线性代数：基于 LaTeX 的个人知识总结

Linear Algebra: Based on LaTeX

作者：彭正萧 & PENG Zhengxiao

组织：西北农林科技大学

时间：始于 2023 年 11 月 20 日

版本：中国农业出版社

模板：ElegantNote

人不能像走兽那样活着，应该追求知识和美德。——但丁

目录

第 1 章 矩阵 **1**

1.1 矩阵的概念 1

1.1.1 矩阵的概念 1

1.1.2 几种特殊的矩阵 1

1.2 矩阵的运算 1

1.3 分块矩阵 1

第 2 章 n 阶矩阵的行列式 **2**

2.1 n 阶行列式的概念 2

2.2 行列式的性质 2

2.3 n 阶行列式的计算 2

第 3 章 n 阶矩阵的逆与矩阵的秩 **3**

3.1 n 阶矩阵的逆 3

3.2 矩阵的初等变换 3

3.3 初等矩阵与求 n 阶矩阵的逆 3

3.4 矩阵的秩 3

第 4 章 线性方程组与向量组的秩 **4**

4.1 线性方程组的消元法与解的存在性 4

4.1.1 线性方程组解的存在性 4

4.2 向量组与矩阵 4

4.3 向量组的线性相关性 4

4.4 向量组的秩 4

4.5 线性方程解的结构 4

第 5 章 n 阶矩阵的对角化与二次型 **5**

5.1 向量的内积与正交矩阵 5

5.2 矩阵的特征值和特征向量 5

5.3 矩阵的对角化 5

5.4 实对称矩阵的对角化 5

5.5 二次型及其标准型 5

5.6 二次型的正定性 5

第 6 章 线性空间 **6**

6.1 线性空间的概念 6

6.2 满秩坐标变换 6

6.3 线性变换 6

第 7 章 你是谁 **7**

附录 A 基本数学工具 **8**

附录 B 你是谁 **9**

B.1 求和算子与描述统计量 9

第 1 章 矩阵

1.1 矩阵的概念

1.1.1 矩阵的概念

定义 1.1

由 $m \times n$ 个数 $a_{ij}(i=1,2,\cdots,m;j=1,2,\cdots,n)$ 排成 m 行 n 列的矩形数表

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

此数表称做 m 行 n 列**矩阵**，简称 $m \times n$ **矩阵**，其中 a_{ij} 称为矩阵的第 i 行第 j 列的**元素**，记为

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

有时也记为 $\mathbf{A} = [a_{ij}]_{m\times n}$ 或 $\mathbf{A} = [a_{ij}]$ 或 $A_{m\times n}$.

♣

注

- 矩阵一般都用黑体大写字母 $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \cdots$ 来表示.
- 矩阵既可以用方括号表示，又可以用圆括号表示，即
$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$
- 如果矩阵 $\mathbf{A}$ 的元素 a_{ij} 全为实数，就称 $\mathbf{A}$ 实矩阵.
- 如果矩阵 $\mathbf{A}$ 有一个元素 a_{ij} 为复数，就称 $\mathbf{A}$ 为复矩阵.

1.1.2 几种特殊的矩阵

1. 对角矩阵
2. 上（下）三角矩阵
3. 对称矩阵与反对称矩阵

1.2 矩阵的运算

矩阵的运算

1.3 分块矩阵

你是谁啊，我不知道啊

第 2 章 n 阶矩阵的行列式

2.1 n 阶行列式的概念

2.2 行列式的性质

2.3 n 阶行列式的计算

第 3 章 n 阶矩阵的逆与矩阵的秩

3.1 n 阶矩阵的逆

3.2 矩阵的初等变换

3.3 初等矩阵与求 n 阶矩阵的逆

3.4 矩阵的秩

第 4 章 线性方程组与向量组的秩

4.1 线性方程组的消元法与解的存在性

4.1.1 线性方程组解的存在性

1. 非齐次线性方程组有解的充分必要条件

定理 4.1

线性方程组 $\mathbf{A}x = b$ 有解的充分必要条件是 $R(\mathbf{A}) = R(\bar{A})$.

当 $R(A) = R(\bar{A}) = n$（n 为方程组中未知数的个数）时，线性方程组有唯一解.

当 $R(A) = R(\bar{A}) < n$（n 为方程组中未知数的个数）时，线性方程组有无穷多个解.

♡

4.2 向量组与矩阵

4.3 向量组的线性相关性

4.4 向量组的秩

4.5 线性方程解的结构

第 5 章 n 阶矩阵的对角化与二次型

5.1 向量的内积与正交矩阵

5.2 矩阵的特征值和特征向量

5.3 矩阵的对角化

5.4 实对称矩阵的对角化

5.5 二次型及其标准型

5.6 二次型的正定性

第 6 章 线性空间

6.1 线性空间的概念

6.2 满秩坐标变换

6.3 线性变换

第 7 章 你是谁