Прізвище: Куцак.
Ім'я: Владислав.
Група: КН-407.

Кафедра: САПР
Дисципліна: Теорія прийняття рішень.
Перевірив: Кривий Р.З.
GitLab: https://github.com/Sova171/Lab/blob/master/Lab5/Lab5/Program.cs

ЗВІТ

до лабораторної роботи №5
на тему: "Теорія ігор. Матричні ігри "

Мета роботи: Визначити основні поняття теорії ігор, властивості змішаних стратегій. Вивчити метод вирішення матричних ігор у змішаних стратегіях за допомогою введення до подвійних завдань лінійного програмування.

У грі беруть участь два гравці: А і В. У розпорядженні кожного гравця є кінцеве безліч варіантів вибору - стратегій. Нехай - безліч стратегій гравця А, - безліч стратегій гравця В. З кожною парою стратегій пов'язаний платіж, який один з гравців виплачує іншому. Тобто, коли гравець А вибирає стратегію (свою і-ю стратегію), а гравець В - стратегію, то результатом такого вибору стає платіж. Оскільки стратегій кінцеве число, то платежі утворюють матрицю розмірності n x m, звану матрицею платежів (або матрицею гри). Рядки цієї матриці відповідають стратегіям гравця А, а стовпці - стратегіям гравця В.

Лабораторне завдання:
1) Вихідні дані беруть із варіантів індивідуальних завдань.
2) При вирішенні матричної гри потрібно вийти на наступні етапи:
   1. Знайти сідлову точку і перевірити, чи має гра вирішення в чистих
   стратегій.
   2. У випадку відсутності чистої стратегії, знайти рішення в оптимальних змішаних стратегіях
   3. Спростити платіжну матрицю (перевірити матрицю на домінуючі рядки і стовбці).
   4. Визначити оптимальні плани за допомогою одного з методів лінійного програмування.
   5. Знайдіть рішення гри.

Індивідуальне завдання:

Табл. 1. Варіант індивідуального завдання.

14.	12	7	13	11	9
	12	15	10	7	12
	14	11	15	12	9
	7	12	15	12	7
	10	13	15	11	7

Результати виконання:

Перевіряємо чи платіжна матриця має сідлову точку:

Гравці	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	$a = \min(A_i)$
A_1	12	7	13	11	9	7
A_2	12	15	10	7	12	7
A_3	14	11	15	12	9	9
A_4	7	12	15	12	7	7
A_5	10	13	15	11	7	7
$b = \max(B_j)$	14	15	15	12	12	

Знаходимо гарантований виграш для гравця А, який визначається нижньою ціною гри $a = \max(a_i) = 9$.

Верхня ціна гри $b = \min(b_j) = 12$.

Для нашої платіжної матриці отримуємо наступний результат:

A = 9 – нижня ціна гри, b = 12 – верхня ціна гри;

Отже робимо висновок, що в нас не має, як сідлової точки, так і вирішення самої ігри в чистих стратегіях, тому її можна вирішити, якщо дозволити гравцям вибирати свої стратегії випадковим чином (змішувати чисті стратегії).

Ціна гри знаходиться в межах: $9 \le v \le 12$.

Спрощуємо задачу, викреслюючи доміновані стратегії:

1) Стратегія A_3 домінує над стратегією A_1 (всі елементи рядка 3 більші або дорівнюють значенням 1-го рядка), отже виключаємо 1-ий рядок матриці.

Гравці	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
A_1	12	7	13	11	9
A_2	12	15	10	7	12
A_3	14	11	15	12	9
A_4	7	12	15	12	7
A_5	10	13	15	11	7

2) Стратегія B_5 домінує над стратегією B_1 та B_2, стратегія B_4 домінує над стратегією B_3 (всі елементи стовпців 1 та 2 більші або дорівнюють значенням 5-го стовпця, всі елементи стовпця 3 більші або дорівнюють значенням 4-го стовпця), отже виключаємо 1-ий, 2-ий та 3-ий стовпці матриці.

Гравці	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
A_2	12	15	10	7	12
A_3	14	11	15	12	9
A_4	7	12	15	12	7
A_5	10	13	15	11	7

3) Стратегія A_3 домінує над стратегією A_4 та стратегією A_5 (всі елементи рядка 3 більші або дорівнюють значенням 4-го та 5 рядка), отже виключаємо 4-ий та 5-ий рядки матриці.

Гравці	B_4	B_5
A_2	7	12
A_3	12	9
A_4	12	7
A_5	11	7

Кінцевий результат:

Гравці	B_4	B_5
A_2	7	12
A_3	12	9

Отже ми звели нашу гру 5 x 5 до гри 2 x 2.

Знаходимо розв'язок нашої гри:

Для гравця А:

y = 7p1 +12p2

y = 12p1 +9p2

Де:

p1+p2 = 1

12p2 – 9p2 = 12p1 – 7p1

3p2 = 5p1

p2 = 5/3p1 ⇒ p1 = 3/8;   p2 = 5/8

Для гравця В:

y = 7q1 +12q2

y = 12q1 +9q2

Де:

q1+q2 = 1

12q2 – 9q2 = 12q1 – 7q2

3q2 = 5q1

q2 = 5/3q1 ⇒ q1 = 3/8;   q2 = 5/8

Підставляємо отримані значення

Ціна гри = 7(3/8) + 12(5/8) = 10(1/8)

Відповідь:

1) **Ціна гри = 10(1/8) ≈ 10,125;**

2) **Вектори стратегії гравців: (0, 3/8, 5/8, 0, 0), (0, 0, 0, 3/8, 5/8)**

Код програми:

```
private static int[,] Dominant_str(int[,] array)
        {
            int don = 0;
            int checkin = 0;
            while (don < array.GetLength(0))
        {
            int[] buble = Assignment_str(array, don);//Функція для копіювання рядка
            for (int i = 0; i < array.GetLength(0); i++)
            {
                bool chek = true;
                int[] mas = Assignment_str(array, i);
                if (don == i)
                {
                    continue;
                }
                for (int j = 0; j < array.GetLength(1); j++)
                {
                    if (buble[j] > mas[j])
                    {
                        chek = false;
                        break;
                    }
                }
                if (chek)
                {
                    array = Delete_str(array, don);//Функція для видалення рядка
                        checkin++;
                        break;
                }
            }
                if (checkin > 0)
                {
                    checkin = 0;
                    continue;
                }
                else
                {
                    don++;
                }
        }

            return array;
        }
```

Результат виконання програми:

```
12      7       13      11      9
12      15      10      7       12
14      11      15      12      9
7       12      15      12      7
10      13      15      11      7

Ціна гри
9 < у < 12
1) Вилучення рядків
2) Вилучення стовпців
3) Результати для таблиці 2х2
1

12      15      10      7       12
14      11      15      12      9
7       12      15      12      7
10      13      15      11      7

1) Вилучення рядків
2) Вилучення стовпців
3) Результати для таблиці 2х2
2

7       12
12      9
12      7
11      7

1) Вилучення рядків
2) Вилучення стовпців
3) Результати для таблиці 2х2
1

7       12
12      9

1) Вилучення рядків
2) Вилучення стовпців
3) Результати для таблиці 2х2
3
Ймовірність 1 стратегії: 3/8
Ймовірність 2 стратегії: 5/8
Result of matrix game: 10,125
```

Висновок: під час виконання даної лабораторної роботи, визначив основні поняття теорії ігор та властивості змішаних стратегій. Вивчив метод вирішення матричних ігор у змішаних стратегіях за допомогою введення до подвійних завдань лінійного програмування.