Лабораторная работа №5

Модель Лотки-Вольтерры

Хрусталев Влад Николаевич

Содержание

Список иллюстраций

Список таблиц

1 Цель работы

Исследовать математическую модель Лотки-Вольерры.

2 Задание

Вариант 12

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.24x(t) + 0.044x(t)y(t) \frac{dy}{dt} = 0.44x(t) - 0.024x(t)y(t) \end{cases}$$

Построить график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0 = 4, $y_0 = 10 Найти стационарное состояние системы.

3 Теоретическое введение

Моде́ль Ло́тки — Вольте́рры (модель Ло́тки — Вольтерра́[1]) — модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва», названная в честь своих авторов (Лотка, 1925; Вольтерра 1926), которые предложили модельные уравнения независимо друг от друга.

Такие уравнения можно использовать для моделирования систем «хищник — жертва», «паразит — хозяин», конкуренции и других видов взаимодействия между двумя видами[2].

В математической форме предложенная система имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = \alpha x(t) - \beta x(t)y(t) \\ \dfrac{dy}{dt} = -\gamma y(t) + \delta x(t)y(t) \end{cases}$$

где x — количество жертв,

y — количество хищников,

t — время,

$\alpha, \beta, \gamma, \delta$ — коэффициенты, отражающие взаимодействия между видами [1].

4 Выполнение лабораторной работы

Мой вариант - это (1132222011 % 70) + 1 = 12

Для того чтобы построить графики нам нужно решить ДУ. Для этого напишем программу на Julia.

4.1 Решение

```
using Plots
using DifferentialEquations

function ode_fn(du, u, p, t)
    x, y = u
    dx = -0.24*u[1] + 0.044 * x * y
    dy = 0.44 * u[2] - 0.024 * x * y
    du = [dx, dy]
end

v0 = [4, 10]
tspan = (0.0, 60.0)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax=0.05)
X = [u[1] for u in sol.u]
```

```
Y = [u[2] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt = plot(dpi=300,legend=false)

plot!(plt, X, Y, color=:blue)

savefig(plt, "lab05_1.png")

plt2 = plot( dpi=300, legend=true)

plot!(plt2, T, X, label="Численность жертв", color=:red)

plot!(plt2, T, Y, label="Численность хищников", color=:green)

savefig(plt2, "lab05_2.png")
```

В результате получаем следующие графики изменения численности хищников и численности жертв (рис. 4.1) и зависимости численности хищников от численноости жертв (рис. 4.2).

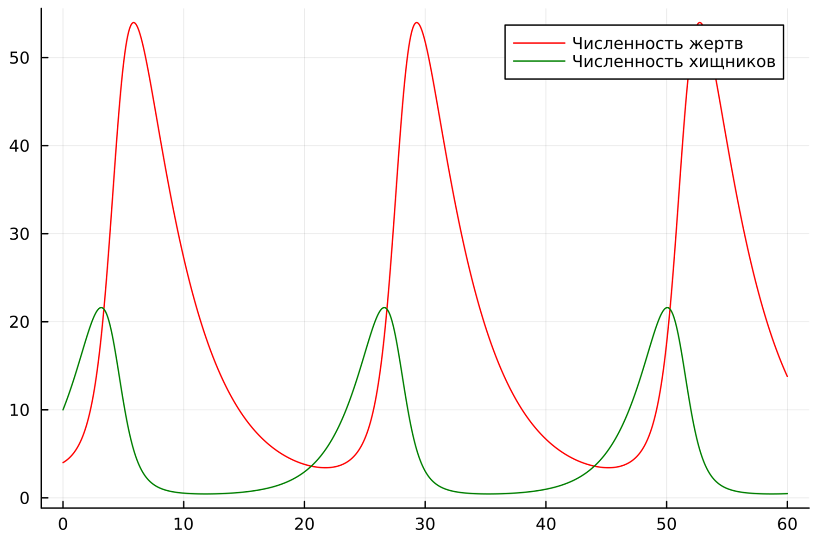

Рис. 4.1: График изменения численности хищников и численности жертв

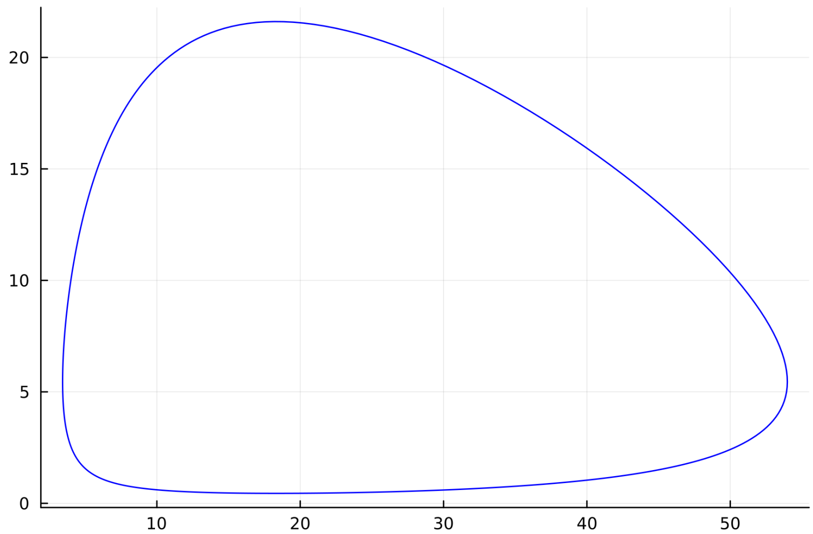

Рис. 4.2: График зависимости численности хищников от численноости жертв

Можем сказать, что графики преоеодичны, фазовый портрет замкнуть, как и должно быть в модели Лотки-Вольтеры.

Далее найдем стационарное состояние системы по формуле:

$$\begin{cases} x_0 = \frac{\gamma}{\delta} \\ y_0 = \frac{\alpha}{\beta} \end{cases}$$

и получим что

$$\begin{cases} x_0 = \dfrac{0.24}{0.44} \approx 0.54545454545 \\ y_0 = \dfrac{0.044}{0.024} \approx 1.83333333333 \end{cases}$$

.

Подставим в нашу программу данные значения чтоб проверить ответ.

```
using Plots
using DifferentialEquations

function ode_fn(du, u, p, t)
    x, y = u
    dx = -0.24*u[1] + 0.044 * x * y
    dy = 0.44 * u[2] - 0.024 * x * y
    du = [dx, dy]
end

v0 = [0.24/0.44, 0.044/0.024]
tspan = (0.0, 60.0)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax=0.05)
X = [u[1] for u in sol.u]
Y = [u[2] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]



plt2 = plot( dpi=300, legend=true)

plot!(plt2, T, X, label="Численность жертв", color=:red)
```

```
plot!(plt2, T, Y, label="Численность хищников", color=:green)

savefig(plt2, "lab05_3.png")
```

Получаем график из двух параллельных оси абцисс прямых, то есть численность жертв и хищзников постолянна, как и должно быть в стационарном состоянии (рис. 4.3).

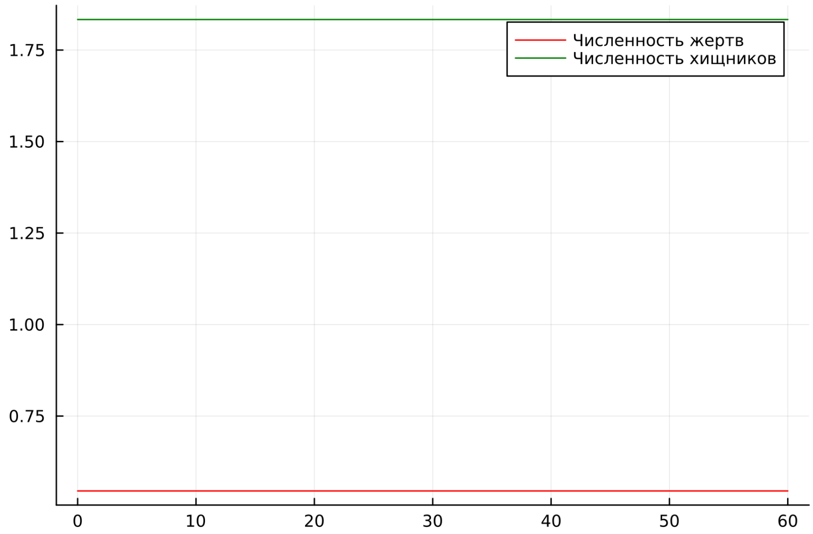

Рис. 4.3: График изменения численности хищников и численности жертв в стационарном состоянии

5 Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы я построил модель Лотки-Вольтерры на Julia

Список литературы

1. Модель Лотки — Вольтерры [Электронный ресурс]. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Модель_Лотки_—_Вольтерры.