한 권으로
완성하는
수학

한완수

확률과통계

×

교과 · 실전개념

—

해설

이해원 지음

차례

공부법

학습 가이드

[교과서 개념]을 Part 1에서 공부했다면 반드시 Part 2를 통해서 [수능 개념]을 공부해야 합니다. Part 2에서 수능적 마인드까지 완벽하게 정립한 후 Part 1의 기출까지 다시 풀어봐야 수능 수학 100점을 달성할 수 있습니다.

[Part 1]의 기출문제 중 여러 번 풀어도 안 풀리는 문제가 있으면 [Part 2]까지 전부 다 학습한 후 다시 돌아와서 풀어봐야 한다.
즉, [Part 2]까지 개념 학습을 한 후 그 지식으로 [Part 1]의 기출까지 분석을 끝내야 한완수를 전부 학습한 것이다.

공부 방법과 관련한 '가이드라인'은 각 단원 앞에 매우 자세히 설명되어 있으며 앞으로 공부하면서 절대적인 가이드로 삼으셔야 합니다. 또한 **'가이드라인'과 '공부법 시리즈' 페이지는 전부 책 윗부분에 색칠되어 있으므로 언제든지 책 위를 보면 찾아볼 수 있습니다.** 수험생활을 보내며 필요할 때마다 복습할 수 있습니다. [교과 개념의 완성] [수능 개념의 완성]까지 완벽하게 공부한다면 수능뿐만 아니라 논술의 기본까지 완성할 수 있습니다.

소통

마지막으로 강조하고 싶은 것은 수학 공부에 있어 소통은 매우 중요하다는 것입니다. 어떤 사람에게는 논리적인 풀이가 어떤 사람에게는 논리적이지 않을 수도 있는 것이며, 어떤 사람에게는 직관적으로 느껴지는 내용이 어떤 사람에게는 느껴지지 않을 수 있습니다. 여러 사람의 생각을 들어보고 또 자신의 의견을 말하며 소통하는 것은 수학에서 매우 중요합니다. 주변 친구들과 소통하거나, 그것이 힘들다면 네이버 대표 최상위권 카페 포만한(pnmath.kr)에서 소통하는 것을 추천합니다. 한완수의 내용이나 수학 문제 등에 대해 토론하고 소통할 수 있으며 저자와도 소통할 수 있습니다.

소통 : https://pnmath.kr - 수험생들과 소통이 가능한 사이트이며, 저자 이해원도 활동하고 있습니다.
Q&A : https://pmh.kr/QnA - 이해원연구소 교재 내용에 대한 질문을 '이해원연구소 연구원'에게 할 수 있는 사이트입니다.
정오 : Lhwmathlab@naver.com - 정오사항이 있으면 여기로 제보해주세요. 정오 관련 메일 외에는 답변하지 않습니다.

챕터 A

기출 문제

모든 문제에서 [교과서 개념]만 활용한 [교과서적 해법]과 [수능 개념]까지 같이 활용한 [수능적 해법]을 완성해 보자. 스스로 하기에 어렵다면 해설을 봐서라도 다 완성하자.

챕터 A 여러 가지 순열

해/설/을/활/용/하/는/방/법

해설을 읽어보기 전에 반드시 모든 문제를 스스로 풀어보도록 합시다. 책 본문에서 설명한 대로 안 풀리면 1주일 간격으로 반복해서 풀고 3주간 3번 푸는데 풀 때마다 해설을 위에서부터 조금씩 보면서 매주 조금씩 더 보면서 힌트 삼아 최대한 스스로 풀어보도록 하세요.

A·01

정답률 94% | 2024.6·확통 23번 |

교과서적 해법

a, a, b, c, d를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수는 같은 것이 있는 순열에 의해

$$\frac{5!}{2!1!1!1!}=60$$

정답 ③

A·02

정답률 90% | 2024·확통 23번 |

교과서적 해법

x, x, y, y, z를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수는 같은 것이 있는 순열에 의해

$$\frac{5!}{2!2!1!}=30$$

정답 ③

A·03

정답률 90% | 2023.6·확통 23번 |

교과서적 해법

[교과서 개념]-같은 것이 있는 순열의 수에 의하여 5개의 문자 a, a, a, b, c를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$\frac{5!}{3!1!1!}=20$$

정답 ②

A·04

정답률 84% 해설 저자의 특강 | 2016.6·B 9번 |

교과서적 해법

이런 문제가 헷갈리면 항상

'연필을 학생에게 준다.' → $4^5=1024$

'학생을 연필에게 준다.' → $5^4=625$

으로 2개 다 구해보면 어느 쪽이 말이 안 되는지 쉽게 알 수 있다. 위에서 5^4은 심지어 연필이 1개 남는 것을 알 수 있다. 즉, 제대로 푼 것은 위의 풀이이다.

$$\therefore\ 4^5=1024$$

저자의 특강 TIP 중복순열 문제

헷갈리는 중복순열이 있다면 양쪽 다 해보는 것이 속편하다. 결국 실력을 올려서 헷갈리지 않는 것이 가장 좋지만, 시험 현장에서 헷갈릴 때에는 그냥 양쪽 모두 계산해 보면 어느 쪽이 말이 안 되는지 확실하게 알 수 있다. 하나의 문제풀이 노하우로 생각하고 있자.

정답 ①

A·05

정답률 93% | 2021.6·가 4번 |

교과서적 해법

[교과서 개념]-같은 것이 있는 순열의 수에 의하여

$$\frac{6!}{3!2!1!}=60$$

정답 ③

A·06

정답률 84% | 2012.9·가 6번 |

교과서적 해법

A와 B를 묶어 5개를 원에 배열하는 방법의 수를 구하면 $(5-1)!=24$이다. 그런데 A, B가 자리를 바꿀 수 있으므로 구하는 경우의 수는 $24\times2=48$이다.

수능적 해법

'경우의 수 1'[본문 32p]을 활용하자. A를 배치하는 방법의 수는 1이다. B를 배치하는데 A의 왼쪽과 오른쪽으로 두 군데가 가능하므로 경우의 수는 2이다. 나머지는 이제 직순열이고 4개의 용기를 배열하면 되므로

$$\therefore\ (\text{구하는 경우의 수})=2\times4!=48$$

★ 경우의 수 1

이처럼 원순열 문제는 반드시 '경우의 수 1'을 활용하는 풀이를 해보도록 하자. 교과서에 제시되어 있지 않은 풀이이지만 경우의 수 문제 풀이 실력에 큰 영향을 끼친다.

정답 ②

A·07

정답률 95%

| 2017·가 5번 |

교과서적 해법

일렬로 나열하여 만든 네 자리의 자연수가 5의 배수가 되려면 일의 자리의 숫자에 5가 와야 한다. 따라서 남은 세 자리에 1, 2, 3, 4, 5가 들어가는 경우의 수를 구하면 된다. 구하는 경우의 수는 $5^3=125$이다.

정답 ③

A·08

정답률 86%

| 2014.5·B 6번 |

교과서적 해법

일반적인 원순열 풀이로 접근해 보자. 직순열이라고 생각하면 $\boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{}$에 배열하는 문제인데, 빨간색과 파란색이 맞은편에 있다는 것은 둘 사이에 2개의 공간이 있다는 것이다. 빨간색을 배치하는 방법의 수는 6, 파란색을 배치하는 방법의 수는 1이다. 이제 나머지 위치는 모두 다르므로 나머지 색을 배치하는 방법의 수는 $4!$이다. 그런데 이 상황이 원순열이 되면 6가지가 겹쳐 6개를 1개로 봐줘야 한다.본문 29p

$$\therefore \ \frac{6\times1\times4!}{6}=24$$

수능적 해법

이 문제는 '경우의 수 1'본문 32p로 푸는 것이 훨씬 쉽다. 빨간색을 먼저 배치하는 데에는 경우를 만들지 않으므로, 빨간색을 배치하는 방법의 수는 1이다. 파란색을 맞은편에 색칠하는 경우의 수도 1이다.

빨간색과 파란색을 칠하고 나면 나머지 날개는 위치 구분이 생기므로 나머지 날개에 색을 칠하는 경우의 수는 $4!$이다.

$\therefore \ 1\times1\times4!=24$

★ 경우의 수 1

특히 이 문제와 같은 상황에서 '경우의 수 1'이 강력하게 적용되는 것을 알 수 있다. 하지만 성숙한 수험생이라면 [교과서적 해법]도 반드시 연습해 두어야 한다. 원순열의 증명과정은 바로

일단 직순열 → 몇 개를 몇 개로본문 29p

임을 명심하자.

정답 ③

A·09

정답률 77%

| 2023·확통 24번 |

교과서적 해법

만든 자연수가 4000 이상인 홀수가 되기 위해서는 천의 자리의 수가 4 이상이고, 일의 자리의 수가 홀수가 되어야 한다. 즉,

천의 자리의 수: 2개의 숫자 4, 5 중 하나
백의 자리의 수: 5개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중 하나
십의 자리의 수: 5개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중 하나
일의 자리의 수: 3개의 숫자 1, 3, 5 중 하나

이면 되므로 구하고자 하는 경우의 수는

$$2\times5\times5\times3 = 150$$

정답 ②

A·10

정답률 87%

| 2012·가 5번 |

교과서적 해법

양 끝에 흰색 깃발을 놓으라는 특수한 조건부터 항상 먼저 해결해야 한다. 양 끝에 흰색 깃발 먼저 놓고, 나머지 흰색 깃발 3개와 파란색 깃발 5개를 일렬로 나열하는 경우의 수를 구하면 된다.

$$\therefore \ (\text{구하는 경우의 수})=\frac{8!}{3!5!}=56$$

정답 ①

A·11

정답률 90%

| 2024.9·확통 24번 |

교과서적 해법

최단거리로 이동하는 방법은 오른쪽으로 가거나 위로 가는 방법뿐이다. 오른쪽으로의 이동을 →, 위로의 이동을 ↑라 하면 점 A에서 P까지 최단거리로 가는 경우의 수는 →, →, →, ↑를 나열하는 경우의 수이므로 같은 것이 있는 순열에 의해 $\frac{4!}{3!1!}=4$이다.

이때 어느 방법으로 가도 이후 점 P에서 B까지 최단거리로 가는 경우의 수가 같으므로, A에서 P까지의 경로를 →, →, →, ↑로 고정하고 4× 를 쓰자.

이후 점 P에서 B까지 최단거리로 가는 경우의 수는 →, ↑를 나열하는 경우의 수인 $2!=2$이다.

∴ (구하는 경우의 수) $= 4\times 2 = 8$

정답 ③

A·12

정답률 87% | 2013.9·가 5번 |

교과서적 해법

도로망에서 반드시 지나게 되는 가운데 지점을 C 라 하자.

A 에서 C 까지 최단거리로 가는 경우의 수: $\dfrac{4!}{2!2!}=6$

C 에서 B 까지 최단거리로 가는 경우의 수: $\dfrac{4!}{2!2!}=6$

∴ (구하는 경우의 수) $= 6\times 6 = 36$

정답 ④

A·13

정답률 82% | 2018.6·나 7번 |

교과서적 해법

최단거리로 가기 위해선 오른쪽, 위쪽으로만 가야 한다. 즉, 두 화살표 →, ↑을 배열하는 문제로 생각하면 된다. A 지점에서 P 지점으로 최단거리로 가는 경우의 수는

→, →, ↑, ↑

을 나열하는 방법의 수이므로 $\dfrac{4!}{2!2!}=6$이다. 마찬가지 방법으로 P 지점에서 B 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는

→, →, →, ↑

을 나열하는 방법의 수이므로 $\dfrac{4!}{3!1!}=4$이다.

∴ $6\times 4=24$

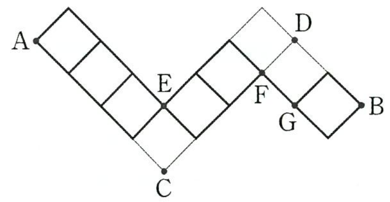
정답 ⑤

A·14

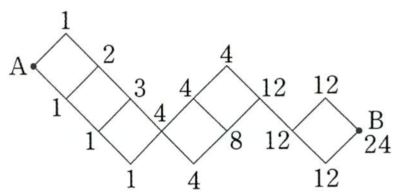
정답률 79% | 2013·가 5번 |

교과서적 해법1

특정한 조건을 갖는 길 찾기 문항이다. 직접 연필로 어떤 길을 따라가야 할지 하나씩 예시를 들어 그려보면 다음과 같이 그려질 수밖에 없다.

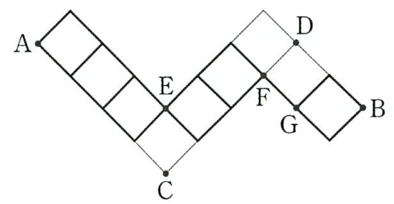


직접 합의 법칙을 활용해서 경우의 수를 구하면 다음과 같다.



∴ 24

교과서적 해법2



위 그림의 굵은 선들로 다닐 수밖에 없다. 따라서 다음과 같이 각각의 구간을 최단거리로 가는 경우의 수를 찾아서 곱하면 된다.

① A → E 최단거리: $\dfrac{4!}{3!1!}=4$

② E → F 최단거리: $\dfrac{3!}{2!1!}=3$

③ F → G 최단거리: 1

④ G → B 최단거리: $\dfrac{2!}{1!1!}=2$

∴ $4\times 3\times 1\times 2=24$

정답 ②

A·15

해설 발상 정리

정답률 84% | 2014.6·B 5번 |

교과서적 해법

2와 4가 적힌 카드를 같은 카드로 보면 2와 4의 순서가 정해진다. 홀수가 적힌 카드를 모두 같은 카드로 보면 홀수들 간의 순서가 정해진다. 이렇게 본다면 6장의 카드 중 서로 같은 카드가 1장, 2장, 3장이 된다. 따라서 같은 것이 있는 순열로 계산을 하면 된다.

$\therefore$ (구하는 경우의 수) $= \dfrac{6!}{1!\,2!\,3!} = 60$

이처럼 순서가 정해져 있을 때 '몇 개를 몇 개로'라는 발상이 자연스럽게 떠올라야 한다. $\dfrac{6!}{1!2!3!}$ 에서 분모의 $1!$, $2!$, $3!$이 각각 무엇을 몇 개로 본 것을 의미하는지를 스스로 체크하고 넘어가도록 하자.

발상 | 순서가 정해져 있으면? → '몇 개를 몇 개로'

예시 | a, b, c, d를 a가 c보다 오른쪽에 오도록 일렬로 나열 → $\dfrac{4!}{2!} = 12$

정답 ②

A·16

정답률 91% |2018.9·나 6번|

교과서적 해법

서로 다른 5개의 접시를 일렬로 나열한다면 $5!$가지 경우가 나오지만 원형으로 놓는다면 5가지의 같은 경우가 생기기 때문에 구하는 경우의 수는 $\dfrac{5!}{5} = 24$이다.

수능적 해법

'경우의 수 1'본문 32p을 이용하면 $1 \times 4! = 24$이다.

정답 ④

A·17

정답률 90% |2021.9·가 9번|

교과서적 해법

A, B를 제외한 6명 중 의자에 앉을 3명을 선택한 뒤 A, B의 묶음을 하나로 보고 원순열을 풀면 된다.

6명 중 3명을 선택하는 경우의 수는 ${}_6C_3 = 20$이다.

이제 x, y, z, $w(=\{A, B\})$로 총 4명이라고 생각하면 원순열의 수는 $\dfrac{4!}{4} = 6$이다. 이때 A, B가 자리를 바꿀 수 있으므로 $2!$을 곱해주면 원하는 경우의 수를 얻는다.

$\therefore\ {}_6C_3 \times \dfrac{4!}{4} \times 2! = 20 \times 6 \times 2 = 240$

수능적 해법

'경우의 수 1'본문 32p을 활용하여 풀어 보자. 마찬가지로 3명을 선택하는 경우의 수는 ${}_6C_3 = 20$이고, A, B, x y, z의 5명의 원순열을 '경우의 수 1'으로 해결하자.

A를 먼저 배열하는 경우의 수 = 1
B와 A가 이웃하는 경우의 수 = 2
남은 3명을 배열하는 경우의 수 = $3!$

$\therefore\ 20 \times 1 \times 2 \times 3! = 240$

정답 ④

A·18

정답률 83% |2021.6·가 8번|

교과서적 해법

1학년 학생을 하나로 묶고, 2학년 학생을 하나로 묶으면 총 5명을 원탁에 배열하는 것으로 볼 수 있다. 즉, $4!$인데, 1학년 묶음과 2학년 묶음의 내부에서 자리를 바꿀 수 있게 때문에 2^2을 곱해야 한다.

$\therefore\ 4! \times 2^2 = 96$

정답 ①

A·19

해설 저자의 특강

정답률 85% |2017.9·가 19번|

교과서적 해법

서로 다른 과일 5개 중에서 그릇 A에 담는 과일 2개를 고르는 방법의 수는 ${}_5C_2$이다.

이제 남은 과일 3개를 B, C에 담아야 하는데, 하나도 담지 않는 그릇이 있을 수 있는 것을 생각하자. 과일마다 B, C 중 하나를 선택한다고 생각하면 2^3이고 이 값이 모든 경우를 대변한다는 것을 알 수 있다. 즉,

$\therefore\ {}_5C_2 \times 2^3 = 80$

저자의 특강 TIP **중복순열 문제**

헷갈리는 중복순열이 있다면 양쪽 다 해보는 것이 속편하다. 결국 실력을 올려서 헷갈리지 않는 것이 가장 좋지만, 시험 현장에서 헷갈릴 때에는 양쪽 모두 계산해 보면 어느 쪽이 말이 안 되는지 확실하게 알 수 있다. 하나의 문제 풀이 노하우로 생각하고 있자.

정답 ⑤

A·20

정답률 73% | 2023.6·확통 27번 |

교과서적 해법

선택한 6개의 문자를 일렬로 나열했을 때, 양 끝 모두에 대문자가 나오므로 양 끝 자리에 나올 대문자를 선택하자. 대문자는 X, Y로 2개이므로 가능한 경우의 수는 $2^2=4$이다.

a가 한 번만 나오고, a는 대문자가 아니므로 a의 자리는 양 끝 자리를 제외한 네 자리 중 하나이다. 즉, a의 자리를 선택하는 경우의 수는 4이다.

양 끝 자리와 a의 자리를 제외한 나머지 세 자리에 세 문자 b, X, Y가 모두 올 수 있으므로 가능한 경우의 수는 $3^3=27$이다.

$\therefore$ 조건을 만족시키는 경우의 수: $4\times4\times27=432$

정답 ③

A·21

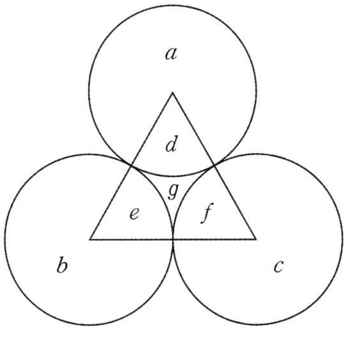
정답률 55% | 해설 발상 정리 | 2012.6·가 15번 | SKILL 5

교과서적 해법

중심에 대하여 $120°$만큼 회전할 때마다 정확히 같은 모양이 반복되므로 **'3개를 1개로'** 봐야 한다.[본문 29p] 따라서 가능한 경우의 수는 7개의 영역에 7가지의 색을 칠하는 경우의 수 $7!$을 3으로 나눈 값인 $\frac{7!}{3}=1680$이다.

수능적 해법

'경우의 수 1'[본문 32p]을 활용하여 문제를 풀어 보자.



먼저 그림에서 영역 g에 7가지 색 중 하나를 칠하고 고정하자.

$7\times$(나머지 영역에 색을 칠하는 경우의 수)

이제 나머지 색 중 하나를 A라 하자. A색을 칠하려고 보면, 위 그림에서

① 영역 a, b, c에 칠하는 경우
② 영역 d, e, f에 칠하는 경우

는 뒤에 나올 경우가 각각 다르다. 따라서 합의 법칙을 활용해야 한다.

① 영역 a, b, c에 칠하는 경우
각 영역에 A색을 칠하는 방법의 수가 1인데, A색을 칠하고 나면 나머지 색을 칠하는 것은 직순열이므로 가능한 경우의 수는

$$1\times5!=120$$

② 영역 d, e, f에 칠하는 경우
①과 마찬가지 과정을 통하여 가능한 경우의 수는

$$1\times5!=120$$

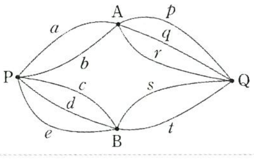
$\therefore$ (구하는 경우의 수) $=7\times(120+120)=1680$

마지막으로 [수능적 해법]을 다시 읽으며 '합·곱의 법칙'을 어떻게 적용했는지를 곱씹어보고 넘어가자. 복잡한 경우의 수 문항을 해결할 수 있는 능력은 '합·곱의 법칙'을 자유자재로 적용할 수 있는 실력으로부터 나오는 것이라고 생각하면 된다.

이 문항 뿐만 아니라 앞으로도 본인이 어렵다고 느낀 문제가 있다면 합의 법칙(경우 나누기), 곱의 법칙(고정)이 어떻게 활용했는지 분석하고, 왜 그렇게 활용해야 했는지에 대한 필연성을 부여하는 습관을 들이도록 하자.

발상 | 경우의 수 문제 → '경우 나누기', '합·곱의 법칙'

예시 |



→ P→Q

⇓

(P→A)×(A→Q)

+(P→B)×(B→Q)

정답 ②

A·22

정답률 61% | 2011.6·나 30번 |

교과서적 해법

0을 한 개 이하 사용하여 다섯 자리 자연수를 만들기 때문에 0을 포함하지 않는 경우와 0을 포함하는 경우를 나누어 생각해야 한다.

① 0을 포함하지 않을 때 가능한 경우는 11111뿐이다. 즉, 가능한 다섯 자리 자연수는 1개만 존재한다.

② 0을 포함할 때, 다섯 개의 자연수 1, 1, 1, 2, 0을 이용하여 다섯 자리 자연수를 만드는 경우를 생각할 수 있다. (0, 1, 2 이외의 자연수가 포함된다면 합이 5가 된다는 조건을 만족시킬 수 없다.)

주어진 숫자 5개를 배열하는 경우의 수: $\frac{5!}{3!}$

맨 앞에 0이 오도록 숫자 5개를 배열하는 경우의 수: $\frac{4!}{3!}$

$\therefore$ (구하는 경우의 수) $= 1+\left(\frac{5!}{3!}-\frac{4!}{3!}\right) = 17$

정답 17

A·23

정답률 72%

| 2019.6·가 27번 |

교과서적 해법

세 문자 a, b, c 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열할 때, 문자 a가 두 번 이상 나오지 않으려면 한 번 나오거나 나오지 않아야 한다.

① 문자 a가 한 번 나온다면 가능한 경우는 4가지이고, 두 문자 b, c 중에서 중복을 허락하여 3개를 택하여 나열하는 경우와 같다. 따라서 $4\times2^3=32$이다.

② 문자 a가 한 번도 나오지 않는다면 두 문자 b, c 중에서 중복을 허락하여 4개를 택하여 나열하는 경우와 같으므로 구하는 경우의 수는 $2^4=16$이다.

전체 경우의 수가 $3^4=81$이므로 구하는 경우의 수는

$$81-(32+16) = 33$$

정답 33

A·24

정답률 74%

| 2018·가 18번 |

교과서적 해법

넣은 공의 개수가 1인 경우를 하나씩 살펴보려고 하면 너무 많은 것을 알 수 있다. 따라서 여사건을 생각하자. 즉, 개수가 1인 상자가 존재하지 않는 경우의 수를 구하면 된다. 그러면 상자에 넣은 공의 개수를 순서쌍으로 나타냈을 때 가능한 순서쌍은 $(4, 0, 0, 0)$, $(2, 2, 0, 0)$뿐이다. 이 경우의 수는 다음과 같다.

$$4+{}_4C_2\times{}_4C_2\times{}_2C_2=40$$

한편, 전체 경우의 수는 $4^4=256$이다.

$\therefore\ 256-40=216$

정답 ②

A·25

정답률 69%

| 2022.5·확통 27번 |

교과서적 해법

(가)(나)조건을 같이 고려하면 $f(4)\neq4$일 때, 두 조건을 동시에 만족시킬 수 있다.

① $f(4)=1$일 때, (가)(나)조건을 다시 정리하면

$$f(1)+f(2)+f(3)\geq3,\quad f(k)\neq1$$

$k=1$, 2, 3일 때, $f(k)$의 값으로 2, 3, 4 무엇이 되든 주어진 부등식을 만족시킨다. 따라서 $3^3=27$이다.

② $f(4)=2$일 때, (가)(나)조건을 다시 정리하면

$$f(1)+f(2)+f(3)\geq6,\quad f(k)\neq2$$

$k=1$, 2, 3일 때, $f(k)$의 값으로 1, 3, 4가 가능하다. 이때, $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$이 모두 1이거나 두 개의 값이 1이고 한 개의 값이 3이면 주어진 조건을 만족하지 않는다.

모두 1인 경우의 수는 1
1, 1, 3인 경우의 수는 3

따라서 $3^3-(1+3)=23$이다.

③ $f(4)=3$일 때, (가)(나)조건을 다시 정리하면

$$f(1)+f(2)+f(3)\geq9,\quad f(k)\neq3$$

$k=1$, 2, 3일 때, $f(k)$의 값으로 1, 2, 4가 가능하다. 이때, 주어진 조건을 만족하려면 $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$ 중에서 4가 두 개이고 나머지 한 값이 1 혹은 2 혹은 4여야 한다.

4, 4, 1을 배열하는 경우의 수는 3
4, 4, 2를 배열하는 경우의 수는 3
4, 4, 4를 배열하는 경우의 수는 1

이므로 $3+3+1=7$이다.

$\therefore\ 27+23+7=57$

정답 ⑤

A·26

정답률 62%

| 2020·가 28번 |

교과서적 해법

(가), (나) 조건에 의하여 다섯 자리의 자연수를 만들기 위하여 조합할 수 있는 홀수와 짝수의 선택은

ⅰ) 홀수 3개와 짝수 1개를 선택하는 경우와
ⅱ) 홀수 1개와 짝수 2개를 선택하는 경우뿐이다.

ⅰ) 홀수 3개와 짝수 1개를 선택하는 경우, 홀수 3개 중 3개와 짝수 3개 중 1개를 선택하는 경우의 수는 $({}_3C_3\times{}_3C_1)$가지이고, 선택된 숫자들로 다섯 자리의 자연수를 만드는 시행은 같은 것(짝수 1개 당 2개씩)이 있는 순열을 만드는 경우의 수와 같으므로

$$({}_3C_3\times{}_3C_1)\times\frac{5!}{2!}=180$$

ⅱ) 홀수 1개와 짝수 2개를 선택하는 경우, 홀수 3개 중 1개와 짝수 3개 중 2개를 선택하는 경우의 수는 $({}_3C_1\times{}_3C_2)$가지이고, 선택된 숫자들로 다섯 자리의 자연수를 만드는 시행은 같은 것(짝수 1개 당 2개씩)이 있는 순열을 만드는 경우의 수와 같으므로

$$({}_3C_1\times{}_3C_2)\times\frac{5!}{2!2!}=270$$

$\therefore\ 180+270=450$

정답 450