**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**

федеральное государственное автономное образовательное учреждение

высшего образования

**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»**

**Отчёт**

по лабораторной работе №3 «Дифференциальные уравнения и имитационное моделирование в Python»

по дисциплине «**Математические модели исторических процессов**»

Автор: Малаев Степан Геннадьевич

Факультет инфокоммуникационных технологий

Группа: K33422

Преподаватель: Екатерина Ивановна

Санкт-Петербург

2024

# Задание 1

Задача состоит в том, чтобы исследовать динамику роста населения, используя модель экспоненциального роста. Это позволит оценить, насколько хорошо простая математическая модель соответствует реальным историческим данным о численности населения.

Экспоненциальная модель роста представляет собой математическую зависимость, при которой изменение численности населения P(t) пропорционально его текущему значению. Формула модели:

$$P(t) = P_0 \cdot e^{r \cdot t}$$

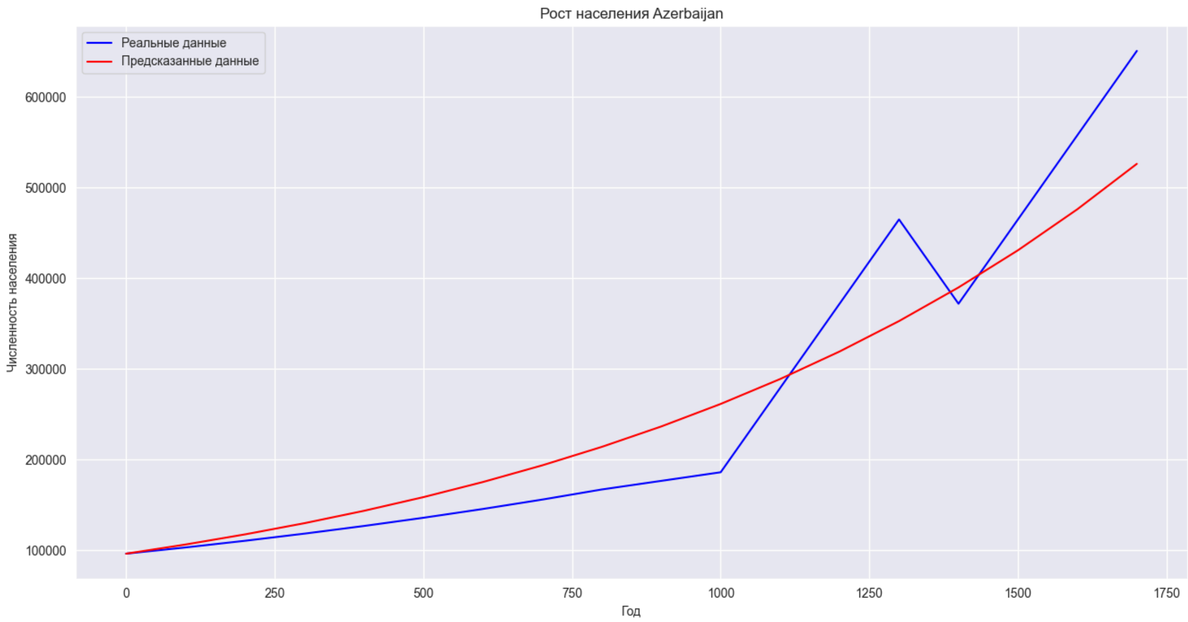
P(t) — численность населения в момент времени
P_0 — начальная численность населения
r — коэффициент роста
t — время

Были выбраны данные, где содержатся значения численности населения за разные годы для разных стран. Для выборки, значения фильтруются для каждой страны и периода от 0 до 1700 года.

Для каждого временного периода и для каждой страны была использована модель экспоненциального роста. Начальное значение P_0 берется из данных за первый год в массиве, а коэффициент роста r установлен на 0.001, как медленно естественный рост населения.

График каждой страны можно детально изучить в репозитории проекта.

Рассмотрим график для Азербайджана.




Синяя линия представляет реальные данные, которые сильно колеблются, особенно начиная с 1000 г.н.э., когда наблюдается скачкообразный рост.
Красная линия представляет предсказания по модели экспоненциального роста. Эта линия плавная и не учитывает скачки, которые можно наблюдать в исторических данных.

Для Азербайджана модель экспоненциального роста оказалась недостаточно точной в предсказании данных. Реальные данные показывают резкие колебания в численности населения, которые модель не может учесть.
Тем не менее, модель показала общее направление роста.

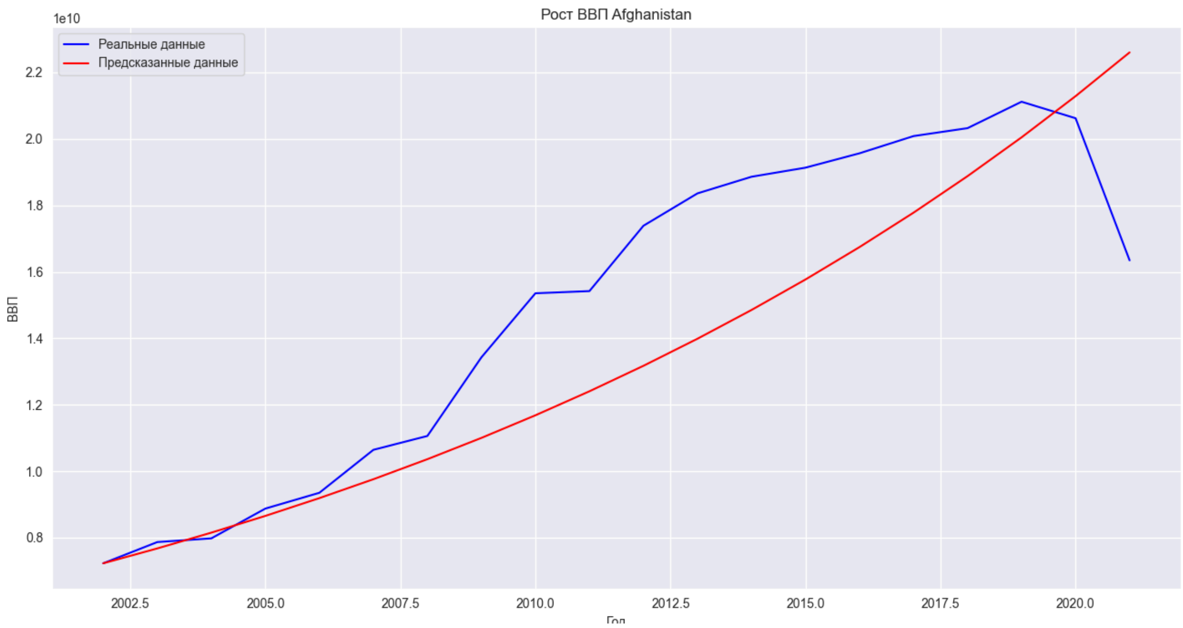
Для более точного моделирования населения можно рассмотреть переменный коэффициент роста r, который учитывает возможные исторические события.

## Задание 2

В этом задании проанализируем динамику роста ВВП, применяя модель экспоненциального роста.

В качестве данных был использован следующий [датасет]

Рассмотрим Афганистан.




Синяя линия представляет реальные данные о ВВП страны с 2002 по 2020 годы. Можно заметить, что ВВП растет неравномерно, с определенными колебаниями.
Красная линия представляет предсказания модели. Модель показывает более плавный и постоянный рост, чем реальная динамика, особенно после 2010 года.

Основная сложность в том, что модель экспоненциального роста предполагает постоянные темпы роста, в то время как реальные данные показывают колебания, вызванные экономическими кризисами, войнами, санкциями и другими факторами. Это особенно заметно для стран с нестабильной экономикой, как, например, Афганистан.

Остальные визуализации для других стран можно найти в [репозитории]

## Задание 3

Необходимо решить уравнение Гаусса для электрического поля в сферической симметрии. Кроме того, требуется исследовать наличие аттрактора (в случае необходимости) и сделать выводы на основе полученных данных.

Уравнение Гаусса для электрического поля в дифференциальной форме записывается как:

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

Для сферической симметрии это уравнение можно записать в следующем виде:

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}(r^2 E_r) = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

При условии наличия точечного заряда Q, решение сводится к следующей зависимости:

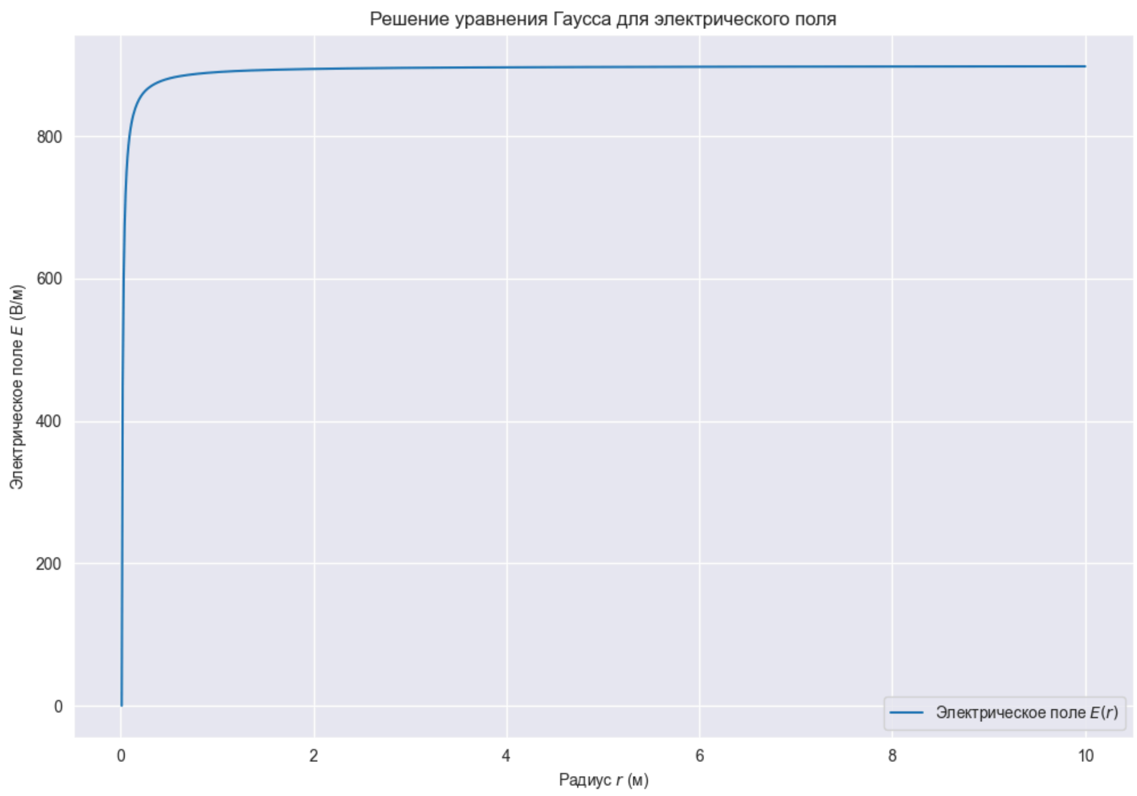
$$E_r(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

E_r(r) — радиальная компонента электрического поля
r — расстояние от заряда
Q — полный заряд
$\varepsilon_0$ — электрическая постоянная (постоянная вакуума).

Для численного решения используется метод интегрирования с помощью функции *solve_ivp* из библиотеки *SciPy*.
В решении определена функция gauss_equation(r, E, Q=1e-9), которая возвращает значение электрического поля E_r для радиуса r.
Задается начальное значение электрического поля E_r = 0 на радиусе 0.01 м.

Полное решение можно изучить [здесь]()

Рассмотрим график




На графике видно, что при малых значениях радиуса r электрическое поле E_r(r) резко возрастает, что ожидаемо для поля точечного заряда, так как оно пропорционально 1/r^2. При увеличения радиуса, поле стабилизируется к постоянному значению. На больших расстояниях электрическое поле становится слабее, но асимптотически оно приближается к нулю, так как влияние заряда уменьшается при увеличении расстояния.

## Вывод

В ходе данной лабораторной работы были проведены три ключевых задания, каждое из которых использовало различные математические модели и численные методы для анализа данных. Были продемонстрированы применения численных методов для решения задач из разных областей.

Модели экспоненциального роста полезны для общей оценки трендов, однако они нуждаются в доработке для точного отражения сложных реальных процессов.

Уравнение Гаусса было успешно решено, продемонстрировав ожидаемое поведение электрического поля.