PRAZŠIRI +

2. kontrolna naloga - skupina B
1. A, 13. 12. 2022

Ime in priimek: MITJA ŠEVERKAR Razred: 1.a

dosežene točke	možne točke	odstotki	ocena
29	40	73	3

ČAS PISANJA: 45 minut

1. Razstavi izraz na čim več faktorjev:

   a) $16(x+1)^2 - y^2 =$ $4^2(x+1)^2 - y^2 = (4(x+1)-y)(4(x+1)+y)$ [2t] 2

   $= (4x+4-y)(4x+4+y)$ ✓

   b) $n(5-n)^{98} - 24(n-5)^{97} =$ $n(n-5)^{98} - 24(n-5)^{97} =$ ✓ [3t] 2

   $= (n-5)^{97}(n(n-5)-24)$ ✓ $= \cancel{+}$

   c) $15b^2a^4 - 55b^2a^2 - 20b^2 =$ $5b^2(3a^4 - 11a^2 - 4)$ ✓ [3t] 1

   $= 5b^2(a^2(3a^2-11)-4)$

   ~~$=5b^2(\ldots)$~~ $\cancel{+}$

   č) $x^{2n+9} + 8x^{2n+6} - 9x^3 - 72 =$ $x^{2n+6}(x^3+8) - 9(x^3+8) =$ [4t] 4

   $= (x^3+8)(x^{2n+6} - 9) = (x+2)(x^2-2x+4)((x^{n+3})^2 - 3^2) =$

   $= (x+2)(x^2-2x+4)(x^{n+3}-3)(x^{n+3}+3)$ ✓

5 6

d) $x^3 + x - 30 =$ $x(x^2+1) - 30$ [3t] 0

$= (x^2+5)(x+6)$

$x^3 - 5x + 6x^2 - 30$

0 1
1 1 1
2 1 2 1
3 1 3 3 1
4 1 4 6 4 1
5 1 5 10 10 5 1

2. Razširi izraz: $(2x^{1-n} + y^n)^5 =$ [4t] 4

$= 32x^{5(1-n)} + 5 \cdot 16x^{4(1-n)} \cdot y^n + 10 \cdot 8x^{3(1-n)} \cdot y^{2n} + 10 \cdot 4x^{2(1-n)} \cdot y^{3n} + 5 \cdot 2x^{1-n} \cdot y^{4n} + y^{5n} =$

$= 32x^{5-5n} + 80x^{4-4n}y^n + 80x^{3-3n}y^{2n} + 40x^{2-2n}y^{3n} + 10x^{1-n}y^{4n} + y^{5n}$

3. Izraz najprej poenostavi in ga nato razstavi: [6t] 6

$$x^2(35 - 10x) + x(x - 13)(x + 3) - (x + 1)^2 + (2x - 1)^3 + 2 =$$

$= 35x^2 - 10x^3 + x(x^2 - 10x - 39) - (x^2 + 2x + 1) + 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1 + 2 =$

$= 23x^2 - 2x^3 + x^3 - 10x^2 - 39x - x^2 - 2x - 1 + 6x + 1 =$

$= -x^3 + 12x^2 - 35x =$

$= -x(x^2 - 12x + 35) = -x(x-7)(x-5)$

4. Dokaži, da za vsako naravno število n velja $13|(8^{2n} - 25^n)$. [3t] 0

$n \in \mathbb{N}$ $13 | (8^{2n} - 25^n)$

$8^{2n} - 25^n = 8^{2n} - 5^{2n} = (8^n - 5^n)(8^n + 5^n)$

$= \cancel{8(5+3)}^{2n} - 5^{2n} = \cancel{5^{2n}} + 5^n \cdot 3^n \cdot 2 + 9^{2n} - \cancel{5^{2n}} =$

$= 5^n \cdot 3^n \cdot 2 + 9^{2n} = 15^n \cdot 2 + 9^{2n}$

5. Dano je število $8a437b4$. Za števko b velja $b < 3$.

a) Določi števki a in b tako, da bo število deljivo s 44. [5t] 3

$4 | 8a437b4$; $b < 3 \Rightarrow b \in \{0, 2\}$

$b = 0$; $4 | 4$

$b \neq 1$; $4 \nmid 14$

$b = 2$; $4 | 24$

$11 | 8a437b4$.

$b = 0$; $11 | 8a43704$ $8 - a + 4 - 3 + 7 - 0 + 4 = 20 - a$ $\Rightarrow 11 | 20 + a \Rightarrow a = 2$

$b = 2$; $11 | 8a43724$ $8 - a + 4 - 3 + 7 - 2 + 4 = 18 - a$ $11 | 18 + a \Rightarrow a = 4$

$(a, b) \in \{(\cancel{2}, 0), (\cancel{4}, 2)\}$

b) Določi števki a in b tako, da bo število deljivo z 9. [3t] 3

$9 | 8a437b4$; $b < 3$.

$9 | 8 + a + 4 + 3 + 7 + b + 4 = 9 | 26 + a + b$

$b = 0$; $9 | 26 + a \Rightarrow a = 1$

$b = 1$; $9 | 27 + a \Rightarrow a \in \{0, 9\}$

$b = 2$; $9 | 28 + a \Rightarrow a = 8$

6. Dokaži: če sta naravni števili $3a + 6b$ in $7a + b$ deljivi z naravnim številom c, potem je s številom c deljivo tudi število $11a - 4b$. [4t] 4

$c \mid \underbrace{3a+6b}_{ck} \wedge c \mid \underbrace{7a+b}_{cl} \Rightarrow c \mid 11a-4b$ ✓

$k, l \in \mathbb{N}$ $3a+6b = ck$
$7a+b = cl$

$11a-4b = 2(7a+b) - 3a - 6b$ ✓

$11a-4b = 14a+2b-3a-6b =$

$= 11a-4b = 11a-4b$

$c \mid 11a-4b \Rightarrow c \mid 2cl - ck = c \mid c(2l-k)$

dobljeno število je večkratnik c, zato je deljivo s c. ✓

DODATNA NALOGA:
Neko naravno število je zapisano s 600 enkami in določenim številom ničel. Dokaži, da to število ne more biti kvadrat nobenega naravnega števila. [3t]