Teoria Axiomática dos Conjuntos

Beatriz de Faria, 11201810015

Fevereiro, 2021

Lista de Axiomas:

(A) Existencionalidade: $\forall x \forall y(x = y \Leftrightarrow \forall z(z \in x \Leftrightarrow z \in y))$

(B) Vazio: $\exists x \forall y(\neg(y \in x))$

(C) Especificação: $\forall x \exists y \forall z(z \in y \Leftrightarrow (z \in x \wedge \varphi(z)))$

(D) Par: $\forall x \forall y \exists z \forall w(w \in z \Leftrightarrow (w = x \vee w = y))$

(E) União: $\forall x \exists y \forall z(z \in y \Leftrightarrow \exists w(w \in x \wedge z \in w))$

(F) Partes: $\forall x \exists y \forall z(z \in y \Leftrightarrow \forall w(w \in z \Rightarrow w \in x))$

1 Exercício 2.1.

Suponha, por absurdo, que existem 2 conjuntos (x,x') $x \neq x'$ que satisfazem a propriedade:

$$\forall y(y \notin Z) \tag{1}$$

Sendo Z, x ou x'.
Como $x \neq x'$, pelo axioma (A) temos que:

$$\exists a \in x(a \notin x')$$

(Ou vice-versa, mas, podemos supor a proposição acima sem perda de generalidade.)
Porém, como a equação (1) é válida $\forall y$, ela é válida, em particular para a.

$$\therefore a \in x \wedge a \notin x$$

Portanto, não existe tal a.

$q.e.d$

2 Exercício 2.26

3 Exercício 2.27

3.1 i

3.2 iii

3.3 vi

4 Exercício 2.30

5 Exercício 2.36

6 Exercício 2.40

7 Exercício 2.52