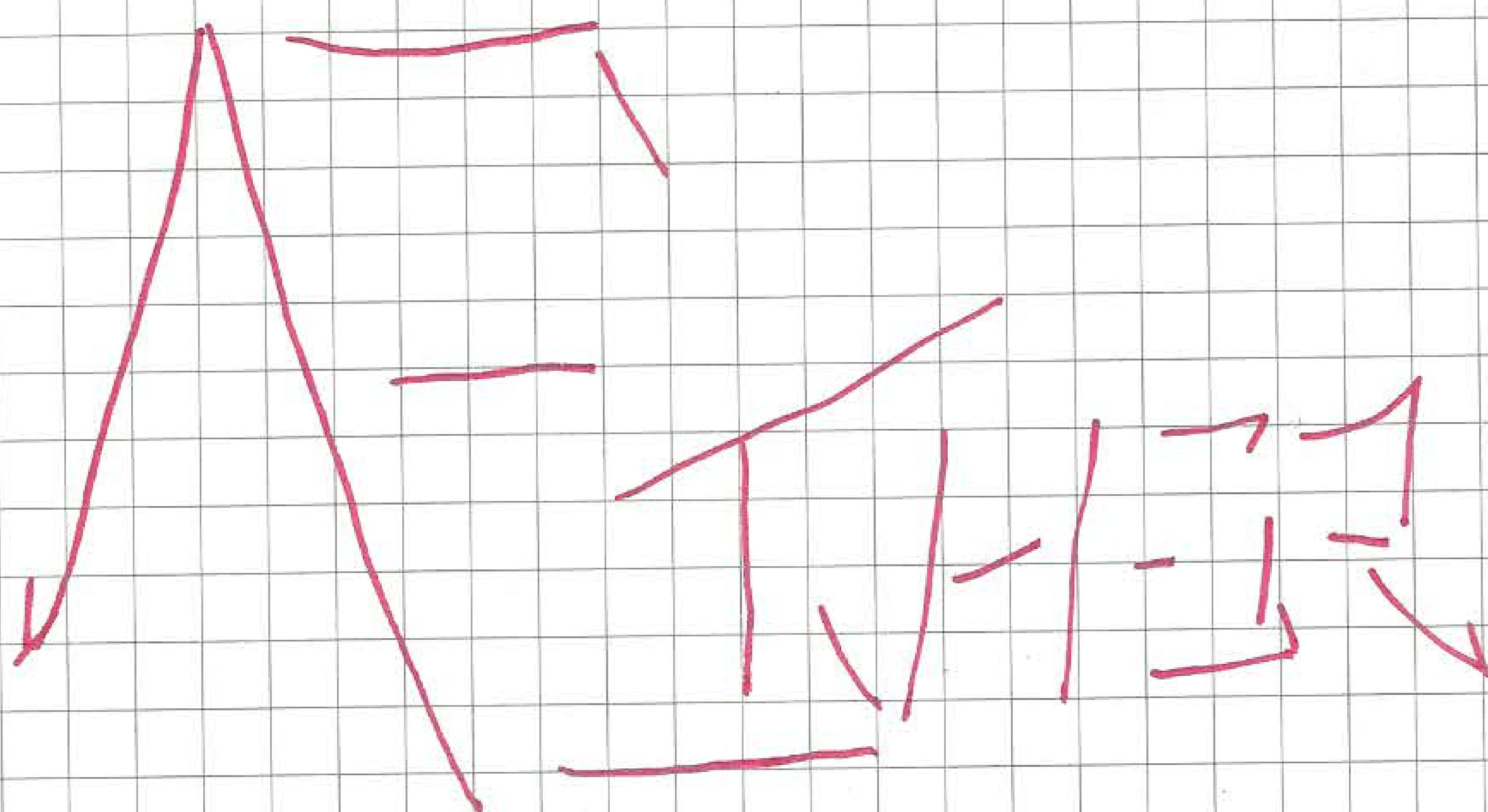


aantekeningen vanaf 13-02-15
door
Omar Iskandarani

Voorwoord

Voorgaand aan dit boek zijn 3 soortgelijke aantekening boeken geweest. Ieder hebben ze een belangrijke face uit mijn theorie voorgesteld. In het eerste deel is veelal gewerkt aan het analyseren van speciale practische Alchemisten onderzoeken van de afgelopen eeuw.

De zoektocht naar een verklaring voor de bijna Mythe achtige verhalen over Nikola Tesla en zijn draadloze energy heeft een vlam in my opgewekt op de dag van de Reelheid in de zomer van 2012.

Deze middag heb ik voor het eerst gezien dat de wetten geleerd over de behoud van energie in de scholen vandaag de dag, verbroken kan worden en er vrije stroom getapt kon worden.

Toen ik de alchemist vroeg wat de Natuurkunde er achter was, werd ik verward door zijn antwoord. Hij wist het niet zeker maar ging uit van de 5e dimentie "Met argumenten over Parallele Universa en door het gebruiken van Conclusies uit Quantum Mechanica, kan zelfs deze Alchemist ergens gelijk hebben."

Mijn intuitie liet gelijk een bel rinkelen. Ik ging op onderzoek uit en ontdekte de geweldige Mysteries van vandaag de dag. Na boek 1 ontstond het besef dat ook ik Electro Magnetisme moest ondervinden. Gevolgd door Generale Relativiteit. Uiteindelijk in boek 3 begon de vloeistof dynamica en voornamelijk vorticiteit.

Dit aantekeningen boek zal een nieuw model maken voor het beschrijven van de Æther in de meest fundamentele wijze mogelijk.

field pointer

$$\vec{A} = A_x + A_y + A_z$$

gradient

$$\nabla V = e_x \frac{\partial V}{\partial x} + e_y \frac{\partial V}{\partial y} + e_z \frac{\partial V}{\partial z}$$

grad V

divergence

$$\nabla \cdot A = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

div A

Curl / Rotation

$$\nabla \times A = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right) + \left[\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right] + \left[\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right]$$

Rot A

Laplace

$$\Delta A = \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2}$$

$$\nabla \cdot \nabla A = 0$$

$$\text{div Rot } A = 0$$

$$A \times B = -B \times A$$

$$\nabla \cdot (A \times B) = B \nabla A - A \nabla B$$

$$\text{div}(A \times B) = B \,\text{rot} A - A \,\text{rot} B$$

$$\nabla \times (A \times B) = (B \nabla) A - (A \nabla) b + A \nabla \cdot B - B \nabla \cdot A$$

$$\text{Rot}(A \times B) = (B \text{ grad}) A - (A \text{ grad}) B + A \,\text{div} B - B \,\text{div} A$$

$$A \times (B \times C) = B \cdot (A \cdot C) - C \cdot (A \cdot B)$$

Sum Sigma $\sum_{n=0}^{4} 3n \Rightarrow$

```
Sum=0
for (n=0  n<=4  n++)
    Sum += 3n
```

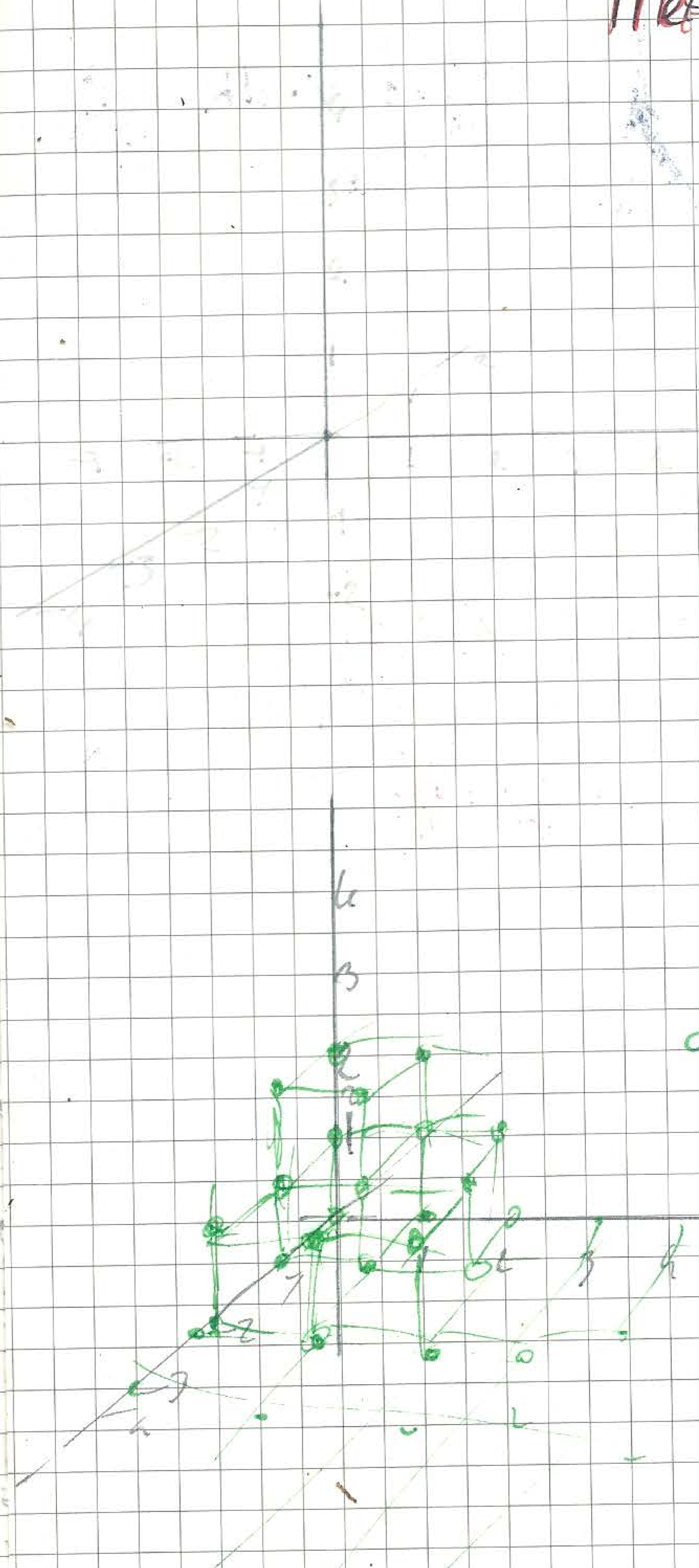
Product Pi $\prod_{n=1}^{4} 2n \Rightarrow$

```
Prod = 1
for (n=1  n<=4  n++)
    Prod *= 2n
```

de Achtergrond ruimte is Ætherloos

Cartesiaans Coördinaten Systeem (3D: X, Y, Z)

Met 1 absolute tijd
deze is constant en overal gelijk
in 1 richting

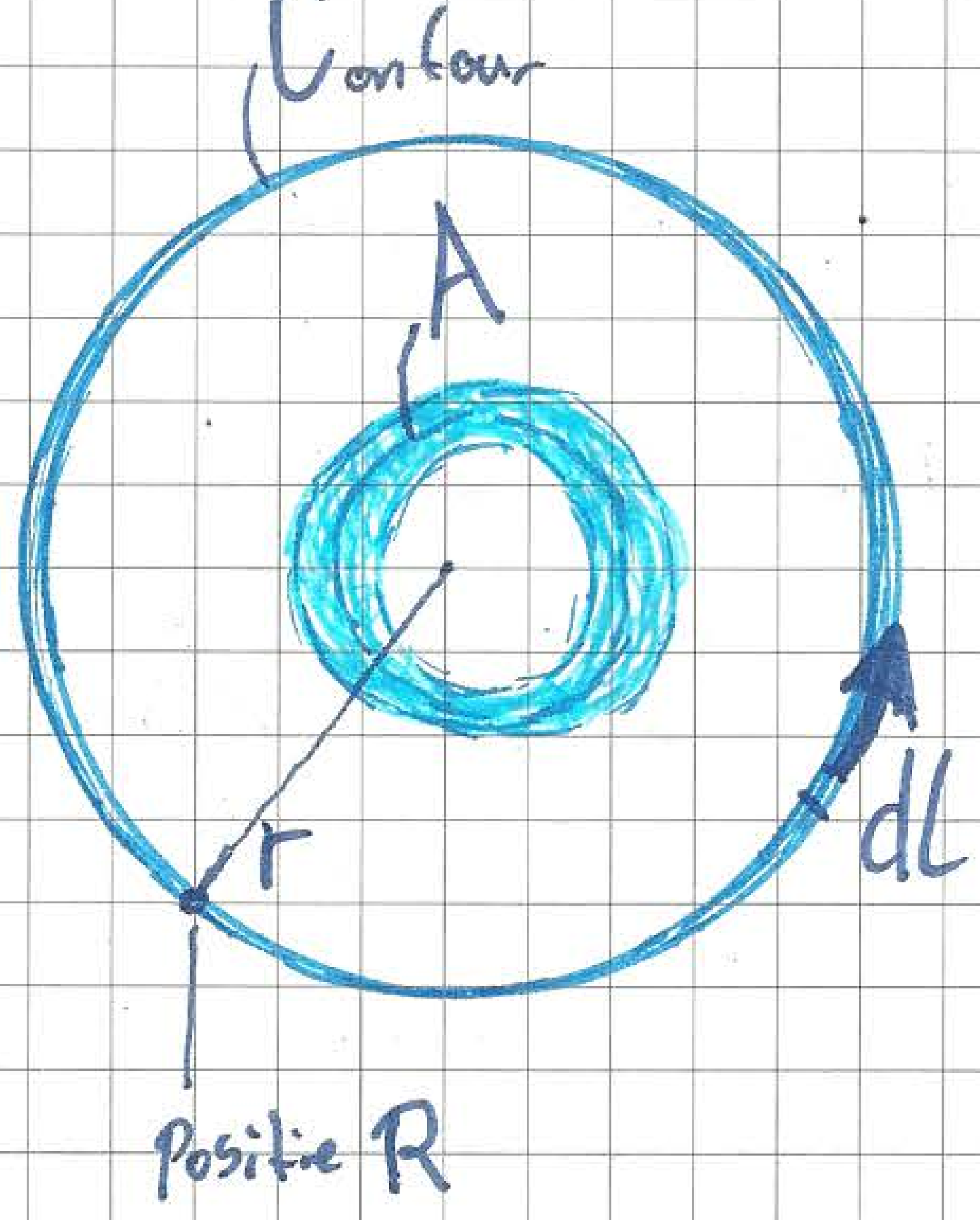


Æther loos in de vorm
zoals we deze kennen in
de werken van Maxwell Helmholtz Einstein

Waar men spreekt over oneindig groot
licht dragende Aether, Supergeleidend
dielectriciteit electriciteit,
Waar alles wat we kennen en
kunnen zich in bevind en afspeelt
registreert in de tijd gezien per
referentie kader.
Observeerbare Universen

deze ruimte is Holonoom
Voor zover ik mij kan voorstellen
oneindig in 3 Dimensies
~~dat~~ deze ruimte is gevult
met de gas Aether

Fig 1



de circulatie langs een contour is verwant aan rotatie (wervelsterkte)

$$\Gamma_{(t)} = \oint_{L(t)} v \cdot dR \quad \left(\frac{m^2}{s}\right)$$

Euler-beschrijvingswijze

Vast assenstelsel bijv Cartesisch (x, y, z)

stroomsnelheid: v met component u, v, w in m/s

druk: p in Pascal $= Pa = \frac{Kg}{m/s^2} = \frac{N}{m^2}$

dichtheid: ρ in Kg/m^3

absolute temperatuur: T in $°K$

Vorticiteit, Circulatie en Potentiele Vorticitet

Defenities

Vorticiteit: Locale Spin $\vec{\omega} = \nabla \times \vec{V}$

Divergentie: $\operatorname{div} F = \nabla \cdot F = \frac{\partial F_1}{\partial x} + \frac{\partial F_2}{\partial y} + \frac{\partial F_3}{\partial z}$

Circulatie: intergraal langs tangentiele component

$$\Gamma_{(t)} = \oint_{L(t)} \vec{V} \cdot d\vec{L}$$

De circulatie rond de gesloten kring In Fig 1 word gegeven

$$\Gamma = \oint_{C} \vec{V} \cdot d\vec{L} = \iint (\nabla \times \vec{V}) \cdot d\vec{s} = \iint \vec{\omega} \cdot d\vec{s} = \iint_{A} a\,ds = aA$$

circulatie is gedefenieert als positief voor een interagatie rond een kring in de richting tegen de klok

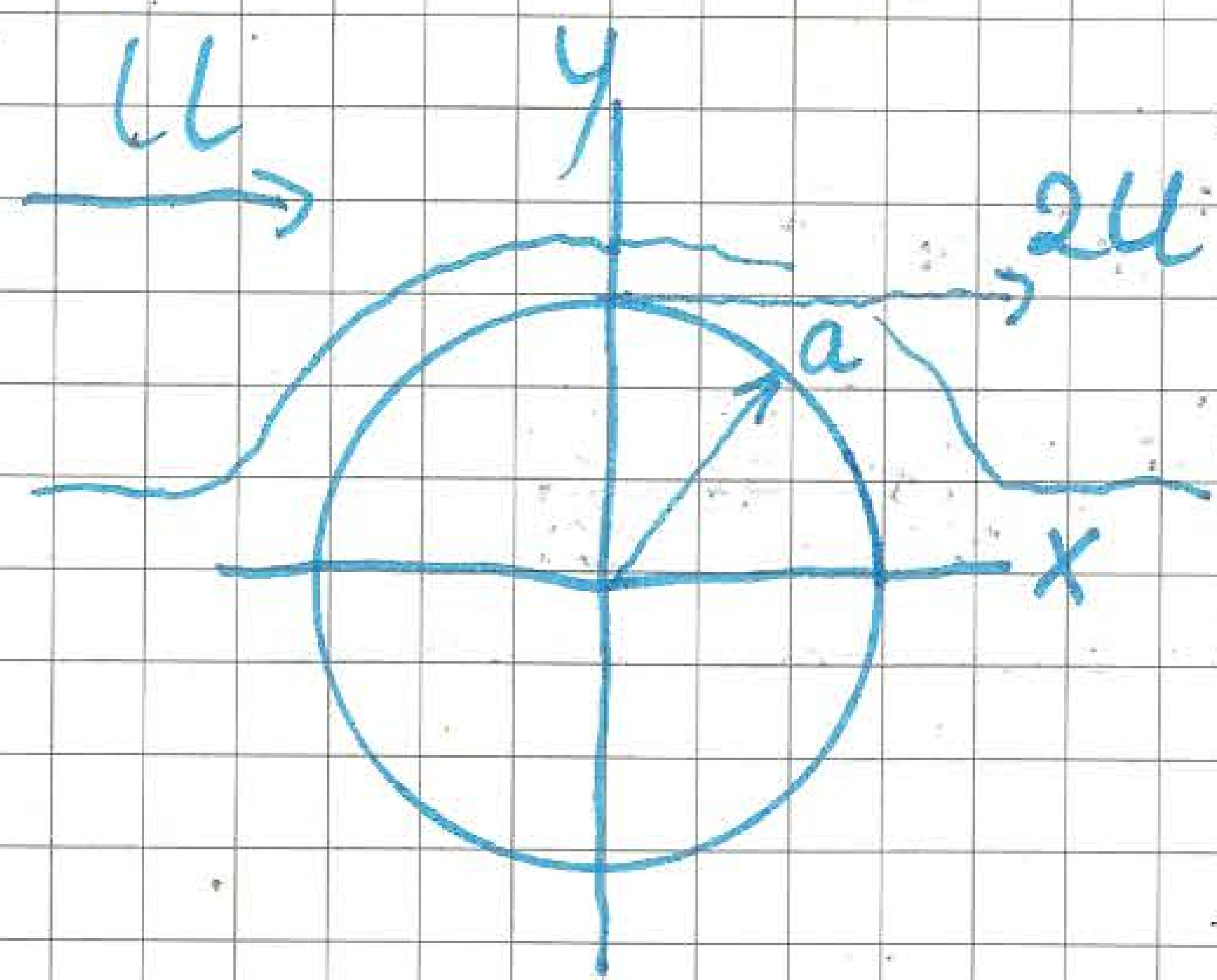
circulatie stelling van Kelvin (1867)

$$\frac{D\Gamma}{Dt} = 0$$

De circulatie langs een gesloten kromme die met de stroming mee beweegt is constant. Behoud inpuls moment.

Enstrophy: $\mathcal{E} = \iint_S \omega^2 \, ds$

Relative Vorticiteit voor Horizontale Stroming
Schaalt volgens U/L voor Planetair schaalt als f



daarom mogen we de term
Rossby Nummer als de
Verhouding van relatief tot Planetair

In Noordlijk Halfrond

Systeem	$r=0$	$\zeta=0$	
Hoge druk	<	<	met Klok
Lage druk	>	>	tegen Klok

Zuidlijk Halfrond

Hoge druk	>	>	tegen Klok
Lage druk	<	<	met Klok

Vorticiteit en Circulatie in een Roterend referentie Kader

Absolute Vorticiteit ($\vec{\omega}_A$) =
Vorticiteit in een Inertiaalstelsel

Relatieve Vorticiteit ($\vec{\zeta}$) =
Vorticiteit in een Roterend referentie Kader

Planetaire Vorticiteit ($\vec{\omega}_p$) =
Vorticiteit geassocieerd met de Aarde

$$\vec{\omega}_A = \vec{\zeta} + \vec{\omega}_p$$

$$\vec{\omega}_A = \nabla \times \vec{V}_I$$
$$\vec{\zeta} = \nabla \times \vec{V}_R$$
$$\vec{\omega}_p = 2\vec{\Omega}$$

$f = 2\Omega \sin\phi$
bij Horizontale beweging

$$\vec{\omega}_A = \vec{\zeta} + f$$

Waarbij de relatieve Vorticiteit als volgt is

Cartesisch

$$\vec{\zeta} = \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right)\hat{k}$$

of

bolcoordinaten

$$\vec{\zeta} = \left(\frac{1}{a}\frac{\partial v}{\partial \lambda} - \frac{1}{a\cos\phi}\frac{\partial (u\cos\phi)}{\partial \phi}\right)\hat{r}$$

Absolute Vorticiteit / Circulatie

$$\Gamma_A = \Gamma_R + 2\Omega A_n$$

A_N = Opp van Kring Loodrecht

Vortex strek en tilt geeft

$$\frac{D\vec{\omega}_a}{Dt} = (\vec{\omega}\cdot\nabla)\vec{v} - \vec{\omega}(\nabla\cdot\vec{v})$$

$$= \omega \frac{\partial}{\partial z}\left(u\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k}\right) - \omega\hat{k}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)$$

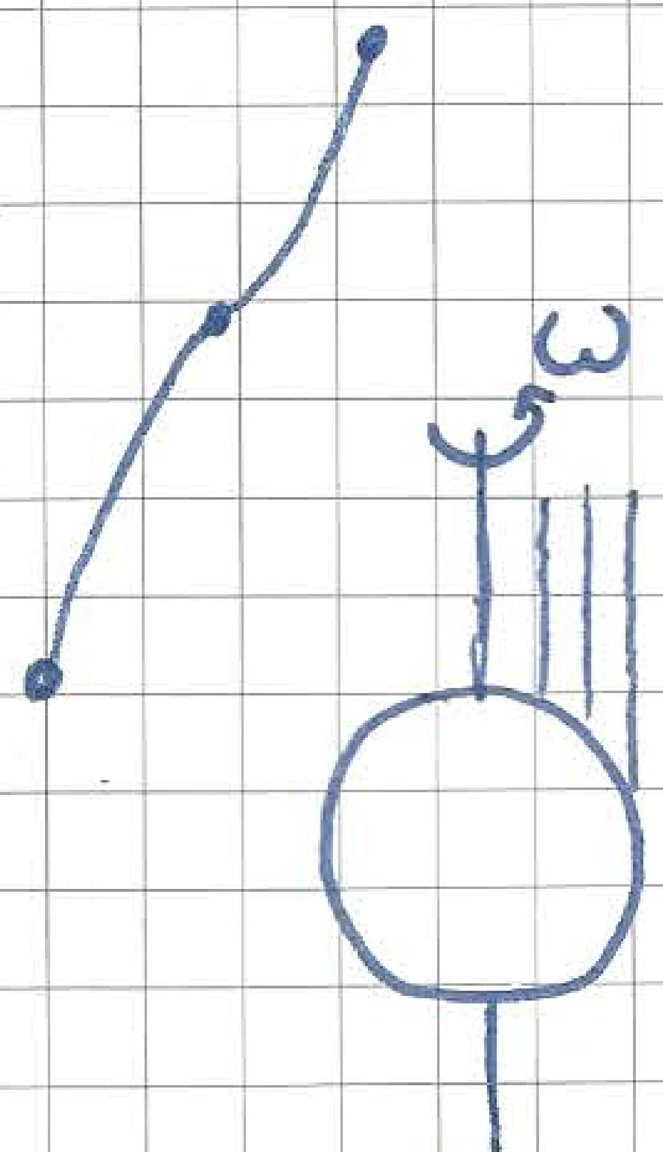
$$= \hat{i}\omega\frac{\partial u}{\partial z} + \hat{j}\omega\frac{\partial v}{\partial z} - \hat{k}\omega\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)$$

$$\frac{D\omega}{Dt}\hat{k} = -\omega\hat{k}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)$$

Vortex Strekken omdat bij incompresibele vloeistof als Verhoging Vorticiteit incombinatie met ~~der~~ Vermindering opper-vlakte van Contour C kan allen door strekken!

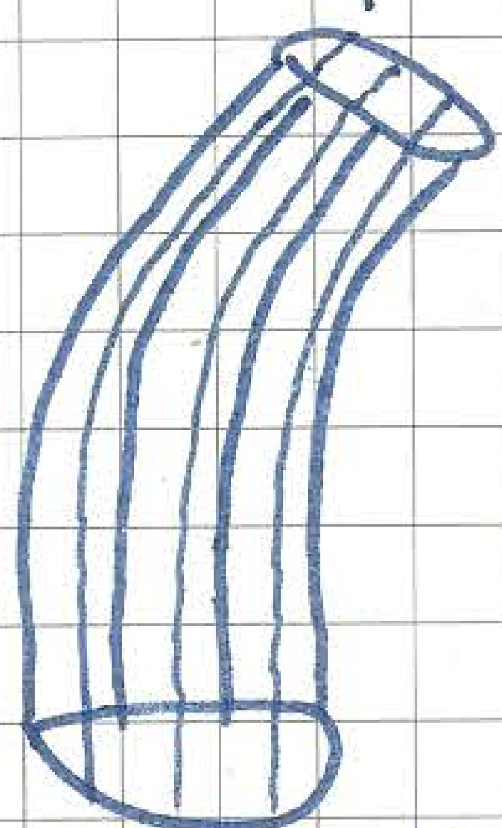
$$\Omega \text{ vorticity tensor } \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2}\left(\frac{du}{dy} - \frac{dv}{dx}\right) & \frac{1}{2}\left(\frac{du}{dz} - \frac{dw}{dx}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{dv}{dx} - \frac{du}{dy}\right) & 0 & \frac{1}{2}\left(\frac{dv}{dz} - \frac{dw}{dy}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{dw}{dx} - \frac{du}{dz}\right) & \frac{1}{2}\left(\frac{dw}{dy} - \frac{dv}{dz}\right) & 0 \end{pmatrix}$$

Vortex strekken en tilten

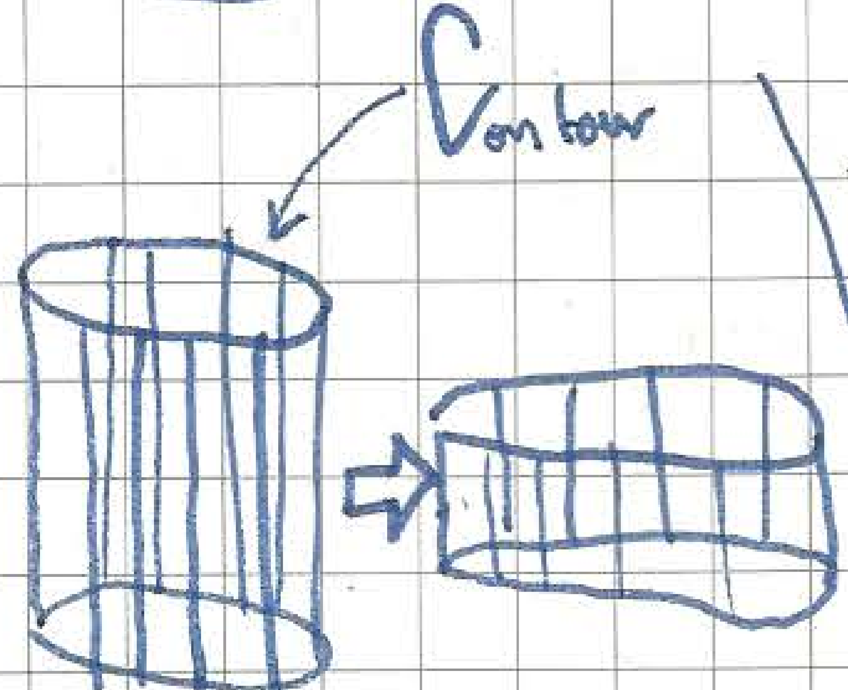


Vortex draad is een lijn van deeltjes met parralele vorticiteits vector

Vortex draad geaccosieerd met aarde loopt parralel aan de as van rotatie

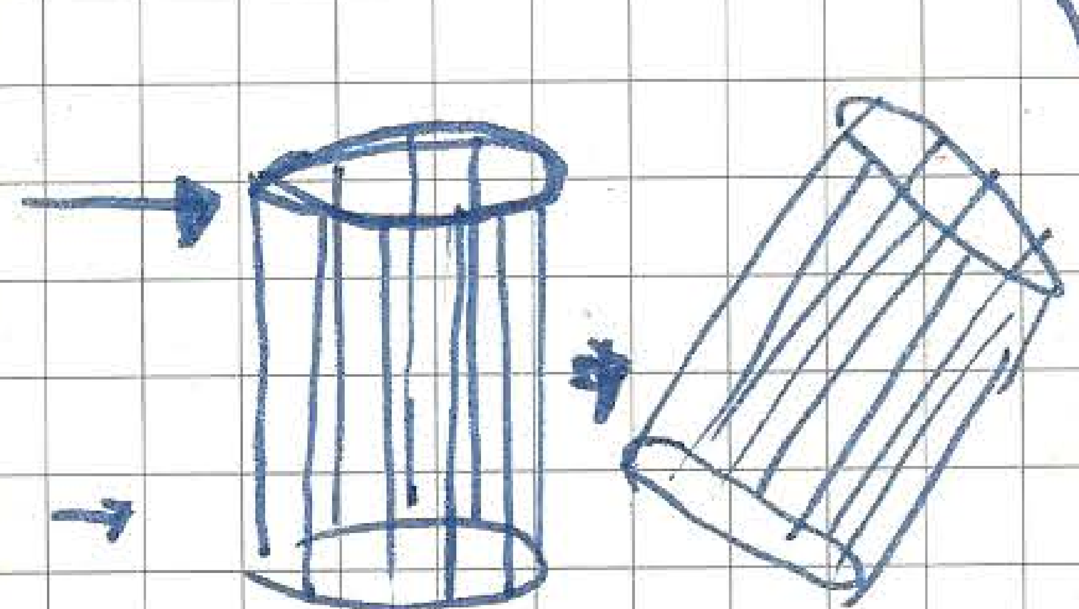


Vortex buis van draad is gevormd door de oppervlakte gevuld met vortex draad die door een gesloten kromme lopen



Vortex strekken $\vec{\omega}(\nabla\cdot\vec{v})$

de gebonden contour op een plek in de buis zal van groote en orientatie verschillen.
In absentie van wrijving en druk verschil rond de curve is de curve constant



Vortex tilt $(\vec{\omega}\cdot\nabla)\vec{V}$

Vortex strek en tilt komt doordat de C constant is maar de vorticiteit niet en vorticiteit is weer verwant aan de circulatie $\Gamma = \iint \omega \cdot d\vec{s}$

de vorticiteit is divergentie vrij
$$\vec{\omega} = \nabla \times \vec{v}$$

dus de intergraal over het volume van de divergentie van vorticiteit is nul

$$\iiint_V dV \nabla\cdot\vec{\omega} = \iint_A (\vec{\omega}\cdot\hat{n})\,dA = 0$$

in andere woorden:
Vortex kracht/circulatie is constant over de gehele lengte van de buis

Prop I

° in 2 vloeistof systeem geometrisch gelijk
zijn snelheid en dichtheid proportioneel

L Liniair dimensies
M snelheden
n dichtheid
P druk door beweging

$L^3 n$ = massa in portres van
$L^3 M n$ = Momentum

L^2 = opp $\quad$ $L^2 P$ = Kracht $\quad$ $\frac{L}{M}$ = tijd

$$\frac{L^3 P}{M} = L^3 M n$$

$$P = M^2 n$$

° in Vortex met constante Snelhe
als in centrum druk is
P_0 dan op de grens

$$P_1 = P_0 + \frac{1}{2} P V^2$$

$$P_0 + \frac{1}{4} P V^2 = P_2$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{4} P V^2$$

$$P_1 - P_2 = C_P V^2$$

$$\frac{\mu}{4\pi} = C_P$$

$$P_1 - P_2 = \underbrace{\frac{1}{4}\pi \mu}_{\text{Verhouding}} \underbrace{V^2}_{\text{omwenteling snelheid}}$$

Maxwel 491

Elektromotie Kracht

op een dielektrische materie produceert een Polarisatie als yzeer by een Magnaat.

Een dielekt onder inductie verplaatst de elektriciteit dat een kant positief en een kant Negatief Maar de elektriciteit blijft consistent per molecuul.

Het effect is een algemene verplaatsing in een zekere richting

De variatie in verplaatsing is direct in verband met de Lading. De verplaatsing is afhankelijk van het Lichaam en de elektromotieve Kracht

$$E_{m} = -4\pi \mu^2 x$$

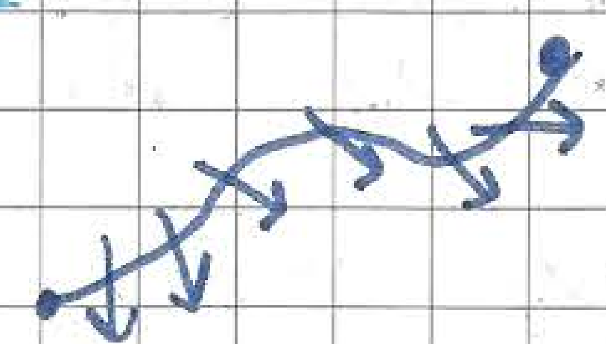
$$J_{Lading} = \frac{dx}{dt}$$

Wanneer de E_m van de dielekt af gehaald word lijkt het elastisch te reageren, wat duid op een druk en de herstel van een druk afgeleide derivative

$f = \frac{dg}{dx}$ $\Delta g = \int f\,dx$

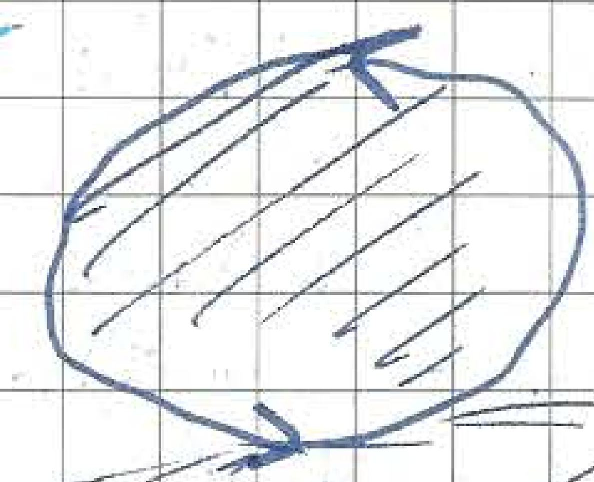
gradiënt grad

$f = \nabla g$ $\Delta g = \int f\,ds$



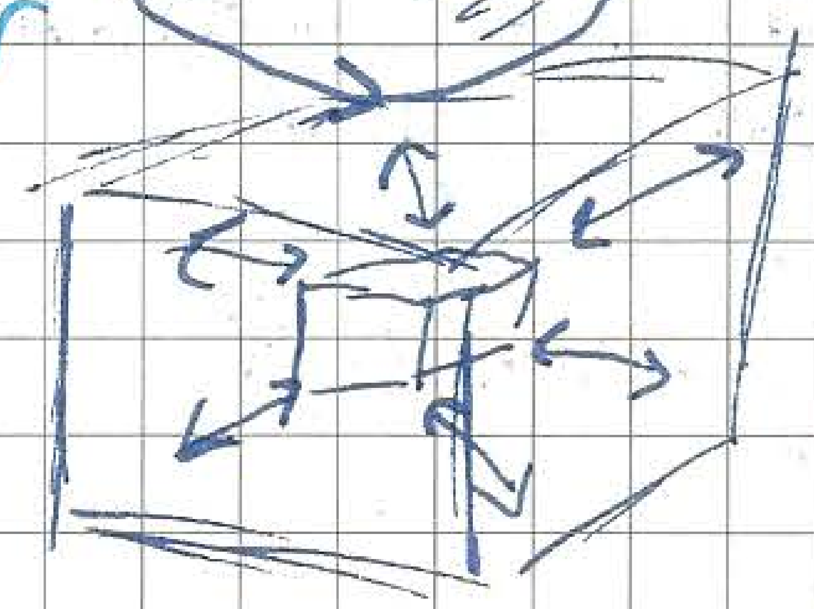
Rotatie curl

$f = \nabla \times g$ $\Gamma_g = \int f \cdot dA$



Divergentie div

$f = \nabla \cdot g$ $\Phi_g = \int f\,dV$



ρ = Lading dichtheid Volume $Q = \rho V$ $\frac{\text{coulomb}}{\text{meter}^3}$

J = Elektrice Stroomdichtheid $\vec{J} = \rho \vec{V}$ $\frac{A}{m^2}$

σ = Elektrish geleidings vermogen $\vec{J} = \sigma E$ $\frac{1}{\Omega m}$

E = Elektrische Veldsterkte $\frac{V}{m}$

I = Elektrishe Stroom $I = \iint \vec{J} \cdot d\vec{A}$ $I = \frac{Q}{t}$ A

$\vec{e}_I$ = Eenheids vector stroom

Φ_b = Magnetische flux dichtheid $T = \frac{N}{AM}$

H = Magnetische Veldsterkte $I = \int_c H \cdot dL$ $\frac{A}{M}$

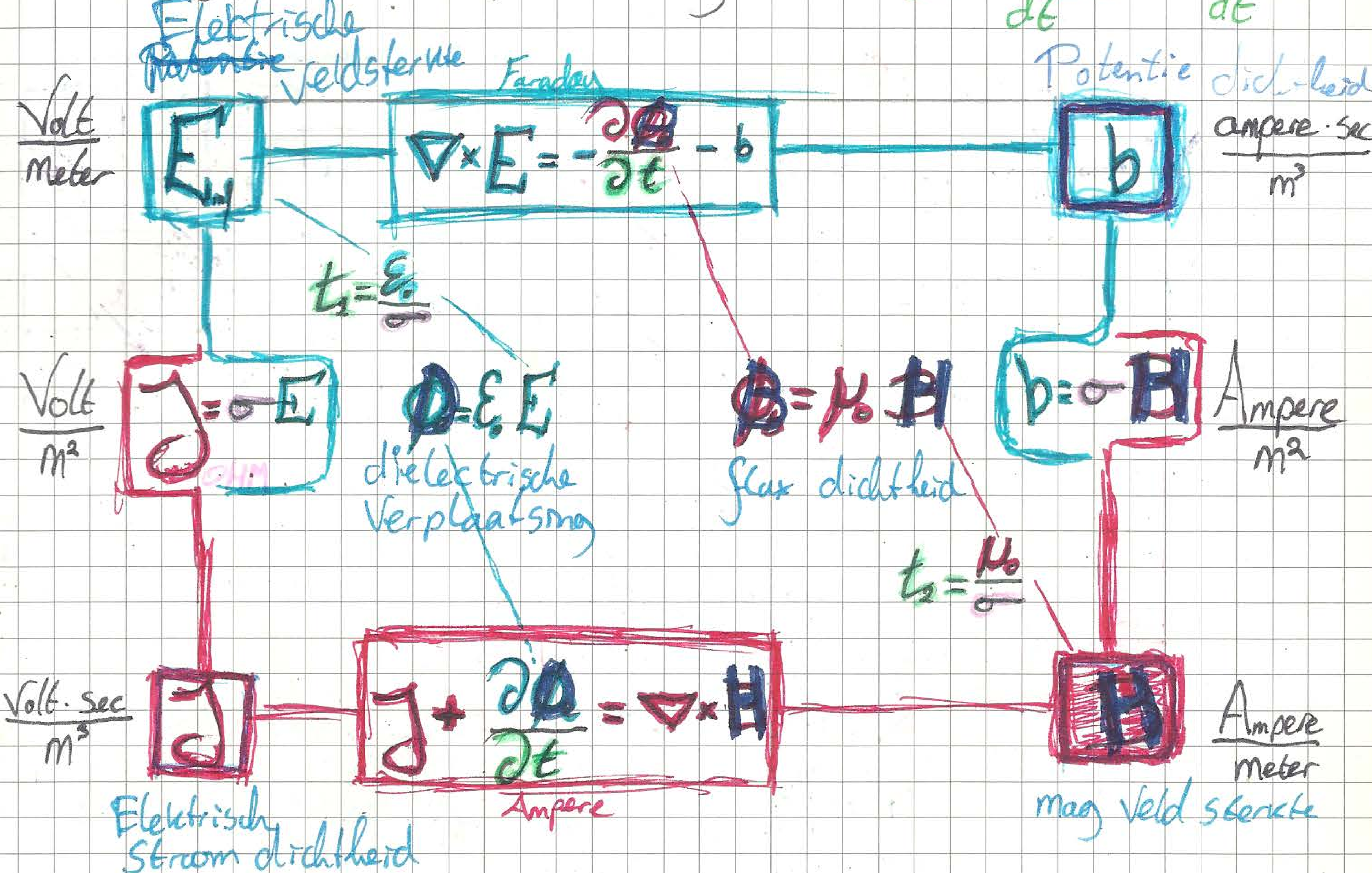
W = Energie in Joule $W = I^2 R t$

R = Weerstand en ohm

$\Phi_b = LI$

Wetten van Elektromagnetisme

$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_b}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$



MAXWELL

$\oiint_{\partial\Omega} E\cdot dA = \frac{\Sigma q}{\varepsilon_0}$ $\quad \frac{1}{\varepsilon_0}\iiint_{\Omega} \rho\, dV$ $\quad \nabla\cdot E = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$

$\oiint_{\partial\Omega} B_b\cdot dA = 0$ $\quad \nabla\cdot B_b = 0$

$\oint_{\partial\Sigma} E\cdot dL = -\frac{\partial B}{\partial t}$ $\quad -\frac{d}{dt}\iint_{\Sigma} B\cdot dA$ $\quad \nabla\times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$

$\oint_{\partial\Sigma} B\cdot dL = \mu_0 I + \mu\varepsilon_0\frac{\partial D}{\partial t}$ $\quad \nabla\times B_b = \mu\left(I+\varepsilon_0\frac{\partial D}{\partial t}\right)$

$\mu\iint_{\Sigma} J\cdot dA + \mu_0\varepsilon_0\frac{d}{dt}\iint_{\Sigma} E\cdot dA$

Helmholtz

Definitie van Rotatie

dichtheid   Druk op tijd

formule voor beweging van punten in vloeistof

$$\boxed{\begin{matrix} X - \frac{1}{\rho}\cdot\frac{dp}{dx} = \frac{du}{dt} + u\frac{du}{dx} + v\frac{du}{dy} + w\frac{du}{dz} \\ Y - \frac{1}{\rho}\cdot\frac{dp}{dy} = \frac{dv}{dt} + u\frac{dv}{dx} + v\frac{dv}{dy} + w\frac{dv}{dz} \\ Z - \frac{1}{\rho}\cdot\frac{dp}{dz} = \frac{dw}{dt} + u\frac{dw}{dx} + v\frac{dw}{dy} + w\frac{dw}{dz} \end{matrix}}$$

	x	y	z
u	a	γ	β
v	α	b	γ
w	β	α	c

2ξ, 2η, 2ζ

$$0 = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz}$$

Externe krachten op deeltje

V = potentiaal ϕ = snelheid potentiaal

$$\boxed{\begin{matrix} X = \frac{dV}{dx} \\ Y = \frac{dV}{dy} \\ Z = \frac{dV}{dz} \end{matrix}} \qquad \begin{matrix} u = \frac{d\varphi}{dx} \\ v = \frac{d\varphi}{dy} \\ w = \frac{d\varphi}{dz} \end{matrix} \qquad \boxed{\begin{matrix} \frac{du}{dy} - \frac{dv}{dx} = 0 \\ \frac{dv}{dz} - \frac{dw}{dy} = 0 \\ \frac{dw}{dx} - \frac{du}{dz} = 0 \end{matrix}}$$

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} + \frac{d^2\varphi}{dy^2} + \frac{d^2\varphi}{dz^2} = 0$$

als

dan op coördinaat ξ, η, ζ

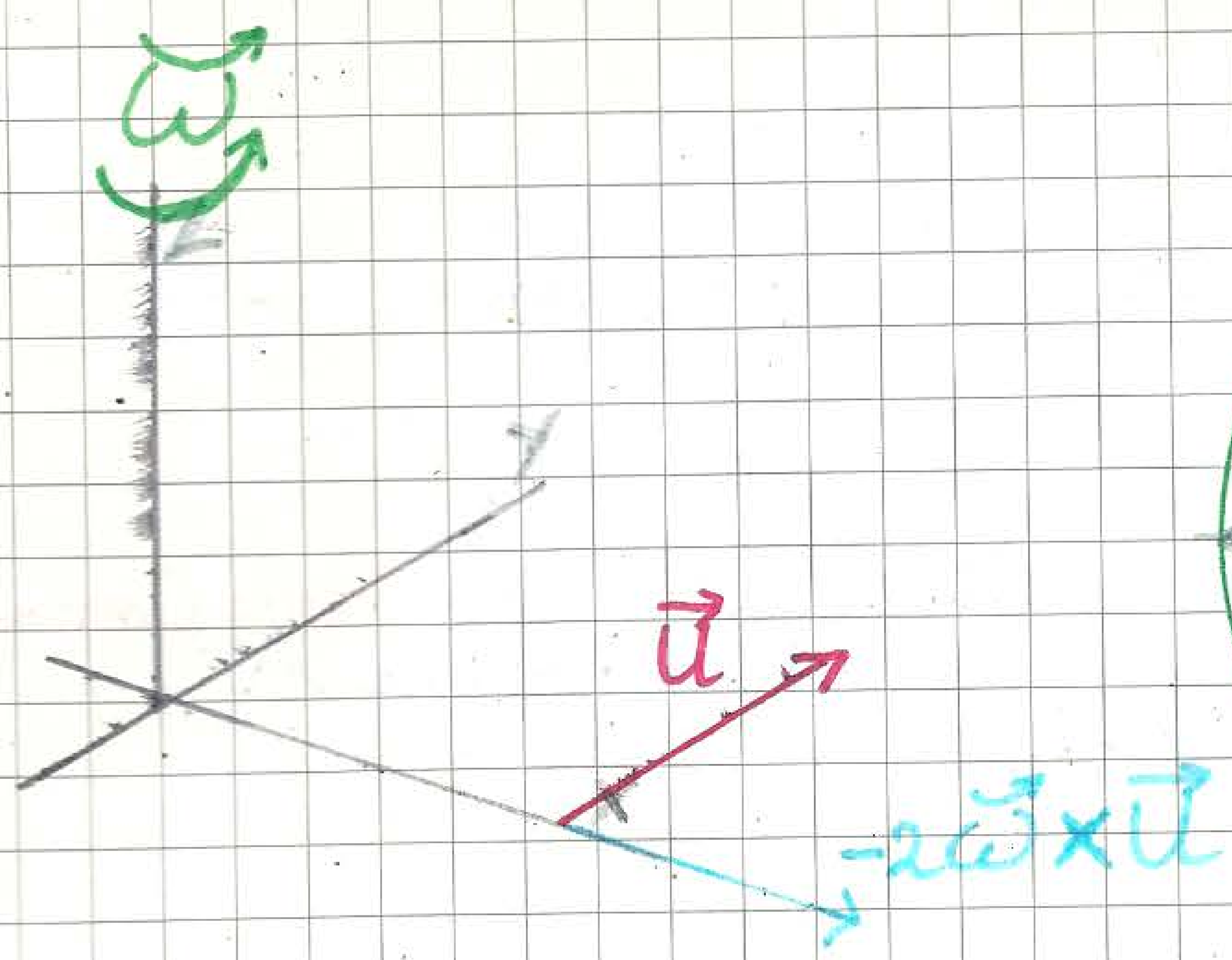
$$u = A \qquad \frac{du}{dx} = a \qquad \frac{dw}{dy} = \frac{dv}{dx} = \alpha$$
$$v = B \qquad \frac{dv}{dy} = b \qquad \frac{du}{dz} = \frac{dw}{dx} = \beta$$
$$w = C \qquad \frac{dw}{dz} = c \qquad \frac{dv}{dx} = \frac{du}{dy} = \gamma$$

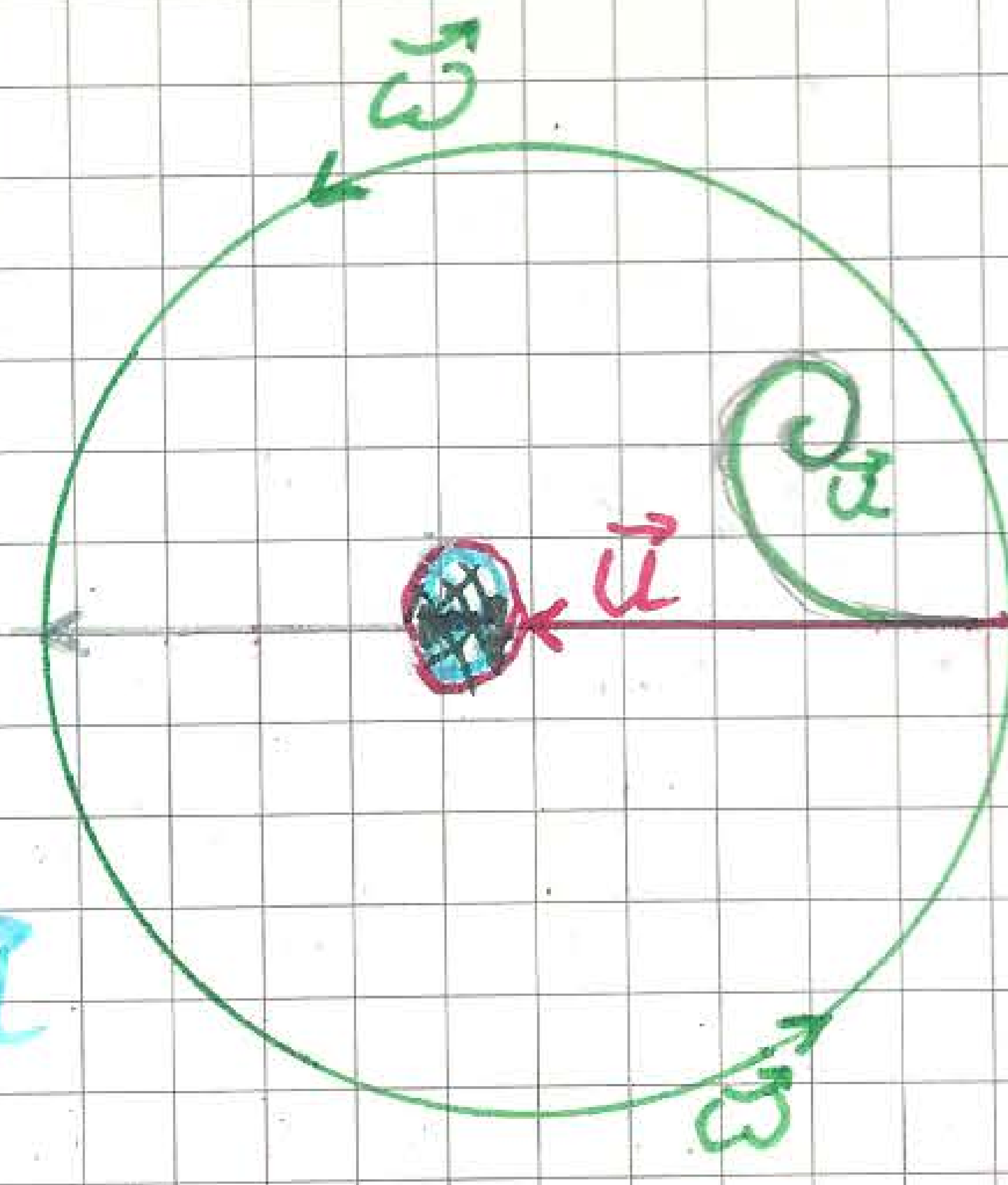
geldt voor andere coördinaten x, y, z

$$u = A + a(x-\xi) + \gamma(y-\eta) + \beta(z-\zeta)$$
$$v = B + \gamma(x-\xi) + b(y-\eta) + \alpha(z-\zeta)$$
$$w = C + \beta(x-\xi) + \alpha(y-\eta) + c(z-\zeta)$$

of als we → $\varphi = A(x-\xi) + B(y-\eta) + C(z-\zeta) + \frac{1}{2}a(x-\xi)^2 + \frac{1}{2}b(y-\eta)^2 + \frac{1}{2}c(z-\zeta)^2 + \alpha(y-\eta)(z-\zeta) + \beta(x-\xi)(z-\zeta) + \gamma(x-\xi)(y-\eta)$

dAN





Non Rotatie — Rotatie acceleratie

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla P - \nabla\phi_g - \nabla\frac{\omega^2 R^2}{2} - 2\vec{\omega}\times\vec{u}$$

Relatieve acceleratie — druk Verloop — zwaarte acceleratie — centrifugaal acceleratie — Coriolis acceleratie

$$= -\nabla\left(\phi_g + \frac{\omega^2 R^2}{2}\right)$$

Het kan ook

$\varphi = A_1 x_1 + B_1 y_1 + C_1 z_1 + \frac{1}{2} a x_1^2 + \frac{1}{2} b y_1^2 + \frac{1}{2} c z_1^2$

$u_1 = A + a x_1$ Snelheid u_1 is voor elk deeltje op x_1 gelijk.

$v_1 = B + b y_1$

$w_1 = C + c y_1$ Dus deeltje heeft begin dt parralel aan yz de zelfde waarde als op eind dt

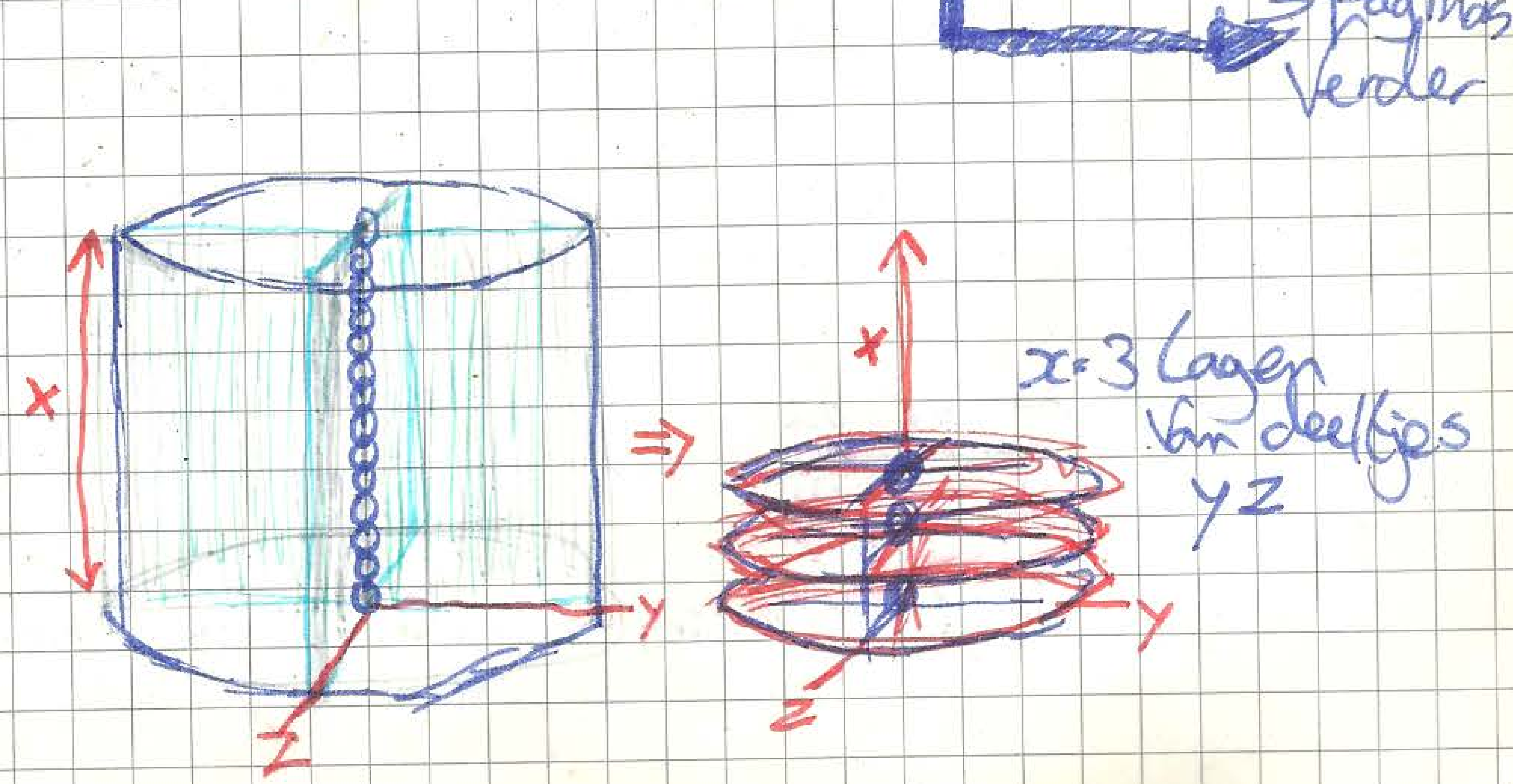
3 Paginas Verder

$u = \frac{d\varphi}{dx}$

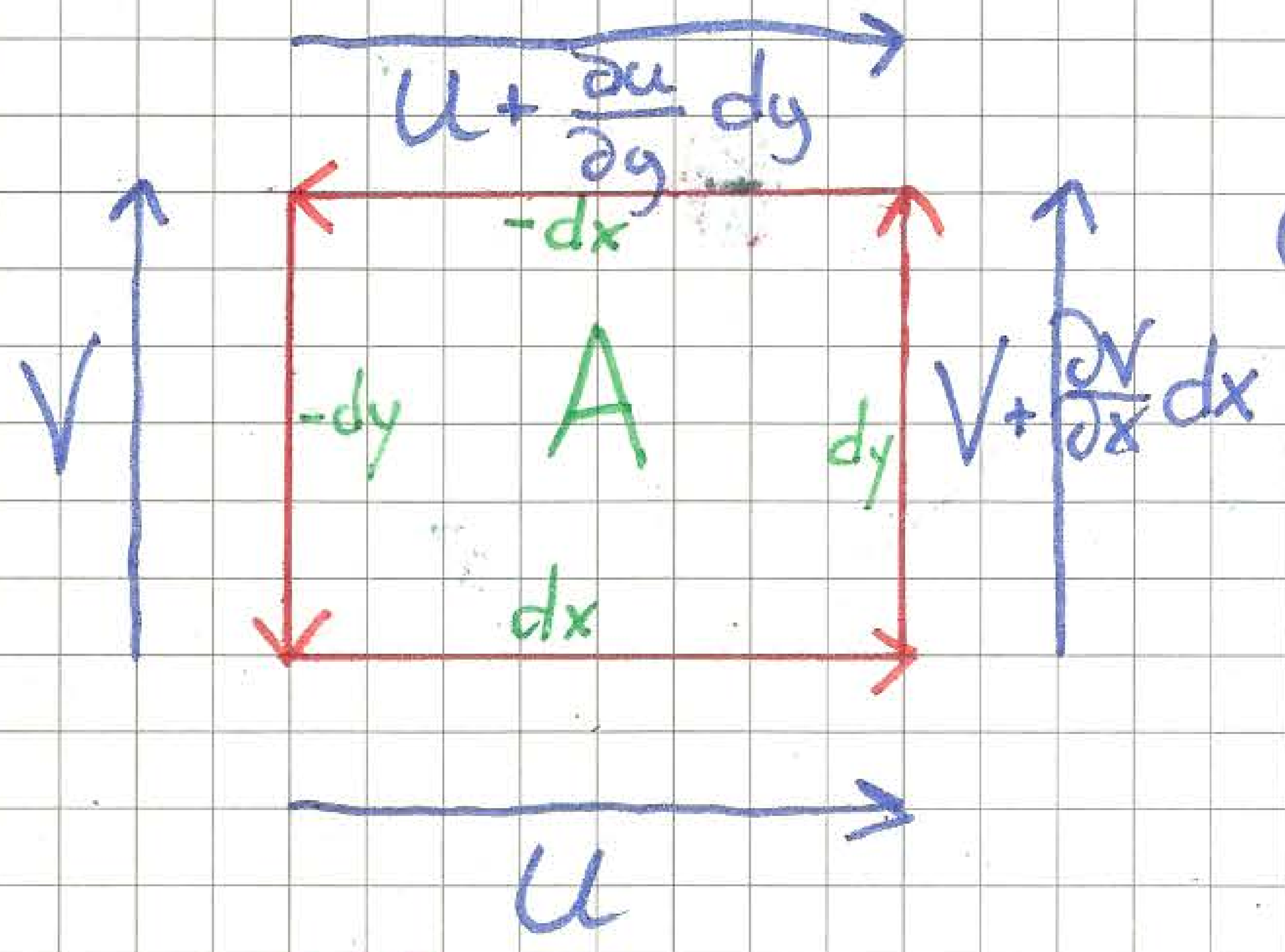
$v = \frac{d\varphi}{dy}$

$w = \frac{d\varphi}{dz}$

AN



Locale dichtheid van Circulatie



Circulatie langs Rode Contour rond oppervlakte A

$$\oint_{\partial A} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \cdot dL = u\,dx + \left(v + \frac{\partial v}{\partial x} dx\right) dy - \left(u + \frac{\partial u}{\partial y} dy\right) dx - v\,dy$$

$$= \left[\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right] dx\,dy$$

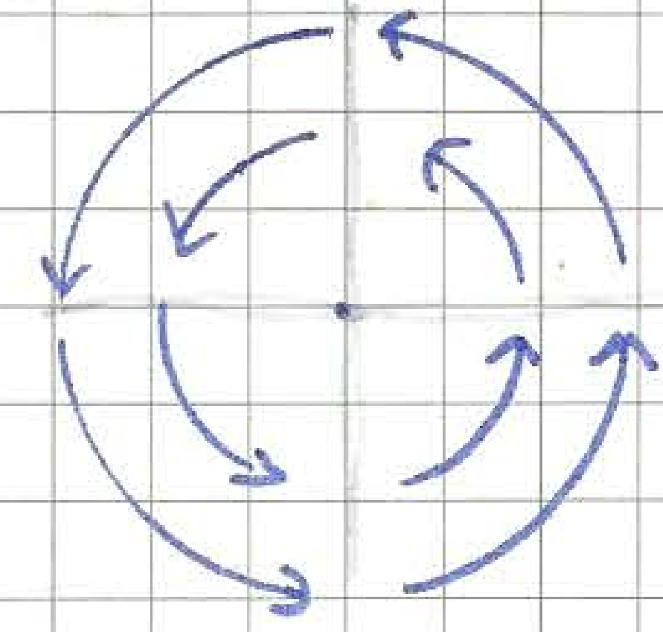
$$= \iint_A \zeta \, dx\,dy$$

Waneer we deze delen door $A = dx\,dy$ vinden we,

Vorticiteit is de locale circulatie per oppervlakte A

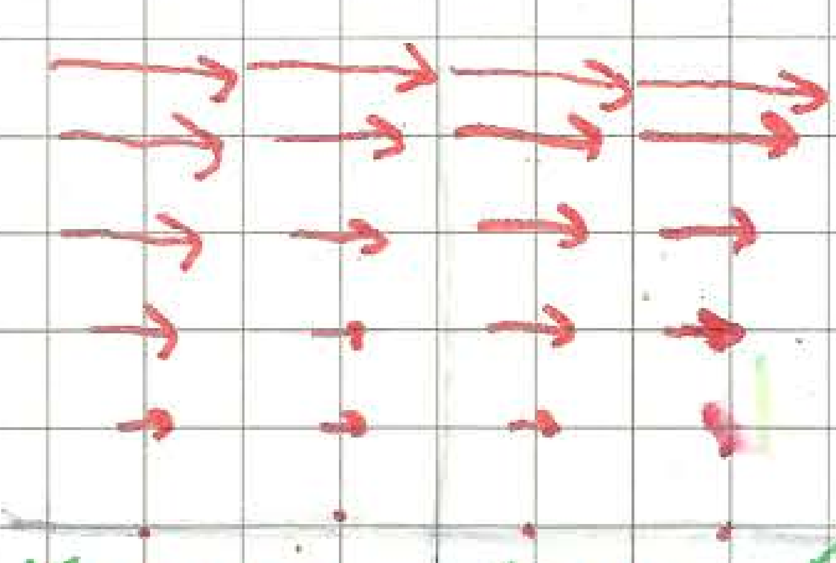
Holonome Vaste Lichaam Rotatie

$$\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 2\Omega \qquad u = -\Omega y$$
$$v = \Omega x$$



Couette Stroming

$$\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = -\alpha \qquad u = \alpha y$$
$$v = 0$$



dus rechte stroming lijnen kunnen alsnog rotatie hebben

Definitie van Vorticiteit voor 2D stromingen

$$\zeta = \nabla \times \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \end{bmatrix} = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$$

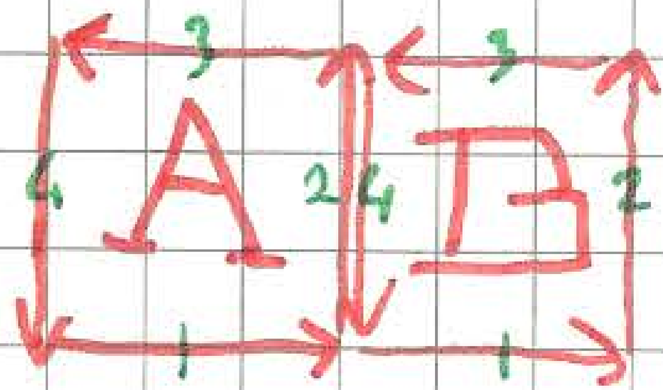
in 3D: Kromming van Snelheidsveld
in 2D: Verticaal component

interpertatie

* Locale waarde rotatie:
  rotatie van inventesible vloeistof deeltje om eigen as
* Positief: tegen de Klok
  Negatief: Met de Klok
* Locale Circulatie dichtheid per infintesible opp
  (Stokes theorie)

$$\oint_{\partial A} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \cdot dL = \iint_A \zeta \, dx\, dy$$

$$A_2 = B_4$$



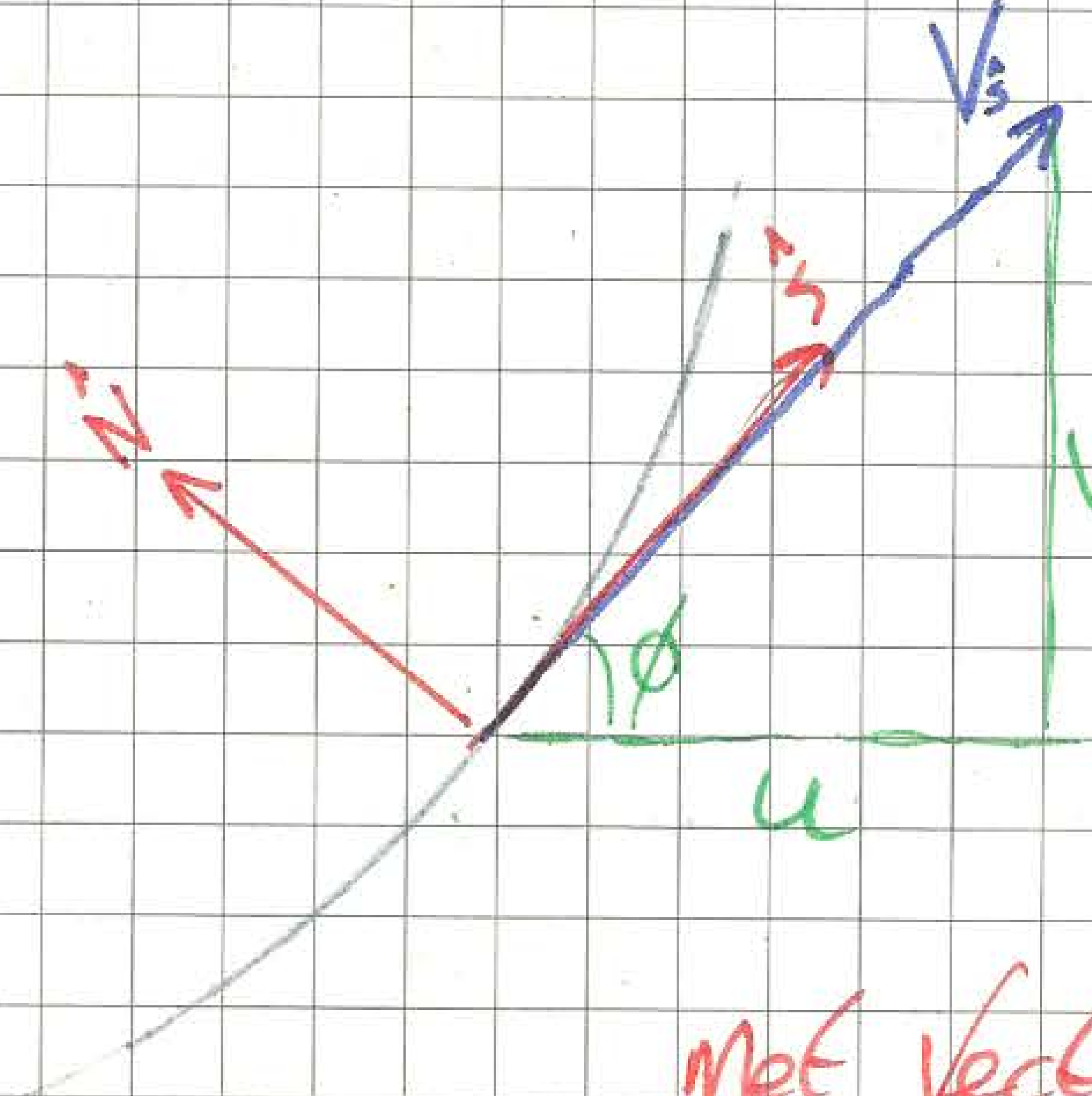
$$C_{AB} = \cancel{Udx} + \left[V + \frac{\partial V}{\partial x} dx\right] dy - \left[U + \frac{\partial u}{\partial y} dy\right] dx - Vdy$$

$$C_A = \underset{1}{Udx} + \underset{2}{\boxed{\left[V + \frac{\partial V}{\partial x} dx\right] dy}} - \underset{3}{\left[U + \frac{\partial u}{\partial y} dy\right] dx} - \underset{4}{Vdy}$$

$$C_b = Udx + \left[V + \frac{\partial V}{\partial x} dx\right] dy - \left[U + \frac{\partial u}{\partial y} dy\right] dx \boxed{- Vdy}$$

$$\left[V + \frac{\partial V}{\partial x} dx\right] dy = -Vdy$$

Natuurlijke Coördinaten



$$u = V\hat{s}_x = V\cos(\phi)$$

$$v = V\hat{s}_y = V\sin(\phi)$$

Met Vector

$$\hat{s} = \begin{matrix} \hat{s}_x = \cos(\phi) \\ \hat{s}_y = \sin(\phi) \end{matrix} \quad \text{en} \quad \begin{matrix} \hat{N}_x = -\hat{s}_y \\ \hat{N}_y = \hat{s}_x \end{matrix}$$

Relatieve Vorticiteit

Newtons wet in een Roterend referentie Kader in de Z-as weerstandloos

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u = -2\vec{\omega} \times u - \nabla \phi_g - \frac{1}{\rho} \nabla p$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \nabla\left[\frac{u \cdot u}{2}\right] + (\nabla \times u) \times u = -2\vec{\omega} \times u - \nabla \phi_g - \frac{1}{\rho} \nabla p$$

Crocco's theorie

1 incompressibele

2 Niet viskeus

Snelheid Vector   Vorticiteit Vector

$$\boxed{\vec{V} \times \vec{W} = \frac{1}{\rho} \nabla P_0}$$

$$\boxed{\underbrace{P_0}_{\text{bernoulie Nr}} = \underbrace{p}_{\text{statisch}} + \underbrace{\tfrac{1}{2}\rho v^2}_{\text{dynamisch}} + \underbrace{\rho U}_{\text{Lichaam Kracht}}}$$

Helmholtz definitie van Rotatie deel 2

Terug naar de (x, y, z) Coordinaten
Stel beweging (ξ, η, ζ) dan is er een
rotatie rond de as van $(\xi \eta \zeta)$ en parallel aan (xyz)
Met hoeksnelheid $(\varepsilon\ \eta\ \zeta)$

dan zijn snelheidscomponenten parallel aan (xyz)

0	$(z-\zeta)\varepsilon$	$-(y-\eta)\varepsilon$
$-(z-\zeta)\eta$	0	$(x-\xi)\eta$
$(y-\eta)\zeta$	$-(x-\xi)\zeta$	0

dus de snelheid van deeltjes ~~met~~ met coördinaten xyz

$$u = A + a(x-\xi) + (\gamma+\zeta)(y-\eta) + (\beta-\eta)(z-\zeta)$$
$$v = B + (\gamma-\zeta)(x-\xi) + b(\eta-y) + (\alpha+\varepsilon)(z-\zeta)$$
$$w = C + (\beta+\eta)(x-\xi) + (\alpha-\varepsilon)(y-\eta) + c(z-\zeta)$$

door differentiatie krijgen we:

$$\frac{dv}{dz} - \frac{dw}{dy} = 2\varepsilon$$
$$\frac{dw}{dx} - \frac{du}{dz} = 2\eta$$
$$\frac{du}{dy} - \frac{dv}{dx} = 2\zeta$$

de waardes links moeten volgens formules 1C 0 zijn, als een snelheidspotentiaal bestaat, dan is deze 2 x de Rotatie snelheid over de 3 assen

Als een snelheid potentiaal, dan sluit dit het bestaan van rotationele beweging uit.

Als extra eigenschap aan potentiele stroming voegen we toe dat deze beweging niet kan in een simpele ruimte S, welke gevuld is met de vloeistof. ~~Als~~: n is de normaal vanaf de grens naar interieur.

Dan is de snelheids~~potentiaal~~ component loodrecht van de muur $\frac{d\varphi}{dn}$ altijd, overal 0

Volgens Green

$$\iiint\left[\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^2+\left(\frac{d\varphi}{dy}\right)^2+\left(\frac{d\varphi}{dz}\right)^2\right]dx\,dy\,dz=-\int\varphi\frac{d\varphi}{dn}\,d\omega$$

de linker intergraal → Moet over hele ruimte.
de Rechter intergraal → moet over hele oppervlakte van lichaam S, een oppervlakte element is $d\omega$

Als $\oint_{\text{Hele Opp}}\frac{d\varphi}{dn}=0$ dAN is de linker intergraal ook 0

Alleen mogelijk als door hele ruimte

$$\frac{d\varphi}{dx}=\frac{d\varphi}{dy}=\frac{d\varphi}{dz}=0$$

Helmholtz definitie van Rotatie deel 3

Als $\frac{d\varphi}{dn}$ 0 is dan is alles links ook 0
dus als er geen beweging van water is geldt

$$\frac{d\varphi}{d(x,y,z)}=0$$

Elke beweging van een vloeistof massa in een simpel verbonden ruimte, als er een snelheidspotentiaal bestaat, moet zich voor doen als de beweging van een oppervlakte.

Als de oppervlakte beweging, $\frac{d\varphi}{dn}$ er is

Dan word de beweging in de massa ook bepaald

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2}+\frac{d^2\varphi}{dy^2}+\frac{d^2\varphi}{dz^2}=0$$

$$\frac{d\varphi}{dn}=\psi$$

$$\frac{d(\varphi_{,}-\varphi_{,,})}{dn}=0$$

De mechanische theorie der Warmte

R. Clausius

behandeling van differentiële formules, welke niet direct te intergreffen zijn

1 $$dz = \phi(x,y)\,dx + \psi(x,y)\,dy$$

$$M = \phi(x,y) \quad N = \psi(x,y)$$

1a $$dz = M\,dx + N\,dy$$

2 $$\frac{dz}{dx} = \phi(x,y) = M$$
$$\frac{dz}{dy} = \psi(x,y) = N$$

3 $$dz = \frac{dz}{dx}dx + \frac{dz}{dy}dy$$

3a $$dz = \left(\frac{dz}{dx}\right)dx + \left(\frac{dz}{dy}\right)dy \rightarrow \text{Euler}$$

3b $$dz = \frac{d_x z}{dx}dx + \frac{d_y z}{dy}dy \rightarrow \text{Wiskunde}$$

3c $$dz = \frac{\partial z}{\partial x}dx + \frac{\partial z}{\partial y}dy \rightarrow \text{Jacobi}$$

4 $$\frac{dM}{dy} = \frac{dN}{dx}$$ → als het zo is, kan formule 1 wel geïntergreerd worden

Beweging van niet viskeuze vloeistof x, y, z

$$\frac{du}{dt} + u\frac{du}{dx} + v\frac{du}{dy} + w\frac{du}{dz} = -\frac{dP}{dx}$$

$$P = \int \frac{dp}{\rho} + V$$ V = Potential externe Forces

in Cilinder coordinaten r, θ, z

$$\frac{du}{dt} + u\frac{du}{dr} + v\left(\frac{du}{rd\theta} - \frac{v}{r}\right) + w\frac{du}{dz} = -\frac{dP}{dr}$$

$$\frac{dv}{dt} + u\frac{dv}{dr} + v\left(\frac{dv}{rd\theta} - \frac{u}{r}\right) + w\frac{dv}{dz} = -\frac{dP}{rd\theta}$$

$$\frac{dw}{dt} + u\frac{dw}{dr} + v\frac{dw}{rd\theta} + w\frac{dw}{dz} = -\frac{dP}{dz}$$

symetrie over de z-as

$$\frac{du}{dt} + u\frac{du}{dr} - \frac{v^2}{r} + w\frac{du}{dz} = -\frac{dP}{dr}$$ V = functie van r alleen

$$\frac{dv}{dt} + u\frac{dv}{dr} + \frac{uv}{r} + w\frac{dv}{dz} = 0 = \left(\frac{d}{dt} + u\frac{d}{dr} + w\frac{d}{dz}\right)(rv)$$

$$\frac{dw}{dt} + u\frac{dw}{dr} + w\frac{dw}{dz} = -\frac{dP}{dz}$$ P = onafhankelijk van z

$$P = \int v^2 \frac{dr}{r}$$

$$\int \frac{dp}{\rho} = -V + \int v^2 \frac{dr}{r}$$

Variabele dichtheid Stroming
is een onsamendrukbare stroming

onder 1 voorwaarde:

for a steady flow, direction of velocity and that of the Gradient of density be Othorgonal

Vorticiteit $= \vec{\omega} = \nabla \times \vec{u}$

Vorticiteittransport $\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + \dots$

① $\Rightarrow \frac{du}{dt} + (\vec{u} \cdot \nabla)\vec{u} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \frac{1}{\rho}\nabla \tau + B$

$\nabla \times ①$

② $\nabla \times \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial \omega}{\partial t}$

③ $\nabla \times [(\vec{u} \cdot \nabla)\vec{u}] = \nabla \times [\frac{1}{2}\nabla(\vec{u})^2 - \vec{u} \times \underbrace{\nabla \times \vec{u}}_{\vec{\omega}}]$

$= \frac{1}{2}\underbrace{\nabla \times \nabla}_{\nabla \times \nabla = \emptyset} u^2 - \nabla \times (u \times \omega)$

$\nabla \cdot \nabla \cdot u = \emptyset$

$= -[-\omega(\nabla u) + (\omega \cdot \nabla)u - (u \cdot \nabla)\omega + u(\nabla \cdot \omega)]$

$\nabla \times [(u \cdot \nabla)u] = \omega(\nabla \cdot u) - (\omega \cdot \nabla)u + (u \cdot \nabla)\omega$

④ $\nabla \times \frac{1}{\rho}\nabla p = \frac{1}{\rho}\nabla \times \underset{\emptyset}{\nabla p} + \nabla\frac{1}{\rho} \times \nabla p$

$= \emptyset + -\frac{\nabla\rho}{\rho^2} \times \nabla p = -\frac{1}{\rho^2}\nabla\rho \times \nabla p$

∇ dichtheid

vorticiteit

∇ druk

Visceuse

⑤ $\nabla \times (\frac{1}{\rho}\nabla \cdot \tau)$

unsteady term

$\frac{\partial \omega}{\partial t} + (u \cdot \nabla)\omega = (\omega \cdot \nabla)u - \omega(\nabla u) + \frac{1}{\rho^2}\nabla\rho \times \nabla p + \nabla \times (\frac{1}{\rho}\nabla \cdot \tau) + \nabla \times B$

$\frac{D\omega}{Dt}$

Vortex Stretch

Baroclinic

diffusion vorticity

Body force

⑥ $\nabla \times B$ if $B = \nabla\phi \rightarrow \nabla \times B = \emptyset$

Helmholtz Paragraaf II

Constantheid van Vortex beweging

Bepaal de variatie van rotatie snelheid

$\xi\ \eta\ \zeta$ wanneer de potentiele krachten er alleen zijn

Als ψ een functie is van x, y, z, t en met $d\psi$ vermeerd tetwijl de 4 hoogten verhogen volgens $\partial x, \partial y, \partial z$ & ∂t hebben we 1-1-0-1

$$\partial\psi = \frac{d\psi}{dt}\partial t + \frac{d\psi}{dx}\partial x + \frac{d\psi}{dy}\partial y + \frac{d\psi}{dz}\partial z$$

Als we de verandering van ψt willen bepalen tijdens interval ∂t dan moeten we de waarden $\partial x, \partial y, \partial z$ het zelfde zijn

$$\partial x = u\,\partial t$$
$$\partial y = v\,\partial t$$
$$\partial z = w\,\partial t$$

en we krijgen

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} = \frac{d\psi}{dt} + u\frac{d\psi}{dx} + v\frac{d\psi}{dy} + w\frac{d\psi}{dz}$$

$$\frac{\partial\xi}{\partial t} = \xi\frac{du}{dx} + \eta\frac{du}{dy} + \zeta\frac{du}{dz} = \xi\frac{du}{dx} + \eta\frac{dv}{dx} + \zeta\frac{dw}{dx}$$

$$\frac{\partial\eta}{\partial t} = \xi\frac{dv}{dx} + \eta\frac{dv}{dy} + \zeta\frac{dv}{dz} = \xi\frac{du}{dy} + \eta\frac{dv}{dy} + \zeta\frac{dw}{dy}$$

$$\frac{\partial\zeta}{\partial t} = \xi\frac{dw}{dx} + \eta\frac{dw}{dy} + \zeta\frac{dw}{dz} = \xi\frac{du}{dz} + \eta\frac{dv}{dz} + \zeta\frac{dw}{dz}$$

als en de Aether deeltjes $\xi\ \eta\ \zeta$ gelijk aan nul zijn

$$\frac{\partial\xi}{\partial t} = \frac{\partial\eta}{\partial t} = \frac{\partial\zeta}{\partial t} = 0$$

Als ξ, η, ζ de rotationele snelheiden zijn rond de coordinatenassen, dan is de rotatisnelheid rond momentas

$$q = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2}$$

en de cosines van de hoek as met coordinaten

$$\frac{\xi}{q} \quad \frac{\eta}{q} \quad \frac{\zeta}{q}$$

Stel we gebruiken in de richting van de tijdelijke as een oneindig kleine portie $q\varepsilon$ dan word de actie van deze portie verdeeld over de 3 assen

$$\varepsilon\xi, \varepsilon\eta, \varepsilon\zeta$$

Terwijl op punt xyz de componenten van de snelheid $u\,v\,w$ zijn, op het ondere uiteinde van $q\varepsilon$

$$u_1 = u + \varepsilon\xi\frac{du}{dx} + \varepsilon\eta\frac{du}{dy} + \varepsilon\zeta\frac{du}{dz}$$

$$v_1 = v + \varepsilon\xi\frac{dv}{dx} + \varepsilon\eta\frac{dv}{dy} + \varepsilon\zeta\frac{dv}{dz}$$

$$w_1 = w + \varepsilon\xi\frac{dw}{dx} + \varepsilon\eta\frac{dv}{dy} + \varepsilon\zeta\frac{dw}{dz}$$

Op het eind van dt zijn de projecties van de afstand van de deeltjes, welke op het begin van dt het limiet voor $q\varepsilon$ hebben de waarden die herschreven kunnen worden als

$$\varepsilon\xi + (u_1 - u)\,dt = \varepsilon\left(\xi + \frac{\partial\xi}{\partial t}dt\right)$$

$$\varepsilon\eta + (v_1 - v)\,dt = \varepsilon\left(\eta + \frac{\partial\eta}{\partial t}dt\right)$$

$$\varepsilon\zeta + (w_1 - w)\,dt = \varepsilon\left(\zeta + \frac{\partial\zeta}{\partial t}dt\right)$$

Nieuwe positie van de connectie $q\varepsilon$ — nieuwe snelheid van rotatie maal ε

Elk vortex draad blijft bestaan uit dezelfde deeltjes

Uit berekening 2 komt direct

$$\frac{d\xi}{dx}+\frac{d\eta}{dy}+\frac{d\zeta}{dz}=0$$

hieruit blijkt

$$\iiint\left[\frac{d\xi}{dx}+\frac{d\eta}{dy}+\frac{d\zeta}{dz}\right]dx\,dy\,dz=0$$

Waar de intergraal over een willekeurig portie S van de massa kan. door intergratie:

$$\iint\xi\,dy\,dz+\iint\eta\,dx\,dz+\iint\zeta\,dx\,dy=0$$

Waar de intergraal over het hele oppervlakte van ruimte S. We noemen een deel hiervan $d\omega$ en $\alpha\,\beta\,\gamma$ de drie hoeken met de coordinatenassen bij de normaal $d\omega$

$$dy\,dz=\cos\alpha\,d\omega$$
$$dx\,dz=\cos\beta\,d\omega$$
$$dx\,dy=\cos\gamma\,d\omega$$

dus

$$\iint(\xi\cos\alpha+\eta\cos\beta+\zeta\cos\gamma)\,d\omega=0$$

of als σ het resulterende rotatiesnelheid is en φ de hoek tussen de as en de normaal

$$\iint\sigma\cos\varphi.\,d\omega=0$$

de intergraal over de hele oppervlakte van S

Helmholtz 3 ruimtelijke integratie

Als de beweging van een vortexbuis in een vloeistof kan worden bepaald, dan kunnen we de waarden voor ξ, η, ζ compleet bepalen.

We gaan snelheden u, v, w bepalen adhv ξ, η, ζ

in water massa S

$$\frac{d\xi}{dx} + \frac{d\eta}{dy} + \frac{d\zeta}{dz} = 0$$

We willen u, v, w in ruimte S dat overal de volgende geldt

$$\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz} = 0$$

$$\frac{dv}{dz} - \frac{dw}{dy} = 2\xi$$

$$\frac{dw}{dx} - \frac{du}{dz} = 2\eta$$

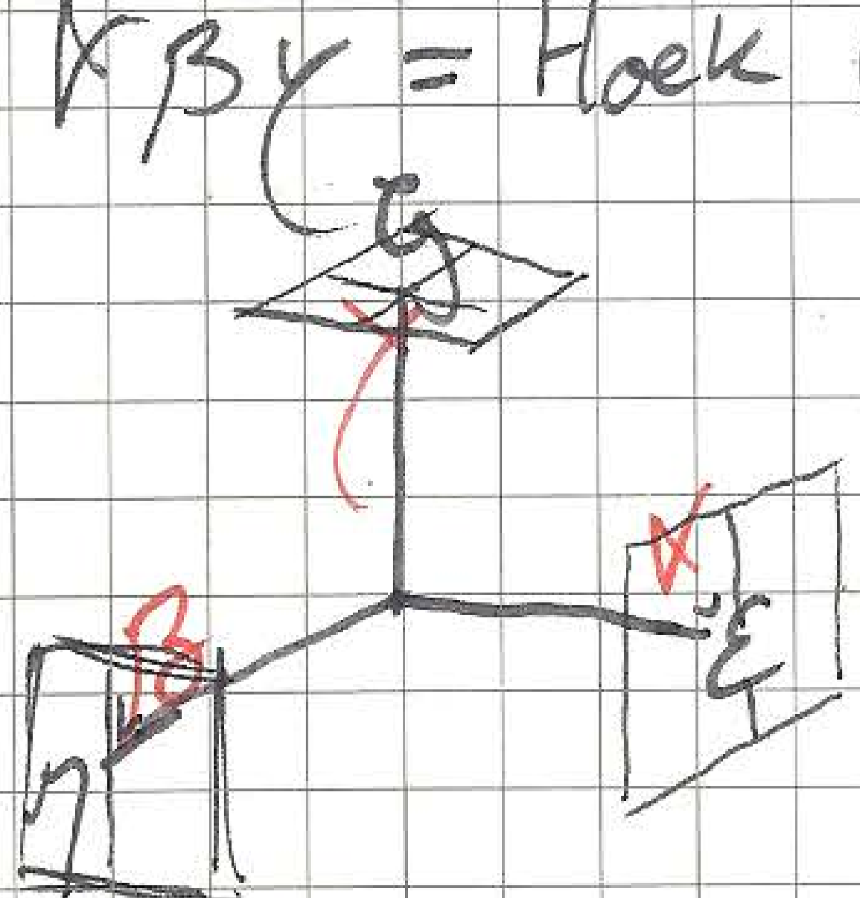
$$\frac{du}{dy} - \frac{dv}{dx} = 2\zeta$$

	dx	dy	dz
du	$\frac{du}{dx}$ a	$\frac{du}{dy}$ γ	$\frac{du}{dz}$ β
dv	$\frac{dv}{dx}$ α	$\frac{dv}{dy}$ b	$\frac{dv}{dz}$ γ
dw	$\frac{dw}{dx}$ β	$\frac{dw}{dy}$ α	$\frac{dw}{dz}$ c

$$\xi \cos\alpha + \eta \cos\beta + \zeta \cos\gamma = 0$$

$$\sigma \cos\vartheta = 0$$

$\alpha \beta \gamma$ = Hoek tussen normaal en oppervlak



$$u = \frac{dP}{dx} + \frac{dN}{dy} - \frac{dM}{dz}$$

$$v = \frac{dP}{dy} + \frac{dL}{dz} - \frac{dN}{dx}$$

$$w = \frac{dP}{dz} + \frac{dM}{dx} - \frac{dL}{dy}$$

L, M, N P

x y z

Simpel Verbonden ruimte

Vloeistof volledig afgesloten met vaste wand
Waar N de normaal van het oppervlakte van de Bol is
dan is de snelheids component vanaf de rand $\frac{d\varphi}{dn} = 0$

$$\iiint_{\omega}\left[\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^2 + \left(\frac{d\varphi}{dy}\right)^2 + \left(\frac{d\varphi}{dz}\right)^2\right] dx\,dy\,dz = -\int \varphi \frac{d\varphi}{dn}\, d\omega$$

Circulaire Vortex buis

$$x = \chi \cos \varepsilon$$
$$y = \chi \sin \varepsilon$$
$$z = z$$

Vortex Knopen

$$x = m \cdot \cos(p \cdot \theta) + N \cdot \cos(q \cdot \theta)$$
$$y = m \cdot \sin(p \cdot \theta) + N \cdot \sin(q \cdot \theta)$$
$$z = h \cdot \sin(t \cdot \theta)$$

Voor $0 < \theta < 2pi$

p en q zijn niet 0 Natuurlijke Namers $p > 0$.

als $q < 0$ zyn de Lopings buiten

als $q > 0$ zijn de Lopings binnen

de trefoil knot $N/M = 1{,}5$

$$x = 1 \cdot \cos(1 \cdot \theta) + 1{,}5 \cdot \cos(-2 \cdot \theta)$$
$$y = 1 \cdot \sin(1 \cdot \theta) + 1{,}5 \cdot \sin(-2 \cdot \theta)$$
$$z = 0{,}35 \cdot \sin(3 \cdot \theta)$$

Torus Cöordin(σ, τ, ϕ)

$$-\pi < \sigma \leq \pi$$

$$\tau \geq 0$$

$$0 < \phi < 2\pi$$

$$x = a \frac{\sinh(\tau)}{\cosh(\tau) - \cos(\sigma)} \cos(\phi)$$

$$\tau = \ln \frac{d_1}{d_2}$$

$$y = a \frac{\sinh(\tau)}{\cosh(\tau) - \cos(\sigma)} \sin(\phi)$$

$$z = a \frac{\sin(\sigma)}{\cosh(\tau) - \cos(\sigma)}$$

Bipolar Coordinates (τ, σ)

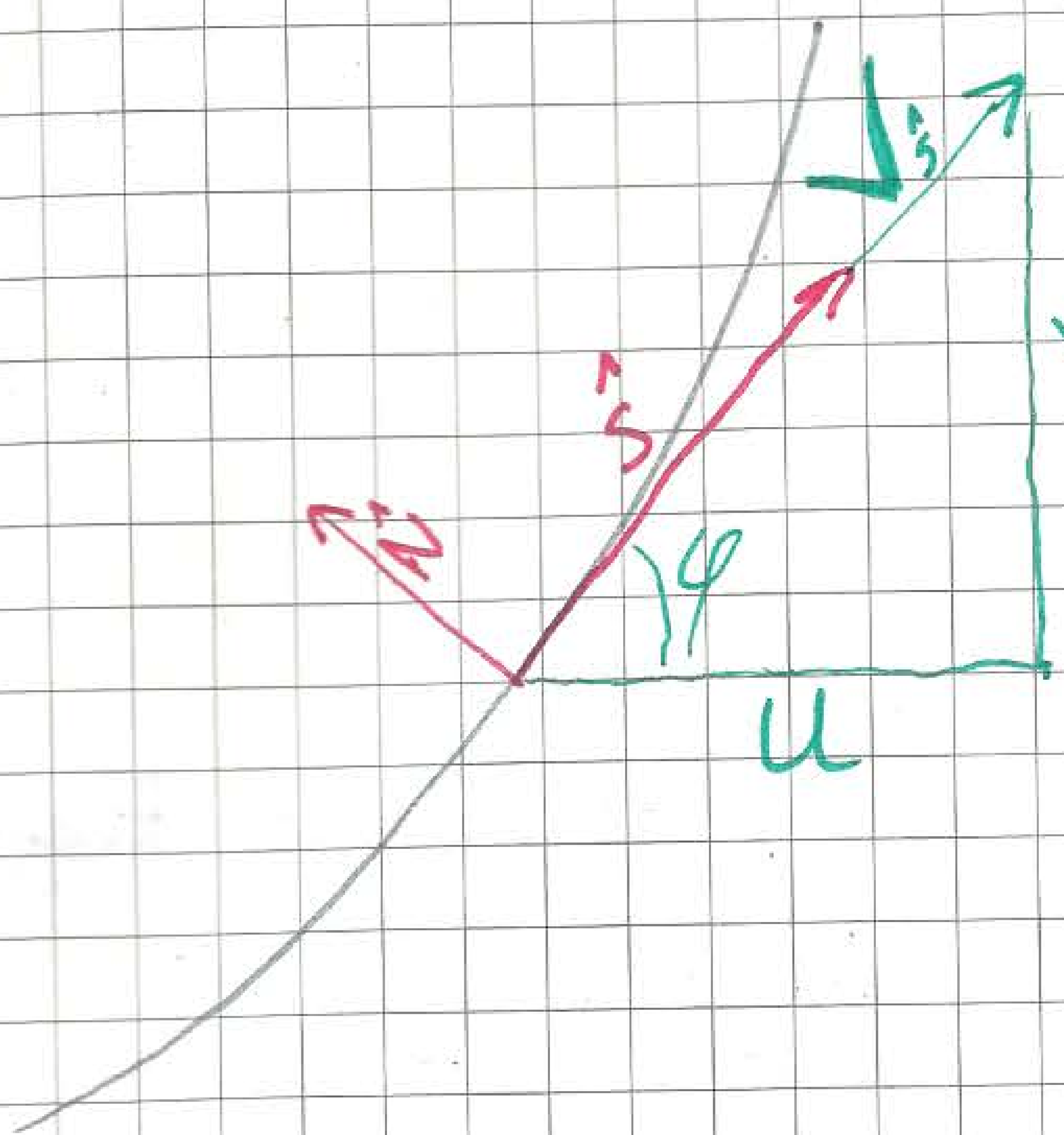
$$\tau = \frac{1}{2} \ln \frac{(x+a)^2 + y^2}{(x-a)^2 + y^2}$$

$$\pi - \sigma = 2 \arctan \frac{2ay}{a^2 - x^2 - y^2 + \sqrt{(a^2 - x^2 - y^2)^2 + 4a^2y^2}}$$

$$\tanh(\tau) = \frac{2ax}{x^2 + y^2 + a^2}$$

$$\tan(\sigma) = \frac{2ay}{x^2 + y^2 - a^2}$$

Vorticiteit in Natuurlyke Coordinaten



$$V\hat{s}_x = u = V\cos\varphi$$
$$V\hat{s}_y = V = V\sin\varphi$$

$$\hat{s} = s_x = \cos\varphi \qquad \hat{N}_x = -\hat{s}_y$$
$$s_y = \sin\varphi \qquad \hat{N}_y = \hat{s}_x$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial V_{sy}}{\partial x} + V\frac{\partial \hat{s}_y}{\partial x}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} =$$

$$I = \int_0^1 \int_0^{1-x} \int_0^{1-x-y} dz\, dy\, dx$$

Enstrophy

$\mathcal{E}$ = potential density - quantity Related to Kinetic Energy in flow model corresponding to dissapation

$$\mathcal{E}(u) = \int_{\Omega} |\nabla u|^2 dx$$

$$\Downarrow$$

$$|\nabla u|^2 = \sum_{i,j=1}^{n} |\partial_i u^j|^2$$

for incompressible $\nabla \cdot u = 0$ Einstrophy is Integral squared of vorticity

$\mathcal{E}(\omega) = \int_{\Omega} \omega^2 dx$ or in flow Velocity $\mathcal{E}(u) = \int_{\Omega} \nabla u^2 dS$

in Navier Stokes

$$\frac{d\left(\frac{1}{2}\int_{\Omega} u^2\right)}{dt} = -\nu \mathcal{E}(u)$$

ν = Kinematic Viscocity

Rosby Nummer

$$R_o = \frac{U}{\Omega d}$$

Hoe Kleiner Rosby
Sterker Rotatie effect

Groter Coriolis effect
t.o.v. Interne Krachten

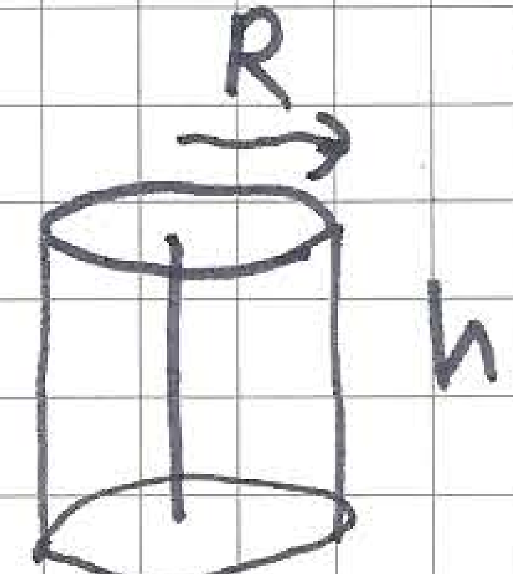
Ekman Nummer

$$E_K = \frac{V_e}{\Omega H^2}$$

Relatieve Iportance of Horizontal & Vertical friction

T torque = I inertia x α angular acceleration

$$\tau = I\alpha$$



$$I = \frac{mR^2}{2}$$

$$m = \rho V$$

$$m = \rho(\pi R^2 H)$$

$$I = \frac{\rho \pi R^2 h R^2}{2}$$

$$\tau = \frac{\rho \pi R^4 \alpha}{2}$$

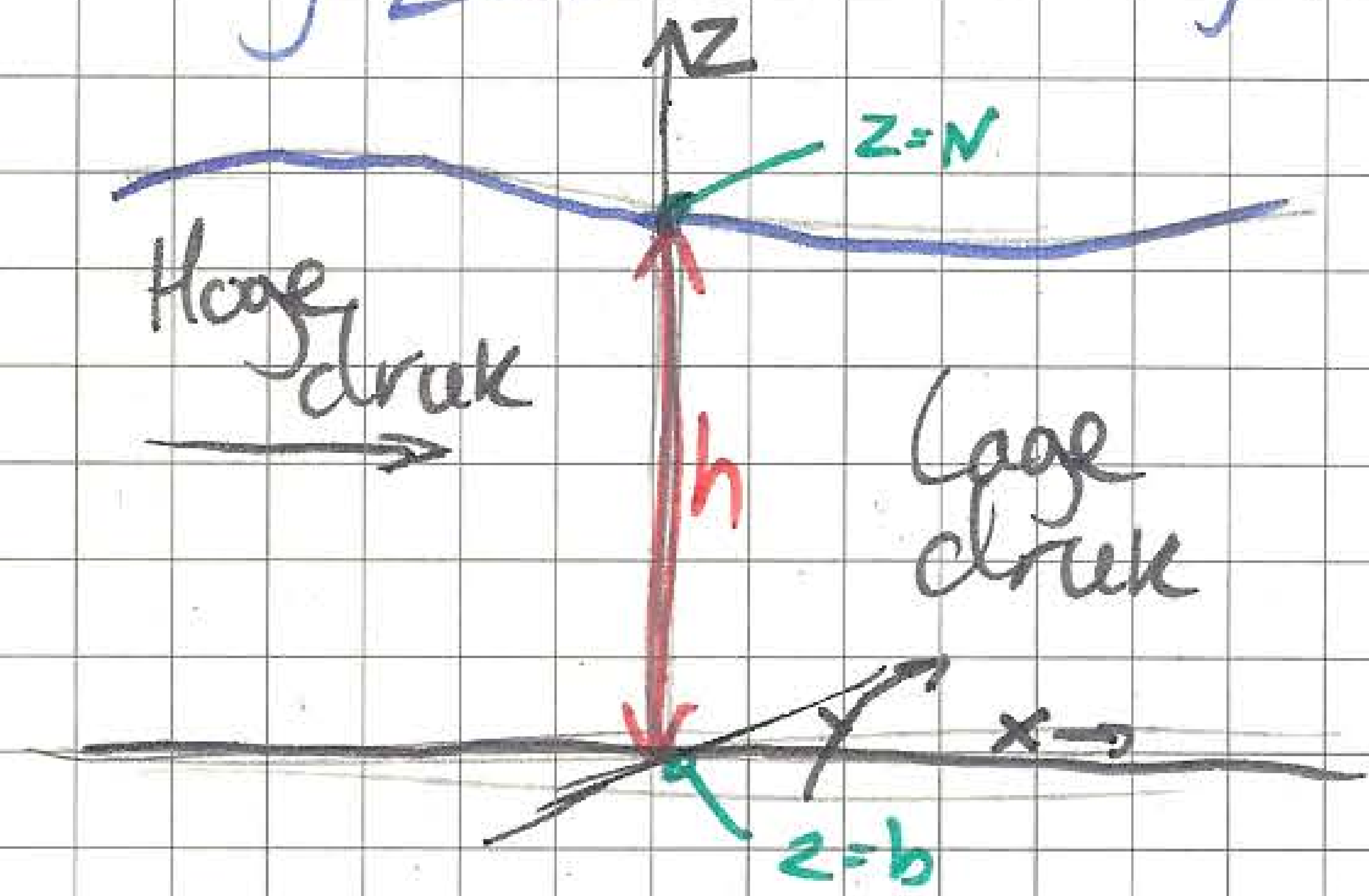
$$\frac{du}{dx}+\frac{dv}{dy}=-\frac{dw}{dz} \quad \Big| \quad u\frac{du}{dx}+v\frac{dv}{dx}+w\frac{dw}{dx}=\frac{1}{2}\frac{d}{dx}(u^2+v^2+w^2)$$

$$\frac{d\zeta}{dt}+\frac{U_\phi}{r}\frac{d\zeta}{d\phi}+\frac{d\zeta}{dr}+\frac{d\zeta}{dz}=\zeta\frac{dU_z}{dz}+V\nabla^2\zeta$$

Momentum formule

$$\rho\left[\frac{du}{dt}+u\frac{du}{dx}+v\frac{dv}{dy}+w\frac{dw}{dz}-fv\right]=-\frac{dp}{dx}+R_x$$

weerstand



integratie van b tot N

$$h\left(\frac{du}{dx}+\frac{dv}{dy}\right)+w_N-w_b=0$$

$$h\left(\frac{du}{dx}+\frac{dv}{dy}\right)+\frac{DN}{Dt}-\frac{Db}{Dt}=0$$

$$\frac{Dh}{Dt}+h\left(\frac{du}{dx}+\frac{dv}{dy}\right)=0$$

de snelheid is bijna onafhankelijk van de z. Het Hydrostatisch balans

$$p=\rho g(N-z)$$

diepte gemiddelde

$$\frac{d}{dy}$$

$$\frac{du}{dt}+u\frac{du}{dx}+v\frac{du}{dy}-fv=-g\frac{dN}{dx}+R_x \qquad \frac{du}{dy}$$

$$\frac{d^2u}{dt\,dy}+\frac{du}{dy}\frac{du}{dx}+u\frac{d^2u}{dx\,dy}+\frac{dv}{dy}\frac{du}{dy}+v\frac{d^2u}{dy^2}-f\frac{dv}{dy}-\beta v=-g\frac{d^2N}{dx\,dy}+\frac{dR_x}{dy}$$

$$\frac{d}{dx}$$

$$\frac{dv}{dt}+u\frac{dv}{dx}+v\frac{dv}{dy}+fu=-g\frac{dN}{dy}+R_y \qquad \frac{dv}{dx}$$

$$\frac{d^2v}{dt\,dx}+\frac{du}{dx}\frac{dv}{dx}+u\frac{d^2v}{dx^2}+\frac{dv}{dx}\frac{dv}{dy}+v\frac{d^2v}{dx\,dy}+f\frac{du}{dx}=-g\frac{d^2N}{dx\,dy}+\frac{dR_y}{dx}$$

$$\zeta=\left(\frac{dv}{dx}-\frac{du}{dy}\right)$$

$$\frac{d\zeta}{dt}+\zeta\frac{du}{dx}+u\frac{d\zeta}{dx}+\zeta\frac{dv}{dy}+v\frac{d\zeta}{dy}+f\left[\frac{du}{dx}+\frac{dv}{dy}\right]+\beta v=\frac{dR_y}{dx}-\frac{dR_x}{dy}$$

$$\frac{D\zeta}{Dt}=0$$

$$\frac{d\zeta}{dt}+u\frac{d\zeta}{dx}+v\frac{d\zeta}{dy}=0$$

Weerstand

$$\boxed{\frac{dR_y}{dx}-\frac{dR_x}{dy}}=0$$

$$\frac{du}{dx}+\frac{dv}{dy}=-\frac{1}{h}\frac{Dh}{Dt}$$

$$\frac{d\zeta}{dt}+u\frac{d\zeta}{dx}+v\frac{d\zeta}{dy}+(\zeta+f)\left(\frac{du}{dx}+\frac{dv}{dy}\right)+\beta v=0$$

$$\frac{D\zeta}{Dt}-\frac{(\zeta+f)}{h}+\frac{Dh}{Dt}+\frac{Df}{Dt}=0$$

$\frac{1}{h}$

$$\frac{1}{h}\frac{D(\zeta+f)}{Dt}-\frac{(\zeta+f)}{h^2}\frac{Dh}{Dt}=\frac{1}{h}$$

$$\beta v=\frac{1}{\rho}\frac{d}{dz}\left[\frac{d\tau_{yz}}{dx}-\frac{d\tau}{dy}\right.$$

$$\beta h v=-\frac{1}{\rho}\frac{d\tau^{wL}_x(y)}{dy}$$

stress

$$\frac{D}{Dt}\left(\frac{(\zeta+f)}{h}\right)=\frac{1}{h}$$

$$\boxed{\begin{gathered}\frac{d\zeta}{dt}+U\cdot\nabla\zeta+(\zeta+f)\left(\frac{du}{dx}+\frac{dv}{dy}\right)+\left(\frac{dw}{dx}\frac{dv}{dz}-\frac{dw}{dy}\frac{du}{dz}\right)+w\frac{df}{dz}\\=\\\frac{d\left(\frac{1}{\rho}\right)}{dx}\frac{dP}{dy}+\frac{dP}{dx}\frac{d\left(\frac{1}{\rho}\right)}{dy}\end{gathered}}$$

$$V_\theta = \frac{\left(\frac{\Gamma}{2\pi}\right)}{r}$$

$$V_\theta = -\frac{d\psi}{dr}$$

$$V_r = -\frac{1}{r}\frac{d\psi}{d\theta}$$

$$\psi = -\frac{\Gamma}{2\pi} \ln(r)$$

$$\phi = \frac{\Gamma}{2\pi}\theta$$

$$\Gamma = V \cdot ds = \oiint (u\,dx + v\,dy + w\,dz)$$

$$\Gamma = \iint (u\,dx + v\,dy) \rightarrow \Gamma = V\cos(\alpha)\,ds$$

Boyle's Law

$$PV = \frac{1}{3}T - \frac{1}{6}\rho \iiint (u^2+v^2+w^2)(x\,dy\,dz + y\,dx\,dz + z\,dx\,dy)$$

Newton Potentie om der Zon

$$\Phi = \frac{GM}{r} + \frac{1}{6}\Lambda c^2 r^2$$

$$\rho_{vacuum} = \frac{1}{V}\frac{1}{2}\hbar\omega \approx \frac{\hbar}{2\pi^2 c^3}\int_0^{\omega_{max}} \omega^3 d\omega$$

$$= \frac{\hbar}{8\pi^2 c^3}\omega^4_{max}$$

$$\Lambda \approx \frac{G^2 m_p^6}{\hbar^4}$$

$$\oint_S (x\,dy\,dz + y\,dx\,dz + z\,dx\,dy)$$

$$=$$

$$\oiiint (1+1+1)\,dx\,dy\,dz$$

$$=$$

$$3\int_0^1 dx \int_0^1 dy \int_0^1 dz$$

$$=$$

$$3$$

$$x_{(t)} = a e^{kt} \qquad \frac{dx}{dt} = kx$$

$$x_{(0)} = a$$

if $a \neq 0$

$$\frac{dx}{dt} = kx \longrightarrow \int \frac{dx}{x} = \int k\,dt \longrightarrow \ln(x) = kt + c$$

$$\ln(a) = c$$

$$a^b = c$$

$$a = \sqrt[b]{c}$$

$$a = b^{\frac{1}{c}}$$

$$b = \log_A(c)$$

$$e^x = y$$

$$\log_e(y) = x$$

$$\ln(y) = x$$

$$\log(ab) = \log(a) + \log(b)$$

$$\log\left(\frac{A}{b}\right) = \log(A) - \log(b)$$

$$\log(A^b) = b\log(A)$$

$$\log(\sqrt[b]{A}) = \frac{1}{b}\log(A)$$

$$\sin^2(\phi) + \cos^2(\phi) = 1$$

$$a\sin(\phi) + b\cos(\phi) = A\sin(\phi + \alpha)$$

$$a\sin(\phi) - b\cos(\phi) = A\sin(\phi - \alpha)$$

$$a\cos(\phi) + b\sin(\phi) = A\cos(\phi - \alpha)$$

$$a\cos(\phi) - b\sin(\phi) = A\cos(\phi + \alpha)$$

$$A = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{b}{A}\right)$$

Thermodynamica

$$\left(\frac{dp}{dV}\right)_T \cdot \left(\frac{dV}{dT}\right)_p \cdot \left(\frac{dT}{dp}\right)_V = -1$$

$$\Pi = \frac{p}{T}$$

$$\ln(T) = \ln(p) - \ln(\rho) - \ln(R)$$

$$\frac{dT}{T} = \frac{dp}{p} - \frac{d\rho}{\rho}$$

$$dT \times dp = -\left(\frac{T}{\rho}\right)(\nabla p \times \nabla \rho)$$

$$dT \times ds = \left(\frac{RT}{p\rho}\right)(\nabla p \times \nabla \rho)$$

$$dT \times ds = \left(\frac{1}{\rho^2}\right)(\nabla p \times \nabla \rho)$$

potentiele temperatuur

$$\left(\frac{R}{c_p}\right) = K$$

$$\ln(\theta) = \ln(T) + K\ln(p_0) - K\ln(p) \qquad \theta = \cancel{T_0} = T_1\left(\frac{p_0}{p}\right)$$

$$\frac{d\theta}{\theta} = \frac{dT}{T} - K\frac{dp}{p} \qquad ds = c_p\left(\frac{d\theta}{\theta}\right)$$

$$ds = d\left[c_v \ln(p) + c_p \ln(V)\right]$$

$$ds = \frac{NR}{\gamma - 1}\left[\ln(p) + \gamma \ln(V)\right] \qquad \gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{5}{3} \text{ 1 atoom}$$

$$\frac{7}{5} \text{ 2 atomen}$$

grootheid

Enthalpie$_{\text{Joule}}$ $H = E + pV$ pascal $\frac{N}{m^2}$

Volume m^3

inwendig Energie Joule

We volgen helmholtz op ρ = radius van de circulaire as van een vortex ring
a = radius van de kern

ongeveer circulair als $\rho \gg a$

geen rotatie behalve de kern
in de kern is de hoekfrequentie ω

$$\frac{\omega x}{\rho}$$

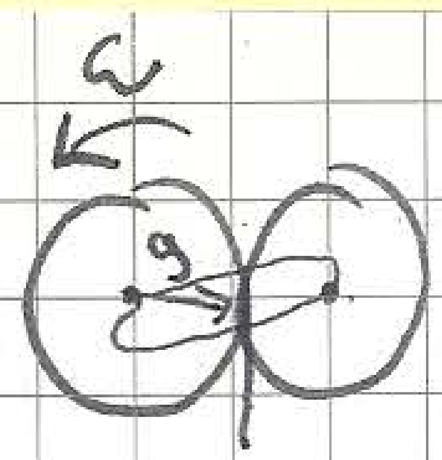
Met voor de deeltjs vast van de as

de rechtdoorgaande snelheid is te vinden als

De translatie snelheid is hoog vergeleken met de vloeistof langs de as door het centrum van de ring.

als het deel zo klein is dat $\log\left(\frac{8\rho}{a}\right)$ groot is vergeleken met 2π

Maar de translatie snelheid is altijd klein vergeleken met de kern oppervlakte vloeistof
Deste erger
deste kleiner de diameter van het deel vergeleken met de ring



a = radius kern

①

$\frac{\omega x}{g}$ voor deeltjes op x afstand

Snelheid $\frac{\omega a^2}{2g}\left(\log\frac{8g}{a}-\frac{1}{4}\right)$

ω snelheid op oppervlakte van kern

$Q =$ ⓐ $\omega a = V$

$W =$ ○○ centrum Ring $V = \frac{\pi \omega a^2}{g}$

T = Snelheid Vertaling

$$T = \frac{a}{2g}\left(\log\frac{8g}{a}-\frac{1}{4}\right)Q$$

$$T = \frac{\log\frac{8g}{a}-\frac{1}{4}}{2\pi}W$$

$\frac{\Gamma}{2\pi}$

Di Bartini

$$V_x = \frac{\Gamma}{2\pi D}\left[\ln\left(\frac{4D}{r}\right)-\frac{1}{4}\right]$$

$$V_0 = \frac{V\pi D}{2r} \qquad \frac{D}{r} = \frac{1}{4}e^7 = \frac{2}{\alpha}$$

$\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{a}$ $a = 273$ $\alpha = \frac{1}{137}$

$pV = R\,(a+t)$

$R = \frac{p_0 V_0}{a+t_0}$

$\frac{pV}{p_0V_0} = \frac{a+t}{a+t_0}$

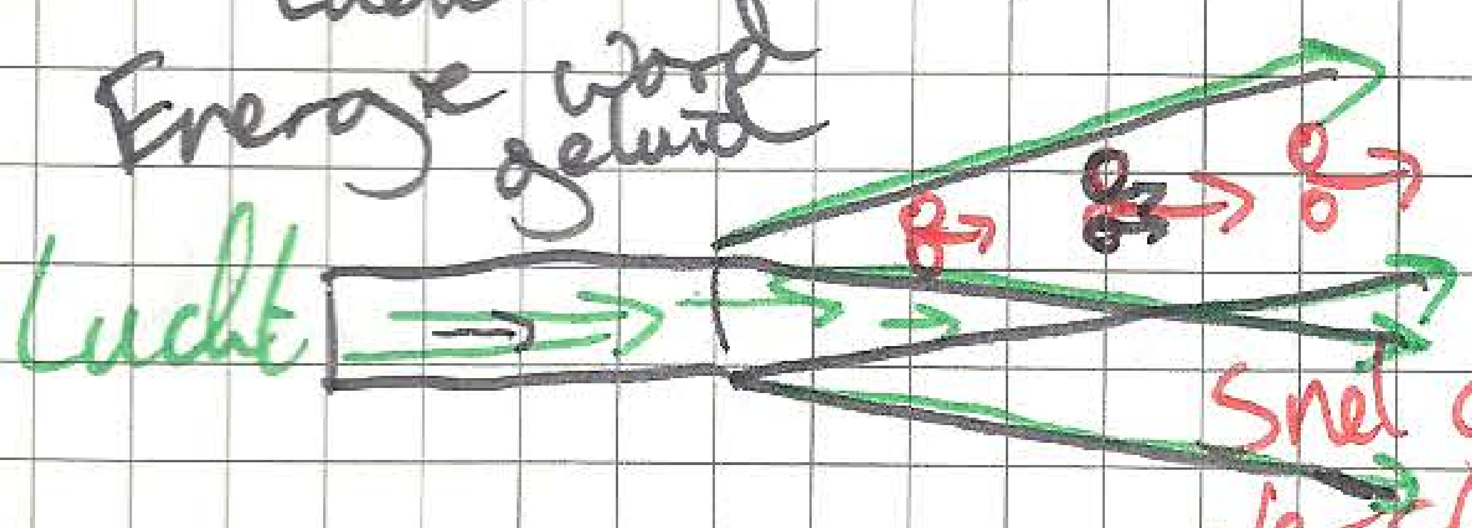
Ring Vortex Hol

Kinetische energie $K = \frac{1}{2}\rho\Gamma^2 R\left[\ln\frac{8R}{a}-2\right]$

$$V = \frac{\Gamma}{4\pi R}\left(\ln\frac{8R}{a}-\frac{1}{2}\right)$$

Momentum $P = \rho\Gamma\pi R^2$

Compressor
Lucht
Energie word geluid

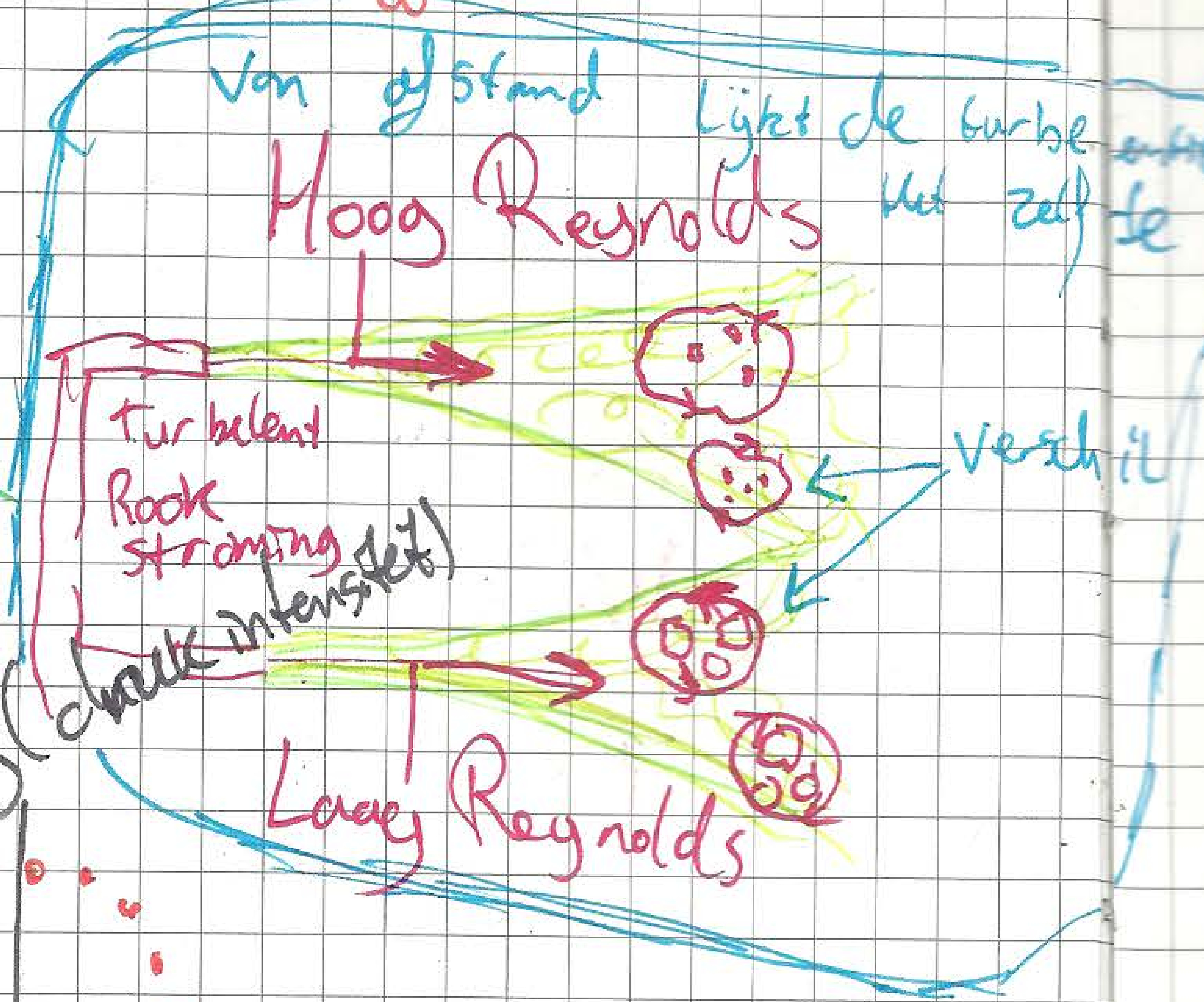


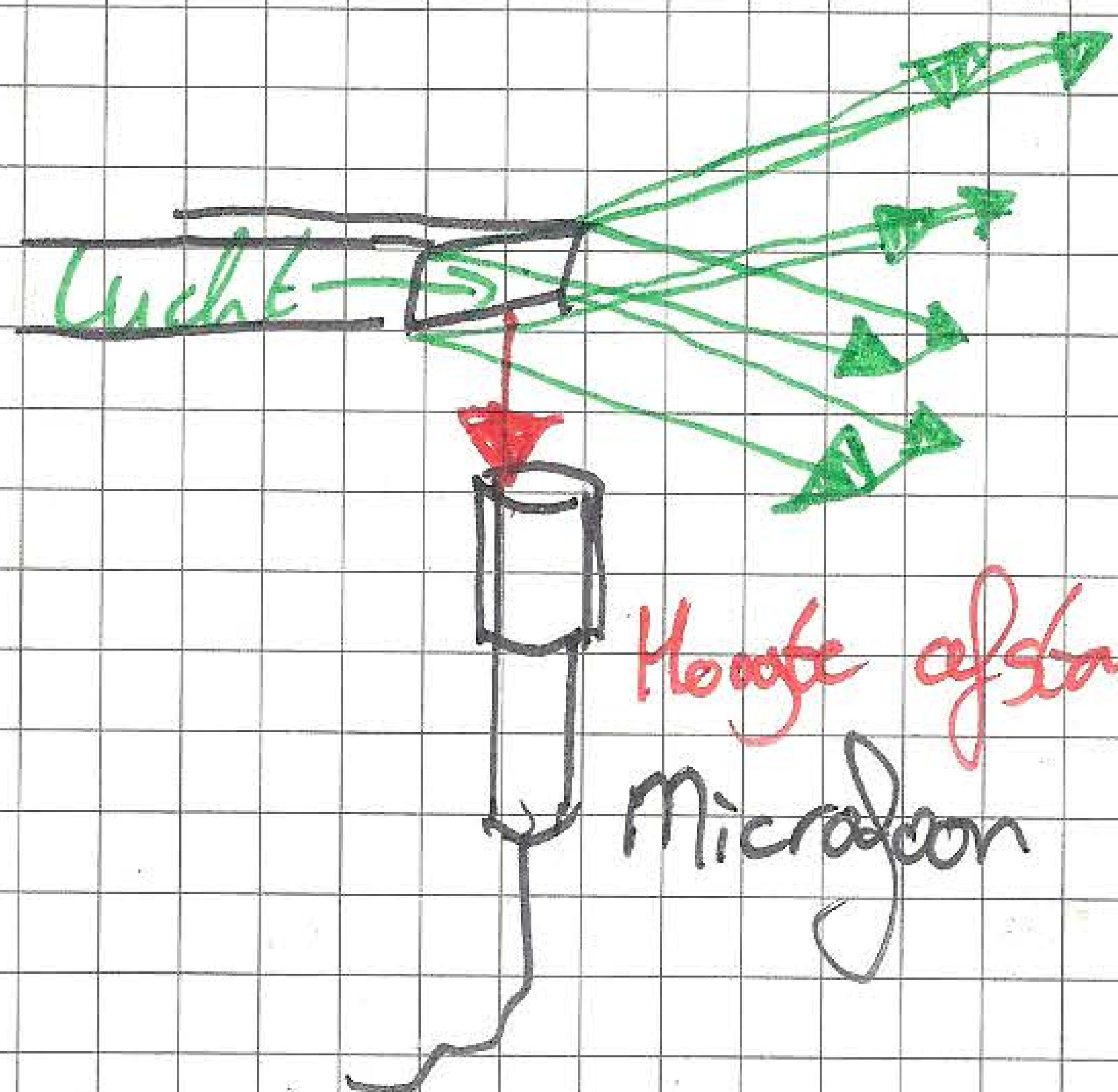
=
Turbelentie

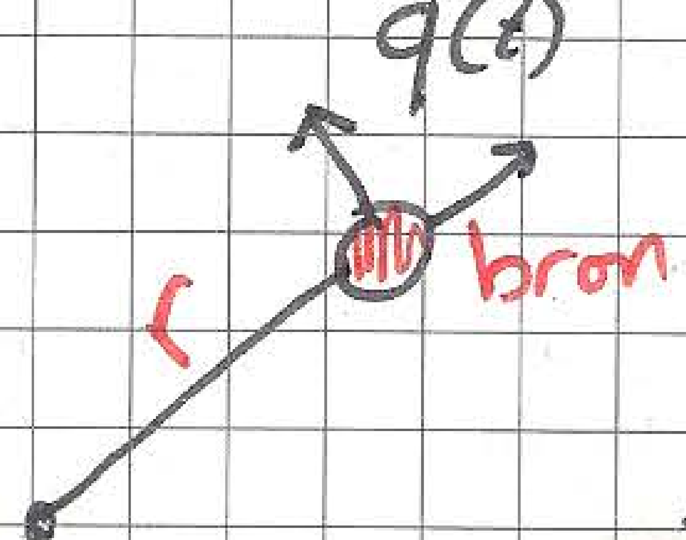
Vortex Loog

$$\frac{\rho U l}{\mu} = \text{Reynolds Nr}$$

inertie effect
Viskeus effect



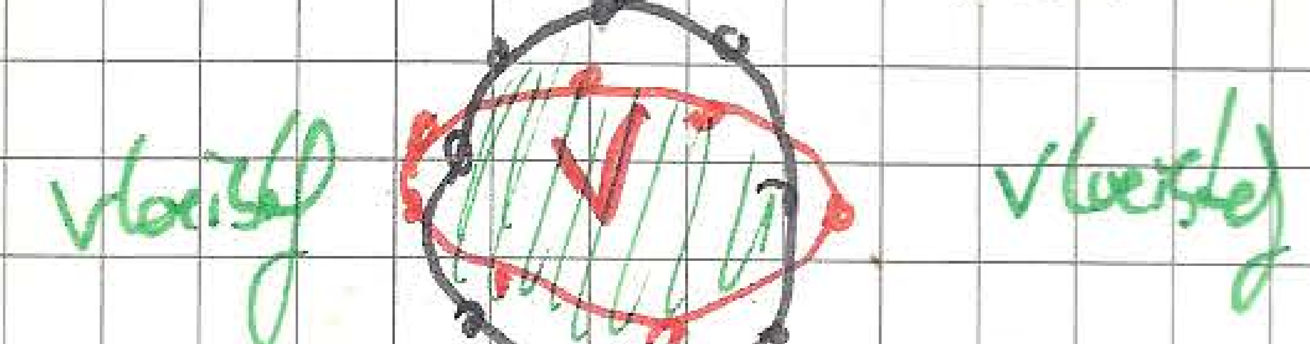




$$\Delta p = \frac{\dot{q}\left(t - \frac{r}{c}\right)}{4\pi r}$$

$\boxed{\dot{q}(t) \text{ bron Kracht}}$

Sound speed = c
Verandering Volume $\dot{V}(t)$ = bron



Massa uit de stroming

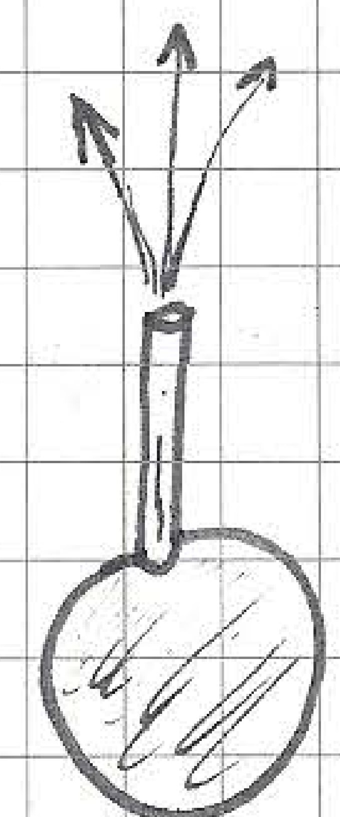
$$q = \rho \dot{V}$$

Oppervlakte Krachten

Waar oppervlakten elkaar raken is de Hoek uniek bepaald door de Energie van de onderdelen

Een gebogen vloeistof oppervlakte heeft een hogere druk aan de bolle kant

$$\Delta p = \sigma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$



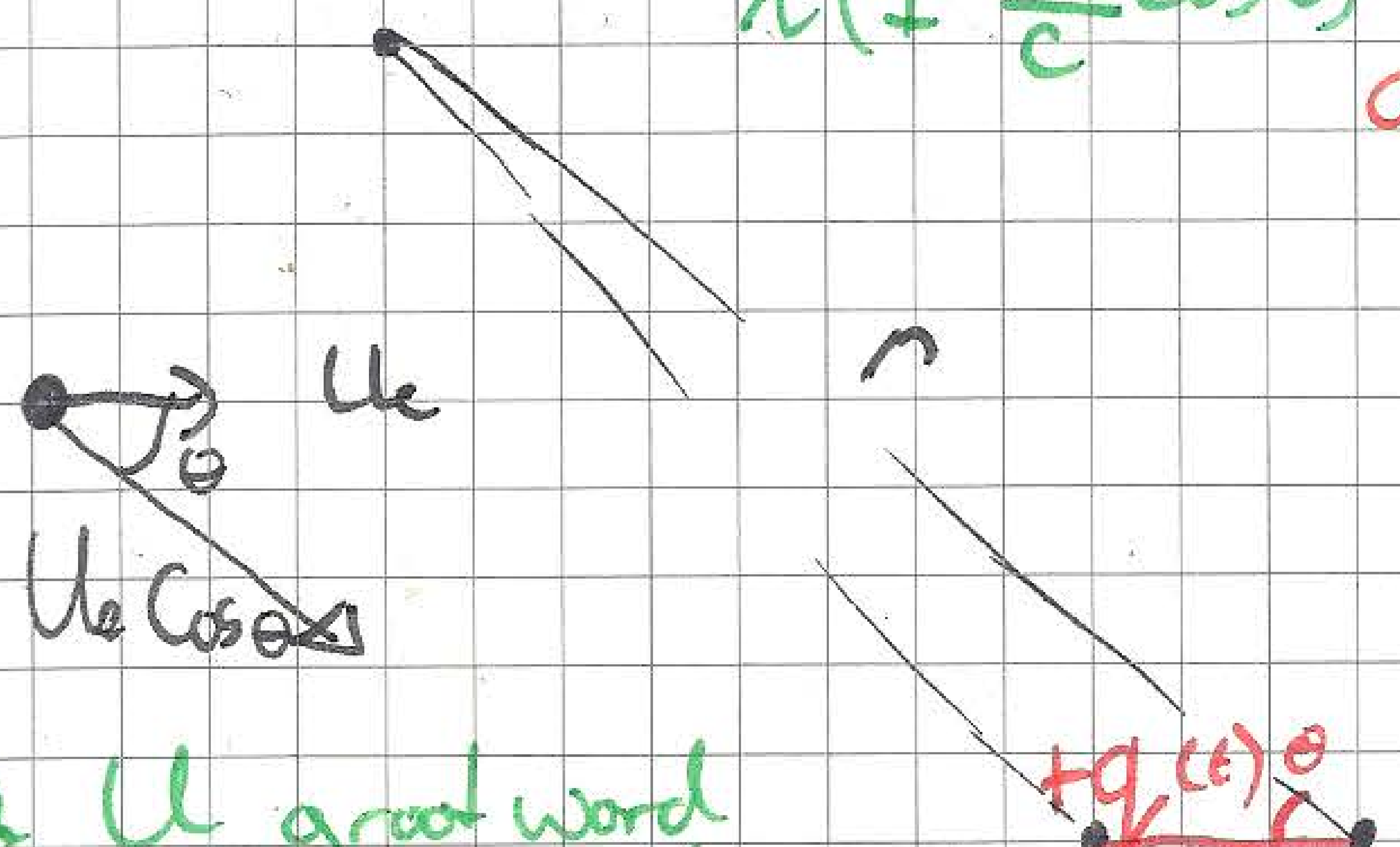
Bellen blaas

$$\frac{P_{far}}{P_{Near}} = \frac{\ell}{r}\left(\frac{2\pi\ell}{\lambda}\right)^2$$

$$\frac{\ell}{r}\left(\frac{U}{7c}\right)^2$$

$$\frac{2\pi\ell}{\lambda\left(1-\frac{U_e}{c}\cos\theta\right)}$$

als ℓ klein genoeg is verdwijnt het kracht veld.



U_e

θ

$U_e \cos\theta$

r

rate of chand of Momentum = Force

$+q(t)$ θ $\ell\cos\theta$

ℓ $-q(t)$

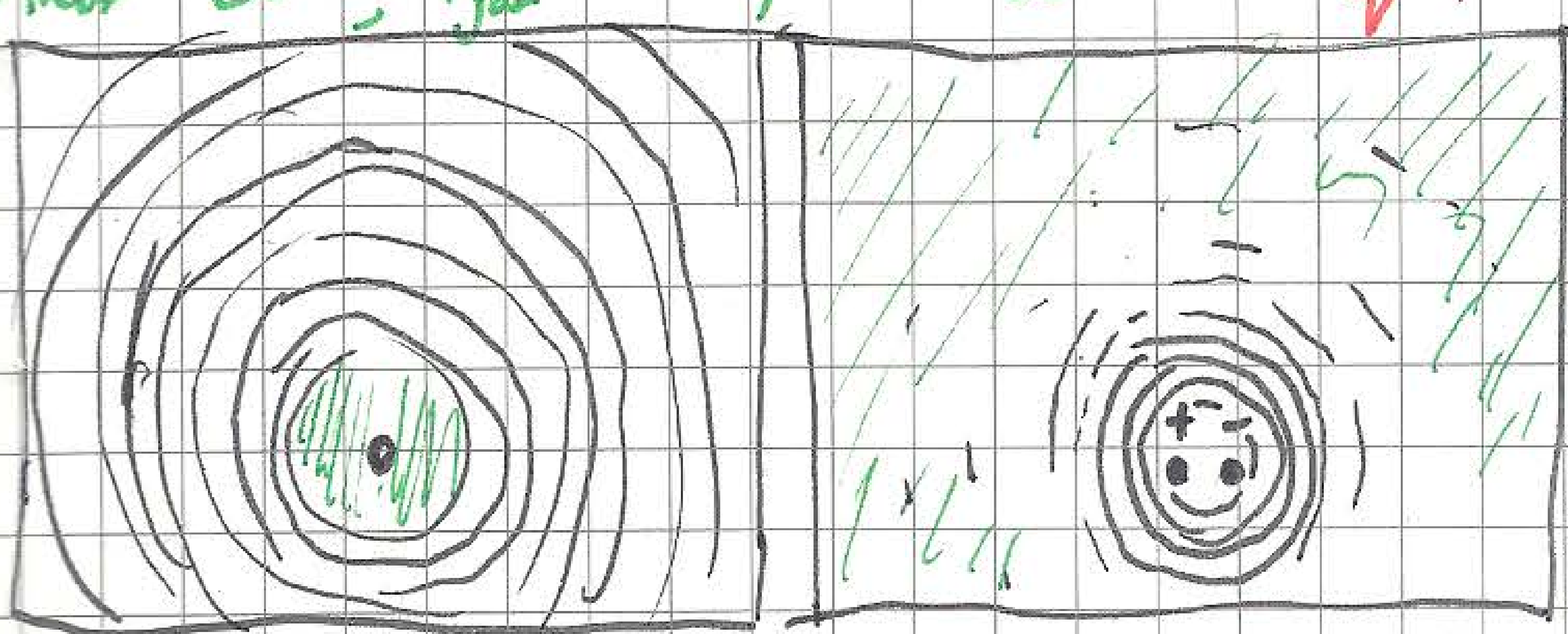
als U groot word

$P_{Near} = U^2$, $P_{far} = U^4$, $int = U^6$

dipool $\frac{2\pi\ell}{\lambda}$

quadpool $\left(\frac{2\pi\ell}{\lambda}\right)^2$

dipool van kracht $\dot{q}(t)\ell$



$$\Delta p = \frac{\dot{q}\left(t-\frac{r}{c}\right)\ell\cos\theta}{4\pi r \cdot r} + \frac{\ddot{q}\left(t\,\frac{r}{c}\right)\ell\cos\theta}{4\pi r \cdot c}$$

afstand r is groot vergeleken bij ℓ

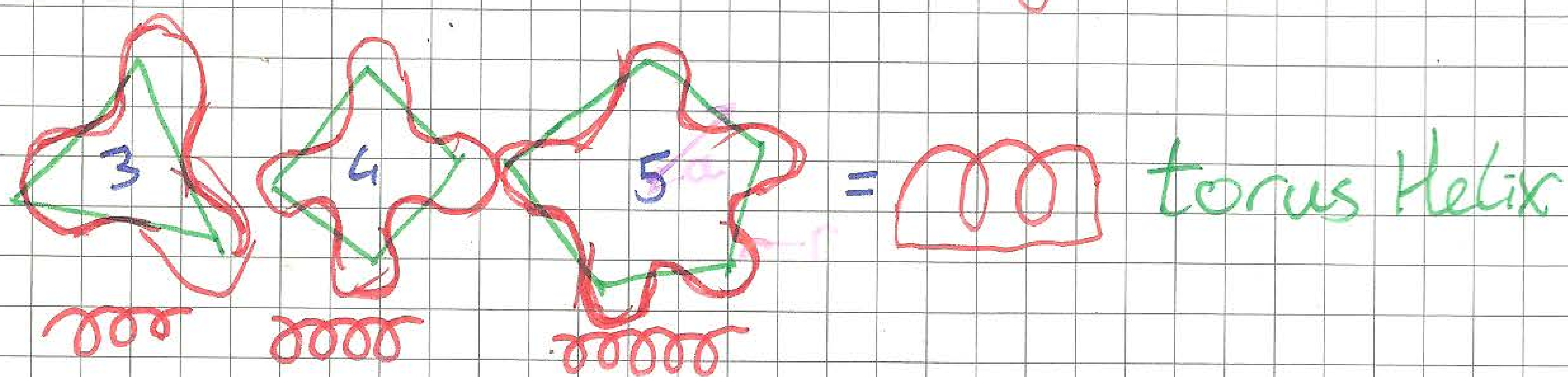
is de drukflactuaties niet ~~dus~~ afhankelijk van de kracht maar van ~~de~~ het product van q en ℓ

1 Stabiele beweging: de configuratie blijft gelijk
maar beweegt in de ruimte

2A Vast lichaam symetrisch om en as, draait om een
centraal punt van zwaartekracht
welke indien met rust gelaten word een stabiele
beweging maakt

b Vast lichaam, welke vorm ook draait om een centraal as
en beweegt parallel aan deze as
is een stabiele beweging

C Een doorbroken vast lichaam in een oneindige vloeistof
welke zich volgens b gedraagd
en een cyclische irrotationele stroming
door de doorbreuk heeft, is een stabiele stroming



tore = frans, ring door het draaien van een circel

a = radius van de circel van de helix

r = helix radius

$$\tan(\phi) = \frac{2\pi a}{N\, 2\pi r}$$

Waar $\frac{2\pi a}{N}$ de winding van de schroef

$2\pi r$ de circel

K = cyclusconstante

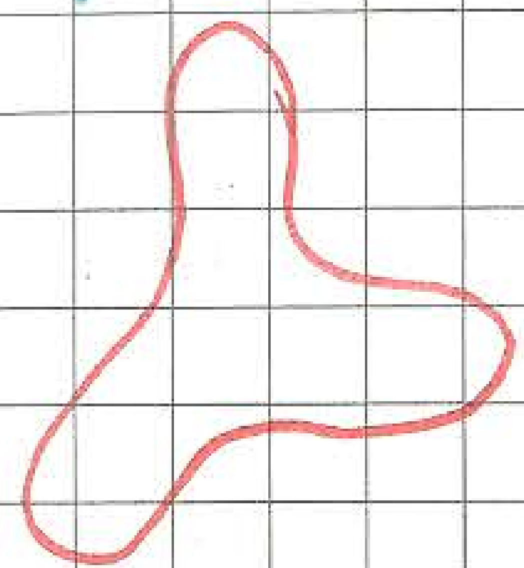
I = Kracht van impuls

μ = Moment van rotatie

$$I = K\pi a^2$$

$$\mu = KN\pi r^2 a$$

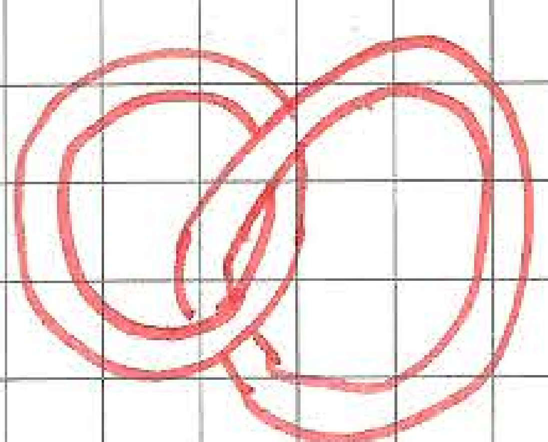
$$a^2 = \frac{I}{K\pi} \qquad R^2 = \frac{\mu}{N K^{\frac{1}{2}} \pi^{\frac{1}{2}} I^{\frac{1}{2}}}$$



$$\tan\phi = \frac{2\pi a}{N 2\pi r}$$

$$\tan\phi = \frac{2\pi \sqrt{\frac{I}{K\pi}}}{N 2\pi \sqrt{\frac{\mu}{N K^{\frac{1}{2}} \pi^{\frac{1}{2}} I^{\frac{1}{2}}}}}$$

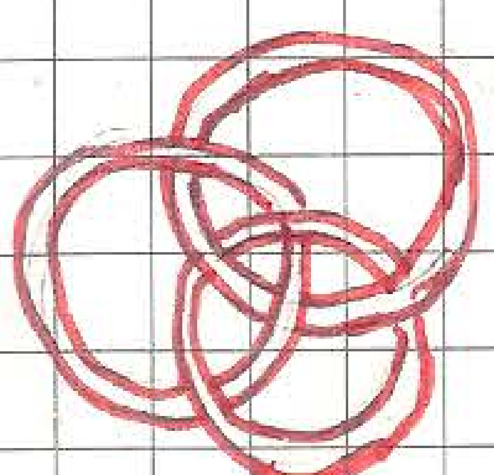
$$\tan\phi = \sqrt{\frac{I^{\frac{3}{2}}}{N \mu K^{\frac{1}{2}} \pi^{\frac{1}{2}}}}$$



$$I = 2K\pi a^2$$

$$\mu = KN\pi r^2 a$$

$$\tan\phi = \sqrt{\frac{\left(\frac{1}{2} I\right)^{\frac{3}{2}}}{N \mu K^{\frac{1}{2}} \pi^{\frac{1}{2}}}}$$



$$I = 3K\pi a^2$$

$$\mu = KN\pi r^2 a$$

$$\tan\phi = \sqrt{\frac{\left(\frac{1}{3} I\right)^{\frac{3}{2}}}{N \mu K^{\frac{1}{2}} \pi^{\frac{1}{2}}}}$$

$$b^{\frac{u}{v}} = \left(b^u\right)^{\frac{1}{v}} = \sqrt[v]{b^u}$$

$$\left((x)^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{\left(\sqrt[3]{(x)^2}\right)^3}$$

Heffen elkaar op

Prime knots

$$H\left(q, \frac{\partial S}{\partial q}\right) = E \qquad S = K \log \psi$$

$$H\left(q, \frac{K}{\psi}\frac{\partial \psi}{\partial q}\right) = E$$

$$\left(\frac{d\psi}{dx}\right)^2 + \left(\frac{d\psi}{dy}\right)^2 + \left(\frac{d\psi}{dz}\right)^2 - \frac{2m}{K^2}\left(E + \frac{e^2}{r}\right)\psi^2 = 0$$

e = charge
m = massa
$r^2 = x^2 + y^2 + z^2$

$$\delta J = \delta \iiint dx\,dy\,dz \left[\left(\frac{d\psi}{dx}\right)^2 + \left(\frac{d\psi}{dy}\right)^2 + \left(\frac{d\psi}{dz}\right)^2 - \frac{2m}{K^2}\left(E + \frac{e^2}{r}\right)\psi^2\right] = 0$$

$$\frac{1}{2} J = \int df\, \delta\psi \frac{d\psi}{dN} - \iiint dx\,dy\,dz\, \delta\psi \left[\nabla^2 \psi + \frac{2m}{K^2}\left(E + \frac{e^2}{r}\right)\psi\right] = 0$$

$$\int df\, \delta\psi \frac{d\psi}{dN} = 0 \qquad \nabla^2\psi + \frac{2m}{K^2}\left(E + \frac{e^2}{r}\right)\psi = 0$$

df = oppervlakt

(x,y,z) coordinaten
Torus

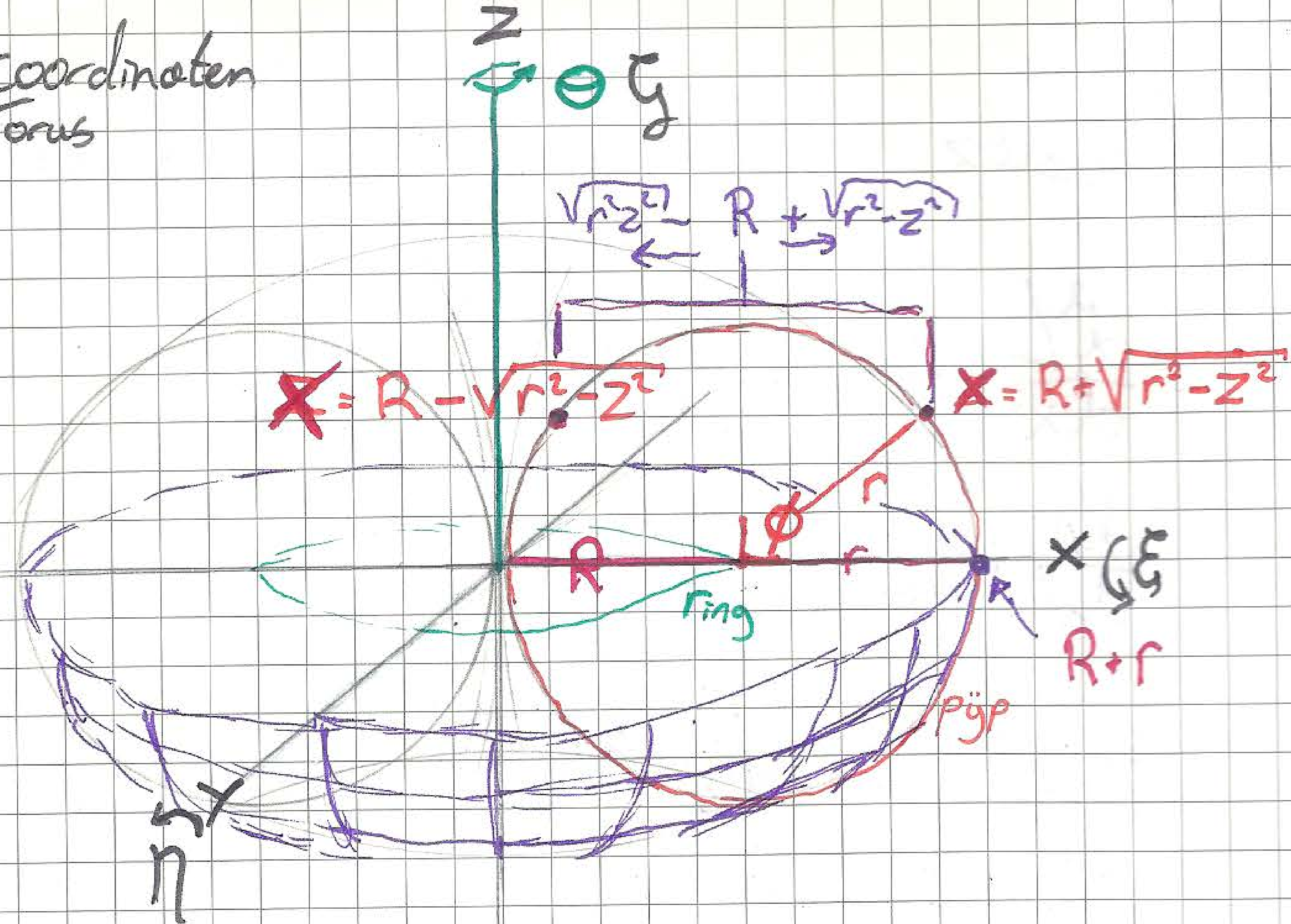
Volume

$2\pi R \cdot \pi r^2$

$2\pi^2 R r^2$

oppervlakte

$4\pi^2 Rr$



$$x = \cos(\theta)\,(R + r\cos(\phi))$$
$$y = \sin(\theta)\,(R + r\cos(\phi))$$
$$z = r\sin(\phi)$$

de torus is symetrisch om de z-as

$$r^2 = \left(R - \sqrt{x^2+y^2}\right)^2 + z^2$$

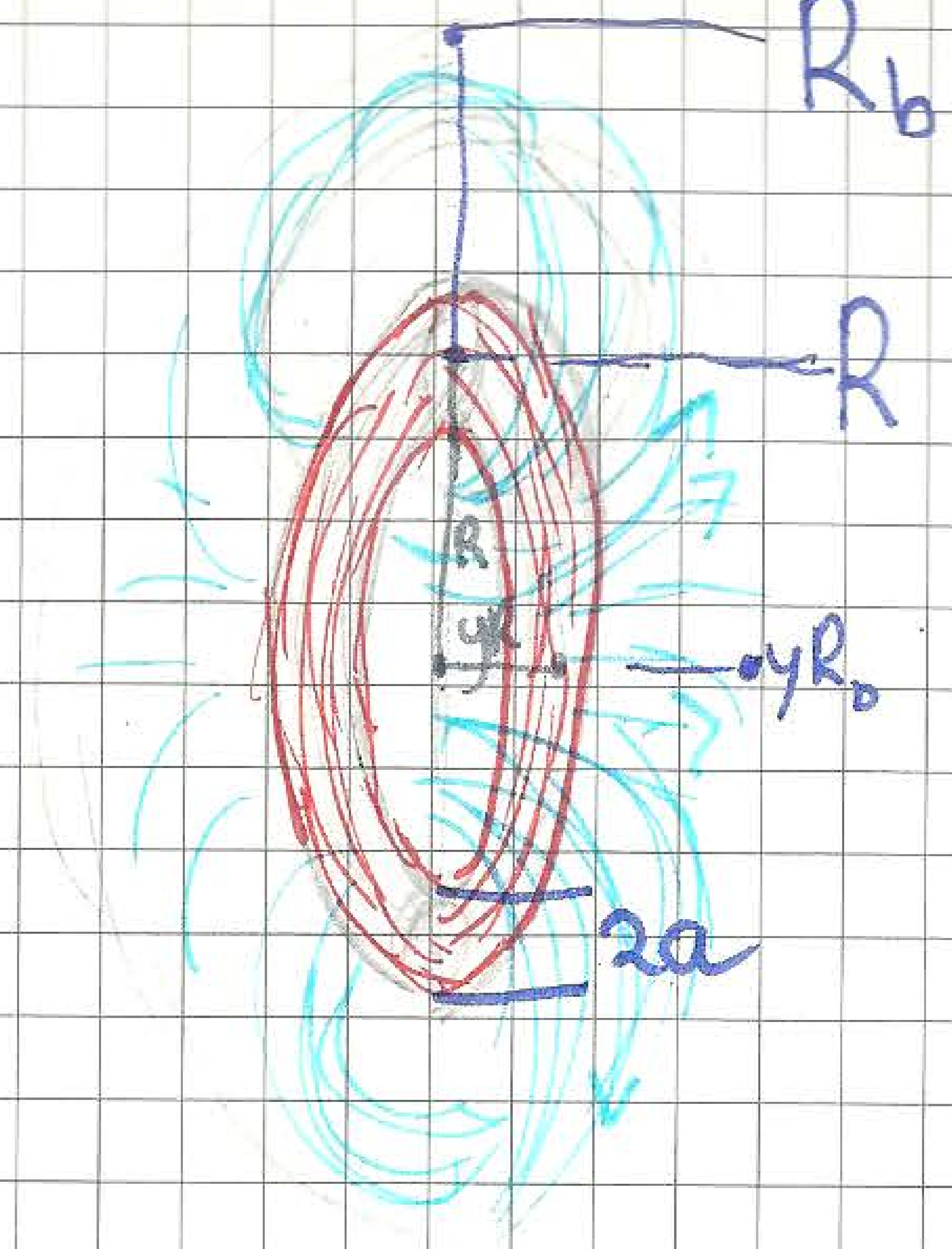
Hier van de wortels weg halen geeft een quartic formule

$$\left(x^2+y^2+z^2+R^2-r^2\right)^2 = 4R^2\left(x^2+y^2\right)$$

als we een torus snyden in N vlakken, kan deze maximaal opgedeeld worden aan de hand van Natuurlijke nummers volgens de volgende formules

$\frac{1}{6}(N^3+3N^2+8N)$ N waarden: 1, 2, 6, 13, 24, 40

Wanneer we een torus willen verdelen met op elkaar grenzende kleuren, kan dit to maximaal 7 aangrenzende vlakken



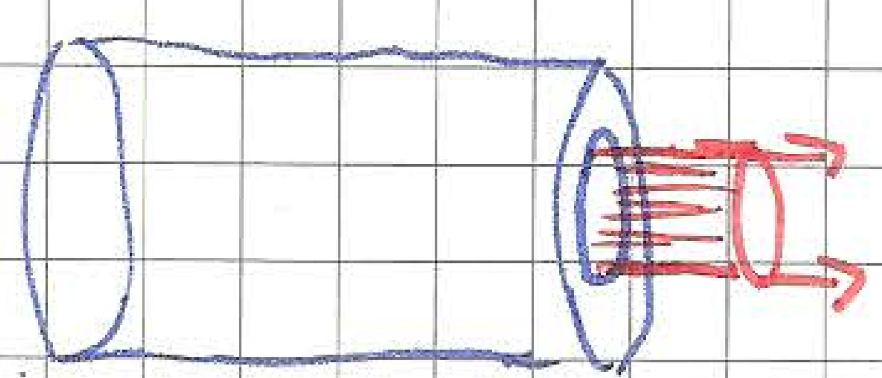
$$\Omega_b = \left(\frac{4\pi}{3}\right) R_b^3 \gamma$$

$$\Omega_\gamma = \left(\frac{4\pi}{3}\right) R_\gamma^3$$

$$\Omega_p = \Omega_\gamma$$

$$\Omega_p = \pi R_0^2 L$$

$$R = \left(\frac{3\Omega_p}{4\pi\gamma}\right)^{1/3} = \left(\frac{3 R_0^2 L}{4\gamma}\right)^{1/3}$$



$$M_p V_p = \rho \Gamma \pi R^2$$

M_γ = Massa pistool

V_p = Snelheid Massa

$$V_p = \frac{L}{T}$$

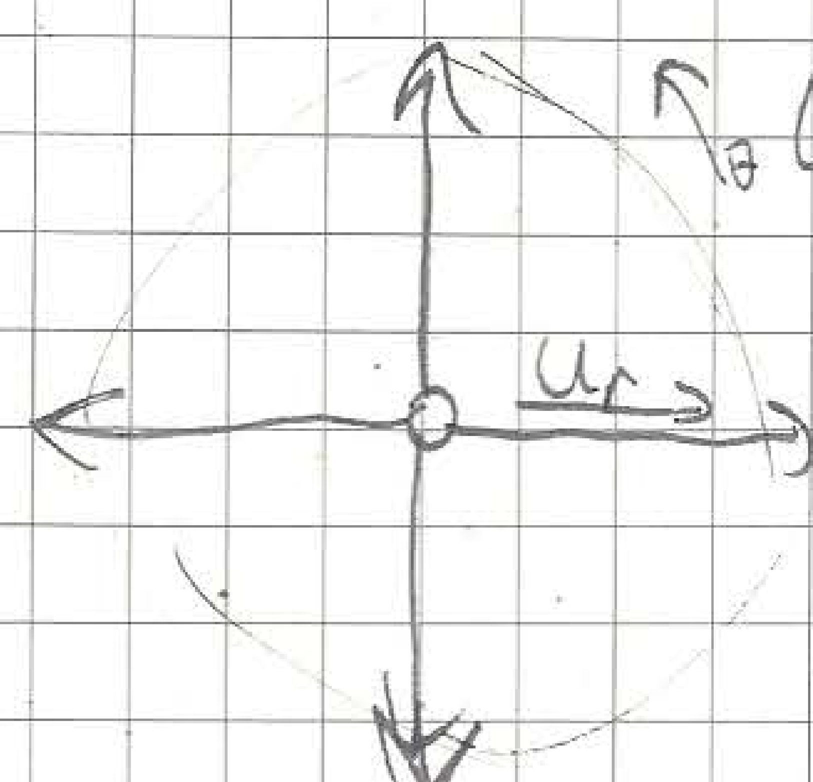
$$\Gamma_s = \frac{L^2}{2T}$$

$$V_s = \frac{\Gamma_s}{4\pi R}\left(\ln\frac{8R}{a} - \beta\right)$$

$$V_s = \frac{L^2}{8\pi R T}\left(\ln\frac{8R}{a} - \beta\right)$$

$$\rho \pi R_0^2 L V_p = \rho \Gamma \pi R^2$$

$$\Gamma = \frac{R_0^2 L V_p}{R} = \frac{R_0^2 L^2}{R^2 T}$$



$$\Gamma_\theta u_\theta = 0$$

$$u_r = \frac{\dot V C}{2\pi r}$$

Vortex Model	α	β
Vaste Kern + Const Volume	$\frac{7}{4}$	$\frac{1}{4}$
Holle Kern + Const Volume	2	$\frac{1}{2}$
Holle Kern + Const Druk	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$
Holle Kern + Opp Spanning	1	0
Non Liniair Schrödinger	1.61	0,61

Kern Radius verwaarloosbaar klein tov Ring Diameter

$$E = \frac{1}{2}\rho\Gamma^2 R\left(\ln\frac{8R}{a} - \alpha\right)$$

$$V = \frac{\Gamma}{4\pi R}\left(\ln\frac{8R}{a} - \beta\right)$$

Const druk
$\beta = \alpha - 1$
Const Volume
$\beta = \alpha - \frac{3}{2}$

Lamb-Oseen Vortex $\vec{\omega} = \frac{\vec{R}\,\vec{V}}{R^2}$

$$V_\theta(R,t) = \frac{\Gamma}{2\pi R}\left[1 - e^{\left(\frac{-R^2}{R_c^2(t)}\right)}\right]$$

$$V_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi R}\left[1 - e^{\left(\frac{-R^2}{4\nu t}\right)}\right]$$

$$\omega = \frac{c}{4\pi\nu t}e^{-\frac{r^2}{4\nu t}}$$

$$\Gamma = \Gamma_{(r,t)}\Big|_{t=0} = 2\pi\int \omega r\,dr\Big|_{t=0}$$

$$= \frac{c2\pi}{4\pi\nu t}\int_0^\infty e^{-\frac{r^2}{4\nu t}} r\,dr = c$$

$$\omega = \frac{\Gamma}{4\pi\nu t}e^{-\frac{r^2}{4\nu t}}$$

Hill's spherical Vortex

axisymetric Vortex Sphere Radius R

$\omega = Ar$ A = constant A = 0 outside sphere

$\omega_\phi = Ar\left(\sqrt{x^2+r^2} < R\right)$

$\omega_\phi = 0\left(\sqrt{x^2+r^2} > R\right)$

total circulation: $\boxed{\Gamma = \iint_{R<R} Ar\,dx\,dr = \frac{3}{3}AR^3}$

$\boxed{R_* = \sqrt{x^2+R^2}}$

Vortex Constant Speed

$$U = \frac{2}{15}R^2 A = \frac{\Gamma}{5R}$$

als U en V functies zijn van x, y, z dan

$$\iiint U\left(\frac{d^2V}{dx^2}+\frac{d^2V}{dy^2}+\frac{d^2V}{dz^2}\right)dx\,dy\,dz =$$

$$-\iiint\left(\frac{dU}{dx}\frac{dV}{dx}+\frac{dU}{dy}\frac{dV}{dy}+\frac{dU}{dz}\frac{dV}{dz}\right)dx\,dy\,dz =$$

$$\iiint\left(\frac{d^2U}{dx^2}+\frac{d^2U}{dy^2}+\frac{d^2U}{dz^2}\right)V\,dx\,dy\,dz$$

Waar de intergratie over de gehele ruimte moet waar in U en V niet 0 zijn.

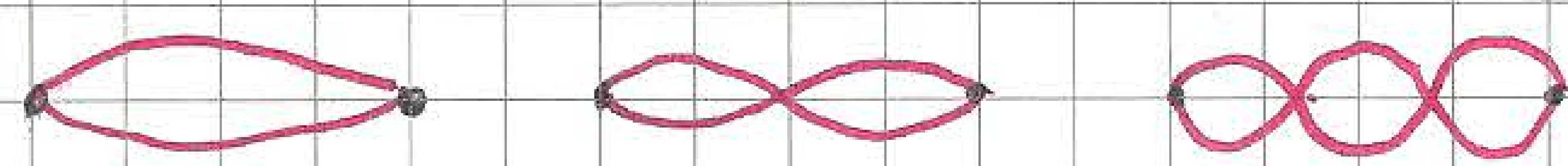
Golf vergelijkingen

golf
$$\frac{d^2\omega}{dt^2} = a^2 \frac{d^2\omega}{dx^2}$$

non homogenous
$$\frac{d^2\omega}{dt^2} = a^2 \frac{d^2\omega}{dx^2} + \Phi(x,t)$$

as symetry golf
$$\frac{d^2\omega}{dt^2} = a^2\left(\frac{d^2\omega}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{d\omega}{dr}\right) + \Phi_{(r,t)}$$

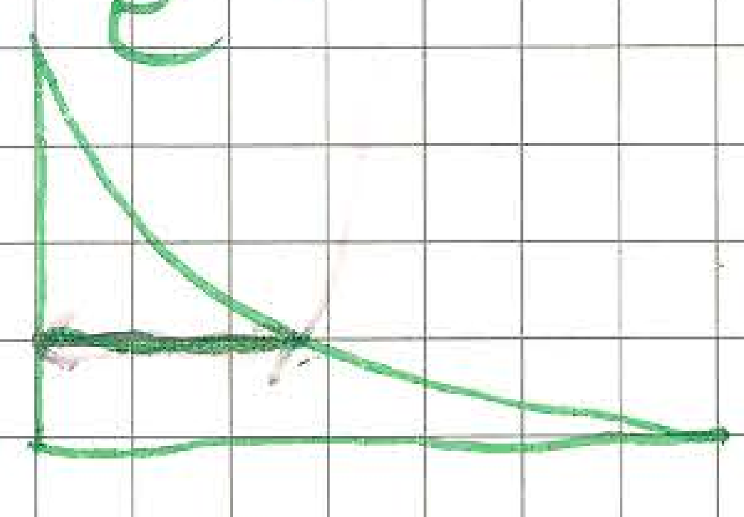
centrale symetry
$$\frac{d^2\omega}{dt^2} = a^2\left(\frac{d^2\omega}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{d\omega}{dr}\right) + \Phi_{(r,t)}$$



$\lambda = \frac{2}{1}L$ $\quad$ $\lambda = \frac{2}{2}L$ $\quad$ $\lambda = \frac{2}{3}L$

$L = \frac{1}{2}\lambda$ $\quad$ $L = \frac{2}{2}\lambda$ $\quad$ $L = \frac{3}{2}\lambda$

$e^{\frac{-x}{a}}$



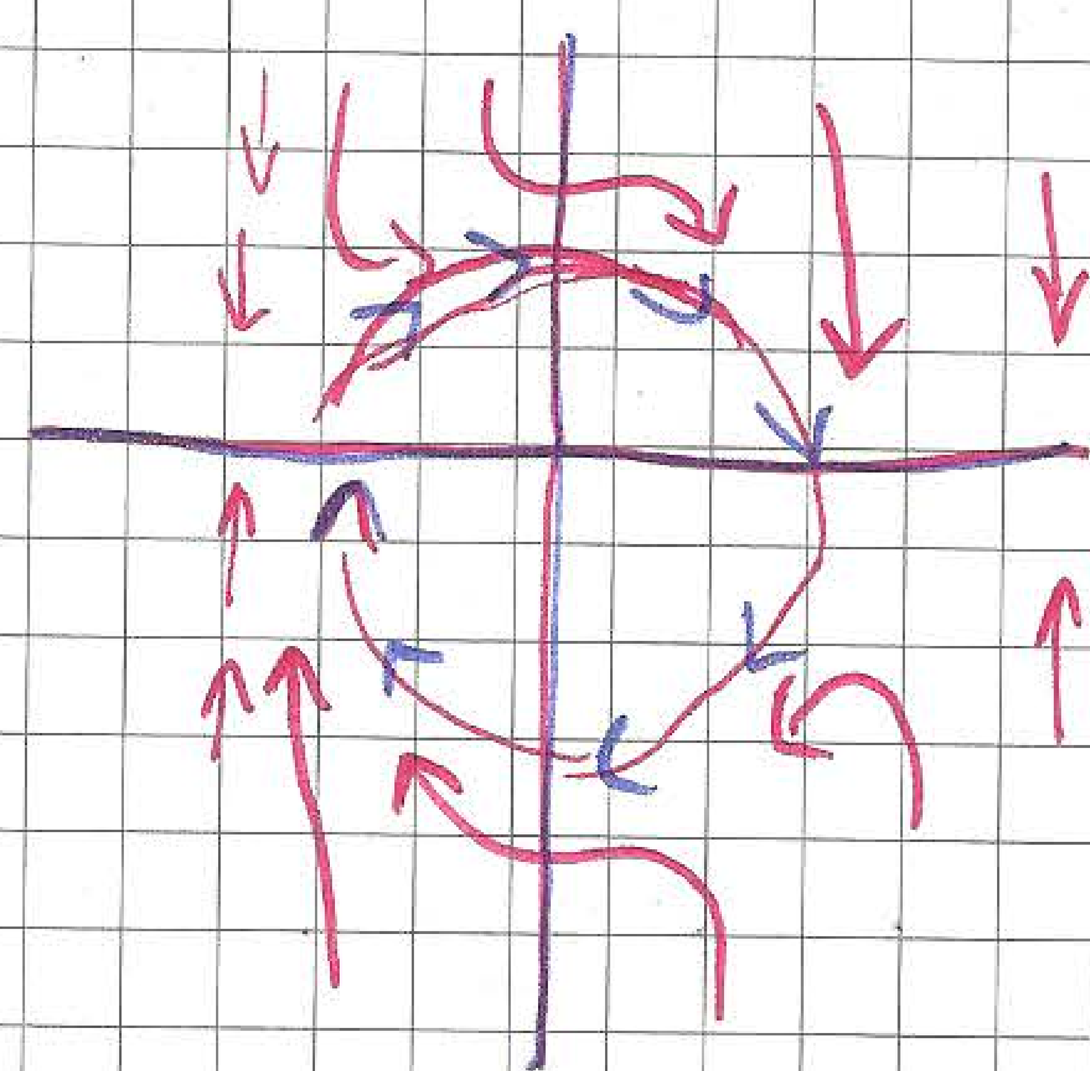
$$f(\varepsilon) = \frac{1}{e^{\left[\frac{\varepsilon-\mu}{K_o T}\right]}+1}$$

Radiation Pressure

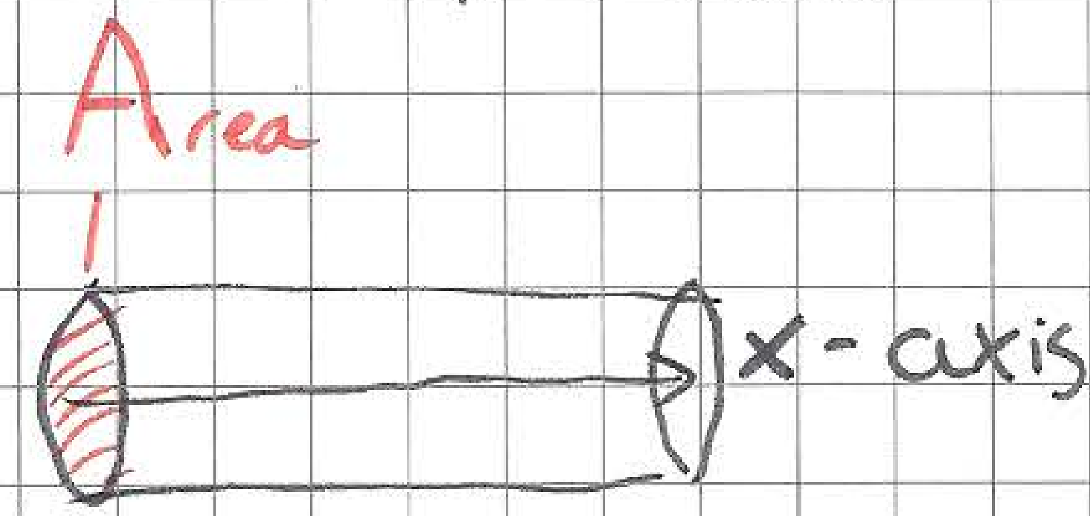
$$F = \frac{2P_0}{c} Q_u \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{g^1}} - \frac{\lambda_0}{\lambda_{g^2}}\right)\left(1 - \frac{\lambda_0^2}{\lambda_{g^1}\lambda_{g^2}}\right)^{-1}$$

$$\frac{dx}{dt} = y$$

$$\frac{dy}{dt} = \mu(1-x^2)y - x$$



Bernoulli Equation - incompressible



$$m\frac{dv}{dt}=F$$

$$\rho A dx \frac{dv}{dt}=-A\,dp$$

$$\rho\frac{dv}{dt}=-\frac{dp}{dx}$$

$$\frac{dv}{dt}=\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt}=\frac{dv}{dx}v=\frac{d}{dx}\left(\frac{v^2}{2}\right)$$

if $\rho = \text{constant} = \frac{d\rho}{dt}=0$

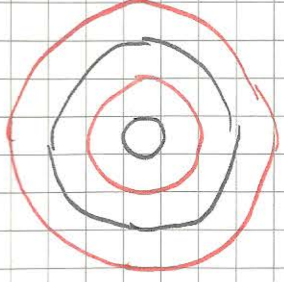
$$\frac{d}{dx}\left(\rho\frac{v^2}{2}+p\right)=0$$

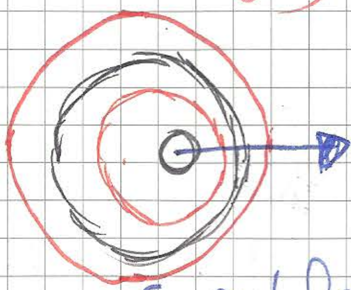
integration x

$$\frac{v^2}{2}+\frac{p}{\rho}=\text{Constante}$$

frequenties voor relatieve bewegingen

bron in Rust | bron in Beweging





V_s = Velocity Source
V_o = Velocity Observer
V = Speed of Sound

f = real frequency
f' = Apparent frequency

8 formules:

1-2 Bron beweegt richting observator in rust

$$f' = \frac{V}{(V - V_s)} f \quad \text{of ervan af} \quad f' = \frac{V}{(V + V_s)} f$$

3-4 Bron in Rust en observator beweegt richting bron

$$f' = \frac{(V + V_o)}{V} f \quad \text{of ervan af} \quad f' = \frac{(V - V_o)}{V} f$$

5-6 Bron en observator bewegen richting elkaar

$$f' = \frac{(V + V_o)}{(V - V_s)} f \quad \text{of van elkaar af} \quad f' = \frac{(V - V_o)}{(V + V_s)} f$$

7-8 Bron richting observator, observator beweegt ervan af

$$f' = \frac{(V - V_o)}{(V - V_s)} f \quad \text{of andersom} \quad f' = \frac{(V + V_o)}{(V + V_s)} f$$

Speciale Relativiteits theorie:

$$f' = f \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{C_m}} \quad \text{of} \quad f' = f \frac{\sqrt{c^2 - v^2}}{c - nv}$$

C_m: Lichtsnelheid medium

V = Snelheid bron en waarnemer elkaar naderen
n = brekings index $n=1$ in vacuüm

Ket Vector $|\rangle$

Connected to State of a System in finite or infinite dimentions.

Kets can be multiply by complex numbers

$|A\rangle$ en $|B\rangle$

$$c_1|A\rangle + c_2|B\rangle = |R\rangle$$

Ket Vector $|x\rangle$ afhankelyk van x
kunnen we integreren

$$\int |x\rangle\, dx = |Q\rangle$$

If original state $|A\rangle$ is SuperPosed to self

$$c_1|A\rangle + c_2|A\rangle = (c_1+c_2)|A\rangle$$

c_1 and c_2 = numbers

If $c_1 + c_2 = 0$ the result of Superposition is none
the two results Cancel each other

Bra Vector $\langle|$

Sech (x)

$$\text{sech}(x) = \frac{1}{\cosh(x)}$$

$$\frac{2}{e^{-x}+e^{x}} \qquad \frac{1}{\cos(ix)} \qquad \frac{2e^{x}}{1+e^{2x}}$$

$$\frac{d}{dx}\,\text{sech}(x) = \tanh(x)\left(-\text{sech}(x)\right)$$

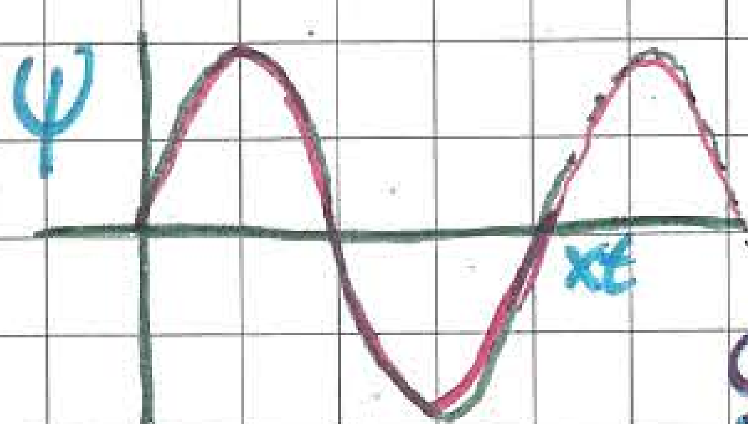
$$\int \text{sech}(x)\,dx = 2\tan^{-1}\left(\tanh\left(\frac{x}{2}\right)\right) + C$$

$$\psi = \sin(\overset{\frac{2\pi}{\lambda}}{k}x - \overset{2\pi f}{\omega}t)$$

$$\psi = \cos(kx - \omega t)$$

$$\psi = e^{i(kx-\omega t)}$$

$$v = \lambda f = \frac{2\pi}{k}\frac{\omega}{2\pi} = \frac{\omega}{k}$$



$$\frac{d\psi}{dx} = k\cos(kx-\omega t) \qquad \frac{d\psi}{dt} = -\omega\cos(kx-\omega t)$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -k^2\sin(kx-\omega t) \rightarrow \psi \qquad \frac{d^2\psi}{dt^2} = -\omega^2\sin(kx-\omega t) \rightarrow \psi$$

$$\psi = \frac{1}{-k^2}\frac{d^2\psi}{dx^2} = \frac{1}{-\omega^2}\frac{d^2\psi}{dt^2}$$

$$\boxed{\frac{d^2\psi}{dt^2} = \frac{\omega^2}{k^2}\frac{d^2\psi}{dx^2}}$$

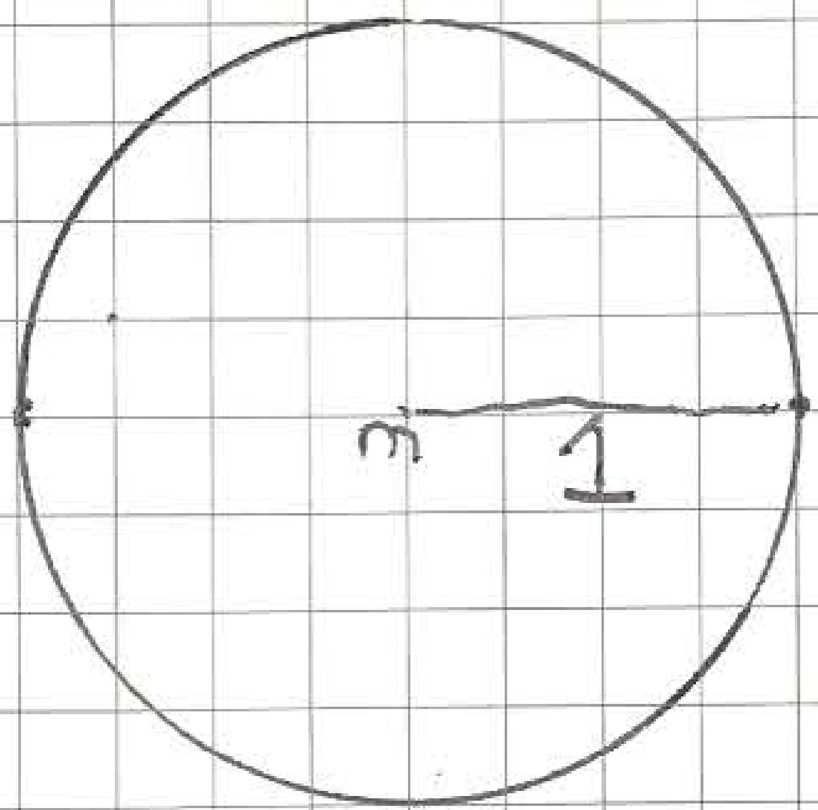
$$\frac{\omega^2}{k^2} = v^2$$

differentiëren en Integreren

functie	afgeleide
a	0
ax	a
ax^b	$a\,bx^{b-1}$
$c \cdot f(x)$	$c \cdot f'(x)$
$f(x) + g(x)$	$f'(x) + g'(x)$
$f(x) \cdot g(x)$	$f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
$\frac{f(x)}{g(x)}$	$\frac{f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$
$a e^{bx}$	$a\,b\,e^{bx}$
$e^{f(x)}$ $\quad a^{f(x)}$	$f'(x) \cdot e^{f(x)}$ $\quad \ln(a) \cdot f'(x) \cdot a^{f(x)}$
$\ln(ax) = \ln(a) + \ln(x)$	$\frac{1}{x}$
$\ln(ax^b) = \ln(a) + b \cdot \ln(x)$	$\frac{b}{x}$
${}^a\log(f(x)) = \frac{\ln(f(x))}{\ln(a)}$	$\frac{1}{\ln(a)} \cdot \frac{1}{f(x)} \cdot f'(x)$
$\sin(ax+b)$	$a \cos(ax+b)$
$c \cdot \cos(ax+b)$	$-a \cdot c \cdot \sin(ax+b)$
$\tan(x)$	$\frac{1}{\cos^2(x)} = 1 + \tan^2(x)$

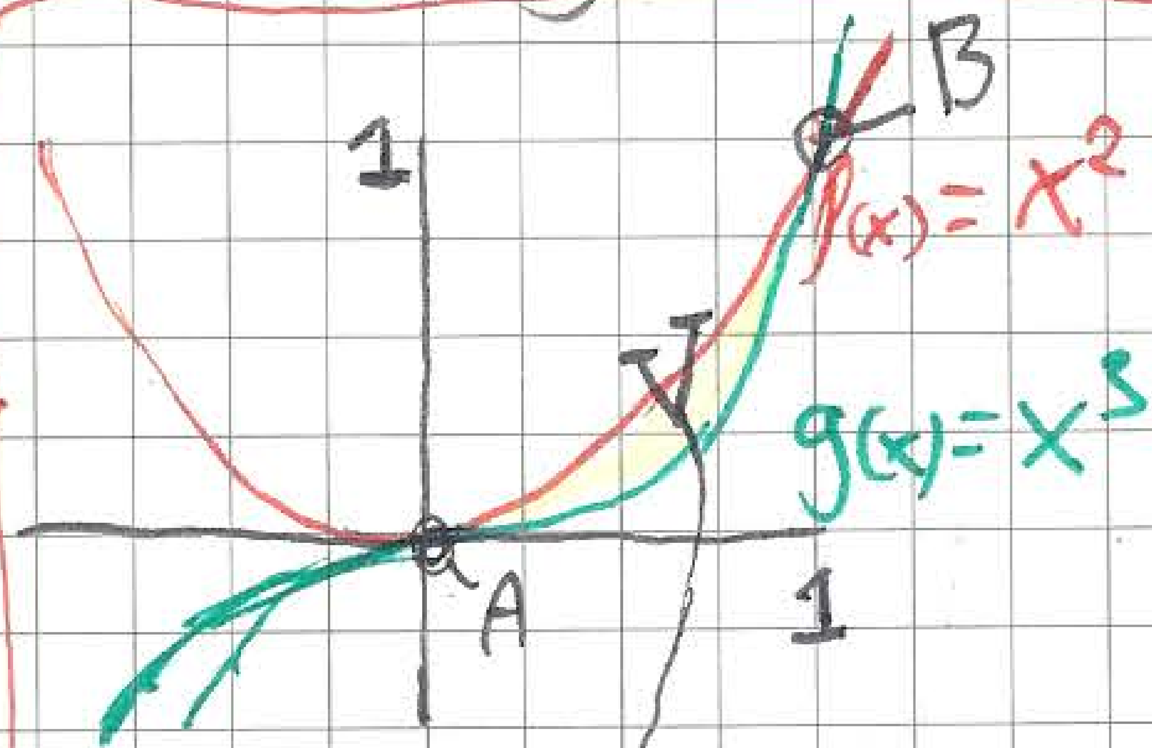
F is een primitieve van f in gesloten interval (a, b)

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$



Voor elk punt op de circel geldt

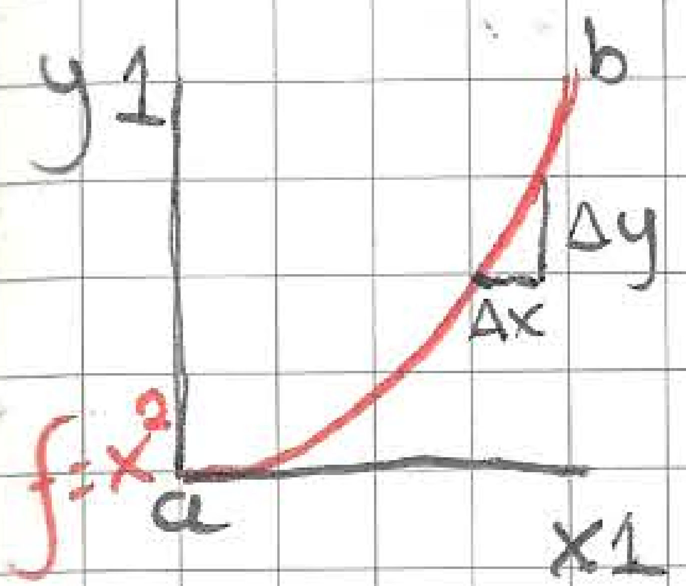
$$x^2 + y^2 = 1$$



oppervlakte **V** vind je met f[0,1] - g[0,1]

$$opp(V) = \int_0^1 f(x)\,dx - \int_0^1 g(x)\,dx$$

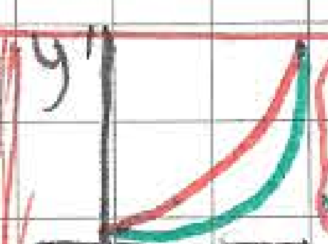
$$opp(V) = \int_A^b (f(x) - g(x))\,dx$$



lengte van de grafiek f[0,1]

$$L \approx \sum_{b=1}^{n} \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y_b)^2}$$

$$L \approx \sum_{b=1}^{n} \sqrt{1 + \left(\frac{\Delta y_b}{\Delta x}\right)^2} \cdot \Delta x$$



f = x² | g = x⁴

$$opp = \int_0^1 (x^2 - x^4)\,dx \Rightarrow opp = \left[\tfrac{1}{3}x^3 - \tfrac{1}{5}x^5\right]_0^1$$

$$opp = \frac{2}{15}$$

als we Δx richting 0 nadert dan $\frac{\Delta y_b}{\Delta x}$ nadert $f'(x_b)$

$$L_f = \int_0^1 \sqrt{1 + (f'(x))^2}\,dx$$

$f = x^2$ $\quad f' = 2x$

$g = x^3$ $\quad g' = 3x^2$

$$L_g = \int_0^1 \sqrt{1 + (g'(x))^2}\,dx$$

$$L_f = \int_0^1 \sqrt{1 + 4x^2}\,dx = 1{,}4789$$

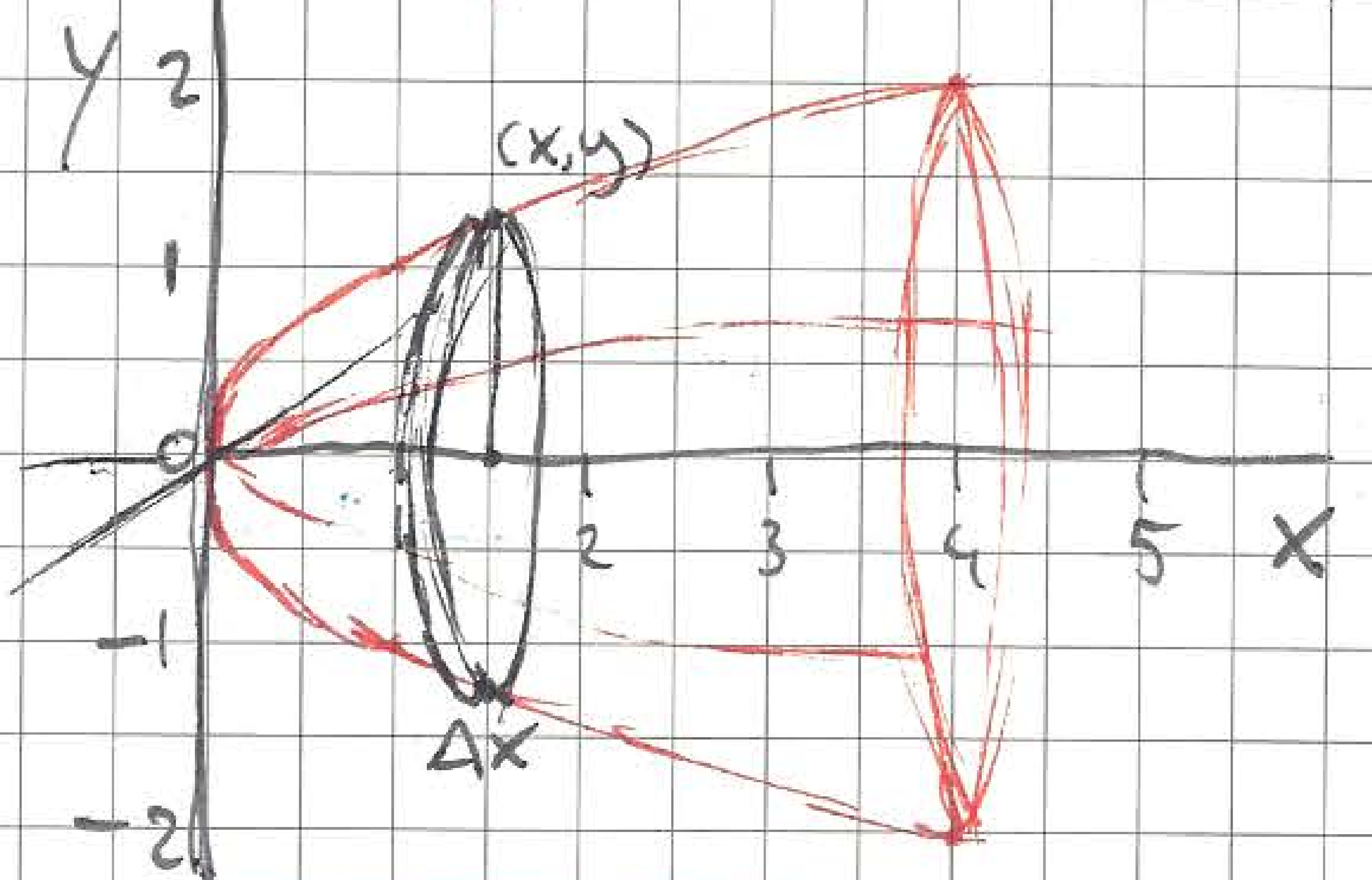
$$L_g = \int_0^1 \sqrt{1 + 9x^4}\,dx$$

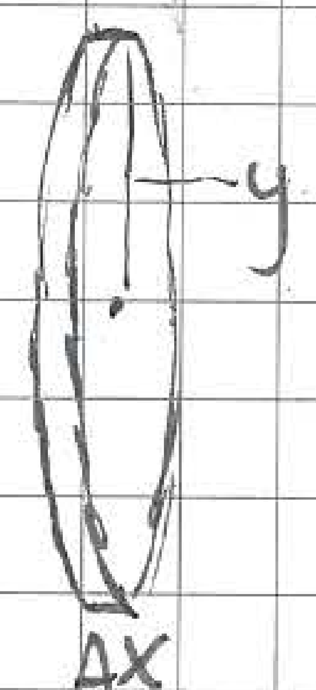
Je kan bij de formule $E=\frac{1}{2}mV^2$ het normaliseren door de massa = 1

$$E=\frac{\dot{x}^2}{2}+\frac{\omega^2}{2}x^2$$

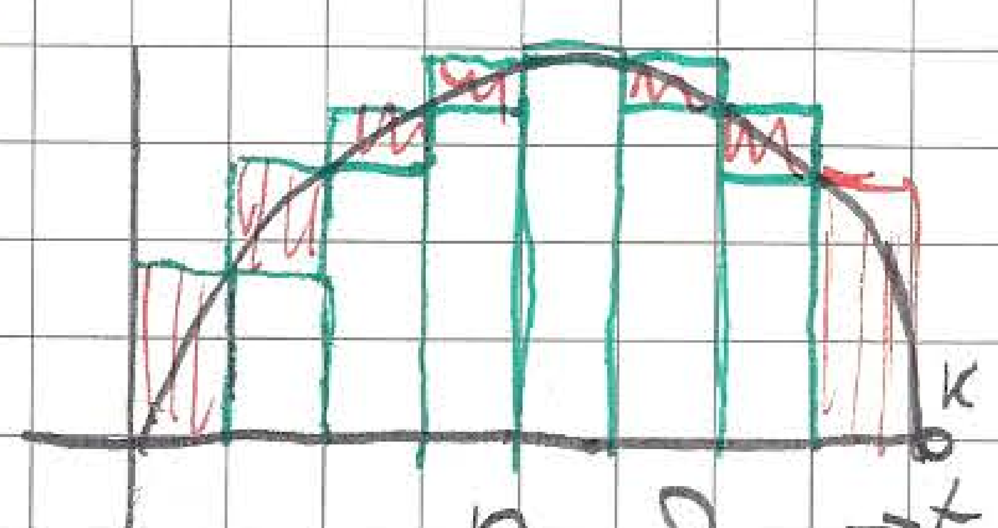
We hebben een grafiek voor een roterend voorwerp

$f(x)=\sqrt{x}$

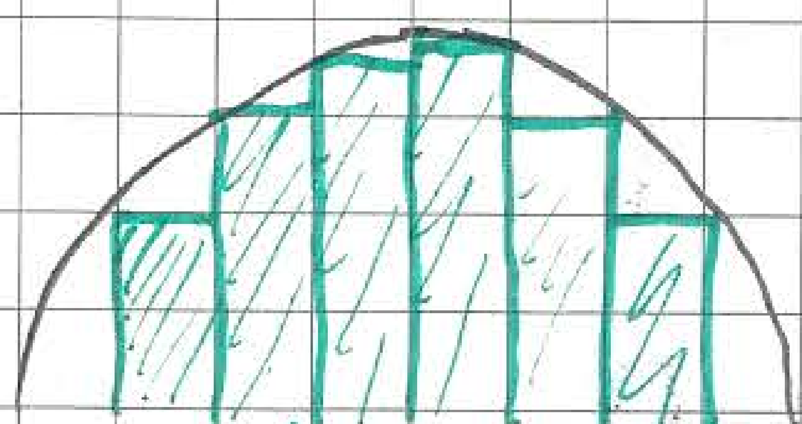




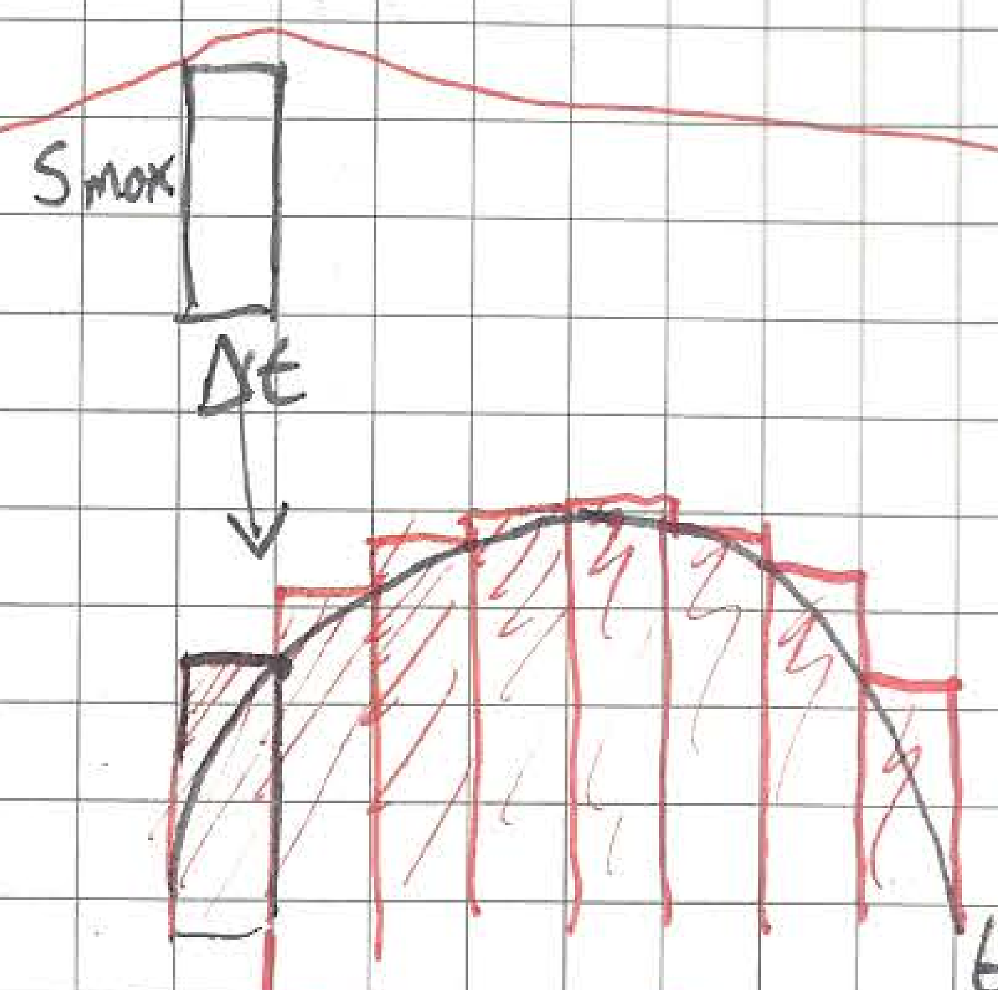
inhoud cilinder = $\pi y^2 \Delta x$



$n=8$



ondersom



bovensom

als $\lim_{n\to\infty}(\overline{S}_n-\underline{S}_n)=0$

dan bestaat de integraal

$$\int_a^b f(x)dx$$

$$\underline{S}_n=\sum_{k=1}^{n} s_{min}(t_k)\cdot\Delta t$$

$$\overline{S}_n \sum_{k=1}^{n} s_{max}(t_k)\cdot\Delta t$$

$s_{min}(t_1)\cdot\Delta t+s_{min}(t_2)\cdot\Delta t \ldots$

$s_{max}(t_1)\Delta t+s_{max}(t_2)\Delta t+\ldots$

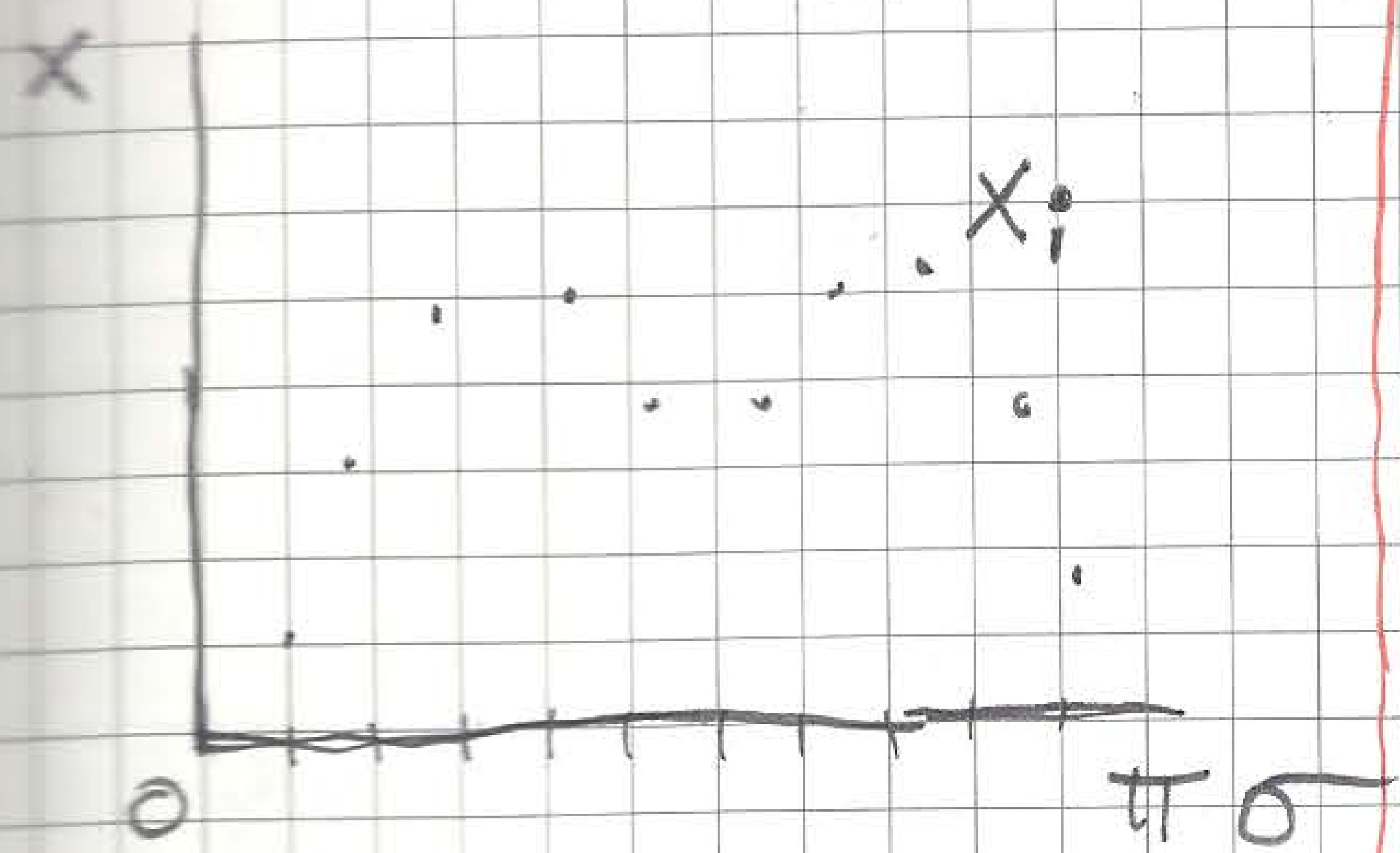
---

als we de deelintervallen een oneindig aantal maken

$\Delta x\to 0$ de inhoud van roterend voorwerp $f(x)=\sqrt{x}$

$$\text{inhoud}=\int_0^4 \pi\cdot(f(x))^2\,dx \quad =\int_0^4 \pi x\,dx$$

$$=\int_0^4 \pi(\sqrt{x})^2\,dx \quad =\left[\tfrac{1}{2}\pi x^2\right]_0^4=8\pi$$



$$i = 1, n$$

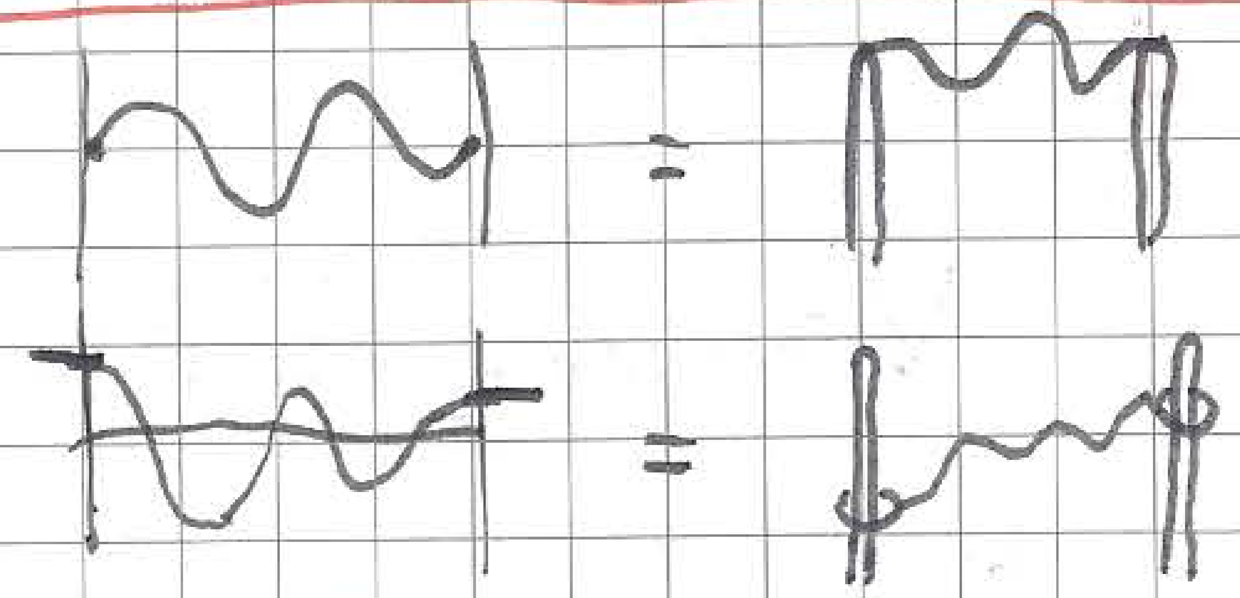
$$\Delta X = X_i - X_{i-1} = \frac{dX}{d\sigma}\Delta\sigma$$

$$\Delta\sigma = \frac{\pi}{n}$$

$$\Delta\sigma \sum X_i \longrightarrow \int_0^{\pi} X_{(\sigma)}\, d\sigma$$

Dirichlet: $X_{(0)} = 0 \quad X_{(\pi)} = 0$

Neumann: $\frac{dX}{d\sigma} = 0$



$$X_{(\sigma)} = \sum_{n=1}^{\infty} X_n \sin(n\sigma)$$

$$X_{(\sigma)} = \sum_{n=0}^{\infty} X_n \cos(n\sigma)$$

$$E \overset{c=1}{=} \sqrt{p^2 + m^2} = \sqrt{p_z^2 + p_x^2 + p_y^2 + m^2}$$

$$= p_z + \frac{p_x^2 + p_y^2}{2p_z} + \frac{m^2}{2p_z}$$

$p_z > \infty$ = tijd word slomer

$$\int_0^{\pi} \cos(n\sigma)\cos(m\sigma) = \delta_{nm}\frac{\pi}{2}$$

als $n \neq m$ is dan is $\int_0^{\pi} = 0$

als $n = m$ dan is $\int_0^{\pi} = \cos^2(n\sigma) = \frac{\pi}{2}$

als $n = m = 0$ dan is $\int_0^{\pi} = 1$

Simpele Integraal

$$\int_a^b x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}\Big|_a^b = \frac{b^{n+1}}{n+1} - \frac{a^{n+1}}{n+1}$$

$$\int_a^b x^2 dx = \frac{x^3}{3}\Big|_a^b = \frac{b^3}{3} - \frac{a^3}{3}$$

$$\int_1^2 x^2 dx = \frac{x^3}{3}\Big|_1^2 = \frac{2^3}{3} - \frac{1^3}{3}$$

Volume Integraal

$$\iiint 8xyz\, dV \,, \quad B = \overset{x}{[2,3]} \times \overset{y}{[1,2]} \times \overset{z}{[0,1]}$$

Volgorde van integratie maakt niet uit

$$\iiint 8xyz\, dV = \int_1^2\int_2^3\int_0^1 8xyz\; dz\, dx\, dy$$

$$= \int_1^2\int_2^3 4xyz^2\Big|_0^1 \, dx\, dy$$

$$= \int_1^2\int_2^3 4xy\; dx\, dy$$

$$= \int_1^2 2x^2y\Big|_2^3 \, dy$$

$$= \int_1^2 10y\; dy$$

$$= 5y^2\Big|_1^2$$

$$= (5\times 2^2) - (5\times 1^2) = 15$$

$$i^{i} = e^{-\frac{\pi}{2}}$$

$$-1^{-i} = e^{\pi}$$

$$-i^{i} = e^{\frac{\pi}{2}}$$

Electron Radius

$$R_x = \frac{F_{max} R_e^2}{m_e C_e^2} = \frac{c^2 R_e}{2 C_e}$$

$$\frac{1}{4} e^{6,9\ldots} = 274,074\ldots = 2\alpha$$

$$h = 4\pi m_e C_e a_0$$

$$S_{entropy} = \frac{Ac^3}{4\hbar G} \qquad dE = TdS$$

$$T = \frac{\hbar}{8\pi m G}$$

$$R_{\infty} = \frac{2mG}{c^2} = \frac{C_e^3}{\pi R_e C^3}$$

Gas const

Temp

$$E = \frac{R}{n_R} T$$

number molecules

$$E_f = \frac{C^3}{8\pi f^2} P_f$$

Energy of frequency

$$P_f = \frac{R}{N} \frac{8\pi f^2}{C^3} T$$

$$\int_0^{\infty} P_f \, df = \frac{R}{N} \frac{8\pi}{C^3} T$$

$$\int_0^{\infty} f^2 \, df = \infty$$

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2} \qquad K_J = \frac{2e}{h}$$

$$h = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 C_e} = \frac{4\pi F_{max} R_c^2}{C_e} = 4\pi m_e a_0 C_e = \frac{8\alpha}{\mu_0 c K_J^2}$$

$$R_e = 2R_c = \alpha^2 a_0 = \frac{\lambda_e}{2\pi}\alpha = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m_e c^2} = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 F_{max} R_c}$$

$$E = 2F_{max} R_c \qquad \lambda_e = \frac{2\pi c R_c}{C_e} = \frac{4\pi F_{max} R_c^2}{C_e m_e c}$$

$$G = \frac{m_e^2}{\hbar c \alpha_g} = \frac{\alpha F_{max} l_p^2}{m_e^2} = \frac{C_e c^3 t_p^2}{R_c m_e}$$

$$\alpha = \frac{\omega_c R_c}{c} = \frac{\lambda_e}{4\pi R_c} = \frac{C_e e^2}{8\pi\varepsilon_0 R_c^2 c F_{max}}$$

$$l_p = \frac{\lambda_e C_e t_p}{2\pi R_c}$$

$$\alpha_g = t_p^2 \omega_c^2 = \frac{m_e^2}{m_p^2} = \frac{C_e^2 t_p^2}{R_c^2} = \frac{F_{max} t_p^2}{a_0 m_e}$$

$$\alpha_g = \frac{G m_e^2}{\hbar c} = \frac{F_{max} 2C_e t_p^2}{\hbar}$$

$$q_p = \frac{e^2}{\alpha}$$

$$l_p = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}}$$

$$l_p = \frac{\lambda_e \sqrt{\alpha_g}}{2\pi}$$

$$t_p = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}}$$

$$m_p = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}}$$

Polar Cordinaten Parametrization Range $[0, 2\pi]$

$$x(\varphi) = r(\varphi)\cos\varphi \qquad \frac{x}{r} = \cos\varphi \qquad \cos\varphi^2 + \sin\varphi^2 = 1$$

$$y(\varphi) = r(\varphi)\sin\varphi \qquad \frac{y}{r} = \sin\varphi \qquad \left(\frac{x}{r}\right)^2 + \left(\frac{y}{r}\right)^2 = 1$$

$$x^2 + y^2 = r^2$$

trefoil Knot parametrization Range $[0, 4\pi]$

$$x = (2+\cos 3t)\cos 2t$$
$$y = (2+\cos 3t)\sin 2t \rightarrow \varphi = 2t = \text{Polar Coordinate}$$
$$z = \sin 3t$$

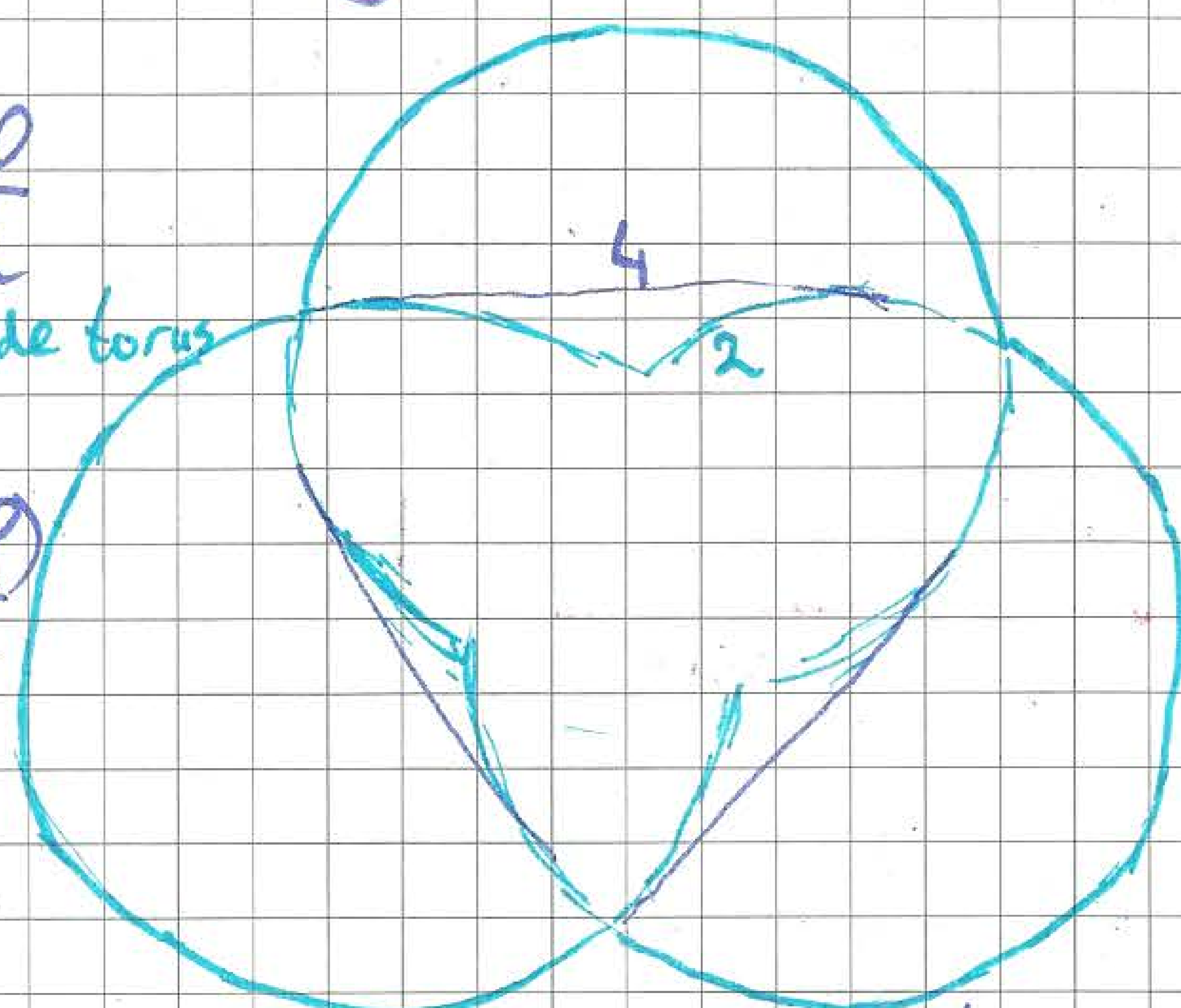
t: Range $[0, 2\pi]$

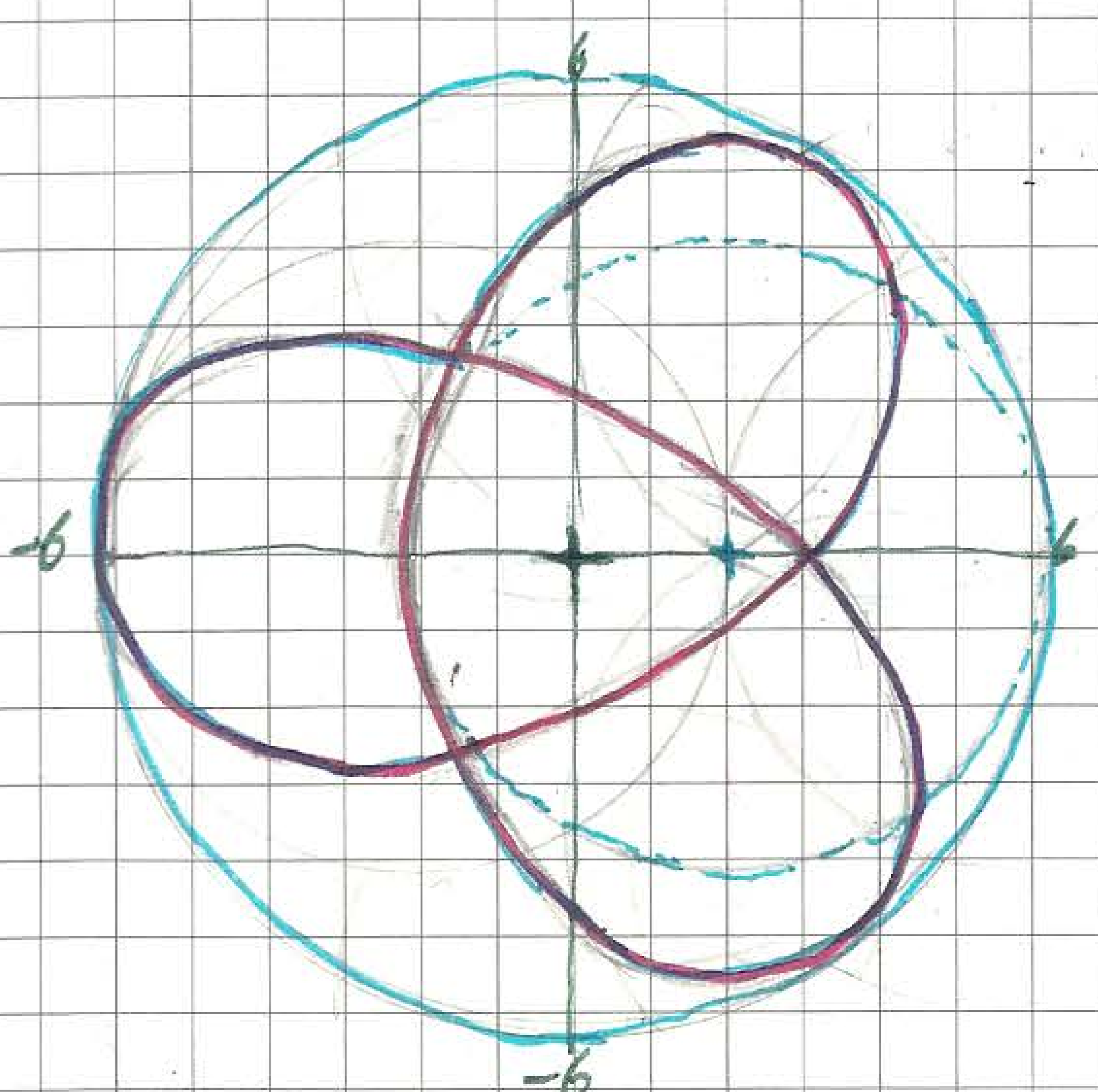
Projection of trefoil Knot onto (xy) plane

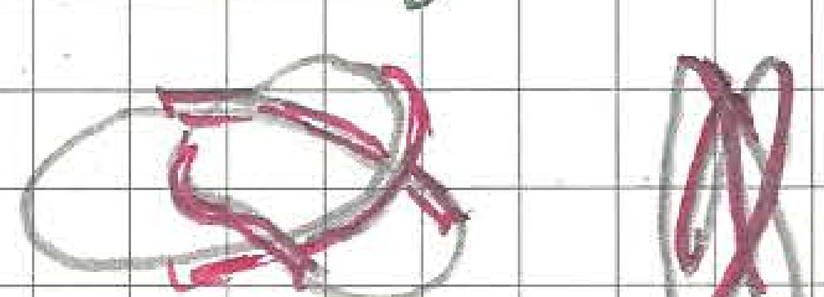
$$R = 2 + \cos\frac{3\varphi}{2}$$

Ratio of radius inside torus tube around

$$R = 4 + \cos\frac{(3\varphi)}{2}$$







Parametric equation

$$x(\theta) = (R-r)\cos\theta + d\cos\left(\frac{R-r}{r}\theta\right)$$

$$y(\theta) = (R-r)\sin\theta - d\sin\left(\frac{R-r}{r}\theta\right)$$

trefoil = R6 r4 d1

Einstein Veld formules

$$R_{mv} - \frac{1}{2} g_{mv} R + g_{mv} \Lambda = \frac{8\pi G}{c^4} T_{mv}$$

R_{mv} = Ricci Curvature tensor

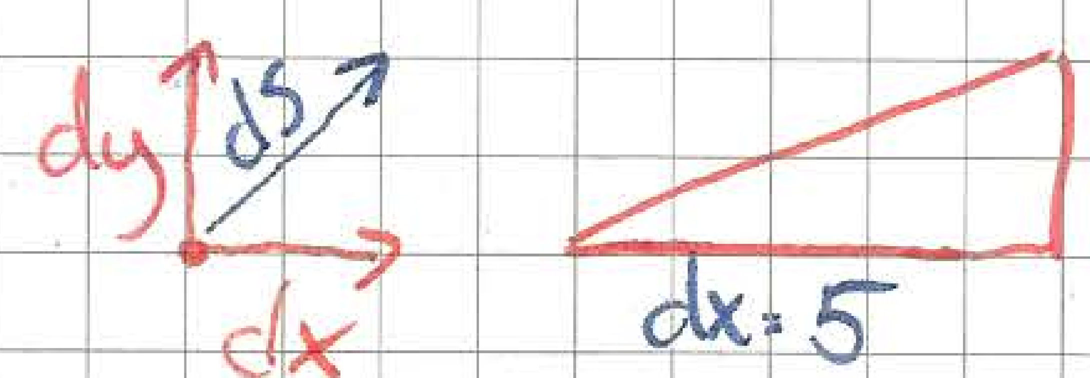
g_{mv} = Metric tensor

R = Curvature Scalar

Λ = Cosmological Constant

T_{mv} = Stress Energy Momentum tensor

mv = tyd ruimte $m = 0, 1, 2, 3$



$$\frac{d\phi}{dx} = \frac{1}{5} \qquad d\phi = \frac{d\phi}{dx} dx$$

$$d\phi_{(x)} = \frac{d\phi}{dx} dx$$

$$d\phi_{(y)} = \frac{d\phi}{dy} dy$$

$$d\phi_{(z)} = \frac{d\phi}{dz} dz$$

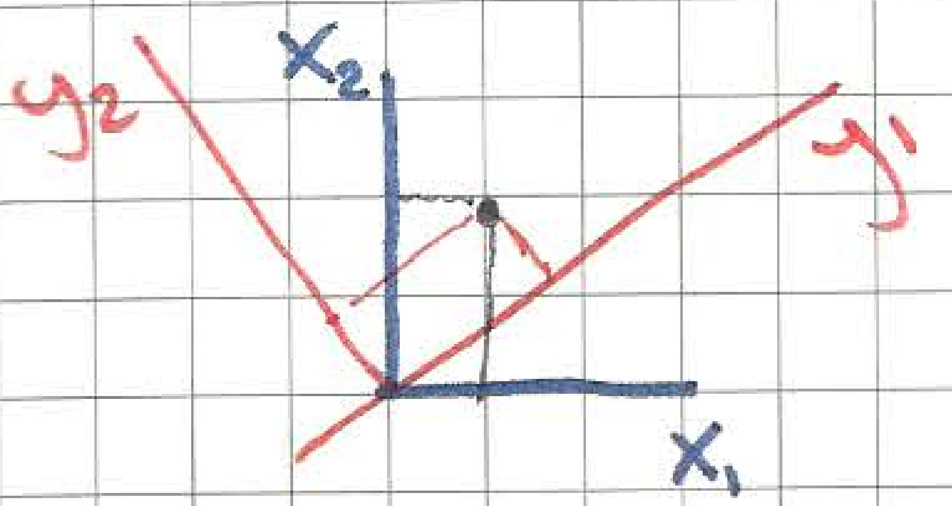
$$ds^2 = dx^2 + dy^2$$

$$d\phi_{(s)} = d\phi_{(x)} + d\phi_{(y)}$$

$$d\phi_{(s)} = \frac{\partial\phi}{dx} dx + \frac{\partial\phi}{dy} dy + \frac{\partial\phi}{dz} dz$$

$$\boxed{d\phi = \sum_n \frac{\partial\phi}{dx_n} dx_n} \quad 1$$

$\sum_n$ betekend opsomming $n = \overset{x}{1}, \overset{y}{2}, \overset{z}{3}$



$$\frac{d\phi}{dy'} = \frac{\partial\phi}{dx_1}\frac{dx_1}{dy'} + \frac{\partial\phi}{dx_2}\frac{dx_2}{dy'} + \frac{d\phi}{dx_3}\frac{dx_3}{dy'}$$

$$\boxed{\frac{d\phi}{dy_N} = \sum_m \frac{\partial\phi}{\partial x_m}\frac{dx_m}{dy_n}} \quad (2)$$

$$\boxed{V_{\text{ector}}{}_{(y)}^{\;n} = \sum_m \frac{\partial y^n}{\partial x^m} V_{(x)}^{\;m}} \quad (3)$$

$T^{mn} = A^m B^n$ Tensor T^{mn} = Vector A^m en Vector B^n

$m, n = 0,1,2,3 \to t, x, y, z$

$$A^m_{(y)} B^n_{(y)} = \sum_r \frac{\partial y^m}{\partial x^r} \cancel{A}_{(x)}^{\;r} \sum_s \frac{\partial y^n}{d x^s} B_{(x)}^{\;s}$$

contra Variant transformatie

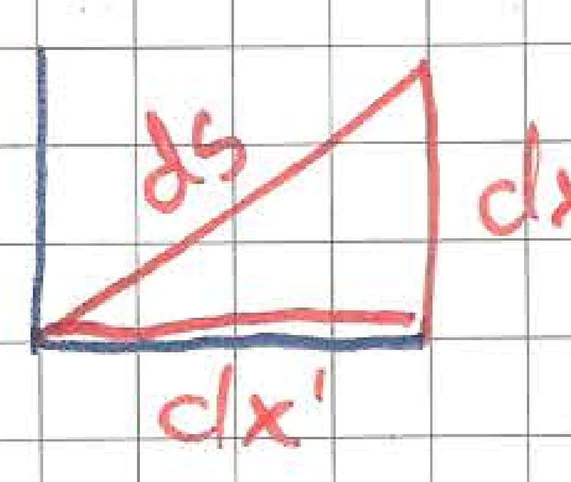
$$\boxed{T^{mn}_{(y)} = \sum_{rs} \frac{\partial y^m}{\partial x^r}\frac{\partial y^n}{\partial x^s} A_{(x)}^{\;r} B_{(x)}^{\;s}} \Rightarrow (4)$$

y naar x

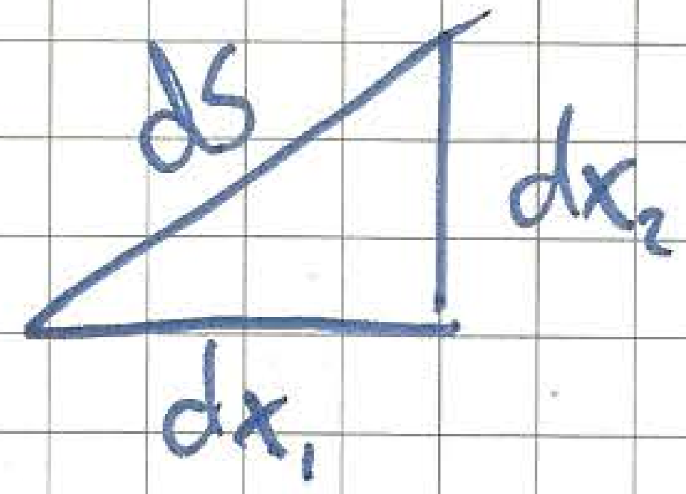
$$T^{rs}_{(x)} = A_{(x)}^{\;r} B_{(x)}^{\;s}$$

$\delta_{mn} \Rightarrow \begin{array}{l} m = n = 1 \\ m \neq n = 0 \end{array}$

$ds^2 = dx_1^{\,2} + dx_2^{\,2}$



$$ds^2 = \sum_{mN} dx^m dx^n \delta_{mN}$$



$$ds^2 = \delta_{mn} \sum_{mn} dx^m \, dx^n$$

$$dx^m = \frac{\partial x_m}{\partial y_{(r)}} dy_{(r)}$$

$$dx^n = \frac{\partial x_n}{\partial y_{(s)}} dy_{(s)}$$

$$\boxed{ds^2 = \delta_{mn} \frac{\partial x_m}{\partial y_{(r)}} \frac{\partial x_n}{\partial y_{(s)}} dy_{(r)} dy_{(s)}}$$

metric tensor

$$g_{mn} = \delta_{mn} \frac{\partial x_m}{\partial y_{(r)}} \frac{\partial x_n}{\partial y_{(s)}}$$

Platte ruimte

$$g_{mn} = \delta_{mn}$$

$$ds^2 = g_{mn} \, dy_{(r)} dy_{(s)}$$

Christoffel symbol Γ

5 $$\boxed{T^{(y)}_{mn} = \sum_{rs} \frac{\partial \cancel{x}_{(r)}}{\partial \cancel{y}_{(m)}} \frac{\partial x_{(s)}}{\partial y_{(n)}} T^{(x)}_{rs}}$$

covariant transformatie

$$T^{(y)}_{mn} = \sum_{rs} \frac{\partial x_{(r)}}{\partial y_{(m)}} \frac{\partial x_{(s)}}{\partial y_{(n)}} \frac{\partial V^{(x)}_{(r)}}{\partial x_{(s)}}$$

$$T^{(y)}_{mn} = \sum_{r} \frac{\partial x_{(r)}}{\partial y_{(m)}} \frac{\partial V^{(x)}_{(r)}}{\partial y_{(n)}}$$

$$V^{(x)}_{nm} = W^{(x)}_{nm}$$

V en W = Vectors

$$T^{(x)}_{mn} = \frac{\partial V_m}{\partial x_n}$$

$$T^{(y)}_{mn} = \frac{\partial V_m}{\partial y_n} \; ?$$

$$V_m = \sum_r \frac{\partial x_{(r)}}{\partial y_{(m)}} V^{(x)}_{(r)}$$

$$\frac{\partial V_{(m)}}{\partial y^{(n)}} = \frac{\partial}{\partial y^{(n)}} \Big(\underbrace{\frac{\partial x_{(r)}}{\partial y_{(m)}}}_{A} \underbrace{V^{(x)}_{(r)}}_{b} \Big)$$

$$\partial AB = A dB + B dA$$

Γ_{mn}^{r}

$$\frac{\partial V^{(y)}_{(m)}}{\partial y^{(n)}} = \sum_r \frac{\partial x_{(r)}}{\partial y_{(m)}} \frac{\partial V_{(r)}}{\partial y^{(n)}} + V^{(x)}_{(r)} \boxed{\frac{\partial}{\partial y^{(n)}} \frac{\partial x_{(r)}}{\partial y_{(m)}}}$$

Covariant normale afgeleide + Correctie

$$T^{(y)}_{mn} = \nabla_n V_m = \frac{\partial V_{(m)}}{\partial y^{(n)}} + \Gamma^r_{mn} V^{(x)}_r \quad (7)$$

covariant afgeleide van tensor T_{mn}

$$\nabla_p T_{mN} = \frac{\partial T_{mN}}{\partial y^{(P)}} + \Gamma^r_{pm} T_{nr} + \Gamma^r_{pn} T_{mr} \quad (8)$$

$\nabla_{...}$ = Covariante afgeleide

$$ds^2 = \delta_{mn} \sum_{mn} dx^m dx^n$$

$$ds^2 = \underbrace{\delta_{mn} \frac{\partial x_m}{\partial y_r} \frac{\partial x_n}{\partial y_s}}_{g_{mn} = \text{metric tensor}} dy_{(r)} dy_{(s)}$$

als $\nabla_p g^{(x)}_{mn} = 0$ in X cöordinaten

dan $g^{(y)}_{mn} = 0$ in Y cöordinaten

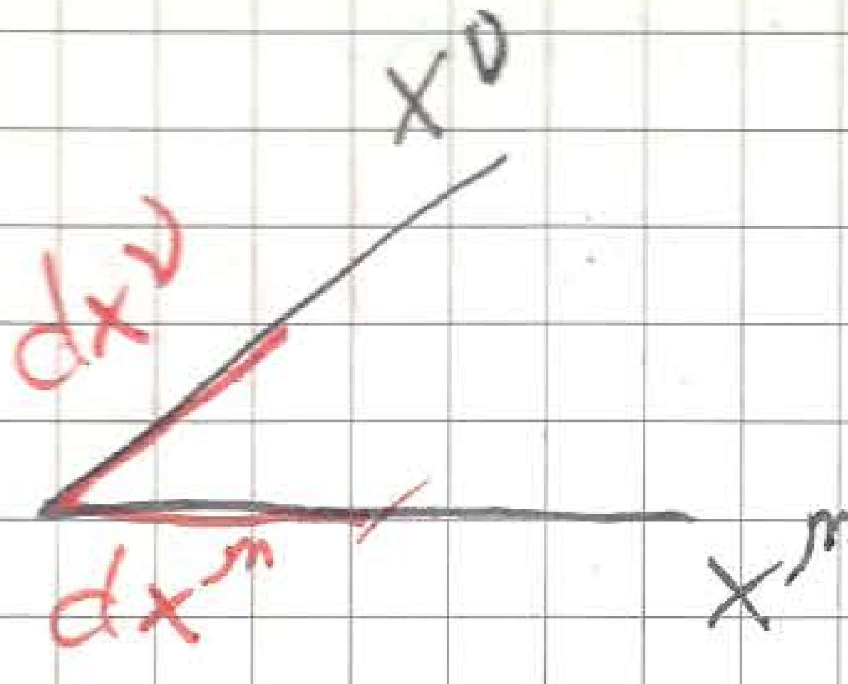
$$\nabla_p g^{(x)}_{mn} = \frac{\partial g_{mn}}{\partial y^{(P)}} + \Gamma^r_{pm} g_{nr} + \Gamma^r_{pn} g_{mr} = 0$$

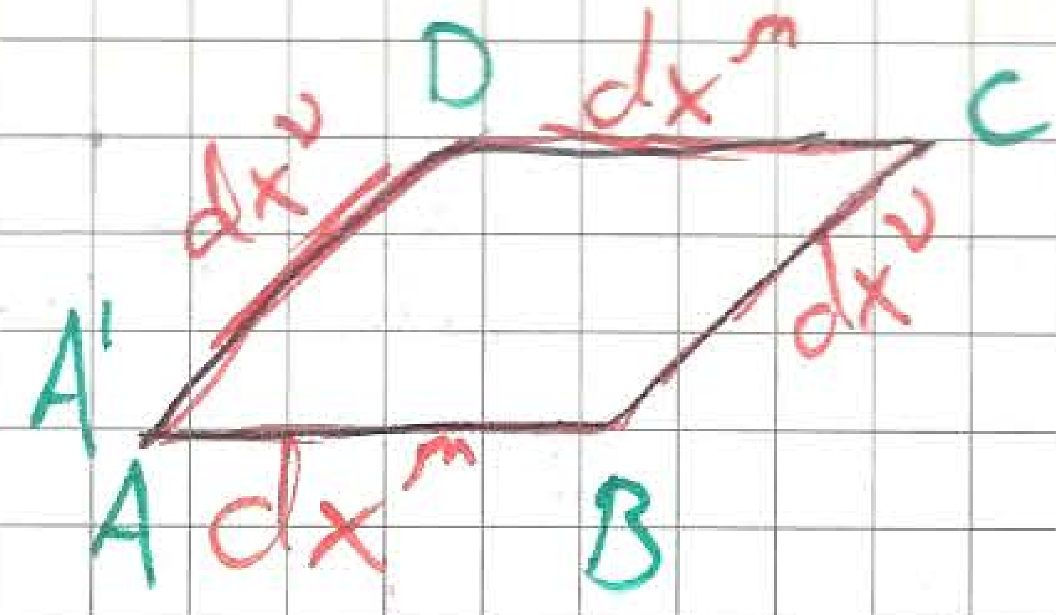
$$\Gamma^a_{bc\,(x)} = \frac{1}{2} g^{ad} \left(\frac{\partial g^{dc}}{\partial x^b} + \frac{\partial g^{ab}}{\partial x^c} - \frac{\partial g^{bc}}{\partial x^d} \right) \quad (9)$$

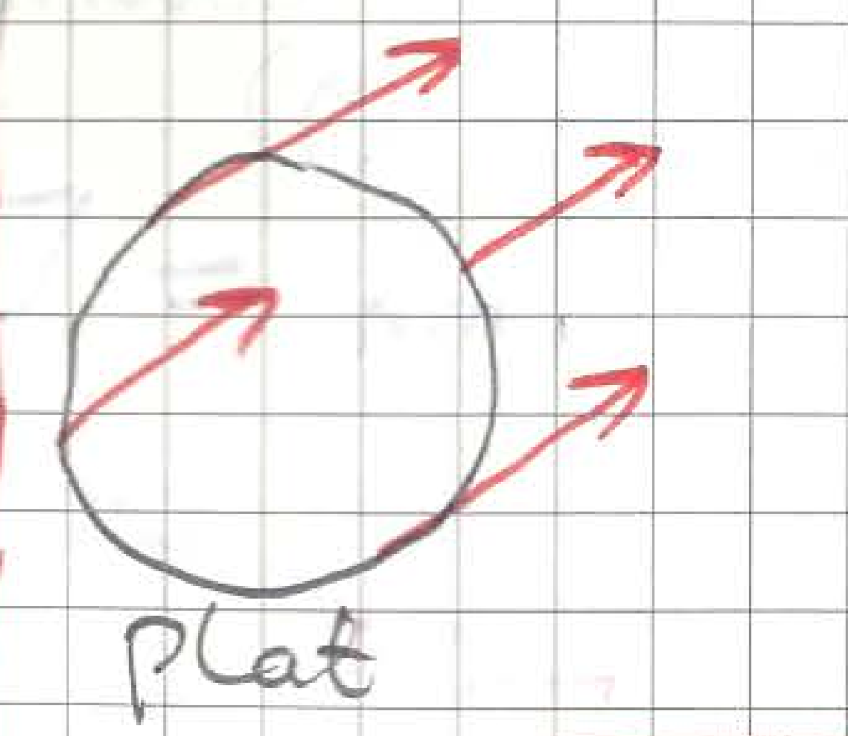
metric afgeleide

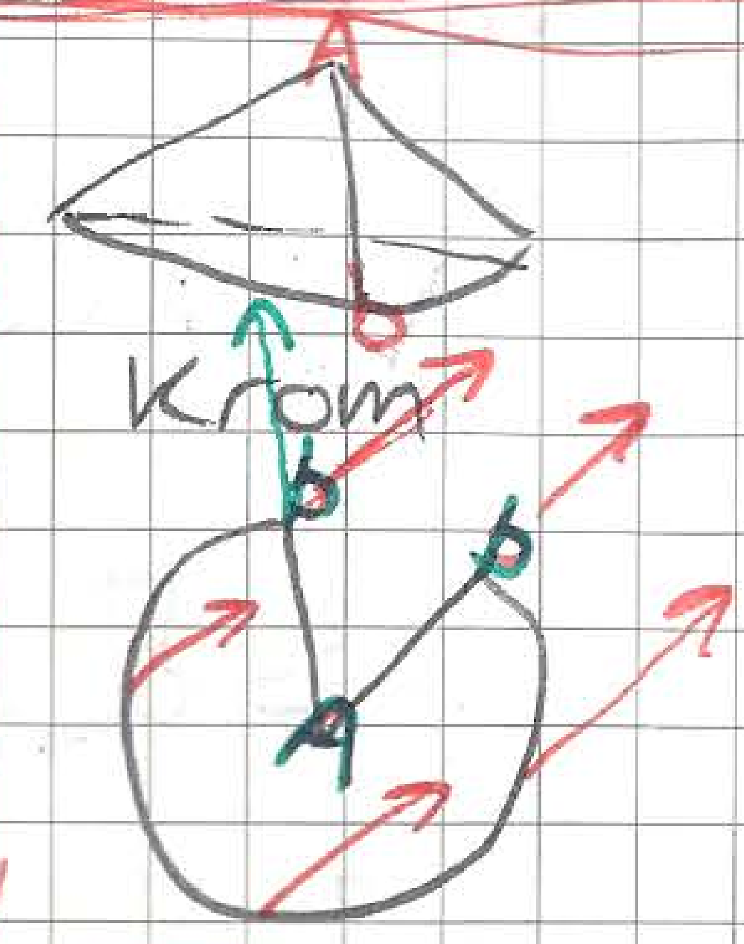
de christoffel symbol Γ bestaat uit metric tensors en de afgeleide

Maar is geen Tensor









(Vector op C - Vector D) - (Vector B - Vector A)
geeft verschil in dx^μ richting

$dx^\mu \; (V_c - V_d) - (V_b - V_a) = 0$ Platte ruimte

$dx^\nu \; (V_c - V_b) - (V_d - V_a')$

$dx^\mu - dx^\nu = dV$

$V_a - V_a' = dV$

$(V_c - V_d) = \nabla_\nu dx^\nu V$ ∇ = Covariante afgeleide

$(V_b - V_a) = \nabla_\mu dx^\mu V$

$dx^\mu \; (V_c - V_d) - (V_b - V_a) = \nabla_\nu dx^\nu \; \nabla_\mu dx^\mu \; V$

$dx^\nu \; (V_c - V_b) - (V_d - V_a') = \nabla_\mu dx^\mu \; \nabla_\nu dx^\nu \; V$

$dV = dx^\mu - dx^\nu$

$$dV = \nabla_\nu \nabla_\mu \, dx^\nu dx^\mu V - \nabla_\mu \nabla_\nu \, dx^\mu dx^\nu V$$

$$dV = dx^\mu dx^\nu V \left(\nabla_\nu \nabla_\mu - \nabla_\mu \nabla_\nu \right)$$

$$[\nabla_\nu, \nabla_\mu] \qquad \nabla_\nu = \frac{\partial}{\partial x^\nu} + \Gamma_\nu$$

$\partial_\nu = \frac{\partial}{\partial x^\nu}$ $[\nabla_\nu, \nabla_\mu]$ Riemann Tensor $R_{\mu\nu}$

Ricci Tensor

$$[\nabla_\nu, \nabla_\mu] = (\partial_\nu + \Gamma_\nu)(\partial_\mu + \Gamma_\mu) - (\partial_\mu + \Gamma_\mu)(\partial_\nu + \Gamma_\nu)$$

$$= (\underset{1}{\partial_\nu \partial_\mu} + \underset{2}{\Gamma_\nu \partial_\mu} + \underset{3}{\partial_\nu \Gamma_\mu} + \underset{4}{\Gamma_\nu \Gamma_\mu}) - (\underset{1}{\partial_\mu \partial_\nu} + \underset{2}{\partial_\mu \Gamma_\nu} + \underset{3}{\Gamma_\mu \partial_\nu} + \underset{4}{\Gamma_\mu \Gamma_\nu})$$

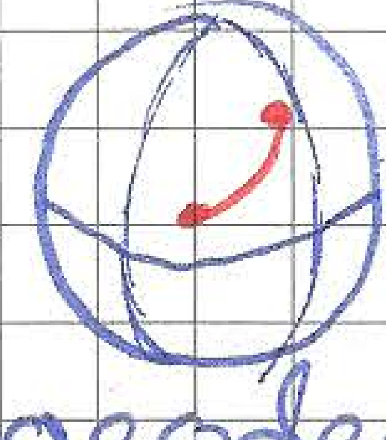
$$= \underset{1}{0} - \underset{2}{[\partial_\mu, \Gamma_\nu]} + \underset{3}{[\partial_\nu, \Gamma_\mu]} + \underset{4}{[\Gamma_\nu + \Gamma_\mu]}$$

$$\frac{\partial \Gamma_\nu}{\partial x^\mu} \qquad \frac{\partial \Gamma_\mu}{\partial x^\nu}$$

Stress Energy Momentum Tensor

Kortste afstand tussen 2 punten $\cdot \xrightarrow{\text{rechte lijn}} \cdot$

Kortste afstand op kromme oppervlaktes



geodecie

τ = propper time

$\frac{dx^\mu}{d\tau}$ = tanget vector

covariant afgeleide

$$\nabla \frac{dx^\mu}{d\tau} = \frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma(\quad) = 0$$

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} = -\Gamma$$

acceleratie = $\frac{\text{Kracht}}{\text{massa}}$

$$\Gamma^{A}_{bc} = \frac{1}{2} g^{ad}\left(\frac{\partial g^{dc}}{\partial x^{b}} + \frac{\partial g^{AB}}{\partial x^{c}} - \frac{\partial g^{bc}}{\partial x^{d}}\right) \qquad \frac{\partial g_{00}}{\partial x} = \text{tijd}$$

$$\frac{d^2 x^m}{d\tau^2} = -\Gamma$$

$$a = \frac{F}{m}$$

in de absentie van grote massa's en grote snelheden de normale situatie $g^{ad} = 1$

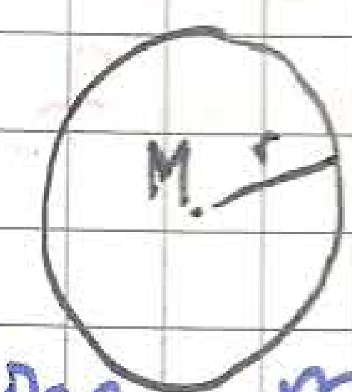
$$\Gamma = \frac{1}{2}\frac{\partial g_{00}}{\partial x}$$

$$F = -\frac{\partial \phi}{\partial x^m} = -\nabla \phi$$

in Newtoniam is $F = ma$
de potentiele kracht $\phi = -mgx$

$$g_{00} = 2\phi + \text{Const}$$

$$F = -\frac{GM_m}{r^2}$$



$m = 1$

$$\boxed{\begin{gathered}\oint_{opp} F.dA = \int_{vol} \nabla F.dV \\ \rho = \frac{m}{V} \quad m = \int \rho\, dV \\ \rho = \text{dichtheid}\end{gathered}}$$

we gebruiken de kleine $m = 1$
zodat $F = -\frac{Gm}{r^2}$
Kracht over de gehele bol berekenen

$$\oint F.dA \qquad A = 4\pi r^2$$

$$\oint F.dA = -Gm\, 4\pi$$

$$\oint F.dA = -4\pi G \int \rho\, dV$$

$$-4\pi G \int \rho\, dV = \int_{vol} \nabla F.dV$$

$$\nabla F = -4\pi G \rho$$

Conclusie

$$F = -\nabla\phi \qquad \nabla F = -4\pi G\rho$$

$$\nabla(-\nabla\phi) = -4\pi G\rho$$

$$\nabla^2\phi = 4\pi G\rho$$

$$g_{00} = 2\phi + \text{Const}$$

$$\frac{\nabla^2 g_{00}}{2} = 4\pi G\rho$$

$$\boxed{\nabla^2 g_{00} = 8\pi G\rho}$$ Geen Tensor

$$T_{\mu\nu} = \frac{\text{Energy}}{\text{Vol}} = \frac{\text{arbeid}}{\text{Vol}} = \frac{F \times \text{afstand}}{\text{Vol}} = \frac{F}{\text{opp}} = \text{druk}$$

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G\, T_{\mu\nu} \qquad \mu\nu = 0,1,2,3 \ (T,x,y,z)$$

		T_{x1}	T_{x2}	T_{x3}
T_{0x}	T_{00} tijd	Energy	flow	
T_{1x}	momentum densit	T_{11}		
T_{2x}			T_{22}	
T_{3x}				T_{33}

momentum Flux druk
Stress

Het formuleren van de Veldformule

We hebben nu $R_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}$ maar deze formule is nog niet correct, omdat de afgeleides beide 0 moeten.

$$dT_{\mu\nu} = 0 \quad , \quad dR_{\mu\nu} \neq 0$$

de Covariante afgeleide van de $T_{\mu\nu}$ is 0

$$\nabla T_{\mu\nu} = 0$$

$$\nabla R_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \nabla g_{\mu\nu} R$$

$$\nabla [R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R] = 0$$

Maar als we nu voor $\nabla g_{\mu\nu} = 0$ moeten we alsnog een $g_{\mu\nu}$ in de formule toevoegen plus een Constante

$$\boxed{R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G T_{\mu\nu}}{c^4}}$$

$G_{\mu\nu}$ + Cosmologisch Constante = Massa

tum
drak
ss

Euler Lagrange equations of motion

$$L(q_i, \dot{q}_i; t) = T - V$$

$$\frac{d\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right)}{dt} - \left(\frac{\partial L}{\partial q_i}\right) = 0$$

Maxwell

$$L = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \frac{1}{c} j_\mu A_\mu$$

$F_{\mu\nu}$ = Rank 2 tensor
Electric + Magnetic field

$$F_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 0 & B_z & -B_y & -iE_x \\ -B_z & 0 & B_x & -iE_y \\ B_y & -B_x & 0 & -iE_z \\ iE_x & iE_y & iE_z & 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{d^2 \phi(x)}{dx^2} + \phi(x) = 0$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \sin(\phi) = 0$$

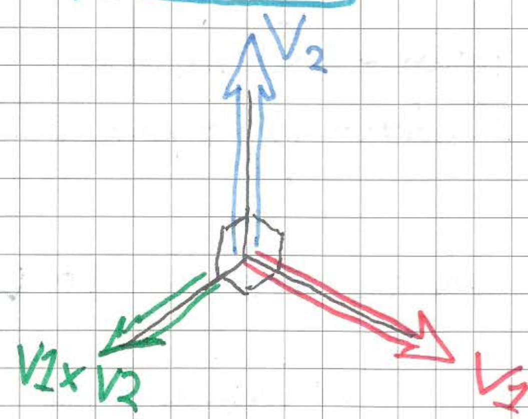
$\phi(x,t)$ = number

Bäcklund transformation

$$\frac{\partial \phi_{II}}{\partial x} = \frac{\partial \phi_I}{\partial x} + 2a \sin\left(\frac{\phi_{II} + \phi_I}{2}\right)$$

$$\frac{\partial \phi_{II}}{\partial t} = \frac{\partial \phi_I}{\partial t} + 2a \sin\left(\frac{\phi_I - \phi_{II}}{2}\right)$$

Classic | modified | Quantized



$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} + \frac{\partial \Lambda}{\partial t} + \frac{mc^2}{\hbar}\Lambda$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0$$

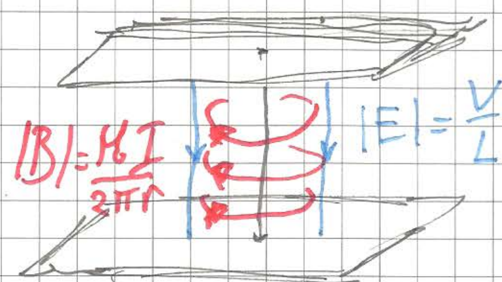
$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} - \frac{mc^2}{\hbar} B$$

$$\nabla \times B = \mu_0 J + \frac{1}{c^2}\frac{\partial E}{\partial t} - \nabla \Lambda + \frac{m}{\hbar} E$$

$$F = qE + qv \times B - \Lambda v$$

$$|V_1 \times V_2| = |V1|\,|V2|$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad Z = \sqrt{\frac{L}{C}} \qquad m = \hbar RC$$



$$\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + 2RC\frac{\partial V}{\partial t} + \left(\frac{R}{Z}\right)^2 V = 0$$

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar}\frac{\partial V}{\partial t} + \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 V = 0$$

Quantum Schrödinger

Proton = $(0, 0, 0)$

Electron = ψ space and time

Spherical coords $(R\ \theta\ \phi)$

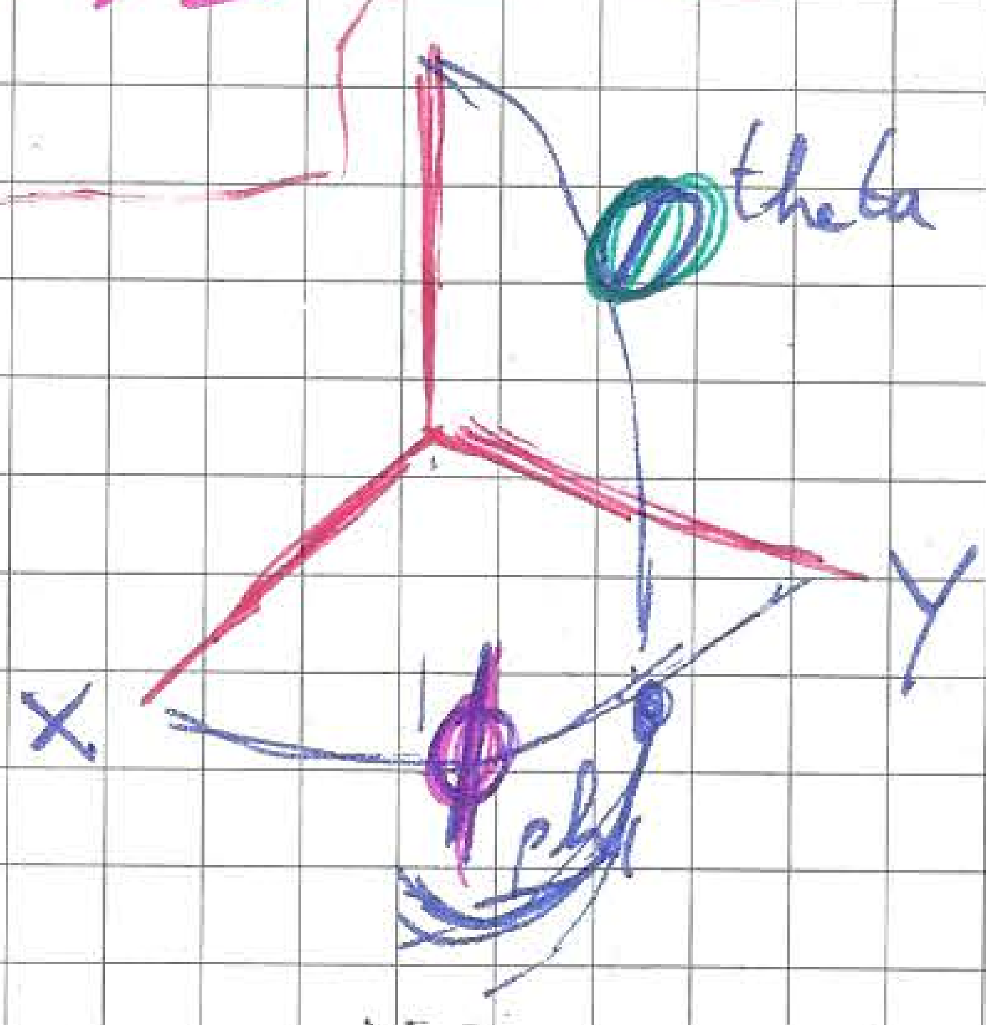
colatitude angle $\theta \in [0, \pi]$

N: $\theta = 0$ N $\to$ Z

Z: $\theta = \pi$

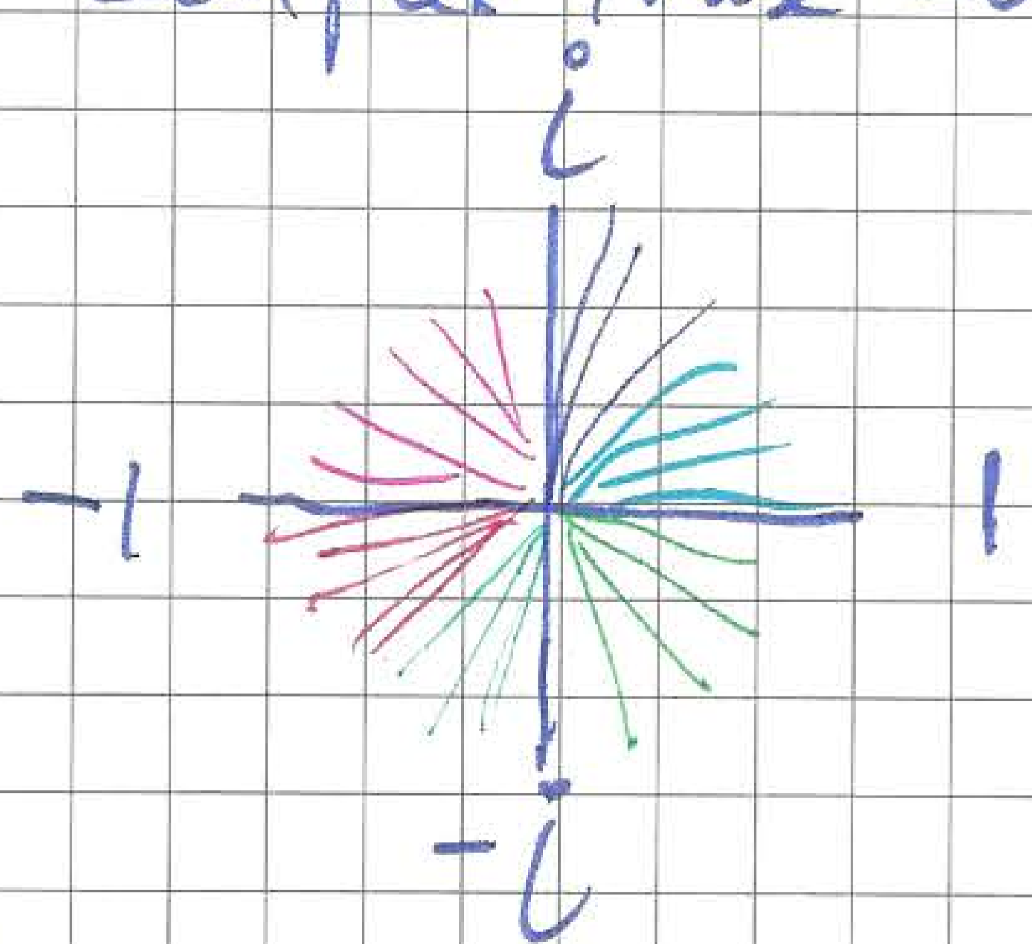
azimuthal° $\phi \in [0, 2\pi)$

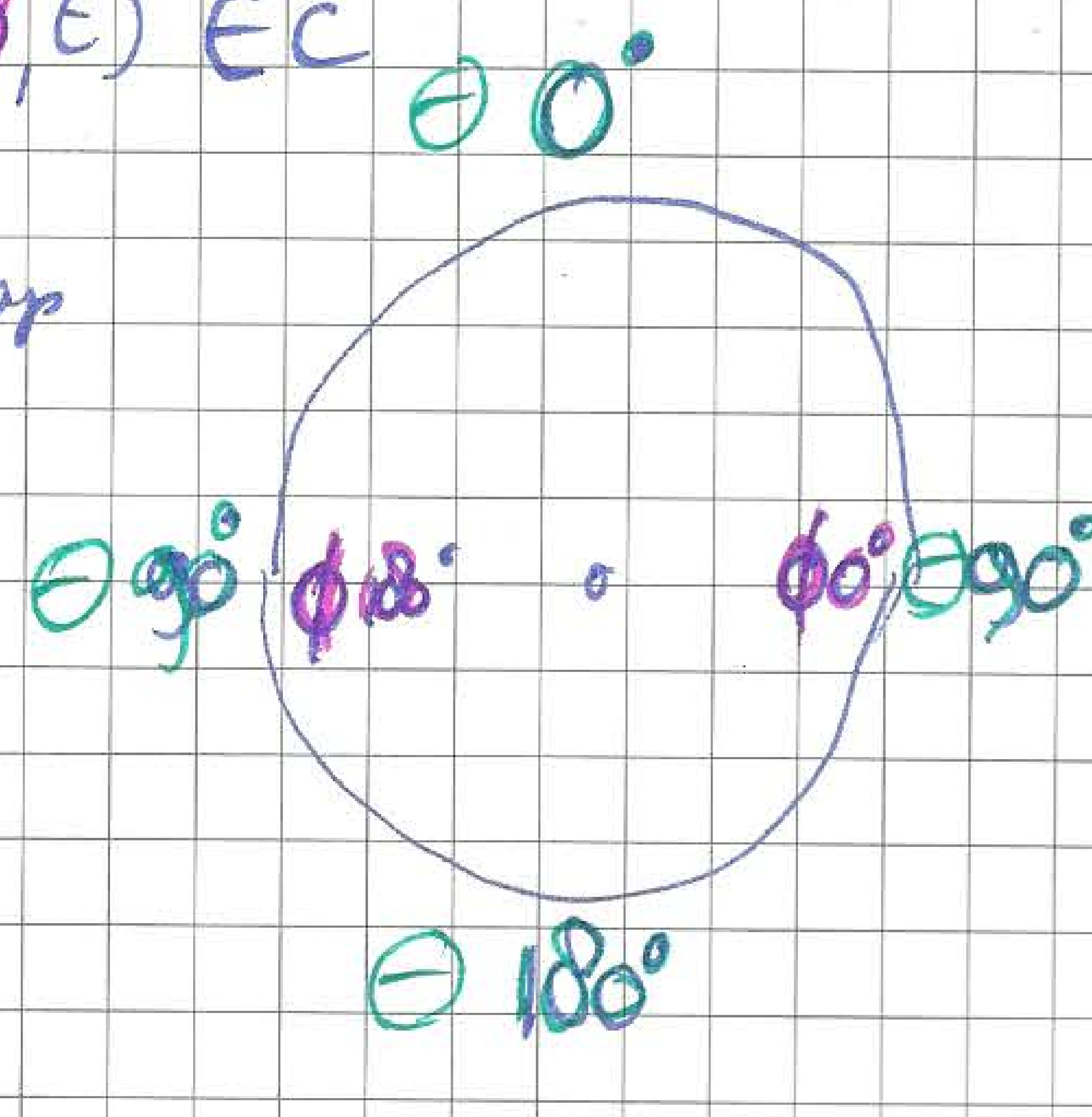
Evenaar



Wave function $\psi(R, \theta, \phi, t) \in \mathbb{C}$

Complex Phase Colormap





Probability Density $\rho = |\psi|^2 \in \mathbb{R}$

amplitude of wave squared

integrade over Volume

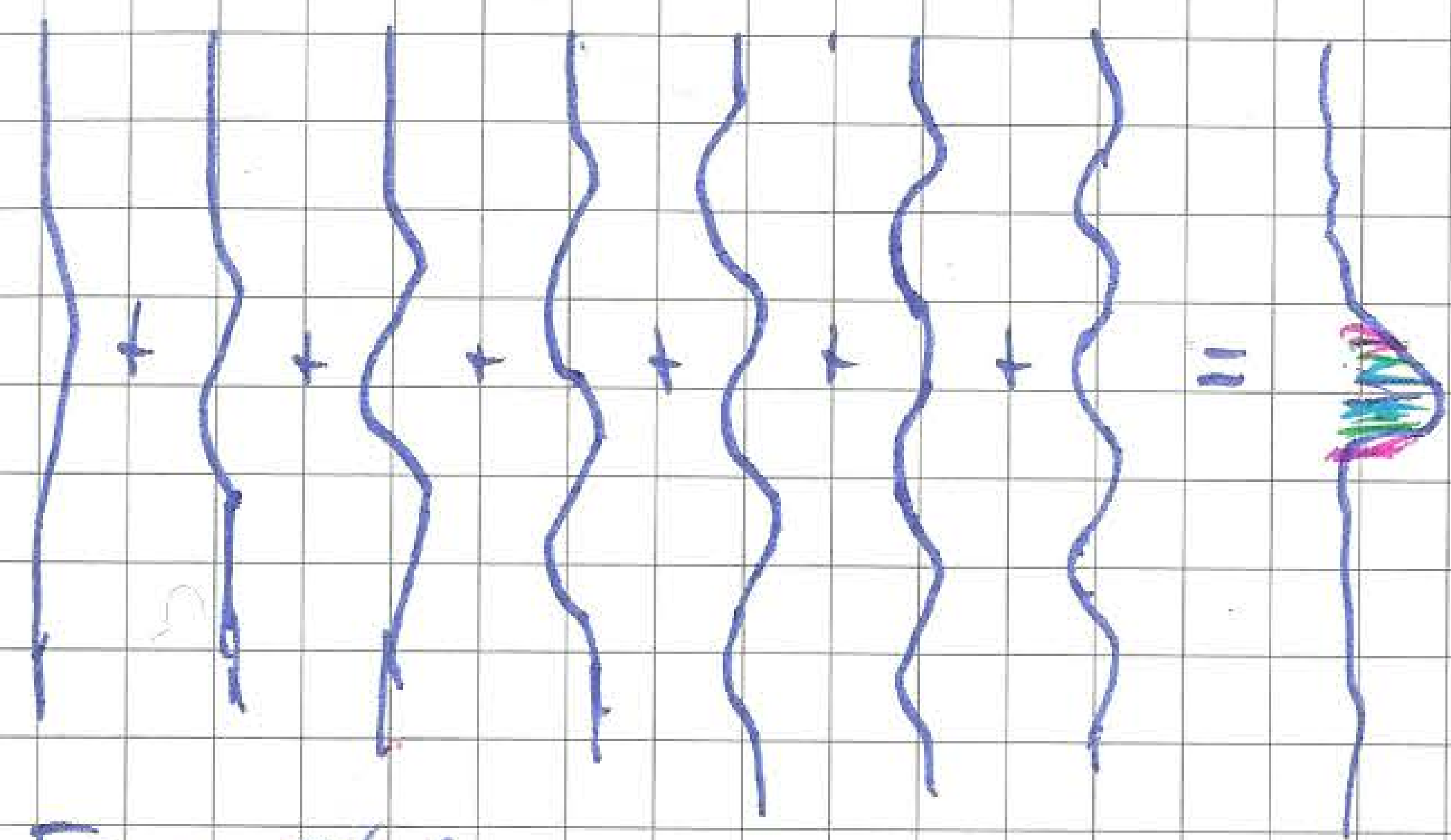
$$\hat{H}\psi = \hat{E}\psi$$

time dependent

$\hat{H}$ = Hamiltonian operator → E in Position & Momentum

$\hat{E}$ = Energy Operator $\hat{E}\psi = i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}$

Harmonic Oscillation



Eigen States

Energy Eigenstate   Resonate Rings

stationair State = $\boxed{\text{a } \psi \text{ that does not Move just Rotate in Complex plane}}$ Swings around

$$\psi(R\theta\phi t) = \psi(R\theta\phi)e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$$

$$\hat{H}\psi = E\psi$$

Solve S.E. (time independent) = all patterns $\psi(R\theta\phi)$ and E

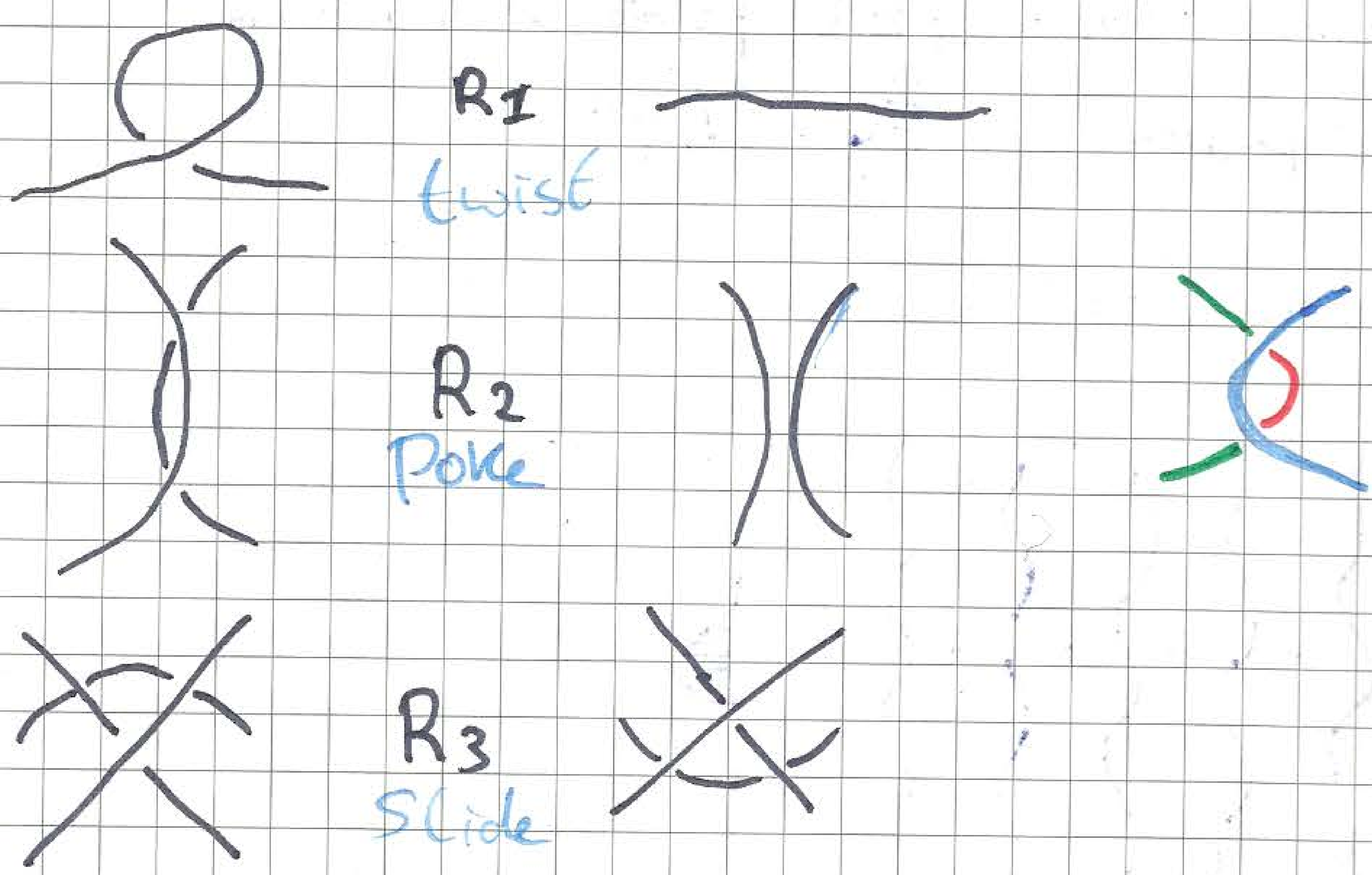
$$\hat{E}\psi = i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} \quad \text{and } \psi = \psi(R\theta\phi)e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$$

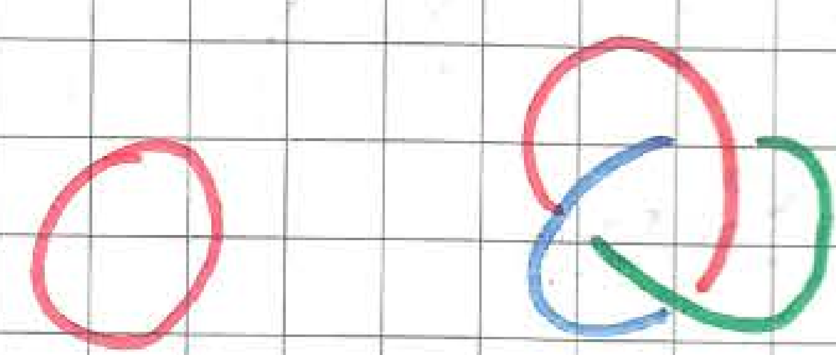
$$\hat{E}\psi = i\hbar\frac{\partial\psi(R\theta\phi)e^{-\frac{iEt}{\hbar}}}{\partial t}$$

$$\hat{E}\psi = i\hbar\left(\frac{-iE}{\hbar}\right)\psi(R\theta\phi)e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$$

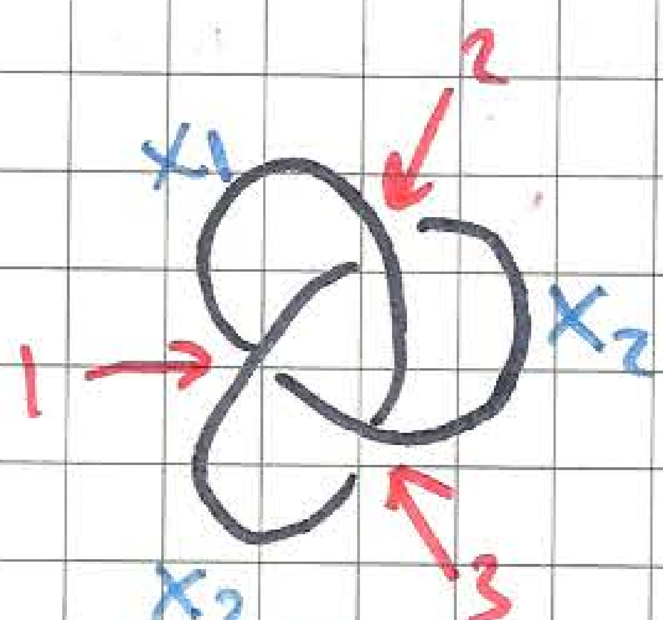
$$\hat{E}\psi = E\psi(R\theta\phi)e^{\frac{iEt}{\hbar}}$$

Reide Meister moves



at least 2 Colors 

a Knot is an embedding of a Circle S^1 into $\mathbb{R}^3$

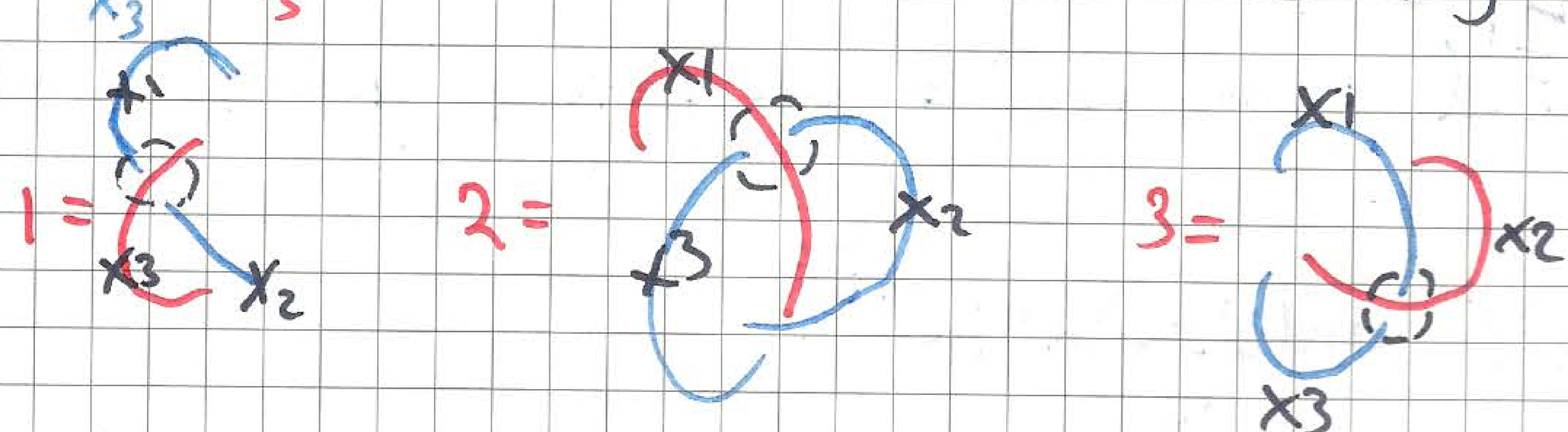


$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} & \begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \end{array}$$

Condition

$x + y = 2z \pmod{p}$

$2z - x - y = 0 \pmod{p}$



$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix} = 2u, 1 \text{down Quarcks}$$

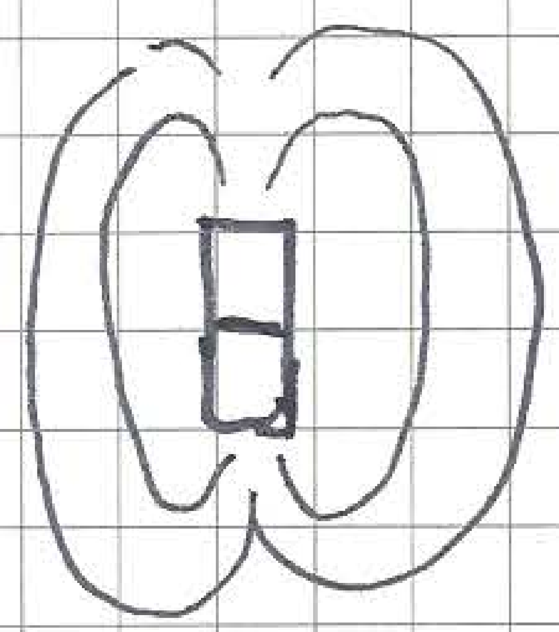
$$E \qquad \nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} - \mathring{j} \qquad \mathring{j}$$

$$J = \cancel{\sigma} \cdot E \quad D = \varepsilon \cdot E \qquad B = \mu_0 I \qquad \mathring{j} =$$

$$J \qquad J + \frac{\delta D}{\delta t} = \nabla \times$$

R	Ω	Resistance	conductance	Ω^{-1}	R^{-1}
U	V	Voltage	Current	A	I
E	V/m	Electric field str	Magnet field strength	A/m	H
Q	As	Change	Magnetic flux	Vs	ϕ
D	As/m^2	Electric displace	Magnetic conduction	Vs/m^2	B
ε_0	As/Vm			Vs/Am	μ_0
ρ_{el}	As/m^3	Electric chargedens	Magnetic chargedens	Vs/m^3	ρ_{mag}

Permanent Magnets



$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\left(\frac{3(m \cdot r)r}{r^5} - \frac{m}{r^3}\right)$$

m
r
B
M
H

$$B = \mu_0 (H + M)$$

Permanent Electrets

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{3(p \cdot r)r}{r^5} - \frac{p}{r^3}\right)$$

p
r
E
P
D

$$D = \varepsilon_0 E + P$$