Лабораторная работа №8

Модель конкуренции двух фирм

Хрусталев Влад Николаевич

Содержание

Список иллюстраций

Список таблиц

1 Цель работы

Исследовать математическую модель конкуренции двух фирм.

2 Задание

Вариант 12

Случай 1.

Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dM_1}{d\theta} = M_1 - \dfrac{b}{c_1}M_1M_2 - \dfrac{a_1}{c_1}M_1^2, \\ \\ \dfrac{dM_2}{d\theta} = \dfrac{c_2}{c_1}M2 - \dfrac{b}{c_1}M_1M_2 - \dfrac{a_1}{c_1}M_2^2, \end{cases}$$

где $a_1 = \dfrac{p_{cr}}{\tau_1^2\tilde{p}_1^2Nq}$, $a_2 = \dfrac{p_{cr}}{\tau_2^2\tilde{p}_2^2Nq}$, $b = \dfrac{p_{cr}}{\tau_1^2\tilde{p}_1^2\tau_2^2\tilde{p}_2^2Nq}$, $c_1 = \dfrac{p_{cr} - \tilde{p}_1}{\tau_1\tilde{p}_1}$, $c_2 = \dfrac{p_{cr} - \tilde{p}_1}{\tau_2\tilde{p}_2}$
Также введена нормировка $t = c_1\theta$.

Случай 2.

Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед M_1M_2 будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases}\frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - (\frac{b}{c_1} + 0.0003)M_1M_2 - \frac{a_1}{c_1}M_1^2, \frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_2}{c_1}M2 - \frac{b}{c_1}M_1M_2 - \frac{a_1}{c_1}M_2^2,\end{cases}$$

Для обоих случаев рассмотрим задачу со следующими начальными условиями и параметрами:

$$M_0^1 = 4.8,\ M_0^2 = 4.5, p_{cr} = 12,\ N = 39, q = 1\tau_1 = 19,\ \tau_2 = 29, \tilde{p}_1 = 7.9,\ \tilde{p}_2 = 5.8$$

Обозначения:

- N – число потребителей производимого продукта.
- τ – длительность производственного цикла
- p – рыночная цена товара
- $\tilde{p}$– себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции.
- q – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени
- $\theta = \frac{t}{c_1}$- безразмерное время

1. Построить графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с веденной нормировкой для случая 1.
2. Построить графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с веденной нормировкой для случая 2.

3 Теоретическое введение

Математическому моделированию процессов конкуренции и сотрудничества двух фирм на различных рынках посвящено довольно много научных работ, в основном использующих аппарат теории игр и статистических решений. В качестве примера можно привести работы таких исследователей, как Курно, Стакельберг, Бертран, Нэш, Парето [1].

Следует отметить, что динамические дифференциальные модели уже давно и успешно используются для математического моделирования самых разнообразных по своей природе процессов. Достаточно упомянуть широко использующуюся в экологии модель «хищник-жертва» Вольтерра, математическую теорию развития эпидемий, модели боевых действий

Задача решалась в следующей постановке.

На рынке однородного товара присутствуют две основные фирмы, разделяющие его между собой, т.е. имеет место классическая дуополия.

Безусловно, это является весьма сильным предположением, однако оно вполне оправдано в тех случаях, когда доля продаж остальных конкурентов на рассматриваемом сегменте рынке пренебрежимо мала. Хорошим примером может служить отечественный рынок микропроцессоров, который по существу разделили между собой две фирмы: Intel и AMD.

Изменение объемов продаж конкурирующих фирм с течением времени описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - \frac{b}{c_1}M_1M_2 - \frac{a_1}{c_1}M_1^2, \\ \frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_2}{c_1}M_1 - \frac{b}{c_1}M_1M_2 - \frac{a_2}{c_1}M_2^2, \end{cases}$$

где $a_1 = \frac{p_{cr}}{(\tau_1^2 \tilde{p}_1 Nq)}$, $a_2 = \frac{p_{cr}}{(\tau_2^2 * \tilde{p}_2 Nq)}$, $b = \frac{p_{cr}}{(\tau_1^2 \tau_2^2 \tilde{p}_1{}^2 \tilde{p}_2{}^2 Nq)}$, $c_1 = \frac{(p_{cr} - p_1)}{(\tau_1 \tilde{p}_1)}$, $c_2 = \frac{(p_{cr} - p_2)}{(\tau_2 \tilde{p}_2)}$.

- N – число потребителей производимого продукта.
- τ – длительность производственного цикла
- p – рыночная цена товара
- $\tilde{p}$ – себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции.
- q – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени
- $\theta = \frac{t}{c_1}$ – безразмерное время

4 Выполнение лабораторной работы

4.1 Случай 1

Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Последнее означает, что у потребителей в этой нише нет априорных предпочтений, и они приобретут тот или иной товар, не обращая внимания на знак фирмы. В этом случае, на рынке устанавливается единая цена, которая определяется балансом суммарного предложения и спроса. Иными словами, в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.)

4.1.1 Реализация на Julia

```
using Plots, DifferentialEquations
p_cr = 12
t1 = 19
p1 = 7.9
t2 = 29
p2 = 5.8
N = 39
q = 1
```

```
a1 = p_cr/(t1^2*p1^2*N*q)
a2 = p_cr/(t2^2*p2^2*N*q)
b = p_cr/(t1^2*t2^2*p1^2*p2^2*N*q)
c1 = (p_cr-p1)/(t1*p1)
c2 = (p_cr-p2)/(t2*p2)

u0 = [4.9,4.4]
p = [a1,a2,b,c1,c2]
tspan = (0.0,30.0)

function ode_fn(u,p,t)
  M01, M02 = u
  a1, a2, b, c1, c2 = p
  M1 = M01 -(b/c1)*M01*M02 - (a1/c1)*M01^2
  M2 = (c2/c1)*M02-(b/c1)*M01*M02-(a2/c1)*M02^2
  return [M1, M2]
end

prob = ODEProblem(ode_fn, u0, tspan, p)
sol = solve(prob, Tsit5(), saveat = 0.01)
plt = plot(sol, yaxis = "Оборотные средства предприятия", label = ["M1" "M2"], c = ["g
savefig(plt, "lab08_1.png")
```

В результате получаем следующий график изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с веденной нормировкой(рис. 4.1). По графику видно, что рост оборотных средств предприятий идет независимо друг от друга. В математической модели этот факт отражается в коэффициенте, стоящим перед членом M_1M_2: в рассматриваемой задаче он одинаковый в обоих уравнениях ($\frac{b}{c_1}$). Это было обозначено в условиях задачи. Каждая фирма достигает свое максимальное значение объема продаж и остается на рынке с этим значением, то есть каждая фирма захватывает свою часть рынка потребителей, которая не изменяется.

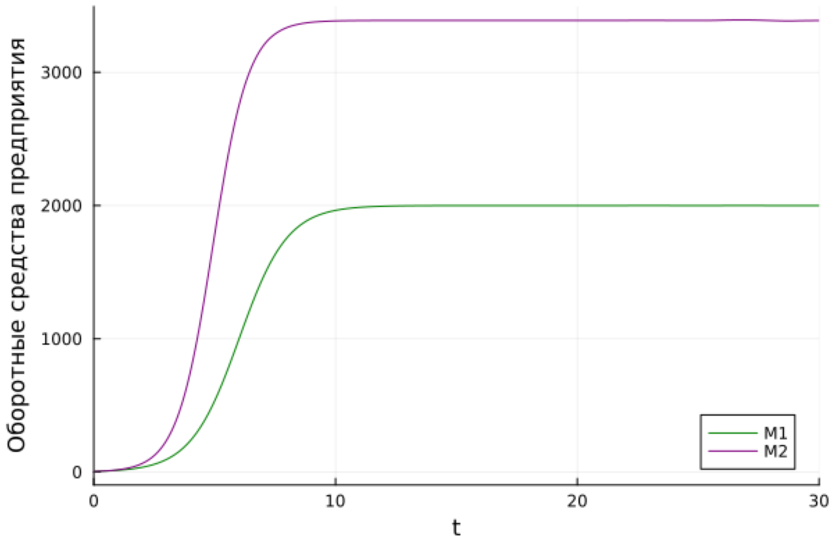

Рис. 4.1: График мзменения оборотных средств для случая 1

4.2 Случай 2

Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед $M_1 M_2$ будет отличаться.

4.2.1 Реализация на Julia

```
using Plots, DifferentialEquations
p_cr = 12
t1 = 19
```

```
p1 = 7.9
t2 = 29
p2 = 5.8
N = 39
q = 1


a1 = p_cr/(t1^2*p1^2*N*q)
a2 = p_cr/(t2^2*p2^2*N*q)
b = p_cr/(t1^2*t2^2*p1^2*p2^2*N*q)
c1 = (p_cr-p1)/(t1*p1)
c2 = (p_cr-p2)/(t2*p2)

u0 = [4.9,4.4]
p = [a1,a2,b,c1,c2]
tspan = (0.0,30.0)

function ode_fn(u,p,t)
  M01, M02 = u
  a1, a2, b, c1, c2 = p
  M1 = M01 - ((b/c1)+0.0003)*M01*M02-(a1/c1)*M01^2
  M2 = (c2/c1)*M02-(b/c1)*M01*M02-(a2/c1)*M02^2
  return [M1, M2]
end

prob = ODEProblem(ode_fn, u0, tspan, p)
sol = solve(prob, Tsit5(), saveat = 0.01)
plt = plot(sol, yaxis = "Оборотные средства предприятия", label = ["M1" "M2"], c = ["g
savefig(plt, "lab08_2.png")
```

В результате получаем следующий график изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с веденной нормировкой (рис. 4.2). По графику видно, что первая фирма, несмотря на начальный рост, достигнув своего максимального объема продаж, начитает нести убытки и, в итоге, терпит убытки. Динамика роста объемов оборотных средств второй фирмы остается без изменения: достигнув максимального значения, остается на этом уровне.

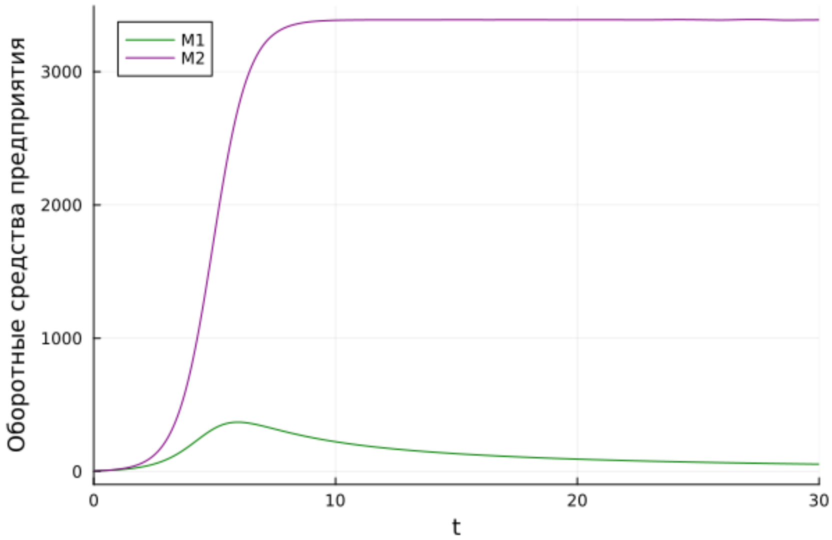

Рис. 4.2: График мзменения оборотных средств для случая 2

5 Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы я исследовал модель конуренции двух фирм.

Список литературы

1. Копылов А.В., Просвиров А.Э. ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОНКУРЕНЦИИ ДВУХ ФИРМ НА ОДНОРОДНОМ РЫНКЕ. 2003. 29-32 с.