

Übung 03

Beschäftigungsglättung

Aufgabe 1: Aggregierte Produktionsplanung

Ein mittelständischer Hersteller von Fahrrädern plant sein Produktionsprogramm für die kommenden drei Monate (Perioden $t = 1, 2, 3$). Es werden zwei Hauptprodukttypen betrachtet: "Stadtrad Klassik" (Produkt K) und "Mountainbike Pro" (Produkt M). Das Unternehmen möchte die Gesamtkosten aus Lagerhaltung und Überstunden minimieren.

Nachfrage (Stück pro Periode):

Produkt	Periode 1	Periode 2	Periode 3
K	100	120	150
M	70	80	90

Kosten:

- Lagerkostensatz: 5 EUR/Stück und Periode (für beide Produkte)
- Überstundenkostensatz: 10 EUR/Kapazitätseinheit (personelle Kapazität)

Kapazitäten

- Anfangslagerbestand: $L_{K0} = 20$ Stück, $L_{M0} = 10$ Stück.
- Maximale personelle Kapazität: 250 Einheiten pro Periode.
- Maximale technische Kapazität: 400 Einheiten pro Periode.
- Maximale Zusatzkapazität (Überstunden): 50 Einheiten pro Periode.

Produktionskoeffizienten (Kapazitätsbedarf pro Stück)

Produkt	Personelle Kapazität	Technische Kapazität
K	1.0	1.5
M	1.2	2.0

Ihre Aufgaben:

1. Zielformulierung: Schreiben Sie die Zielfunktion zur Minimierung der Gesamtkosten für die FahrradFreund GmbH explizit auf.
2. Wichtige Nebenbedingungen formulieren: Formulieren Sie die folgenden Nebenbedingungen für die FahrradFreund GmbH:
 - a) Lagerbilanzgleichung für das Stadtrad Klassik (Produkt K) in Periode 2.
 - b) Personelle Kapazitätsbeschränkung in Periode 1.
 - c) Technische Kapazitätsbeschränkung in Periode 3.

3. Bewertung eines Teil-Produktionsplans: Angenommen, die Produktionsleitung schlägt für Periode 1 folgende Produktionsmengen vor:

- 90 Stück (Stadtrad Klassik)
- 70 Stück (Mountainbike Pro)

Berechnen Sie für Periode 1:

- a) Den Lagerbestand für beide Produkte am Ende von Periode 1.
- b) Den Bedarf an personeller Kapazität. Ist die reguläre personelle Kapazität ausreichend oder werden Überstunden benötigt? Wenn ja, wie viele und was sind die Kosten dafür?
- c) Den Bedarf an technischer Kapazität. Ist die technische Kapazität ausreichend?
- d) Die gesamten Lagerkosten, die für die in Periode 1 gehaltenen Endbestände anfallen.

Aufgabe 2: Erweiterung um Make-or-Buy-Entscheidungen

Aufbauend auf Aufgabe 1 soll das Planungsmodell nun um die Möglichkeit erweitert werden, Fahrräder nicht nur selbst zu produzieren, sondern auch von einem externen Lieferanten zu beziehen.

Zusätzliche Daten für Make-or-Buy:

Die Kosten für den Fremdbezug der Fahrräder betragen:

- Stadtrad Klassik (Produkt K): $c_K^B = 85$ EUR/Stück
- Mountainbike Pro (Produkt M): $c_M^B = 100$ EUR/Stück

Alle anderen Daten (Nachfrage, Lagerkosten, Kapazitäten, Produktionskoeffizienten, Anfangslagerbestände etc.) entsprechen denen aus Aufgabe 1.

Ihre Aufgaben:

1. Modellformulierung (Erweiterung):

- a) Definieren Sie die neue(n) Entscheidungsvariable(n), die für die Berücksichtigung von Fremdbezugsmengen notwendig ist/sind.
- b) Formulieren Sie die erweiterte Zielfunktion zur Minimierung der Gesamtkosten unter Einbeziehung der Fremdbezugskosten. Die Gesamtkosten umfassen nun Lagerhaltungs-, Überstunden- und Fremdbezugskosten.
- c) Wie muss die Lagerbilanzgleichung (Nachfragebefriedigung) angepasst werden, um die Fremdbezugsmengen zu berücksichtigen? Formulieren Sie die allgemeine, angepasste Lagerbilanzgleichung für ein Produkt k in einer Periode t .

2. Bewertung eines kombinierten Produktions- und Bezugsplans für Periode 1: Angenommen, die Produktionsleitung schlägt für Periode 1 folgenden kombinierten Plan vor:

- Eigenfertigung Stadtrad Klassik (x_{K1}): 50 Stück
- Fremdbezug Stadtrad Klassik (B_{K1}): 50 Stück
- Eigenfertigung Mountainbike Pro (x_{M1}): 40 Stück
- Fremdbezug Mountainbike Pro (B_{M1}): 30 Stück

Berechnen Sie für Periode 1 (unter Verwendung der relevanten Daten aus Aufgabe 1 und den neuen Fremdbezugskosten):

- a) Die Lagerbestände für beide Produkte (K und M) am Ende von Periode 1.

- b) Den Bedarf an personeller Kapazität allein für die Eigenfertigung. Ist die reguläre personelle Kapazität (250 Einheiten) ausreichend oder werden Überstunden benötigt? Wenn ja, wie viele Einheiten Überstunden fallen an und was sind die Kosten dafür?
- c) Den Bedarf an technischer Kapazität allein für die Eigenfertigung. Ist die technische Kapazität ausreichend?
- d) Die gesamten Kosten für den Fremdbezug in Periode 1.
- e) Die gesamten relevanten Kosten gemäß diesem Plan.