

Chapter 3

지수와 로그

- 1 실수 a 에 대하여 a 의 n 제곱근 중 실수인 것의 개수를 $f(a, n)$ 이라 할 때, $\sum_{k=2}^{20} f(k, k)$ 의 값은?
(단, n 은 2 이상인 자연수이다.)

① 27 ② 28 ③ 29 ④ 30 ⑤ 31

- 2 $2 \leq n \leq 10$ 인 자연수 n 에 대하여 $n^2 - 8n + 12$ 의 n 제곱근 중 음의 실수가 존재하도록 하는 모든 n 의 값의 합은?
- ① 20 ② 23 ③ 26 ④ 29 ⑤ 32

- 3 집합 A 를
 $A = \{a \mid a \text{는 } x^2 - 4x + k \text{의 세제곱근 중 실수, } 1 \leq x \leq 6\}$ 이라 하자. 2가 집합 A 의 원소가 되도록 하는 정수 k 의 개수는?

① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

- 4 다음 조건을 만족시키는 최고차항의 계수가 -1 인 이차함수 $f(x)$ 가 존재하도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오.

(가) $f(0)=8$

(나) x 에 대한 방정식 $(x^{2n-1}+512)f(x)=0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖고, 각각의 실근은 정수이다.

- 5 정수 α 와 2 이상의 자연수 n 에 대하여 $(n-5)(\alpha-n)$ 의 n 제곱근 중 실수인 것의 개수를 $f(n)$ 이라 하자.

$$f(n)+f(n+1)=3$$

을 만족시키는 자연수 n 의 개수가 4일 때, 모든 α 의 값의 합을 구하시오.

- 6 두 자연수 m, n 에 대하여 $n^{\frac{1}{m}}$ 의 정수 부분이 3이 되도록 하는 모든 순서쌍 (m, n) 의 개수를 구하시오. (단, $1 \leq n \leq 100$)

- 7 2 이상의 두 자연수 m, n 에 대하여 $\sqrt[4]{\sqrt{8^m}} \times \sqrt{\sqrt{2^{3n}}} = 64$ 가 성립할 때, mn 의 최댓값은?
- ① 24 ② 28 ③ 32 ④ 36 ⑤ 40

- 8 2 이상의 자연수 n 에 대하여 $(\sqrt{3^n})^{\frac{1}{2}}$ 과 $n\sqrt{3^{100}}$ 이 모두 자연수가 되도록 하는 모든 n 의 값의 합을 구하시오.

- 9 $\sqrt{\frac{2^m \times 3^n}{12}}, \sqrt[3]{\frac{2^m \times 3^n}{18}}$ 이 모두 자연수가 되도록 하는 두 자연수 m, n 에 대하여 $m+n$ 의 최솟값을 구하시오.

- 10 $a^2 - 23a + 1 = 0$ 일 때, $a^{\frac{3}{2}} + a^{-\frac{3}{2}}$ 의 값을 구하시오.

- 11 8의 네제곱근 중 양의 실수를 a 라 할 때, $\frac{a^8-1}{a^2-1}=p+q\sqrt{2}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 유리수이다.)

- 13 세 양수 a, b, c 가 $a^x=b^{2y}=c^{3z}=6$, $abc=216$ 을 만족시킬 때, $\frac{6}{x}+\frac{3}{y}+\frac{2}{z}$ 의 값은?

① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

- 12 두 실수 x, y 에 대하여 $2^x=3^y$, $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=2$ 일 때, $2^x \times 3^y$ 의 값은?

① $\frac{9}{2}$ ② 5 ③ $\frac{11}{2}$ ④ 6 ⑤ $\frac{13}{2}$



1 $a = \log_3 8$ 에 대하여 $4^{\frac{6}{a}}$ 의 값은?

- ① 78 ② 81 ③ 84 ④ 87 ⑤ 90

2 두 실수 a, b 에 대하여 $2^a = 6, 3^b = 12$ 일 때, $5^{(a-1)(b-1)}$ 의 값을 구하시오.

3 두 양수 a, b 에 대하여 $5^a = 3\sqrt{3}, 27^b = 5$ 일 때, $\log_2 ab$ 의 값은?

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

4 1이 아닌 두 양수 a, b 에 대하여 $\log_2 a \div \log_4 b = 6$ 일 때, $\log_{\sqrt{a}} ab^3$ 의 값은?

- ① 3 ② $\frac{10}{3}$ ③ $\frac{11}{3}$ ④ 4 ⑤ $\frac{13}{3}$

- 5 1이 아닌 세 양수 a, b, c 에 대하여 $\log_a b = \frac{4}{3}, \frac{1}{\log_a c} = 9$ 일 때, $\log_c \frac{\sqrt[4]{b^3}}{\sqrt[3]{a}}$ 의 값은?
- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

- 6 0이 아닌 두 실수 a, b 가 $a+b=2ab$ 를 만족시킨다. $\log_3 x = a, \log_5 x = b$ 일 때, 양수 x 의 값은?
- ① $\sqrt{15}$ ② $3\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{21}$ ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ $3\sqrt{3}$

- 7 두 양수 a, b 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$\begin{aligned} \text{(가)} & \log_2 a + \log_4 b = 4 \\ \text{(나)} & a^2 = b^3 \end{aligned}$$

$a+b$ 의 값을 구하시오.

8 1이 아닌 두 자연수 a, b ($a < b$)가

$$\log_2 a + \log_4 b = 3$$

을 만족시킬 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

9 20보다 작은 두 정수 a, b 에 대하여

$$\log_b b - \log_b a^3 + 1 = 0$$

을 만족시키는 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수는?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

10 1보다 큰 두 자연수 m, n 에 대하여

$$\frac{6}{2n-m} = \frac{\log_m n}{m} = \frac{8 \log_n m}{n}$$

이 성립할 때, $\log_m n$ 의 값은? (단, $2n \neq m$ 이다.)

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 8

11 네 양수 a, b, c, k 가 다음 조건을 만족시킬 때, k 의 값을 구하시오.

$$(가) 16^a = 27^b = k^c$$

$$(나) \log c = \log ab - \log\left(\frac{a}{3} + \frac{b}{4}\right)$$

- 12 1보다 크고 1000보다 작은 세 자연수 a, b, c 에 대하여

$$\frac{\log_b c}{\log_a c} = \frac{2}{3}, \frac{\log_c a}{\log_b a} = \frac{3}{4}$$

을 만족시키는 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

- 13 $1 < a < b < a^2 < 100$ 을 만족시키는 두 자연수 a, b 에 대하여 $\log_a b$ 가 유리수가 되도록 하는 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수는?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

- 14 2 이상의 자연수 n 에 대하여

$$7 \log_n 2 + \frac{1}{\log_{\frac{1}{2}} n}$$

의 값이 자연수가 되도록 하는 모든 n 의 값의 합을 구하시오.



수익적 영감의 지속적인 확대를 통한 실력 기르기 시스템