

# Лабораторная работа №2

## Задача о погоне

---

Хрусталеv В.Н.

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

## Информация

---

..... {.columns align=center} ::: {.column width="100%"}

- Хрусталеv Влад Никоaлевич
- студент
- Российский университет дружбы народов
- 1132222011@pfur.ru
- <https://vnkhrustalev.github.io/ru/>

.....  
.....

Построить математическую модель для выбора правильной стратегии при решении примера задаче о погоне.

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 5,9 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 1,9 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Записать уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найти точку пересечения траектории катера и лодки

Кривая погони — кривая, представляющая собой решение задачи о «погоне», которая ставится следующим образом. Пусть точка  $A$  равномерно движется по некоторой заданной кривой. Требуется найти траекторию равномерного движения точки  $P$  такую, что касательная, проведённая к траектории в любой момент движения, проходила бы через соответствующее этому моменту положение точки  $A$

Мой вариант - это  $(1132222011 \% 70) + 1 = 12$

$$\frac{x}{v} = \frac{k - x}{1.9v} - \text{в первом случае}$$

$$\frac{x}{v} = \frac{k + x}{1.9v} - \text{во втором}$$

Отсюда мы найдем два значения  $x_1 = \frac{5.9}{2.9}$  и  $x_2 = \frac{5.9}{0.9}$ , задачу будем решать для двух случаев.



$$v_{\tau} = \sqrt{3.61v^2 - v^2} = \sqrt{2.61}v$$

Отсюда выводим:

$$r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{2.61}v$$

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{2.61}v \end{cases}$$

С начальными условиями для первого случая:

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = \frac{5.9}{2.9} \end{cases} \quad (1)$$

Или для второго:

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = \frac{5.9}{0.9} \end{array} \right. \quad (2)$$

Исключая из полученной системы производную по  $t$ , можно перейти к следующему уравнению: Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах.

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{2.61}}$$

```
using DifferentialEquations, Plots, Printf
```

```
# Параметры задачи
```

```
k = 5.9           # расстояние от лодки до катера при обнаружении (км)
```

```
n = 1.9           # отношение скоростей: скорость катера = n * скорость лодки
```

```
 $\alpha$  = sqrt(n^2 - 1) #  $\alpha = \text{sqrt}(2.61) \approx 1.616$ 
```

```
fi = 3*pi/4       # направление движения лодки (радианы)
```

```
v = 1.0           # скорость лодки (единица, для построения графика)
```

```
# Определяем ОДУ для фазового уравнения движения катера:
```

```
# Решаем уравнение:  $dr/d\theta = r / \alpha$ 
```

```
# Здесь  $u = r$ , независимая переменная обозначена как  $\theta$ .
```

```
f(u, p, t) = u /  $\alpha$  # функция с тремя аргументами
```

```
#####  
# СЛУЧАЙ 1  
#####  
  
# Начальные условия: катер начинает поворот с  $r = k/2.9$  при  $\theta = 0$   
r0_case1 = k / 2.9  
θspan1 = (0.0, fi)  
  
prob1 = ODEProblem(f, r0_case1, θspan1)  
sol1 = solve(prob1, saveat=0.01)  
  
# В точке  $\theta = fi$  получаем радиус пересечения  
r_int1 = sol1.u[end]
```

*# Формируем строку с рассчитанными значениями точки пересечения*

```
intersection_label1 = @sprintf("Точка пересечения (r,θ) = (%.2f, %.2f)", r_in
```

*# Построение графика (случай 1)*

```
plt1 = plot(sol1.t, sol1.u, proj=:polar, lw=2,
```

```
    label="Траектория катера (случай 1)")
```

```
plot!(θ_boat, r_boat, proj=:polar, lw=2,
```

```
    label="Траектория лодки")
```

```
scatter!([fi], [r_int1], marker=(:circle, 10),
```

```
    label=intersection_label1)
```

```
savefig(plt1, "lab2_01.png")
```



```
#####  
# СЛУЧАЙ 2  
#####  
  
# Начальные условия: катер начинает поворот с  $r = k/0.9$  при  $\theta = -\pi$   
r0_case2 = k / 0.9  
 $\theta$ span2 = (-pi, fi)  
  
prob2 = ODEProblem(f, r0_case2,  $\theta$ span2)  
sol2 = solve(prob2, saveat=0.01)  
  
r_int2 = sol2.u[end]  
  
# Траектория лодки: движение вдоль угла fi,  $r = t$  (при  $v=1$ )
```

*# Формируем строку с рассчитанными значениями точки пересечения*

```
intersection_label2 = @sprintf("Точка пересечения (r,θ) = (%.2f, %.2f)", r_in
```

*# Построение графика (случай 2)*

```
plt2 = plot(sol2.t, sol2.u, proj=:polar, lw=2,
```

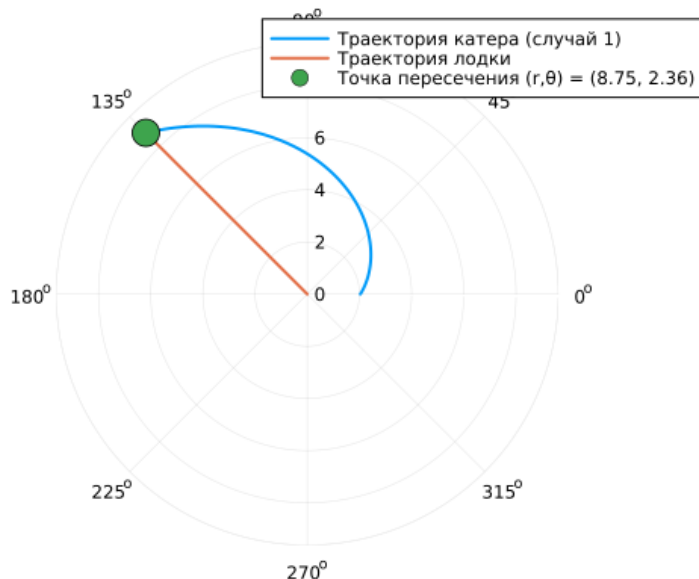
```
    label="Траектория катера (случай 2)")
```

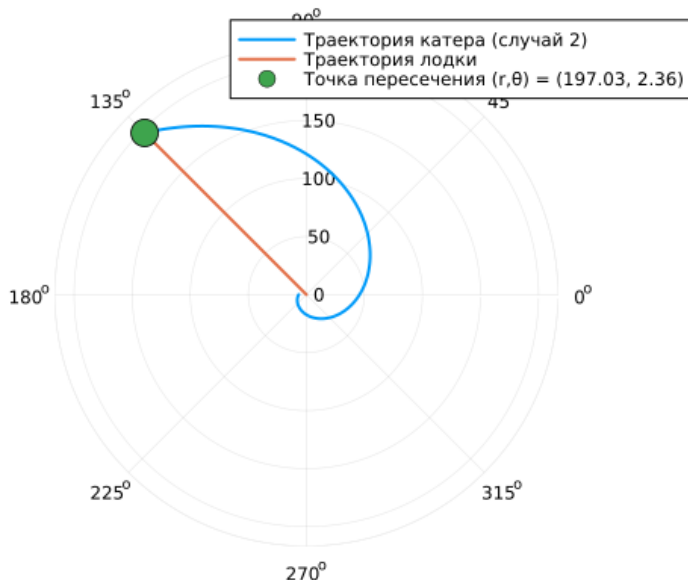
```
plot!(θ_boat2, r_boat2, proj=:polar, lw=2,
```

```
    label="Траектория лодки")
```

```
scatter!([fi], [r_int2], marker=(:circle, 10),
```

```
    label=intersection_label2)
```





В процессе выполнения данной лабораторной работы я построила математическую модель для выбора правильной стратегии при решении примера задаче о погоне.

1. Кривая погони [Электронный ресурс]. URL: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Кривая\\_погони](https://ru.wikipedia.org/wiki/Кривая_погони).
2. Документация по Julia [Электронный ресурс]. URL: <https://docs.julialang.org/en/v1/>