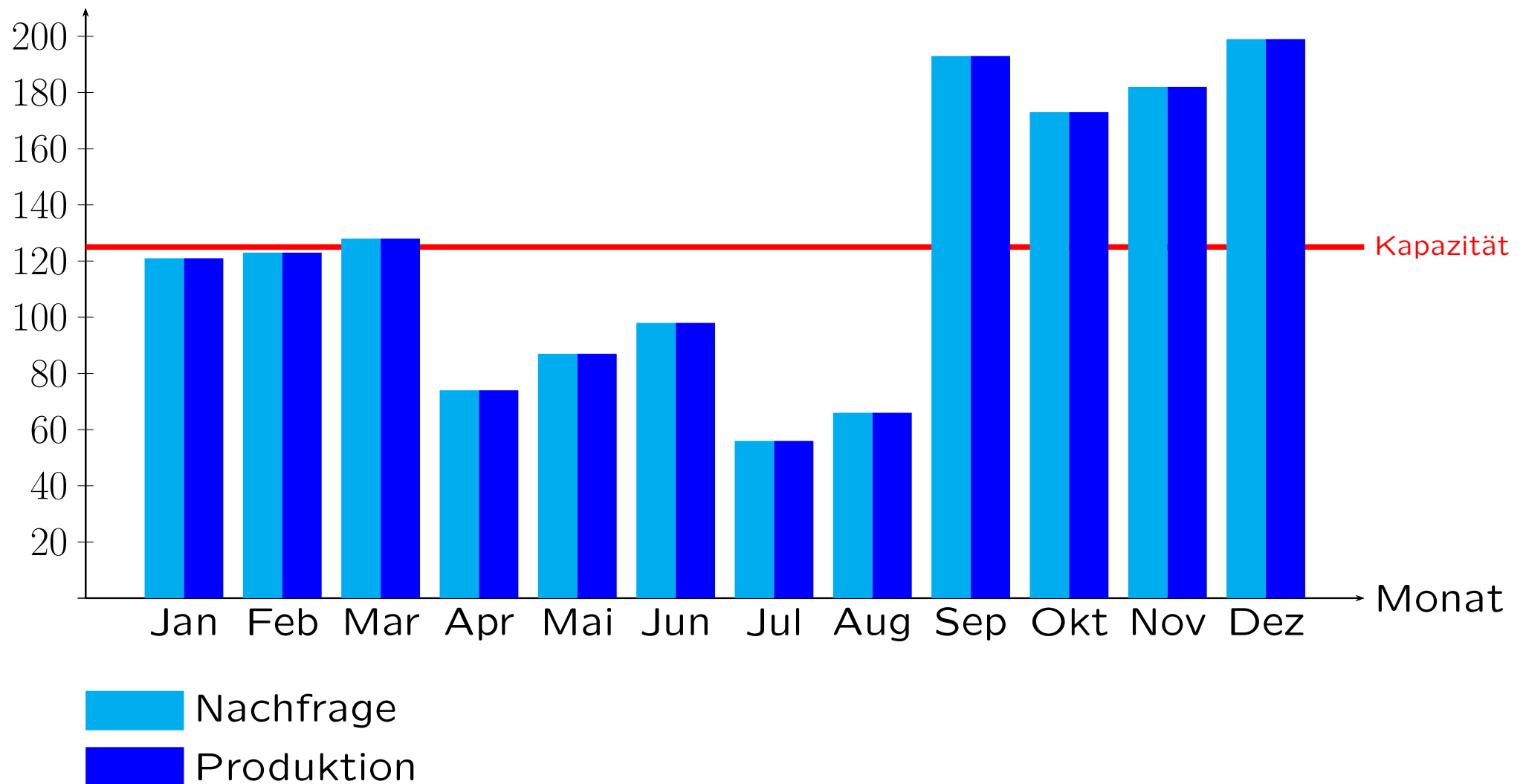
Menge (in Tausend Stück)



Synchronisation

(Günther/Tempelmeier (1991))

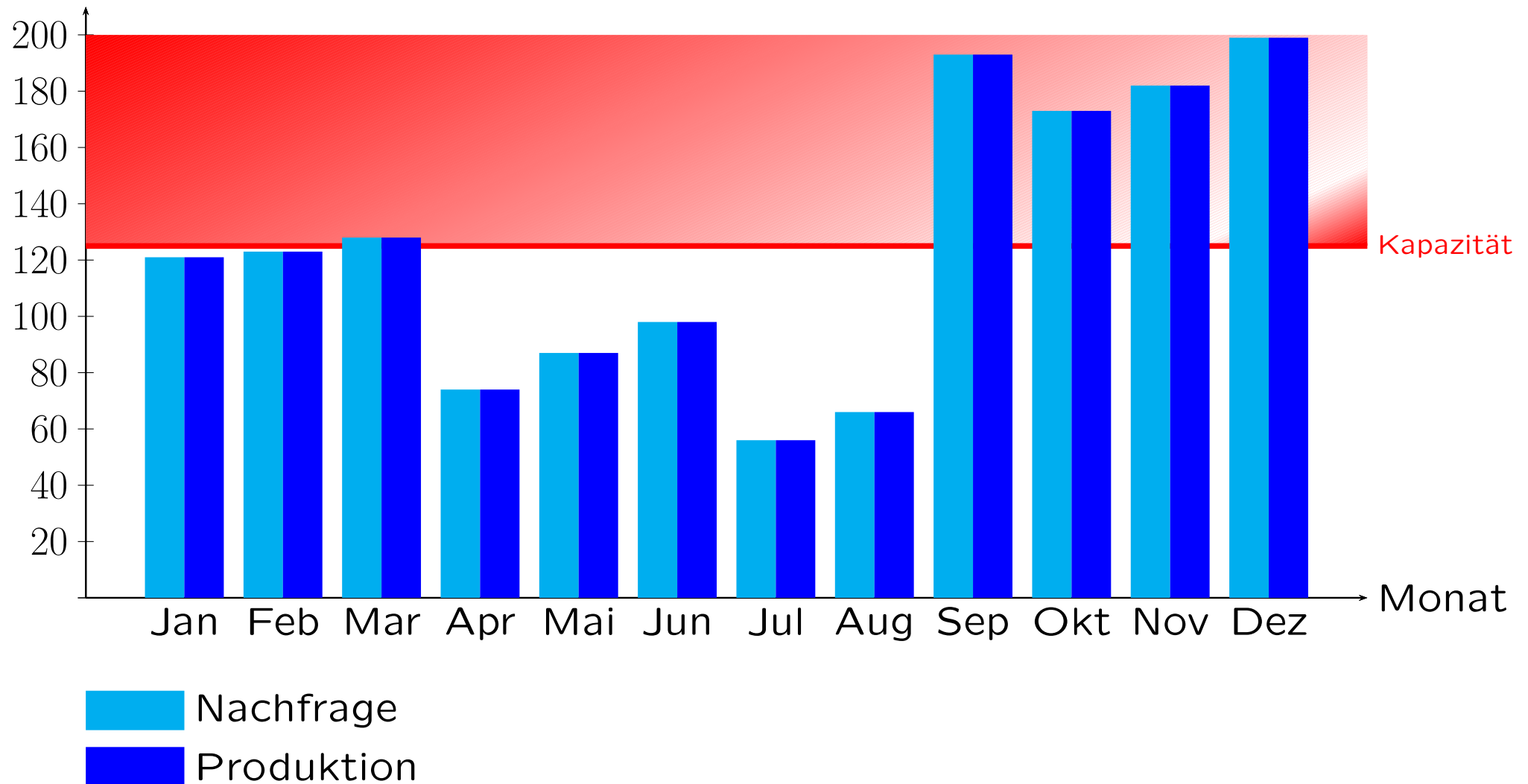
Menge (in Tausend Stück)



Synchronisation

(Günther/Tempelmeier (1991))

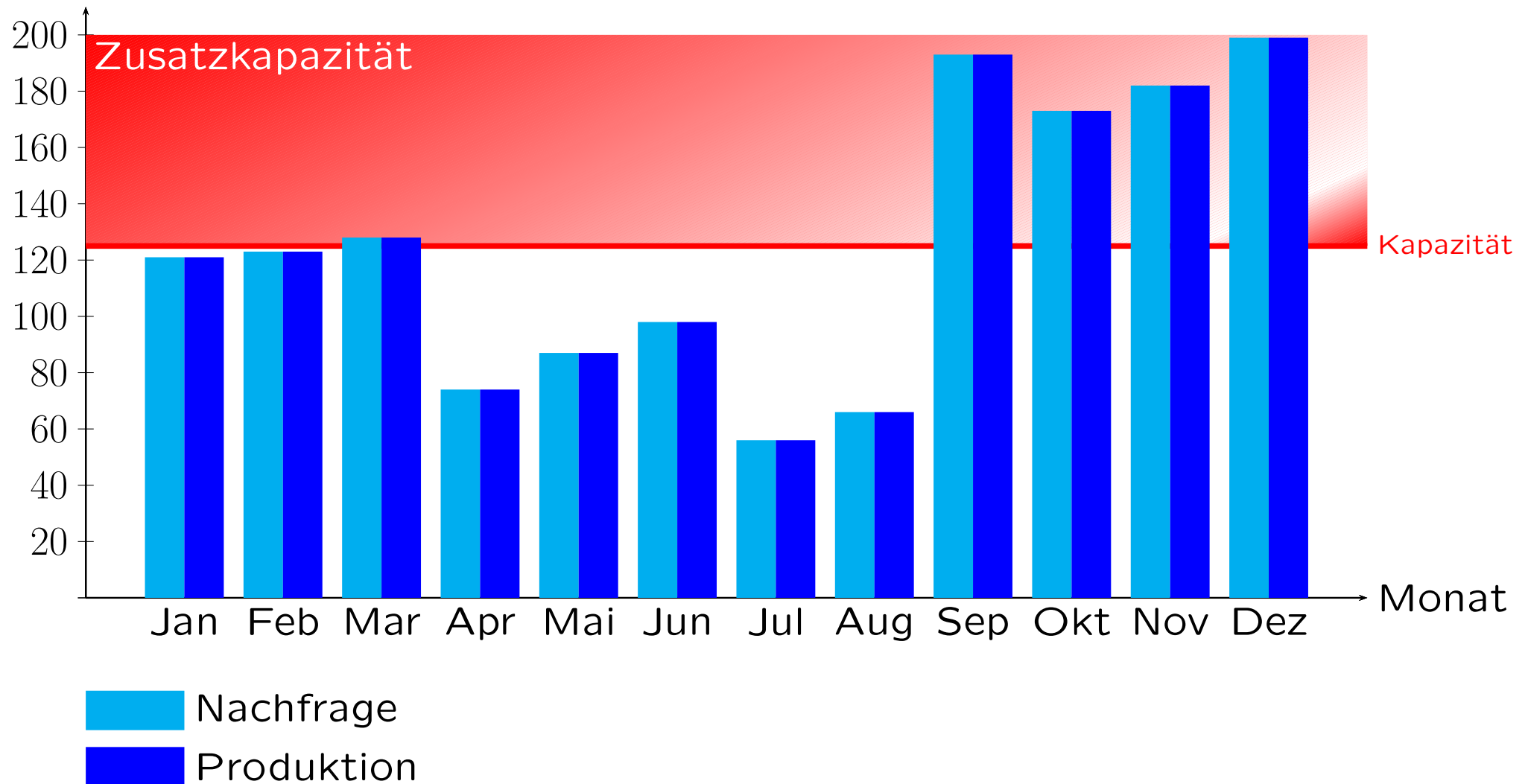
Menge (in Tausend Stück)



Synchronisation

(Günther/Tempelmeier (1991))

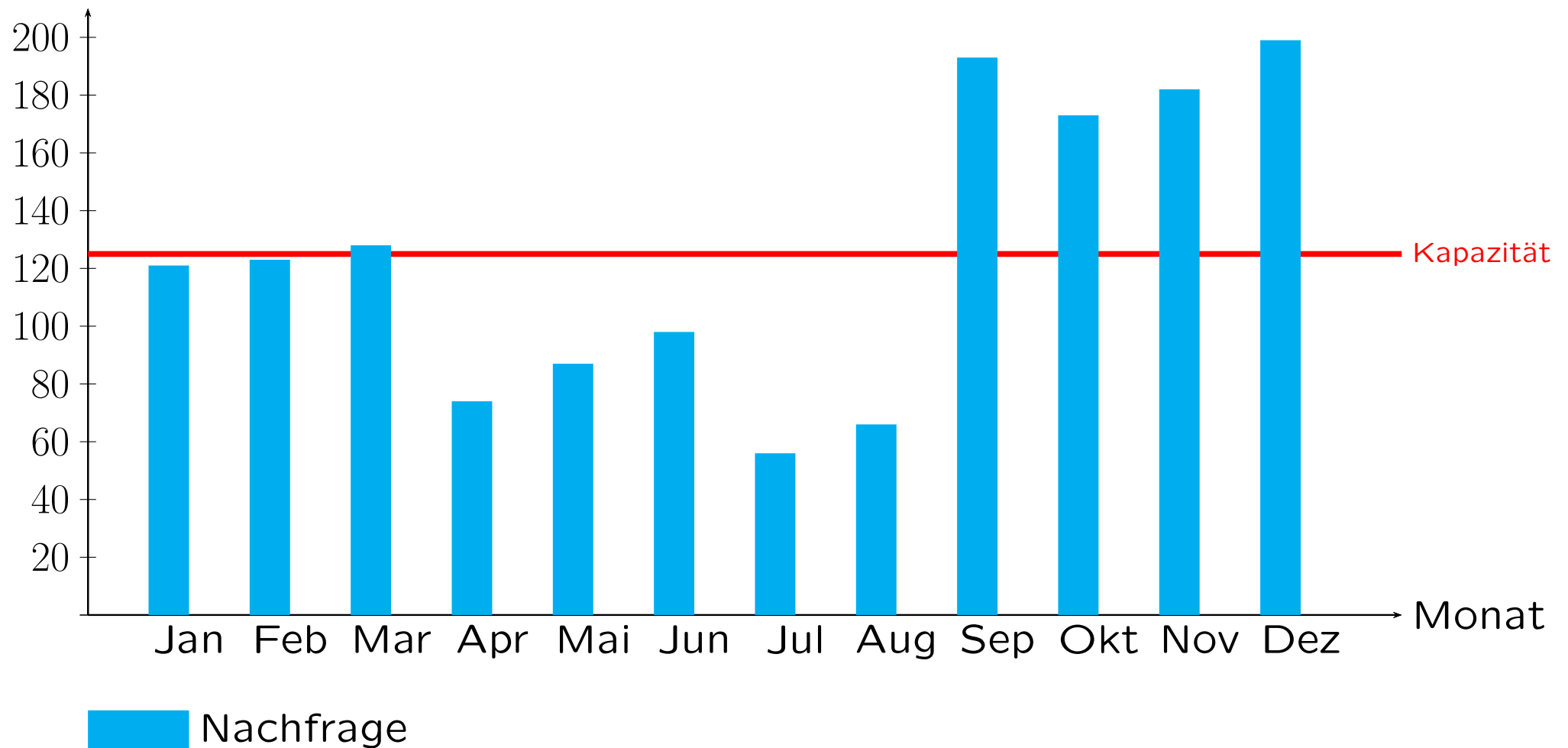
Menge (in Tausend Stück)



Emanzipation

(Günther/Tempelmeier (1991))

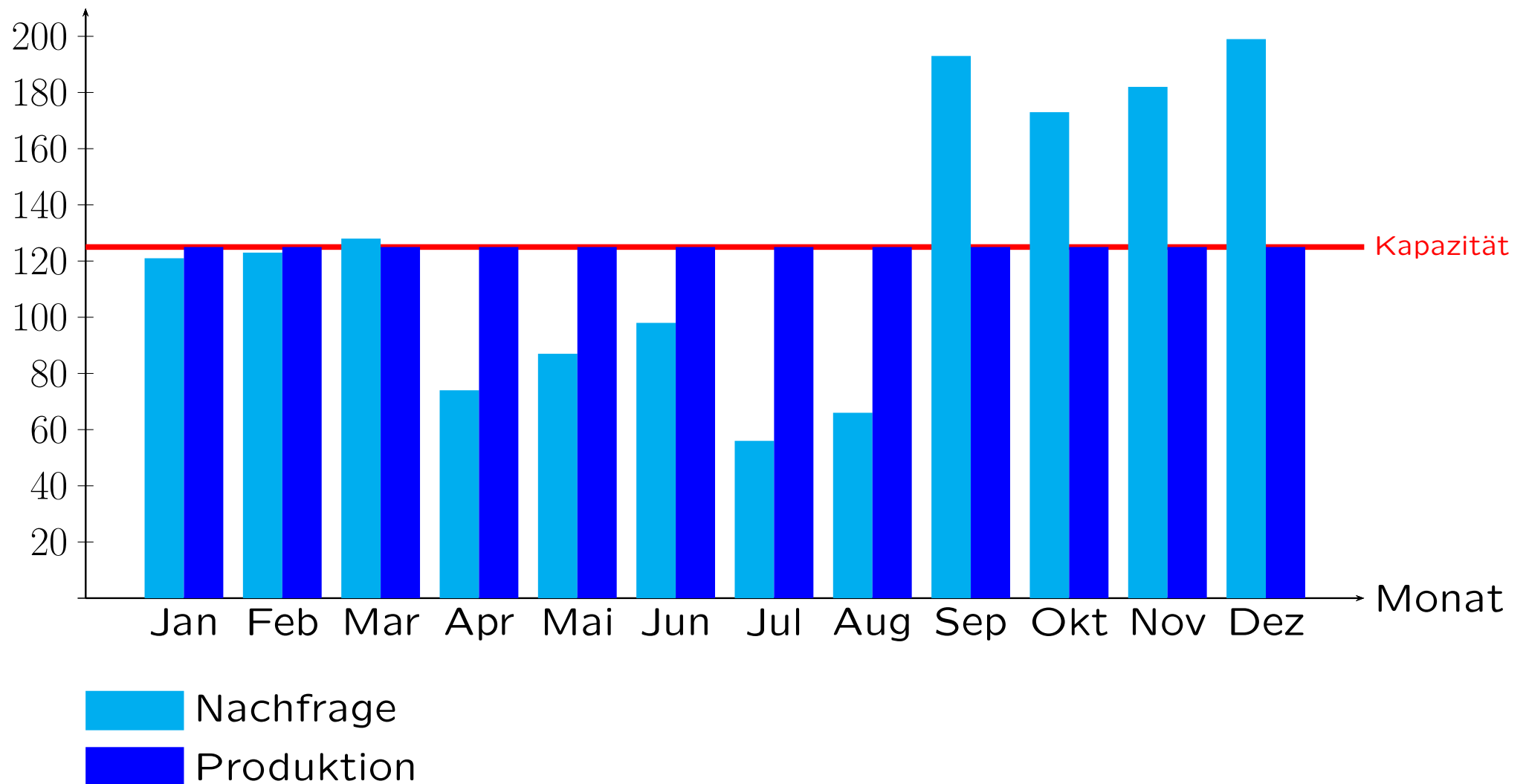
Menge (in Tausend Stück)



Emanzipation

(Günther/Tempelmeier (1991))

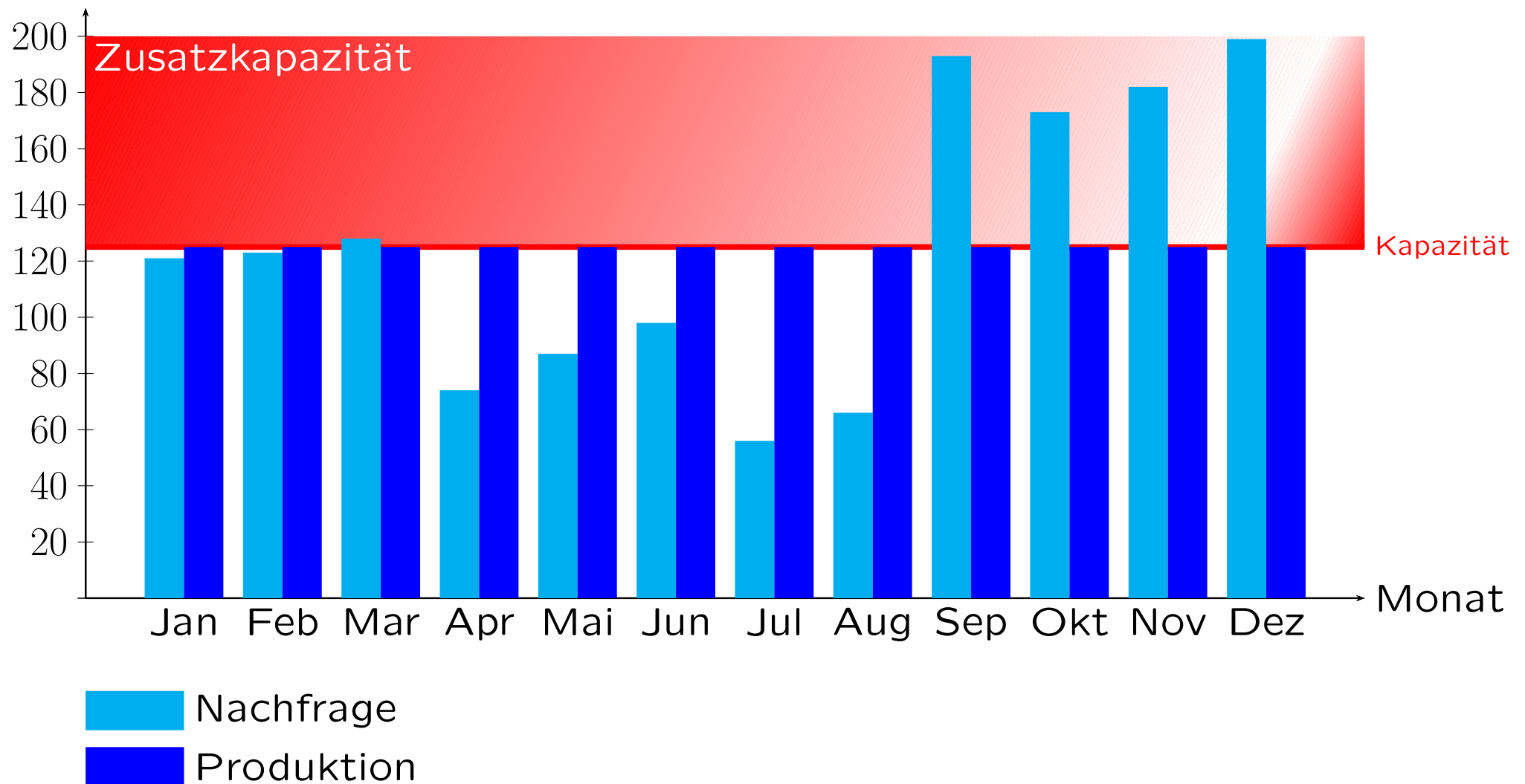
Menge (in Tausend Stück)



Emanzipation

(Günther/Tempelmeier (1991))

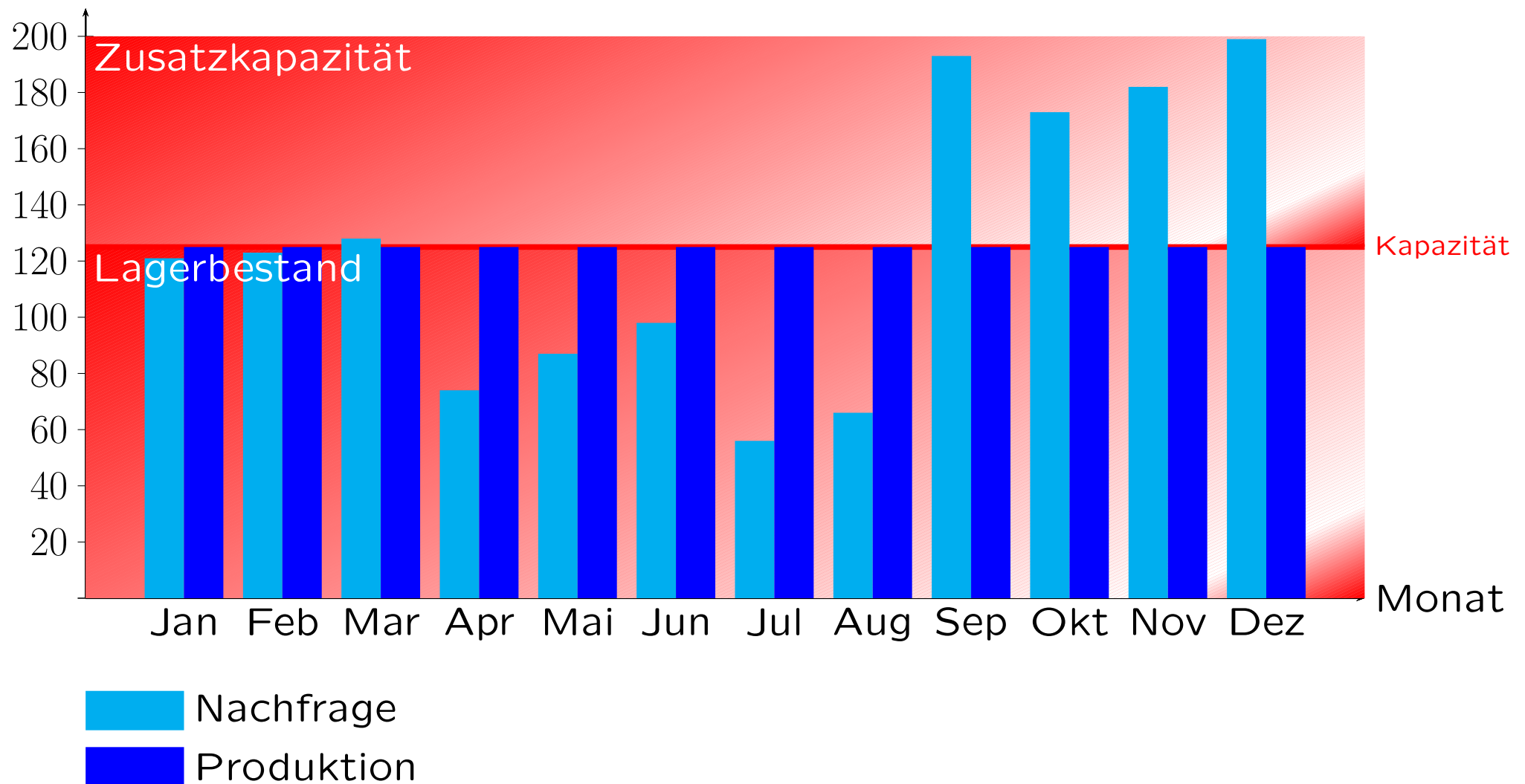
Menge (in Tausend Stück)



Emanzipation

(Günther/Tempelmeier (1991))

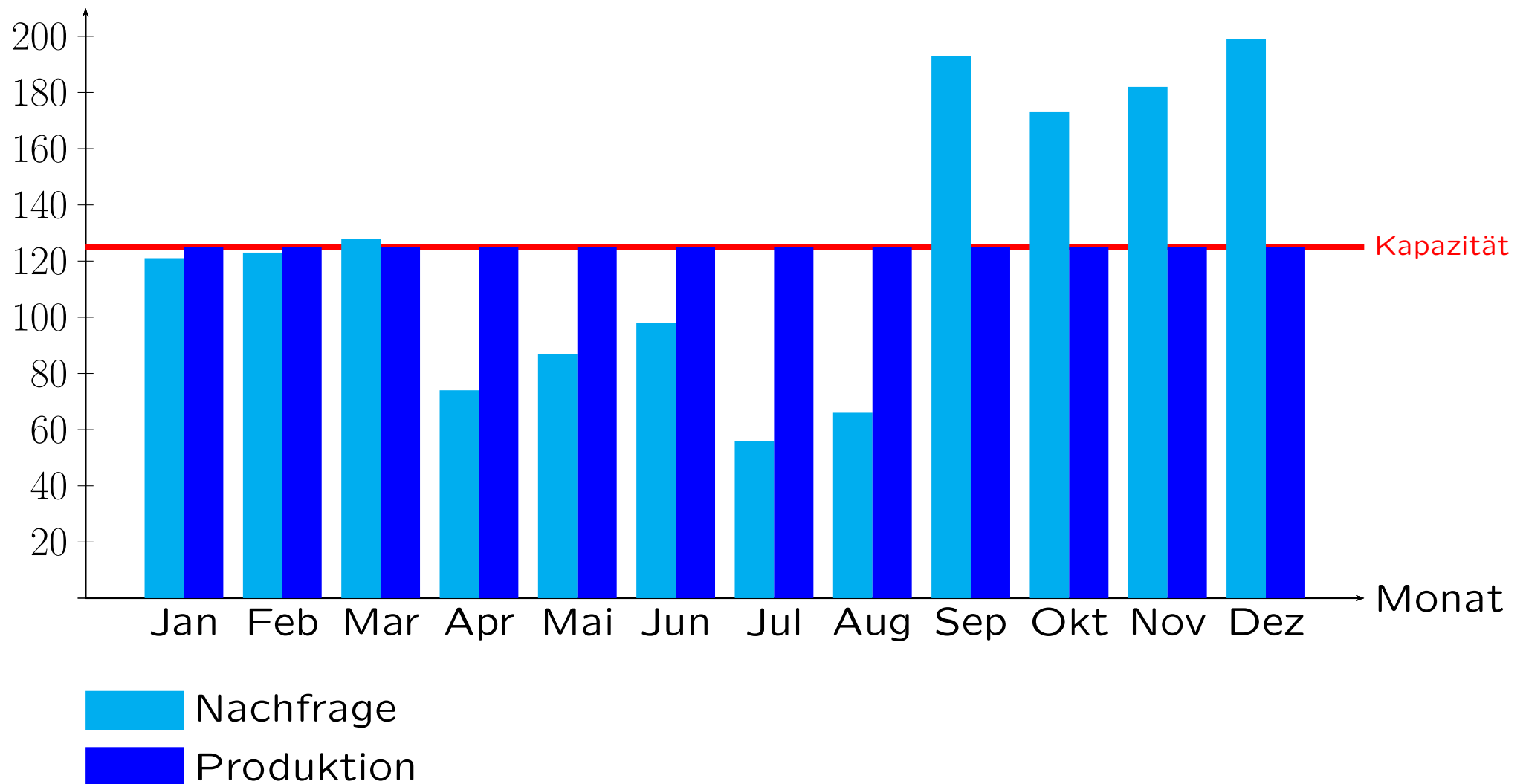
Menge (in Tausend Stück)



Emanzipation

(Günther/Tempelmeier (1991))

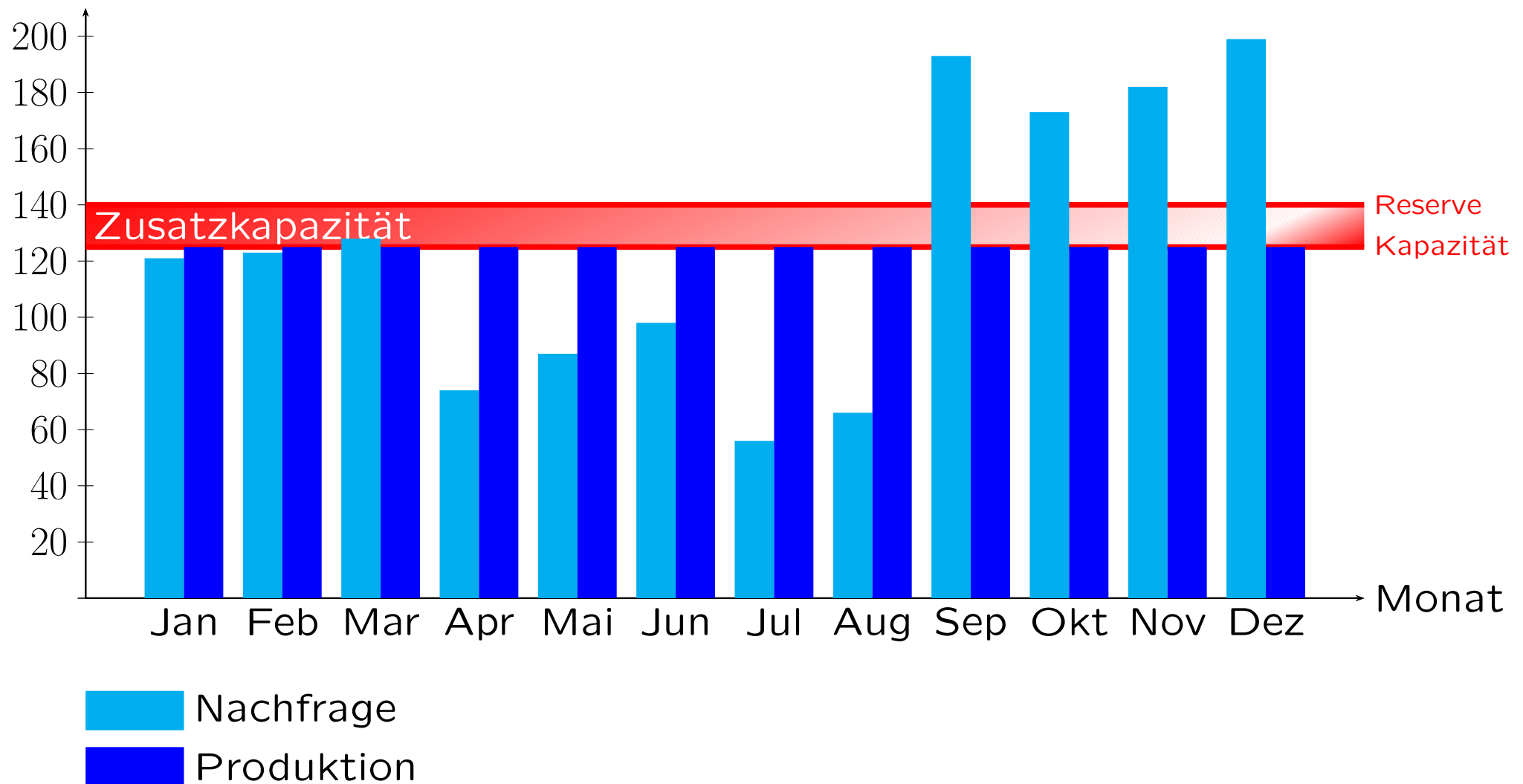
Menge (in Tausend Stück)



Emanzipation

(Günther/Tempelmeier (1991))

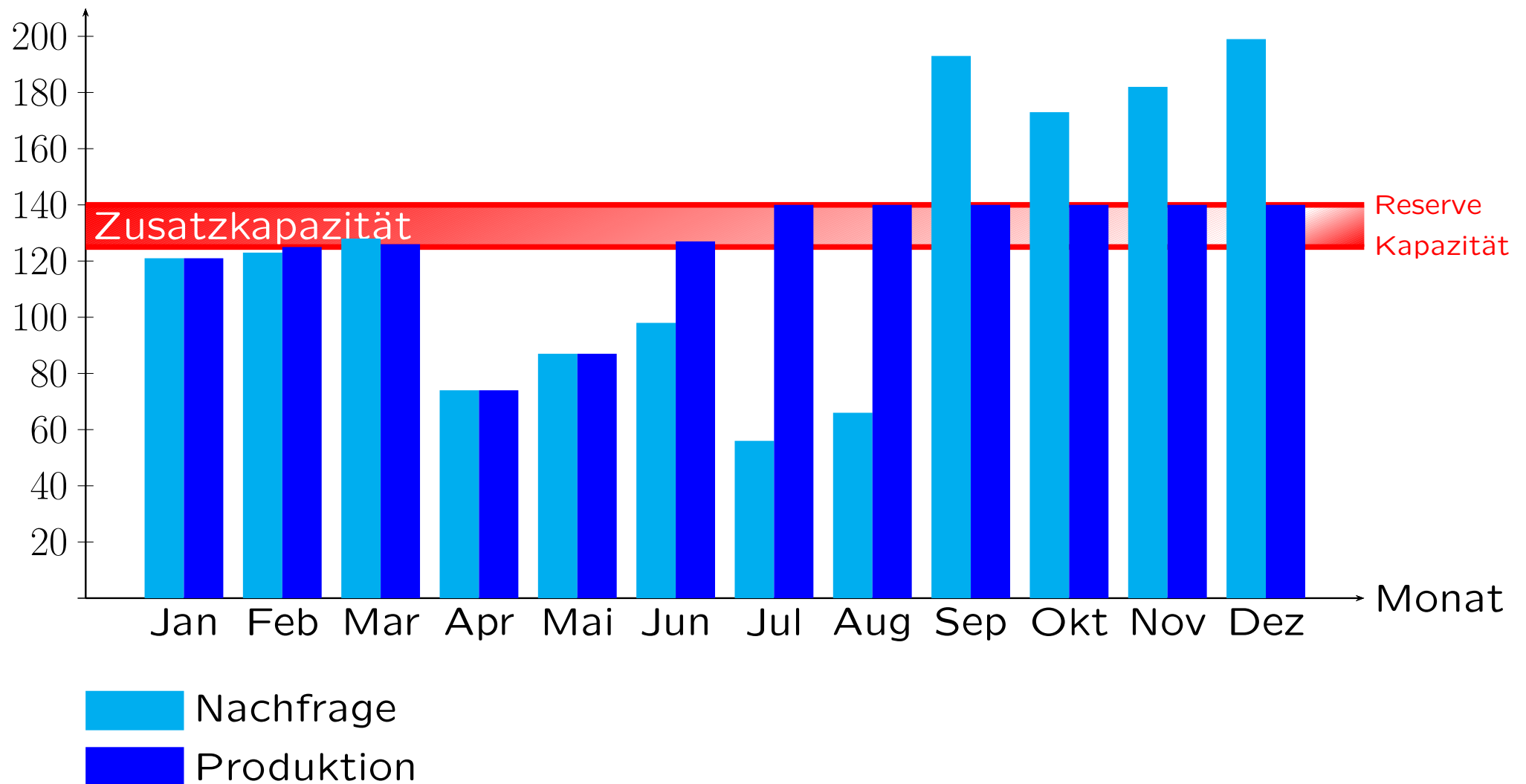
Menge (in Tausend Stück)



Optimale Lösung

(Günther/Tempelmeier (1991))

Menge (in Tausend Stück)



Planungsproblem bei gegebenen Nachfrageschwankungen:

- ▶ Ziel:
 - ▷ kostenminimale Glättung der Kapazitätsnutzung im Zeitablauf
(= „**Beschäftigungsglättung**“)
 - ▷ Aufstellen produktionsstättenbezogener Produktionsprogramme
- ▶ Entscheidungsvariablen (primär): Produktionsmengen, Transportmengen, Beschaffungsmengen
- ▶ weitere Maßnahmen (sekundäre Entscheidungsvariablen):
 - ▷ Verteilung der Produktionsmengen auf verschiedene Standorte
 - ▷ saisonbedingte Überstunden, Sonderschichten, Freischichten, Betriebsferien, Kurzarbeit
 - ▷ Stilllegung von Betriebseinheiten, Personalbestandsanpassung
 - ▷ Fremdvergabe von Aufträgen, Lohnfertigung
- ▶ weitere Variablen: Lagerbestände, Fehlmengen

Entscheidungsrelevante Kosten

- ▶ variable Produktionskosten
- ▶ variable Beschaffungskosten
- ▶ Transportkosten
- ▶ Produktionsniveauänderungskosten
- ▶ Lagerkosten (Kapitalbindung)
- ▶ Lagerbetriebskosten
- ▶ Fehlmengenkosten

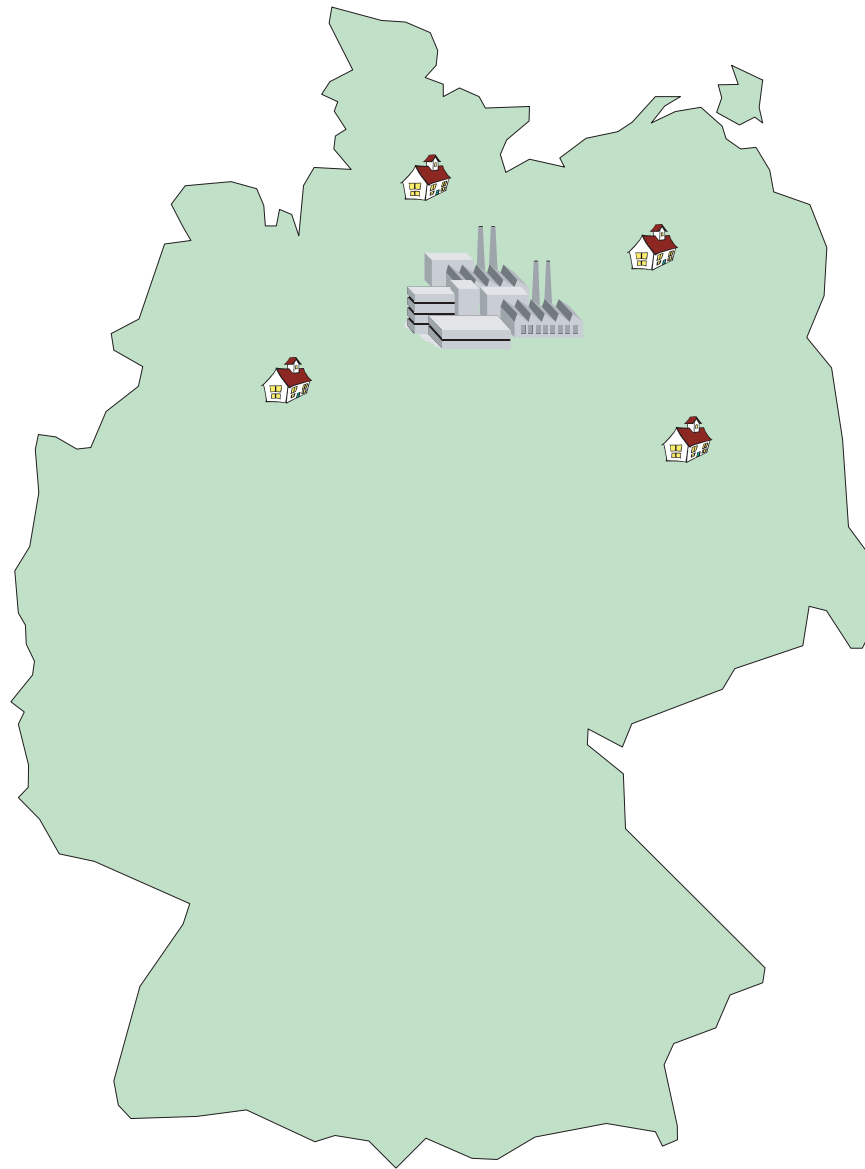
Planungsproblem in einer **funktionsübergreifenden** Perspektive:

- ▶ Einsatz des absatzpolitischen Instrumentariums zur **Steuerung der Nachfrage** (Anheizen in schwachen Perioden, Drosselung in nachfragestarken Perioden, Verlagerung von Nachfragemengen)
- ▶ **Portfoliobildung** durch Produktpolitik

Modelle zur Beschäftigungsglättung – Master Planning

Einstufige Ansätze

Grundmodell: Eine Fabrik



Annahmen:

- ▶ 1 Fabrik
- ▶ mehrere (End-)Produktgruppen („Produkttypen“)
- ▶ Planungshorizont: T Perioden [Wochen/Monate/Quartale]
- ▶ produkt- und periodenspezifische Nachfragemengen
(keine explizite Modellierung der Nachfrager; der Distributionsprozess bleibt daher außerhalb der Betrachtung)
- ▶ Zielfunktion: Lagerkosten, Überstundenkosten

Indexmengen:

- ▶ \mathcal{K} ... die Menge der betrachteten Produkttypen

Variable:

- ▶ x_{kt} ... die Produktionsmenge für Produkt k in Periode t
- ▶ L_{kt} ... der Lagerbestand für Produkt k in Periode t
- ▶ U_t ... die einzuplandende Zusatzkapazität (Überstunden) in Periode t

Daten:

- ▶ d_{kt} ... die Nachfragemenge für Produkt k in Periode t
- ▶ f_k^P ... Produktionskoeffizient in bezug auf die personelle Kapazität
- ▶ f_k^T ... Produktionskoeffizient in bezug auf die technische Kapazität
- ▶ b_t^T ... die maximale technische Kapazität in Periode t
- ▶ b_t^P ... die maximale personelle Kapazität in Periode t
- ▶ U_t^{\max} ... die maximale Zusatzkapazität in Periode t

Zielfunktionskoeffizienten:

- ▶ h_k ... Lagerkostensatz für Produkt k (GE pro ME und ZE)
- ▶ u_t ... Überstundenzuschlagssatz in Periode t (GE pro Kapazitätseinheit)

Minimiere
$$Z = \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t=1}^T h_k \cdot L_{kt} + \sum_{t=1}^T u_t \cdot U_t$$

u. B. d. R.:

Anfangslagerbestand für Produkt k :

$$L_{k0} = L_k^{(0)} \quad \text{für alle } k \in \mathcal{K}$$

Nachfrage für Produkt k in Periode t :

$$L_{k,t-1} + x_{kt} - L_{kt} = d_{kt} \quad \text{für alle } k \in \mathcal{K} \text{ und } t = 1, 2, \dots, T$$

Verfügbare technische Kapazität in Periode t :

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} f_k^T \cdot x_{kt} \leq b_t^T \quad \text{für alle } t = 1, 2, \dots, T$$

Verfügbare personelle Kapazität in Periode t :

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} f_k^P \cdot x_{kt} - U_t \leq b_t^P \quad \text{für alle } t = 1, 2, \dots, T$$

Maximale Zusatzkapazität in Periode t :

$$U_t \leq U_t^{\max} \quad \text{für alle } t = 1, 2, \dots, T$$

Beispiel II 3 Produkte, 12 Perioden

Produktspezifische Daten:

Produkt k	1	2	3
h_k	5.0	5.0	5.0
f_k^P	1.0	0.5	0.8
f_k^T	0.5	1.0	1.2
$L_k^{(0)}$	36	20	10

Periodenspezifische Daten:

Periode t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
d_{1t}	100	90	60	150	10	50	100	250	60	40	100	180
d_{2t}	200	190	210	200	150	120	100	280	90	50	200	250
d_{3t}	10	140	10	150	100	200	90	50	190	80	90	150
u_t	6.0											
b_t^P	260											
U_t^{\max}	100											
b_t^T	500											

Beispiel II 3 Produkte, 12 Perioden

Optimale Lösung:

Periode t	$\sum_{k=1}^3 f_k^T \cdot x_{kt}$	b_t^T	$\sum_{k=1}^3 f_k^P \cdot x_{kt}$	b_t^P	U_t	U_t^{\max}
1	230.5	500	191	260	0	100
2	384.5	500	260	260	0	100
3	295.5	500	260	260	0	100
4	411.5	500	260	260	23	100
5	280.0	500	175	260	0	100
6	380.0	500	260	260	0	100
7	293.0	500	260	260	32	100
8	430.0	500	260	260	100	100
9	348.0	500	257	260	0	100
10	204.5	500	206	260	0	100
11	352.0	500	260	260	0	100
12	487.5	500	260	260	100	100

Modellerweiterung: Bestandsrestriktionen

Annahmen:

- ▶ – wie Grundmodell –
- ▶ produktbezogene Mindestbestände

$$L_{kt} \geq L_{kt}^{\min} \quad (k \in \mathcal{K}, t = 1, 2, \dots, T)$$

- ▶ maximaler Gesamtbestand

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} L_{kt} \leq L_t^{\max} \quad (t = 1, 2, \dots, T)$$

Beispiel II 3 Produkte, 12 Perioden

► $L_{\max} = 70$

Beispiel II 3 Produkte, 12 Perioden

Optimale Lösung (ohne Bestandsrestriktionen):

Periode t	d_{1t}	x_{1t}	L_{1t}	d_{2t}	x_{2t}	L_{2t}	d_{3t}	x_{3t}	L_{3t}
0			36			20			10
1	100	101	37	200	180	0	10	0	0
2	90	53	0	190	190	0	140	140	0
3	60	147	87	210	210	0	10	10	0
4	150	63	0	200	200	0	150	150	0
5	10	20	10	150	150	0	100	100	0
6	50	40	0	120	120	0	200	200	0
7	100	170	70	100	100	0	90	90	0
8	250	180	0	280	280	0	50	50	0
9	60	60	0	90	90	0	190	190	0
10	40	117	77	50	50	0	80	80	0
11	100	88	65	200	200	0	90	90	0
12	180	115	0	250	250	0	150	150	0

Beispiel II 3 Produkte, 12 Perioden

Optimale Lösung (mit Bestandsrestriktionen):

Periode t	d_{1t}	x_{1t}	L_{1t}	d_{2t}	x_{2t}	L_{2t}	d_{3t}	x_{3t}	L_{3t}
0			36			20			10
1	100	101	37	200	180	0	10	0	0
2	90	53	0	190	190	0	140	140	0
3	60	130	70	210	210	0	10	10	0
4	150	80	0	200	200	0	150	150	0
5	10	20	10	150	150	0	100	100	0
6	50	40	0	120	120	0	200	200	0
7	100	170	70	100	100	0	90	90	0
8	250	180	0	280	280	0	50	50	0
9	60	60	0	90	90	0	190	190	0
10	40	110	70	50	50	0	80	80	0
11	100	95	65	200	200	0	90	90	0
12	180	115	0	250	250	0	150	150	0

Beispiel II 3 Produkte, 12 Perioden

Optimale Lösung (ohne Bestandsrestriktionen):

Periode t	$\sum_{k=1}^3 f_k^T \cdot x_{kt}$	b_t^T	$\sum_{k=1}^3 f_k^P \cdot x_{kt}$	b_t^P	U_t	U_t^{\max}
1	230.5	500	191	260	0	100
2	384.5	500	260	260	0	100
3	295.5	500	260	260	0	100
4	411.5	500	260	260	23	100
5	280.0	500	175	260	0	100
6	380.0	500	260	260	0	100
7	293.0	500	260	260	32	100
8	430.0	500	260	260	100	100
9	348.0	500	257	260	0	100
10	204.5	500	206	260	0	100
11	352.0	500	260	260	0	100
12	487.5	500	260	260	100	100

Beispiel II 3 Produkte, 12 Perioden

Optimale Lösung (mit Bestandsrestriktionen):

Periode t	$\sum_{k=1}^3 f_k^T \cdot x_{kt}$	b_t^T	$\sum_{k=1}^3 f_k^P \cdot x_{kt}$	b_t^P	U_t	U_t^{\max}
1	230.5	500	191	260	0	100
2	384.5	500	260	260	0	100
3	287.0	500	243	260	0	100
4	420.0	500	260	260	40	100
5	280.0	500	175	260	0	100
6	380.0	500	260	260	0	100
7	293.0	500	260	260	32	100
8	430.0	500	260	260	100	100
9	348.0	500	257	260	0	100
10	201.0	500	199	260	0	100
11	355.5	500	260	260	7	100
12	487.5	500	260	260	100	100

Modellerweiterung: Mindestzusatzkapazität (Diskretisierung)

Annahmen:

► – wie Grundmodell –

► $\gamma_t := \begin{cases} 1 & \text{, wenn in } t \text{ Überstunden eingeplant werden} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (t = 1, 2, \dots, T)$

► – Modifikation Grundmodell –
maximale Zusatzkapazität in Periode t

$$U_t \leq U_t^{\max} \cdot \gamma_t \quad (t = 1, 2, \dots, T)$$

► Wenn Zusatzkapazität, dann mindestens U_t^{\min} :

$$U_t \geq U_t^{\min} \cdot \gamma_t \quad (t = 1, 2, \dots, T)$$

Beispiel II 3 Produkte, 12 Perioden

► $L_{\max} = 70$

► $U_{\min} = 50$

Beispiel II 3 Produkte, 12 Perioden

Optimale Lösung (ohne Mindestzusatzkapazität):

Periode t	d_{1t}	x_{1t}	L_{1t}	d_{2t}	x_{2t}	L_{2t}	d_{3t}	x_{3t}	L_{3t}
0			36			20			10
1	100	101	37	200	180	0	10	0	0
2	90	53	0	190	190	0	140	140	0
3	60	130	70	210	210	0	10	10	0
4	150	80	0	200	200	0	150	150	0
5	10	20	10	150	150	0	100	100	0
6	50	40	0	120	120	0	200	200	0
7	100	170	70	100	100	0	90	90	0
8	250	180	0	280	280	0	50	50	0
9	60	60	0	90	90	0	190	190	0
10	40	110	70	50	50	0	80	80	0
11	100	95	65	200	200	0	90	90	0
12	180	115	0	250	250	0	150	150	0

Beispiel II 3 Produkte, 12 Perioden

Optimale Lösung (mit Mindestzusatzkapazität):

Periode t	d_{1t}	x_{1t}	L_{1t}	d_{2t}	x_{2t}	L_{2t}	d_{3t}	x_{3t}	L_{3t}
0			36			20			10
1	100	101	37	200	180	0	10	0	0
2	90	53	0	190	190	0	140	140	0
3	60	120	60	210	210	0	10	10	0
4	150	90	0	200	200	0	150	150	0
5	10	20	10	150	150	0	100	100	0
6	50	40	0	120	120	0	200	200	0
7	100	170	70	100	100	0	90	90	0
8	250	180	0	280	280	0	50	50	0
9	60	60	0	90	90	0	190	190	0
10	40	67	27	50	50	0	80	80	0
11	100	138	65	200	200	0	90	90	0
12	180	115	0	250	250	0	150	150	0

Beispiel II 3 Produkte, 12 Perioden

Optimale Lösung (ohne Mindestzusatzkapazität):

Periode t	$\sum_{k=1}^3 f_k^T \cdot x_{kt}$	b_t^T	$\sum_{k=1}^3 f_k^P \cdot x_{kt}$	b_t^P	U_t	U_t^{\max}
1	230.5	500	191	260	0	100
2	384.5	500	260	260	0	100
3	287.0	500	243	260	0	100
4	420.0	500	260	260	40	100
5	280.0	500	175	260	0	100
6	380.0	500	260	260	0	100
7	293.0	500	260	260	32	100
8	430.0	500	260	260	100	100
9	348.0	500	257	260	0	100
10	201.0	500	199	260	0	100
11	355.5	500	260	260	7	100
12	487.5	500	260	260	100	100

Beispiel II 3 Produkte, 12 Perioden

Optimale Lösung (mit Mindestzusatzkapazität):

Periode t	$\sum_{k=1}^3 f_k^T \cdot x_{kt}$	b_t^T	$\sum_{k=1}^3 f_k^P \cdot x_{kt}$	b_t^P	U_t	U_t^{\max}
1	230.5	500	191	260	0	100
2	384.5	500	260	260	0	100
3	282.0	500	233	260	0	100
4	425.0	500	260	260	50	100
5	280.0	500	175	260	0	100
6	380.0	500	260	260	0	100
7	293.0	500	242	260	50	100
8	430.0	500	260	260	100	100
9	348.0	500	257	260	0	100
10	179.5	500	156	260	0	100
11	377.0	500	260	260	50	100
12	487.5	500	260	260	100	100

Modellerweiterung: Mindestproduktionsmengen (Diskretisierung)

Annahmen:

► – wie Grundmodell –

► $\chi_{kt} := \begin{cases} 1 & \text{, wenn } k \text{ in } t \text{ produziert wird} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (k \in \mathcal{K}, t = 1, 2, \dots, T)$

► Big- M -Methode

$$x_{kt} \leq M \cdot \chi_{kt} \quad (k \in \mathcal{K}, t = 1, 2, \dots, T)$$

► Wenn Produktion, dann mindestens X_k^{\min} :

$$x_{kt} \geq X_k^{\min} \cdot \chi_{kt} \quad (k \in \mathcal{K}, t = 1, 2, \dots, T)$$

Beispiel II 3 Produkte, 12 Perioden

- ▶ $L_{\max} = 70$
- ▶ $U_{\min} = 50$
- ▶ $X_1^{\min} = 50, X_2^{\min} = 100, X_3^{\min} = 50$

Beispiel II 3 Produkte, 12 Perioden

Optimale Lösung (ohne Mindestproduktionsmengen):

Periode t	d_{1t}	x_{1t}	L_{1t}	d_{2t}	x_{2t}	L_{2t}	d_{3t}	x_{3t}	L_{3t}
0			36			20			10
1	100	101	37	200	180	0	10	0	0
2	90	53	0	190	190	0	140	140	0
3	60	120	60	210	210	0	10	10	0
4	150	90	0	200	200	0	150	150	0
5	10	20	10	150	150	0	100	100	0
6	50	40	0	120	120	0	200	200	0
7	100	170	70	100	100	0	90	90	0
8	250	180	0	280	280	0	50	50	0
9	60	60	0	90	90	0	190	190	0
10	40	67	27	50	50	0	80	80	0
11	100	138	65	200	200	0	90	90	0
12	180	115	0	250	250	0	150	150	0

Beispiel II 3 Produkte, 12 Perioden

Optimale Lösung (mit Mindestproduktionsmengen):

Periode t	d_{1t}	x_{1t}	L_{1t}	d_{2t}	x_{2t}	L_{2t}	d_{3t}	x_{3t}	L_{3t}
0			36			20			10
1	100	101	37	200	180	0	10	0	0
2	90	53	0	190	190	0	140	140	0
3	60	88	28	210	210	0	10	50	40
4	150	122	0	200	200	0	150	110	0
5	10	60	50	150	150	0	100	100	0
6	50	0	0	120	120	0	200	240	40
7	100	170	70	100	100	0	90	50	0
8	250	180	0	280	280	0	50	50	0
9	60	60	0	90	140	50	190	190	0
10	40	67	27	50	0	0	80	80	0
11	100	138	65	200	200	0	90	90	0
12	180	115	0	250	250	0	150	150	0

Beispiel II 3 Produkte, 12 Perioden

Optimale Lösung (ohne Mindestproduktionsmengen):

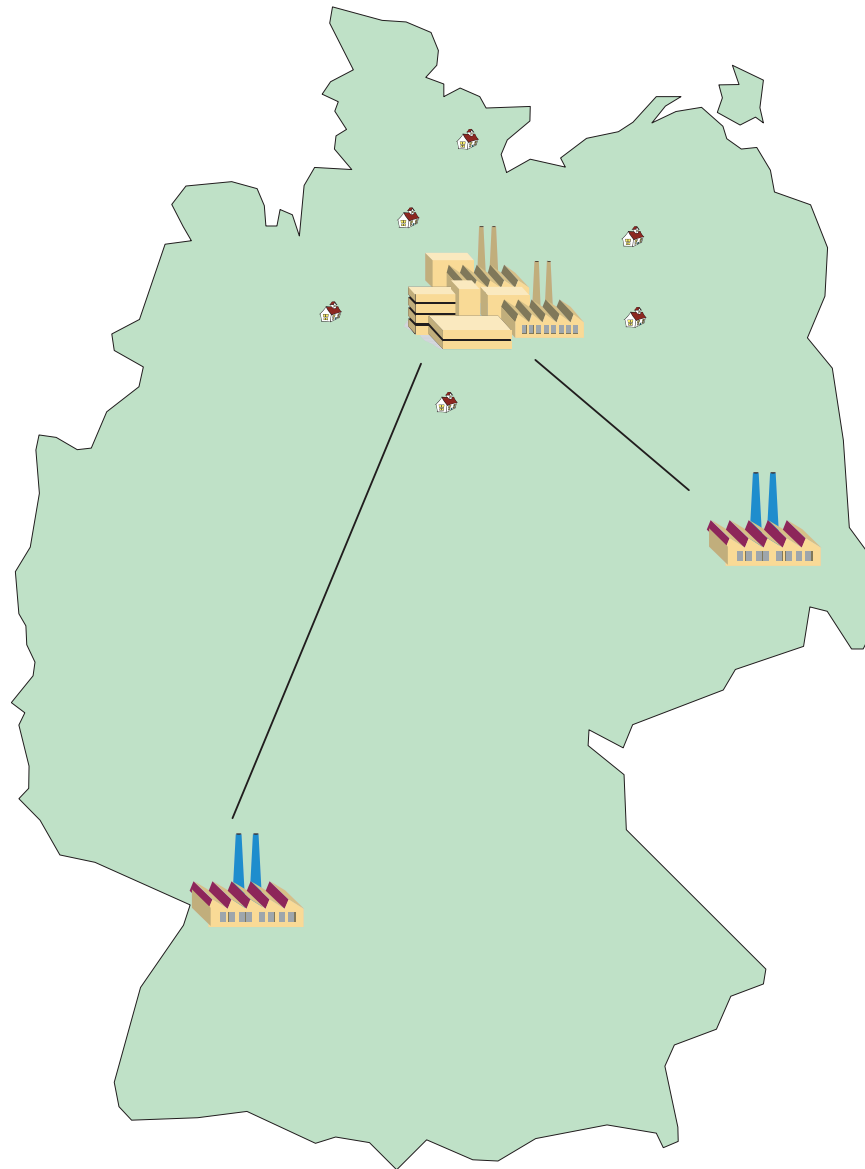
Periode t	$\sum_{k=1}^3 f_k^T \cdot x_{kt}$	b_t^T	$\sum_{k=1}^3 f_k^P \cdot x_{kt}$	b_t^P	U_t	U_t^{\max}
1	230.5	500	191	260	0	100
2	384.5	500	260	260	0	100
3	282.0	500	233	260	0	100
4	425.0	500	260	260	50	100
5	280.0	500	175	260	0	100
6	380.0	500	260	260	0	100
7	293.0	500	242	260	50	100
8	430.0	500	260	260	100	100
9	348.0	500	257	260	0	100
10	179.5	500	156	260	0	100
11	377.0	500	260	260	50	100
12	487.5	500	260	260	100	100

Beispiel II 3 Produkte, 12 Perioden

Optimale Lösung (mit Mindestproduktionsmengen):

Periode t	$\sum_{k=1}^3 f_k^T \cdot x_{kt}$	b_t^T	$\sum_{k=1}^3 f_k^P \cdot x_{kt}$	b_t^P	U_t	U_t^{\max}
1	230.5	500	191	260	0	100
2	384.5	500	260	260	0	100
3	314.0	500	233	260	0	100
4	393.0	500	260	260	50	100
5	300.0	500	215	260	0	100
6	408.0	500	252	260	0	100
7	245.0	500	260	260	0	100
8	430.0	500	260	260	100	100
9	398.0	500	232	260	50	100
10	129.5	500	131	260	0	100
11	377.0	500	260	260	50	100
12	487.5	500	260	260	100	100

Erweitertes Modell: Eine Fabrik, Fremdlieferanten (Make-or-Buy-Entscheidung)



Annahmen:

- ▶ – wie Grundmodell –
- ▶ Erweiterung der Zielfunktion: Beschaffungskosten, variable Produktionskosten

c_k^B ... Fremdbezugskosten pro Mengeneinheit von Produkt k

c_k^P ... variable Produktionskosten (Materialkosten) von Produkt k

- ▶ produktspezifische Fremdlieferanten
(keine explizite Modellierung der Lieferanten; der Beschaffungsprozess bleibt daher außerhalb der Betrachtung)

B_{kt} ... Beschaffungsmenge von Produkt k in Periode t

Minimiere
$$Z = \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t=1}^T h_k \cdot L_{kt} + \sum_{t=1}^T u_t \cdot U_t + \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t=1}^T c_k^B \cdot B_{kt} + \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t=1}^T c_k^P \cdot x_{kt}$$

u. B. d. R.:

Anfangslagerbestand für Produkt k :

$$L_{k0} = L_k^{(0)} \quad \text{für alle } k \in \mathcal{K}$$

Nachfrage für Produkt k in Periode t :

$$L_{k,t-1} + x_{kt} + B_{kt} - L_{kt} = d_{kt} \quad \text{für alle } k \in \mathcal{K} \text{ und } t = 1, 2, \dots, T$$

Verfügbare technische Kapazität in Periode t :

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} f_k^T \cdot x_{kt} \leq b_t^T \quad \text{für alle } t = 1, 2, \dots, T$$

Verfügbare personelle Kapazität in Periode t :

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} f_k^P \cdot x_{kt} - U_t \leq b_t^P \quad \text{für alle } t = 1, 2, \dots, T$$

Maximale Zusatzkapazität in Periode t :

$$U_t \leq U_t^{\max} \quad \text{für alle } t = 1, 2, \dots, T$$

Minimiere
$$Z = \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t=1}^T h_k \cdot L_{kt} + \sum_{t=1}^T u_t \cdot U_t + \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t=1}^T (c_k^B - c_k^P) \cdot B_{kt}$$

u. B. d. R.:

Anfangslagerbestand für Produkt k :

$$L_{k0} = L_k^{(0)} \quad \text{für alle } k \in \mathcal{K}$$

Nachfrage für Produkt k in Periode t :

$$L_{k,t-1} + x_{kt} + B_{kt} - L_{kt} = d_{kt} \quad \text{für alle } k \in \mathcal{K} \text{ und } t = 1, 2, \dots, T$$

Verfügbare technische Kapazität in Periode t :

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} f_k^T \cdot x_{kt} \leq b_t^T \quad \text{für alle } t = 1, 2, \dots, T$$

Verfügbare personelle Kapazität in Periode t :

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} f_k^P \cdot x_{kt} - U_t \leq b_t^P \quad \text{für alle } t = 1, 2, \dots, T$$

Maximale Zusatzkapazität in Periode t :

$$U_t \leq U_t^{\max} \quad \text{für alle } t = 1, 2, \dots, T$$

Minimiere
$$Z = \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t=1}^T h_k \cdot L_{kt} + \sum_{t=1}^T u_t \cdot U_t + \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t=1}^T c_k^{B'} \cdot B_{kt}$$

u. B. d. R.:

Anfangslagerbestand für Produkt k :

$$L_{k0} = L_k^{(0)} \quad \text{für alle } k \in \mathcal{K}$$

Nachfrage für Produkt k in Periode t :

$$L_{k,t-1} + x_{kt} + B_{kt} - L_{kt} = d_{kt} \quad \text{für alle } k \in \mathcal{K} \text{ und } t = 1, 2, \dots, T$$

Verfügbare technische Kapazität in Periode t :

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} f_k^T \cdot x_{kt} \leq b_t^T \quad \text{für alle } t = 1, 2, \dots, T$$

Verfügbare personelle Kapazität in Periode t :

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} f_k^P \cdot x_{kt} - U_t \leq b_t^P \quad \text{für alle } t = 1, 2, \dots, T$$

Maximale Zusatzkapazität in Periode t :

$$U_t \leq U_t^{\max} \quad \text{für alle } t = 1, 2, \dots, T$$

Minimiere
$$Z = \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t=1}^T \left(h_k \cdot L_{kt} + c_k^{B'} \cdot B_{kt} \right) + \sum_{t=1}^T u_t \cdot U_t$$

u. B. d. R.:

Anfangslagerbestand für Produkt k :

$$L_{k0} = L_k^{(0)} \quad \text{für alle } k \in \mathcal{K}$$

Nachfrage für Produkt k in Periode t :

$$L_{k,t-1} + x_{kt} + B_{kt} - L_{kt} = d_{kt} \quad \text{für alle } k \in \mathcal{K} \text{ und } t = 1, 2, \dots, T$$

Verfügbare technische Kapazität in Periode t :

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} f_k^T \cdot x_{kt} \leq b_t^T \quad \text{für alle } t = 1, 2, \dots, T$$

Verfügbare personelle Kapazität in Periode t :

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} f_k^P \cdot x_{kt} - U_t \leq b_t^P \quad \text{für alle } t = 1, 2, \dots, T$$

Maximale Zusatzkapazität in Periode t :

$$U_t \leq U_t^{\max} \quad \text{für alle } t = 1, 2, \dots, T$$

Beispiel II 3 Produkte, 12 Perioden

► $c_1^{B'} = 5, c_2^{B'} = 10, c_3^{B'} = 5$

Beispiel II 3 Produkte, 12 Perioden

Optimale Lösung (ohne Fremdbeschaffung):

Periode t	d_{1t}	x_{1t}	B_{1t}	L_{1t}	d_{2t}	x_{2t}	B_{2t}	L_{2t}	d_{3t}	x_{3t}	B_{3t}	L_{3t}
0				36				20				10
1	100	101	0	37	200	180	0	0	10	0	0	0
2	90	53	0	0	190	190	0	0	140	140	0	0
3	60	147	0	87	210	210	0	0	10	10	0	0
4	150	63	0	0	200	200	0	0	150	150	0	0
5	10	20	0	10	150	150	0	0	100	100	0	0
6	50	40	0	0	120	120	0	0	200	200	0	0
7	100	170	0	70	100	100	0	0	90	90	0	0
8	250	180	0	0	280	280	0	0	50	50	0	0
9	60	60	0	0	90	90	0	0	190	190	0	0
10	40	117	0	77	50	50	0	0	80	80	0	0
11	100	88	0	65	200	200	0	0	90	90	0	0
12	180	115	0	0	250	250	0	0	150	150	0	0

Beispiel II 3 Produkte, 12 Perioden

Optimale Lösung (mit Fremdbeschaffung):

Periode t	d_{1t}	x_{1t}	B_{1t}	L_{1t}	d_{2t}	x_{2t}	B_{2t}	L_{2t}	d_{3t}	x_{3t}	B_{3t}	L_{3t}
0				36				20				10
1	100	64	0	0	200	180	0	0	10	0	0	0
2	90	53	37	0	190	190	0	0	140	140	0	0
3	60	147	0	87	210	210	0	0	10	10	0	0
4	150	40	23	0	200	200	0	0	150	150	0	0
5	10	20	0	10	150	150	0	0	100	100	0	0
6	50	40	0	0	120	120	0	0	200	200	0	0
7	100	138	0	38	100	100	0	0	90	90	0	0
8	250	80	132	0	280	280	0	0	50	50	0	0
9	60	60	0	0	90	90	0	0	190	190	0	0
10	40	52	0	12	50	50	0	0	80	80	0	0
11	100	88	0	0	200	200	0	0	90	90	0	0
12	180	15	165	0	250	250	0	0	150	150	0	0

Beispiel II 3 Produkte, 12 Perioden

Optimale Lösung (ohne Fremdbeschaffung):

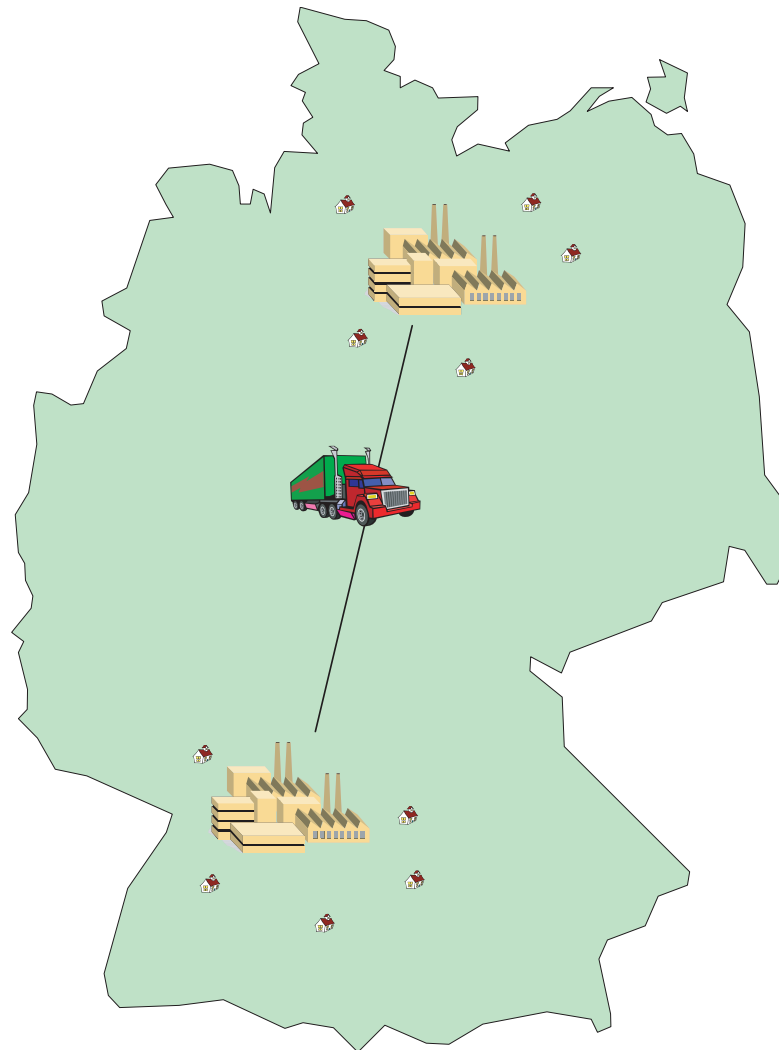
Periode t	$\sum_{k=1}^3 f_k^T \cdot x_{kt}$	b_t^T	$\sum_{k=1}^3 f_k^P \cdot x_{kt}$	b_t^P	U_t	U_t^{\max}
1	230.5	500	191	260	0	100
2	384.5	500	260	260	0	100
3	295.5	500	260	260	0	100
4	411.5	500	260	260	23	100
5	280.0	500	175	260	0	100
6	380.0	500	260	260	0	100
7	293.0	500	260	260	32	100
8	430.0	500	260	260	100	100
9	348.0	500	257	260	0	100
10	204.5	500	206	260	0	100
11	352.0	500	260	260	0	100
12	487.5	500	260	260	100	100

Beispiel II 3 Produkte, 12 Perioden

Optimale Lösung (mit Fremdbeschaffung):

Periode t	$\sum_{k=1}^3 f_k^T \cdot x_{kt}$	b_t^T	$\sum_{k=1}^3 f_k^P \cdot x_{kt}$	b_t^P	U_t	U_t^{\max}
1	212.0	500	154	260	0	100
2	384.5	500	260	260	0	100
3	295.5	500	260	260	0	100
4	400.0	500	260	260	0	100
5	280.0	500	175	260	0	100
6	380.0	500	260	260	0	100
7	277.0	500	260	260	0	100
8	380.0	500	260	260	0	100
9	348.0	500	257	260	0	100
10	172.0	500	141	260	0	100
11	352.0	500	260	260	0	100
12	437.5	500	260	260	0	100

Erweitertes Modell (II): Mehrere Fabriken



Annahmen:

- ▶ – wie Grundmodell –
- ▶ mehrere Fabriken $s \in \mathcal{S}$
- ▶ fabrikspezifische Produktionsprogramme und Nachfrage

\mathcal{K}_s ... Menge der in Fabrik s gefertigten Produkte

- ▶ Erweiterung der Zielfunktion: Transportkosten

$c_k^{T(si)}$... Transportkostensatz von Produkt k von Fabrik s nach i

$T_{kt}^{(si)}$... Transportmenge von Produkt k von s nach i in Periode t

Minimiere
$$Z = \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t=1}^T h_k \cdot L_{kt} + \sum_{t=1}^T u_t \cdot U_t$$

u. B. d. R.:

Anfangslagerbestand für Produkt k :

$$L_{k0} = L_k^{(0)} \quad \text{für alle } k \in \mathcal{K}$$

Nachfrage für Produkt k in Periode t :

$$L_{k,t-1} + x_{kt} - L_{kt} = d_{kt} \quad \text{für alle } k \in \mathcal{K} \text{ und } t = 1, 2, \dots, T$$

Verfügbare technische Kapazität in Periode t :

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} f_k^T \cdot x_{kt} \leq b_t^T \quad \text{für alle } t = 1, 2, \dots, T$$

Verfügbare personelle Kapazität in Periode t :

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} f_k^P \cdot x_{kt} - U_t \leq b_t^P \quad \text{für alle } t = 1, 2, \dots, T$$

Maximale Zusatzkapazität in Periode t :

$$U_t \leq U_t^{\max} \quad \text{für alle } t = 1, 2, \dots, T$$

Minimiere
$$Z = \sum_{s \in \mathcal{S}} \left(\sum_{k \in \mathcal{K}_s} \sum_{t=1}^T h_k^{(s)} \cdot L_{kt}^{(s)} + \sum_{t=1}^T u_t^{(s)} \cdot U_t^{(s)} \right) + \sum_{s \in \mathcal{S}} \sum_{i \in \mathcal{S}} \sum_{k \in \mathcal{K}_s} \sum_{t=1}^T c_k^{\text{T}(si)} \cdot T_{kt}^{(si)}$$

u. B. d. R.:

Anfangslagerbestand für Produkt k :

$$L_{k0}^{(s)} = L_{ks}^{(0)} \quad \text{für alle } s \in \mathcal{S}, k \in \mathcal{K}_s$$

Nachfrage für Produkt k in Periode t :

$$L_{k,t-1}^{(s)} + x_{kt}^{(s)} + \sum_{j \in \mathcal{S}} T_{kt}^{(js)} - \sum_{i \in \mathcal{S}} T_{kt}^{(si)} - L_{kt}^{(s)} = d_{kt}^{(s)} \quad \forall s \in \mathcal{S}, k \in \mathcal{K}_s, t = 1, \dots, T$$

Verfügbare technische Kapazität in Periode t :

$$\sum_{k \in \mathcal{K}_s} f_k^{\text{T}(s)} \cdot x_{kt}^{(s)} \leq b_t^{\text{T}(s)} \quad \text{für alle } s \in \mathcal{S} \text{ und } t = 1, 2, \dots, T$$

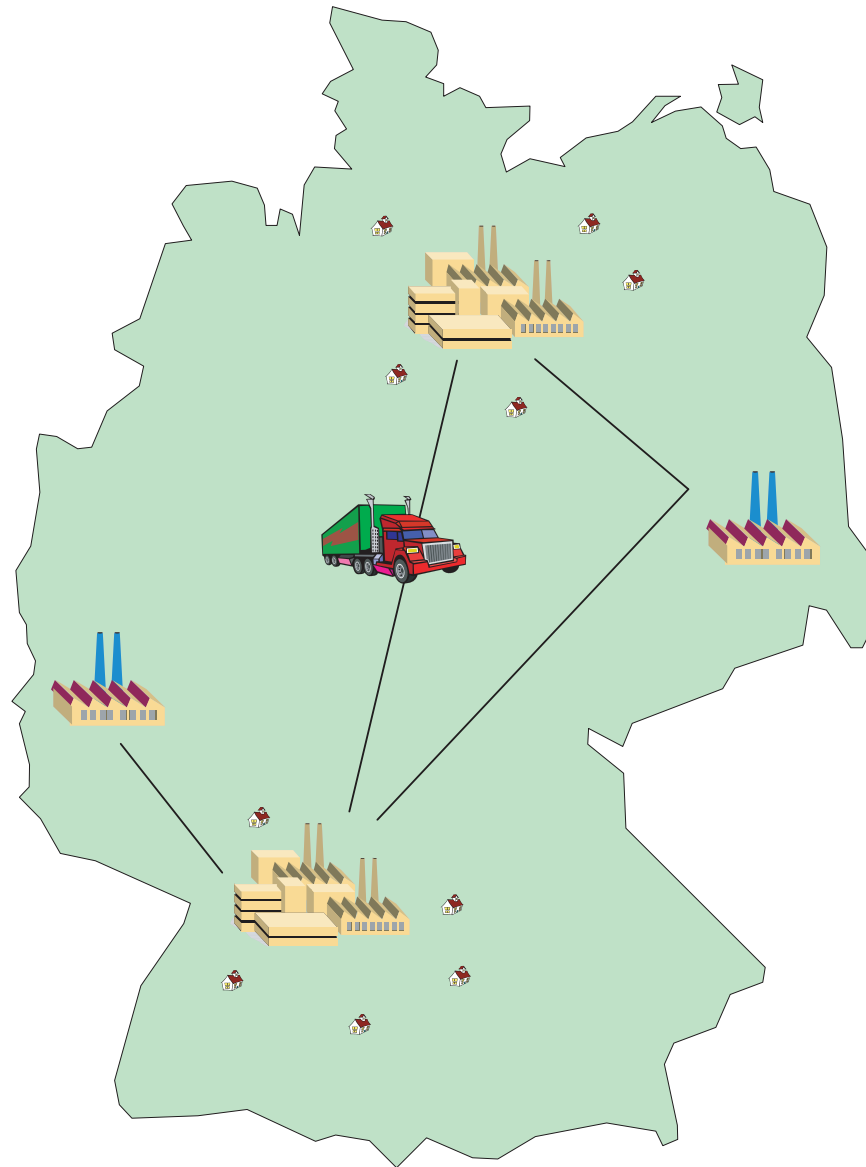
Verfügbare personelle Kapazität in Periode t :

$$\sum_{k \in \mathcal{K}_s} f_k^{\text{P}(s)} \cdot x_{kt}^{(s)} - U_t^{(s)} \leq b_t^{\text{P}(s)} \quad \text{für alle } s \in \mathcal{S} \text{ und } t = 1, 2, \dots, T$$

Maximale Zusatzkapazität in Periode t :

$$U_t^{(s)} \leq U_t^{\text{max}(s)} \quad \text{für alle } s \in \mathcal{S} \text{ und } t = 1, 2, \dots, T$$

Erweitertes Modell (II): Mehrere Fabriken, Fremdlieferanten



$$\text{Minimiere } Z = \sum_{s \in \mathcal{S}} \left(\sum_{k \in \mathcal{K}_s} \sum_{t=1}^T h_k^{(s)} \cdot L_{kt}^{(s)} + \sum_{t=1}^T u_t^{(s)} \cdot U_t^{(s)} \right) + \sum_{s \in \mathcal{S}} \sum_{i \in \mathcal{S}} \sum_{k \in \mathcal{K}_s} \sum_{t=1}^T c_k^{\text{T}(si)} \cdot T_{kt}^{(si)}$$

u. B. d. R.:

Anfangslagerbestand für Produkt k :

$$L_{k0}^{(s)} = L_{ks}^{(0)} \quad \text{für alle } s \in \mathcal{S}, k \in \mathcal{K}_s$$

Nachfrage für Produkt k in Periode t :

$$L_{k,t-1}^{(s)} + x_{kt}^{(s)} + \sum_{j \in \mathcal{S}} T_{kt}^{(js)} - \sum_{i \in \mathcal{S}} T_{kt}^{(si)} - L_{kt}^{(s)} = d_{kt}^{(s)} \quad \forall s \in \mathcal{S}, k \in \mathcal{K}_s, t = 1, \dots, T$$

Verfügbare technische Kapazität in Periode t :

$$\sum_{k \in \mathcal{K}_s} f_k^{\text{T}(s)} \cdot x_{kt}^{(s)} \leq b_t^{\text{T}(s)} \quad \text{für alle } s \in \mathcal{S} \text{ und } t = 1, 2, \dots, T$$

Verfügbare personelle Kapazität in Periode t :

$$\sum_{k \in \mathcal{K}_s} f_k^{\text{P}(s)} \cdot x_{kt}^{(s)} - U_t^{(s)} \leq b_t^{\text{P}(s)} \quad \text{für alle } s \in \mathcal{S} \text{ und } t = 1, 2, \dots, T$$

Maximale Zusatzkapazität in Periode t :

$$U_t^{(s)} \leq U_t^{\text{max}(s)} \quad \text{für alle } s \in \mathcal{S} \text{ und } t = 1, 2, \dots, T$$

$$Z = \sum_{s \in \mathcal{S}} \left(\sum_{k \in \mathcal{K}_s} \sum_{t=1}^T \left(h_k^{(s)} L_{kt}^{(s)} + c_{ks}^P x_{kt}^{(s)} + c_{ks}^B B_{kt}^{(s)} \right) + \sum_{t=1}^T u_t^{(s)} U_t^{(s)} + \sum_{i \in \mathcal{S}} \sum_{k \in \mathcal{K}_s} \sum_{t=1}^T c_k^{T(si)} T_{kt}^{(si)} \right)$$

u. B. d. R.:

Anfangslagerbestand für Produkt k :

$$L_{k0}^{(s)} = L_{ks}^{(0)} \quad \text{für alle } s \in \mathcal{S}, k \in \mathcal{K}_s$$

Nachfrage für Produkt k in Periode t :

$$L_{k,t-1}^{(s)} + x_{kt}^{(s)} + B_{kt}^{(s)} + \sum_{j \in \mathcal{S}} T_{kt}^{(js)} - \sum_{i \in \mathcal{S}} T_{kt}^{(si)} - L_{kt}^{(s)} = d_{kt}^{(s)} \quad \forall s, k, t$$

Verfügbare technische Kapazität in Periode t :

$$\sum_{k \in \mathcal{K}_s} f_k^{T(s)} \cdot x_{kt}^{(s)} \leq b_t^{T(s)} \quad \text{für alle } s \in \mathcal{S} \text{ und } t = 1, 2, \dots, T$$

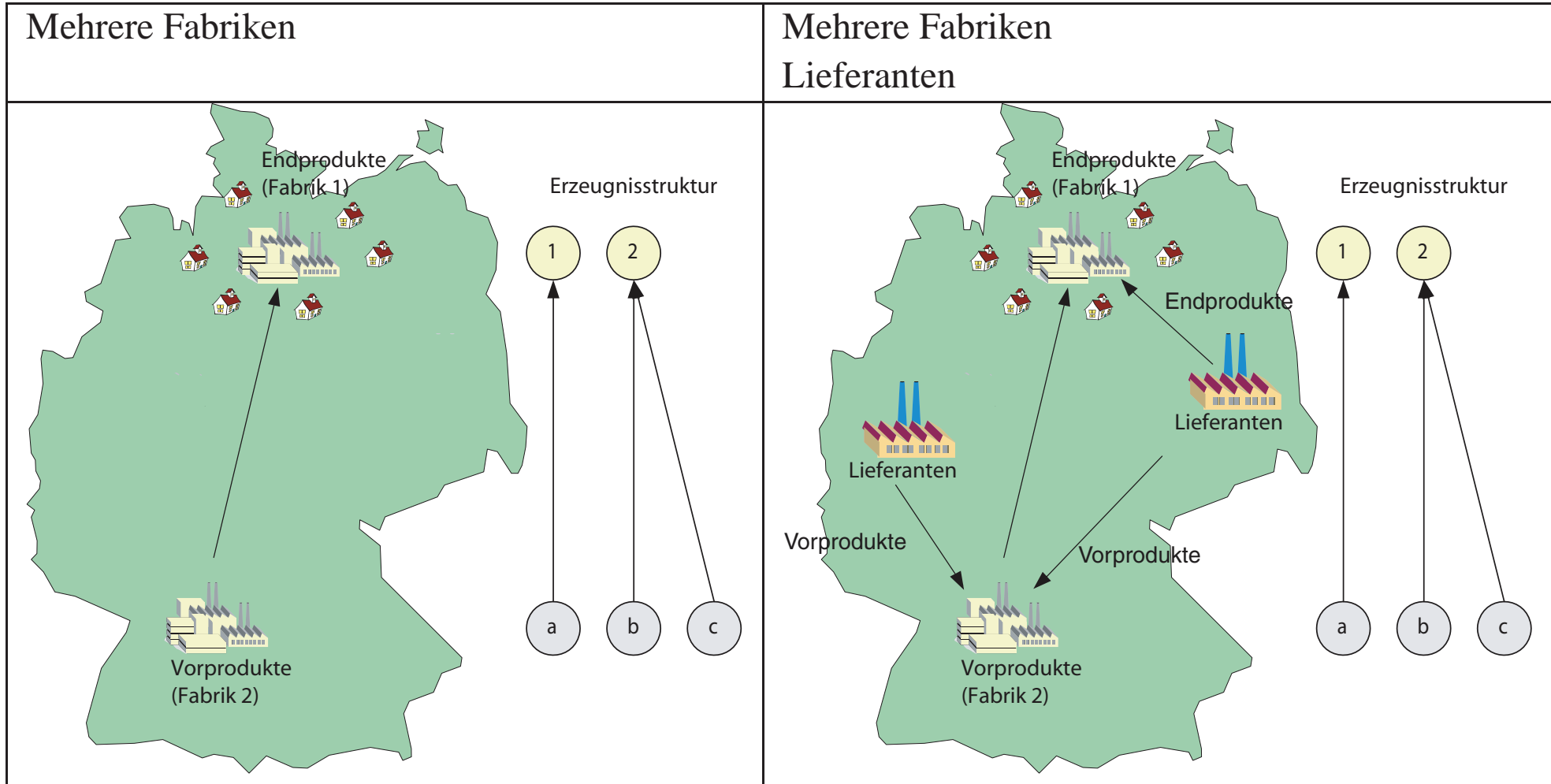
Verfügbare personelle Kapazität in Periode t :

$$\sum_{k \in \mathcal{K}_s} f_k^{P(s)} \cdot x_{kt}^{(s)} - U_t^{(s)} \leq b_t^{P(s)} \quad \text{für alle } s \in \mathcal{S} \text{ und } t = 1, 2, \dots, T$$

Maximale Zusatzkapazität in Periode t :

$$U_t^{(s)} \leq U_t^{\max(s)} \quad \text{für alle } s \in \mathcal{S} \text{ und } t = 1, 2, \dots, T$$

Mehrstufige Ansätze



zusätzliche Annahme (zur Komplexitätsreduktion):

- ▶ feststehende eindeutige Zuordnung von (Vor-)Produkten zu Fabriken
⇒ keine Nutzung von internen Ersatzkapazitäten

Annahmen:

► – wie bisher –

► Direktbedarfskoeffizienten

a_{kj} ... Anzahl Mengeneinheiten von Produkt k , die in eine Mengeneinheit von Produkt j eingehen

► – Erweiterung Lagerbilanzgleichung –

$$L_{k,t-1} + x_{kt} - L_{kt} = d_{kt} + \sum_{j \in \mathcal{K}} a_{kj} \cdot x_{jt} \quad \text{für alle } k \in \mathcal{K}, t \in \{1, \dots, T\}$$

Minimiere
$$Z = \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t=1}^T h_k \cdot L_{kt} + \sum_{s \in \mathcal{S}} \sum_{t=1}^T u_t^{(s)} \cdot U_t^{(s)}$$

u. B. d. R.:

Anfangslagerbestand für Produkt k :

$$L_{k0} = L_k^{(0)} \quad \text{für alle } k \in \mathcal{K}$$

Nachfrage für Produkt k in Periode t :

$$L_{k,t-1} + x_{kt} - L_{kt} = d_{kt} \quad \text{für alle } k \in \mathcal{K} \text{ und } t = 1, 2, \dots, T$$

Verfügbare technische Kapazität in Periode t :

$$\sum_{k \in \mathcal{K}_s} f_k^T \cdot x_{kt} \leq b_t^{T(s)} \quad \text{für alle } s \in \mathcal{S} \text{ und } t = 1, 2, \dots, T$$

Verfügbare personelle Kapazität in Periode t :

$$\sum_{k \in \mathcal{K}_s} f_k^P \cdot x_{kt} - U_t^{(s)} \leq b_t^{P(s)} \quad \text{für alle } s \in \mathcal{S} \text{ und } t = 1, 2, \dots, T$$

Maximale Zusatzkapazität in Periode t :

$$U_t^{(s)} \leq U_t^{\max(s)} \quad \text{für alle } s \in \mathcal{S} \text{ und } t = 1, 2, \dots, T$$

Minimiere
$$Z = \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t=1}^T h_k \cdot L_{kt} + \sum_{s \in \mathcal{S}} \sum_{t=1}^T u_t^{(s)} \cdot U_t^{(s)}$$

u. B. d. R.:

Anfangslagerbestand für Produkt k :

$$L_{k0} = L_k^{(0)} \quad \text{für alle } k \in \mathcal{K}$$

Nachfrage für Produkt k in Periode t :

$$L_{k,t-1} + x_{kt} - \sum_{j \in \mathcal{K}} a_{kj} \cdot x_{jt} - L_{kt} = d_{kt} \quad \text{für alle } k \in \mathcal{K} \text{ und } t = 1, 2, \dots, T$$

Verfügbare technische Kapazität in Periode t :

$$\sum_{k \in \mathcal{K}_s} f_k^T \cdot x_{kt} \leq b_t^{T(s)} \quad \text{für alle } s \in \mathcal{S} \text{ und } t = 1, 2, \dots, T$$

Verfügbare personelle Kapazität in Periode t :

$$\sum_{k \in \mathcal{K}_s} f_k^P \cdot x_{kt} - U_t^{(s)} \leq b_t^{P(s)} \quad \text{für alle } s \in \mathcal{S} \text{ und } t = 1, 2, \dots, T$$

Maximale Zusatzkapazität in Periode t :

$$U_t^{(s)} \leq U_t^{\max(s)} \quad \text{für alle } s \in \mathcal{S} \text{ und } t = 1, 2, \dots, T$$

Hauptproduktions- programmplanung

- ▶ Ziele
 - ▷ kostenminimale Glättung der Kapazitätsnutzung im Zeitablauf
 - ▷ Festlegung und Koordinierung der dezentralen, mengen- und terminmäßig spezifizierten Produktionsprogramme für einen mittelfristigen Zeitraum
(= „**Hauptproduktionsprogrammplanung**“)
- ▶ Entscheidungsvariablen
 - ▷ Produktionsmengen
 - ▷ Zusatzkapazität (Überstunden, Fremdvergabe von Aufträgen, ...)
 - ▷ Lagerbestände
- ▶ Daten
 - ▷ Nachfragemengen (Absatzprognosen, Kundenaufträge)
 - ▷ Kapazitäten

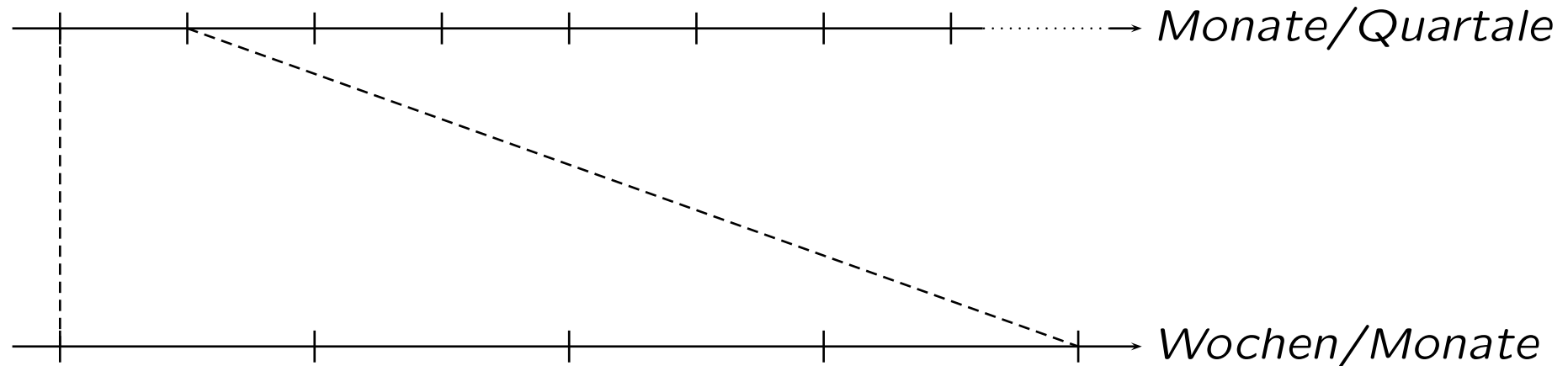
Aggregiert:

Markt-/Nachfrageprognosen
werksbezogene Kapazitätsdaten

Beschäftigungsglättung



mittelfristiges Produktionsprogramm in bezug auf Produkttypen



kurzfristiger Produktionsplan in bezug auf End-/Hauptprodukte

Detailliert:

Bedarfsprognosen/Kundenaufträge
segmentspezifische Kapazitätsdaten

Hauptproduktionsprogrammplanung



(vgl. Günther/Tempelmeier (2016))

Kapazitierte Hauptproduktions- programmplanung

Modell HPPPLAN

Indexmengen:

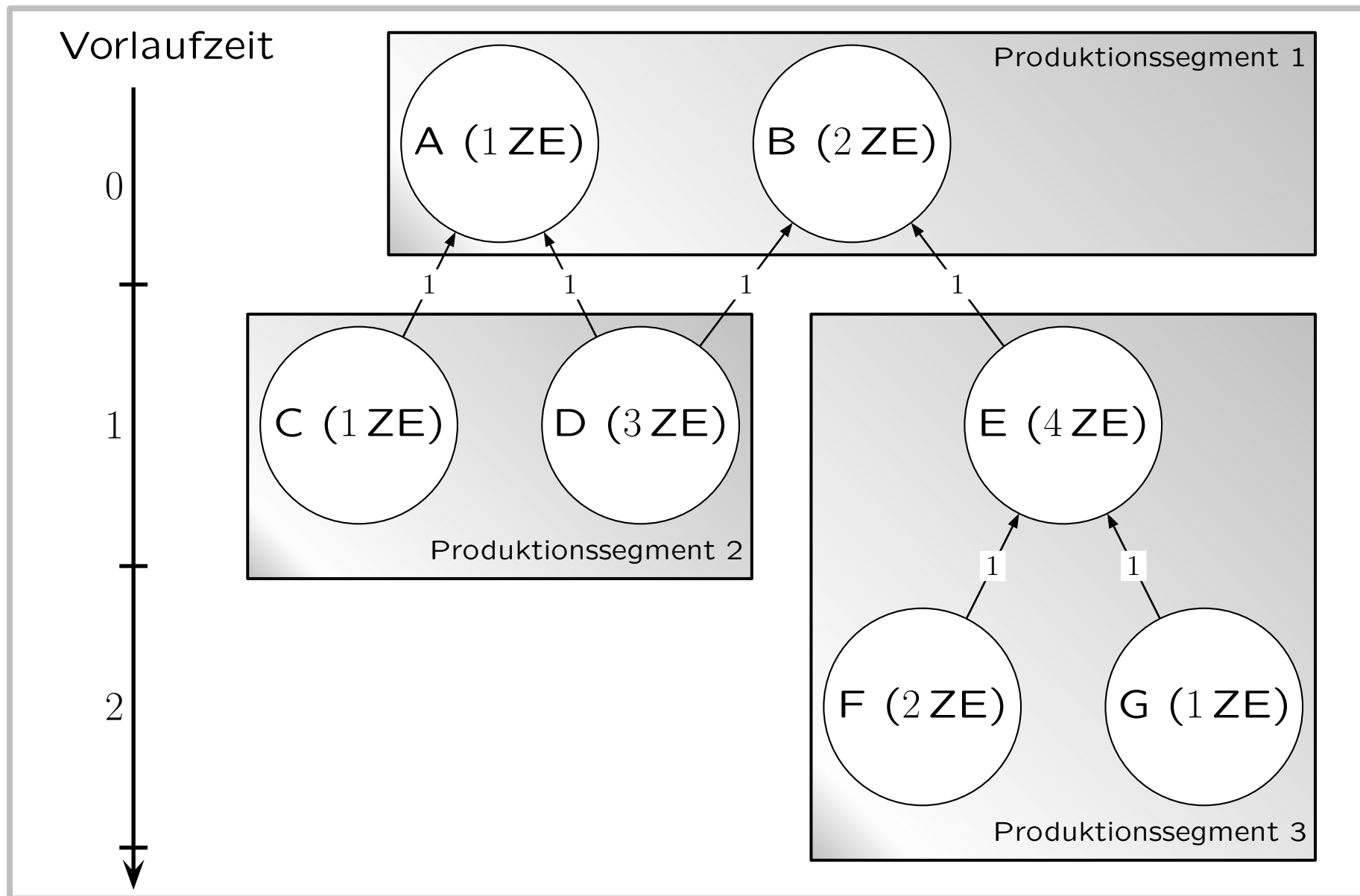
- ▶ \mathcal{J} ... die Menge der zu betrachtenden Produktionssegmente
- ▶ \mathcal{K} ... die Menge der betrachteten Produkte

Variablen:

- ▶ x_{kt} ... die Produktionsmenge für Produkt k in Periode t
- ▶ L_{kt} ... der Lagerbestand für Produkt k in Periode t
- ▶ U_{jt} ... die Zusatzkapazität (Überstunden) in Segment j in Periode t

Daten:

- ▶ d_{kt} ... die Nachfragemenge für Produkt k in Periode t
- ▶ b_{jt} ... die maximale Kapazität in Segment j in Periode t



(vgl. Günther/Tempelmeier (2016))

Kapazitätsbelastungsprofil

Vorlaufperiode	0	1	2
Endprodukt A			
Produktionssegment 1	1 (A)	—	—
Produktionssegment 2	—	1 + 3 = 4 (C und D)	—
Produktionssegment 3	—	—	—
Endprodukt B			
Produktionssegment 1	2 (B)	—	—
Produktionssegment 2	—	3 (D)	—
Produktionssegment 3	—	4 (E)	2 + 1 = 3 (F und G)

(Beispiel aus Günther/Tempelmeier (2007))

$f_{j k z}$... durch Produkt k verursachte Kapazitätsbelastung von Produktionssegment j in der Vorlaufperiode z (= „**Kapazitätsbelastungsfaktor**“)

Kapazitätsbeschränkung durch die knappe Kapazität in Periode t :

$$1 \cdot x_{A_t} + 2 \cdot x_{B_t} \leq b_{1t} + U_{1t}$$

$$4 \cdot x_{A,t+1} + 3 \cdot x_{B,t+1} \leq b_{2t} + U_{2t}$$

$$4 \cdot x_{B,t+1} + 3 \cdot x_{B,t+2} \leq b_{3t} + U_{3t}$$

Modell HPPPLAN

Indexmengen:

- ▶ \mathcal{J} ... die Menge der zu betrachtenden Produktionssegmente
- ▶ \mathcal{K} ... die Menge der betrachteten Produkte

Variablen:

- ▶ x_{kt} ... die Produktionsmenge für Produkt k in Periode t
- ▶ L_{kt} ... der Lagerbestand für Produkt k in Periode t
- ▶ U_{jt} ... die Zusatzkapazität (Überstunden) in Segment j in Periode t

Daten:

- ▶ d_{kt} ... die Nachfragemenge für Produkt k in Periode t
- ▶ b_{jt} ... die maximale Kapazität in Segment j in Periode t
- ▶ f_{jkz} ... die Kapazitätsbelastungsfaktoren
- ▶ U_{jt}^{\max} ... die maximale Zusatzkapazität in Segment j in Periode t

Modell HPPPLAN

Daten — Fortsetzung —:

- ▶ Z_k ... die für Produkt k zu berücksichtigende maximale Vorlaufzeit
- ▶ $L_k^{(0)}$... der Anfangslagerbestand für Produkt k
- ▶ h_k ... der Lagerkostensatz für Produkt k
- ▶ u_t ... der Kostensatz für Zusatzkapazität in Periode t

Modell HPPPLAN

$$\text{Minimiere } Z = \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t=1}^T h_k \cdot L_{kt} + \sum_{t=1}^T \sum_{j \in \mathcal{J}} u_t \cdot U_{jt}$$

u. B. d. R.:

Anfangslagerbestand für Produkt k :

$$L_{k0} = L_k^{(0)} \quad \text{für alle } k \in \mathcal{K}$$

Nachfrage für Produkt k in Periode t :

$$L_{k,t-1} + x_{kt} - L_{kt} = d_{kt} \quad \text{für alle } k \in \mathcal{K} \text{ und } t = 1, 2, \dots, T$$

Verfügbare Kapazität in Segment j in Periode t :

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{z=0}^{Z_k} f_{jkz} \cdot x_{k,t+z} - U_{jt} \leq b_{jt} \quad \text{für alle } j \in \mathcal{J}, t = 1, 2, \dots, T$$

Maximale Zusatzkapazität im Segment j in Periode t :

$$U_{jt} \leq U_{jt}^{\max} \quad \text{für alle } j \in \mathcal{J}, t = 1, 2, \dots, T$$

Beispiel 2 Produkte, 8 Perioden

Nachfragemengen

Periode Produkt	1	2	3	4	5	6	7	8
A	—	45.00	30.00	10.00	0.00	50.00	10.00	0.00
B	—	—	25.00	30.00	25.00	30.00	20.00	0.00

weitere Daten

- ▶ Normalkapazität: $b_{jt} = 100$ ($j = 1, 2, 3; t = 1, 2, \dots, 8$)
- ▶ maximale Zusatzkapazität: $U_{jt}^{\max} = 100$ ($j = 1, 2, 3; t = 1, 2, \dots, 8$)
- ▶ Lagerkostensatz: $h_k = 40$ ($k \in \{A, B\}$)
- ▶ Überstundenzuschlag: $u_t = 5$ ($t = 1, 2, \dots, 8$)

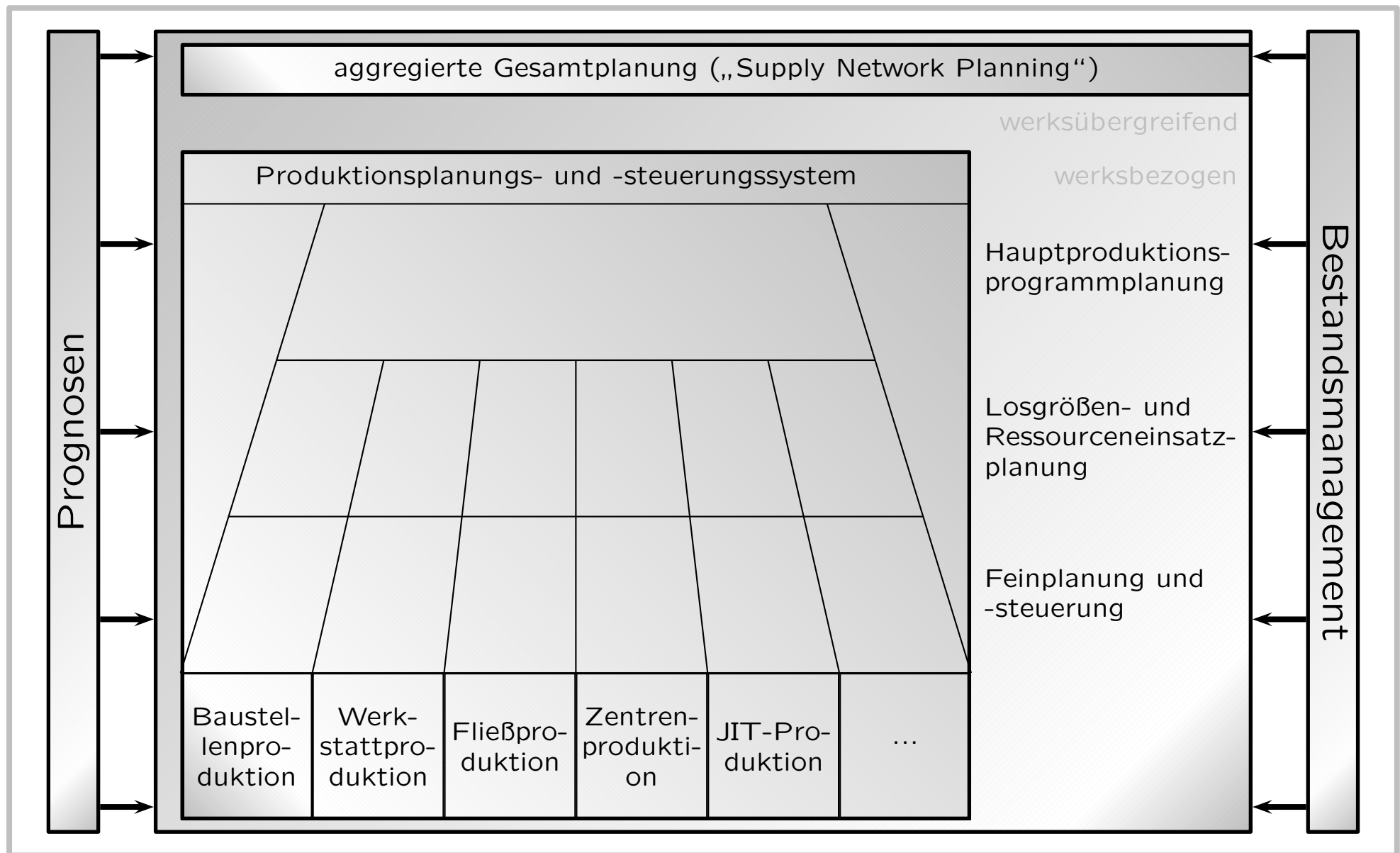
Beispiel 2 Produkte, 8 Perioden

Nachfragemengen

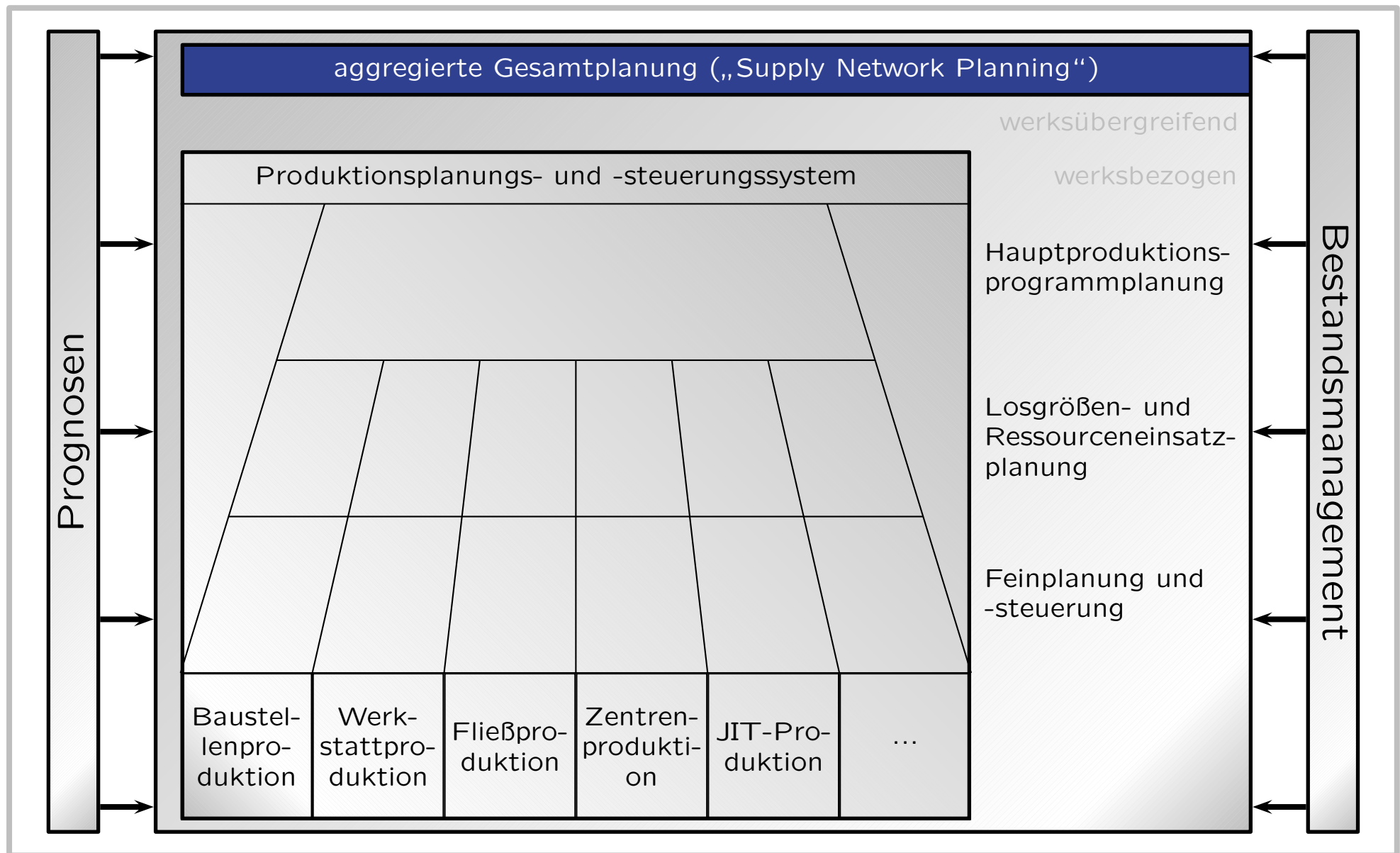
Periode Produkt	1	2	3	4	5	6	7	8
A	—	45.00	30.00	10.00	0.00	50.00	10.00	0.00
B	—	—	25.00	30.00	25.00	30.00	20.00	0.00

optimale Produktionsmengen

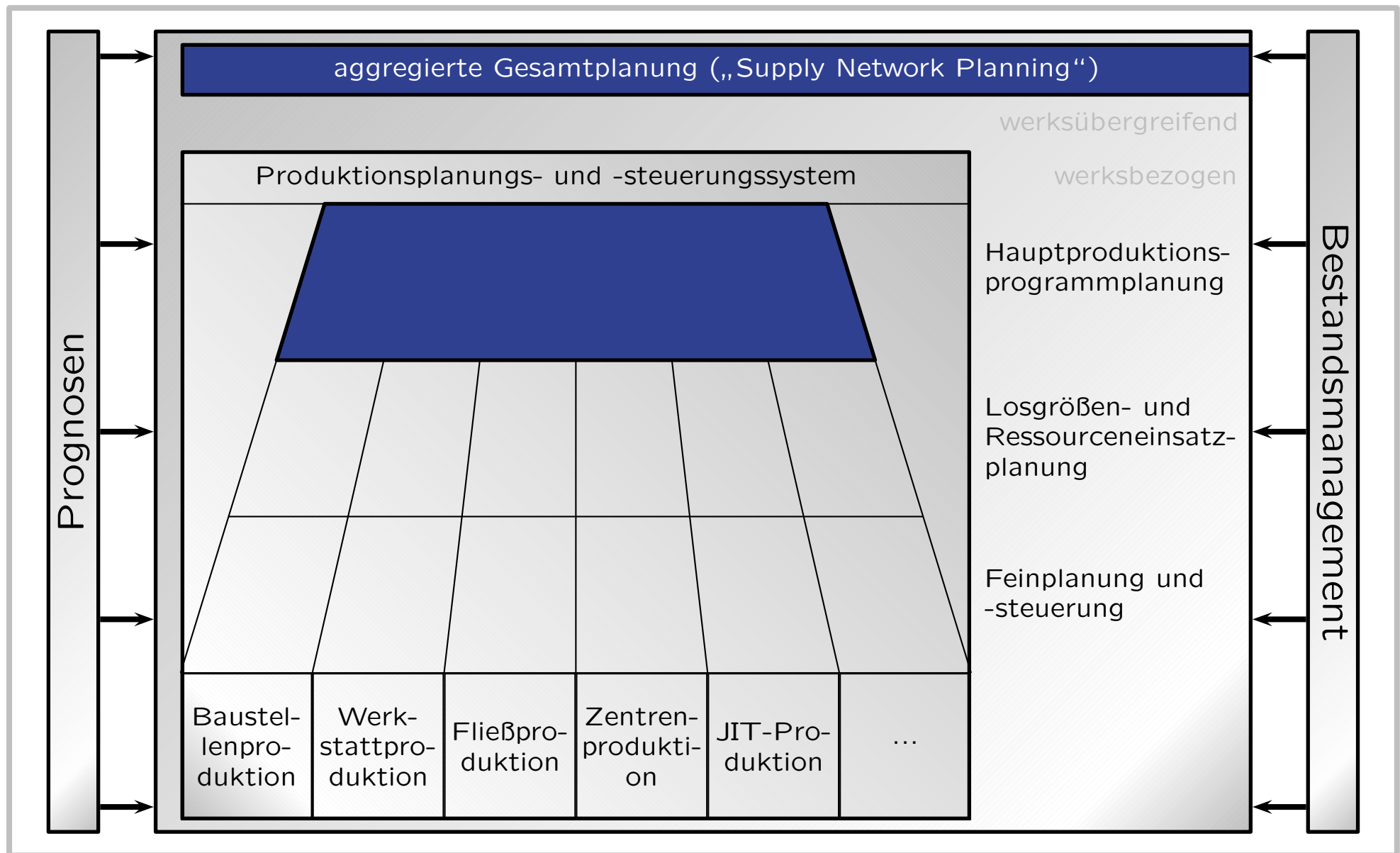
Periode Produkt	1	2	3	4	5	6	7	8
A	—	47.50	27.50	31.25	31.25	27.50	10.00	20.00
B	—	—	30.00	25.00	25.00	30.00	20.00	10.00



(vgl. Drexl/Fleischmann/Günther/Stadtler/Tempelmeier (1993), Tempelmeier (2008))



(vgl. Drexl/Fleischmann/Günther/Stadtler/Tempelmeier (1993), Tempelmeier (2008))



(vgl. Drexl/Fleischmann/Günther/Stadtler/Tempelmeier (1993), Tempelmeier (2008))